

системи на базі безконтактного асинхронізованого генератора з трифазно-трифазним каскадним модульованим збуджувачем // *Техн. електродинаміка*. – 2004. – № 5. – С. 51–55. 5. Василів К.М., Галіновський О.М. Математична модель безконтактного асинхронізованого генератора з модульованим збуджувачем на базі трифазно-трифазного нульового циклоконвертора // *Вісн. Нац. ун-ту “Львівська політехніка”*. – 2003. – № 485. – С. 20–30. 6. Василів К.М. Математичне моделювання динамічних процесів неробочого ходу автономної електроенергетичної системи на базі генератора з безконтактним трифазно-трифазним каскадним модульованим збуджувачем // *Технічна електродинаміка. Темат. вип.: Силова електроніка та енергоефективність*. – 2004. – Ч. 2. – С. 99–105.

УДК 621.313

В.М. Гладкий

Національний університет “Львівська політехніка”,
кафедра ЕМА

РОЗРАХУНОК СИЛИ ОДНОСТОРОННЬОГО МАГНІТНОГО ТЯЖІННЯ В АСИНХРОННОМУ ДВИГУНІ ПРИ СТАТИЧНОМУ ЕКСЦЕНТРИСИТЕТІ

© Гладкий В.М., 2005

На підставі розрахунку одновимірного магнітного поля з урахування вищих просторових гармонік магніторушійних сил та насичення основного магнітного кола обчислено силу одностороннього магнітного тяжіння в асинхронному двигуні при статичному ексцентриситеті. Наведено результати математичних експериментів.

The unbalanced magnetic pull in asynchronous motor having static rotor eccentricity has been calculated. The pull was computed on the base of one-dimensional magnetic field distribution taking into account spatial harmonics of MMF and magnetic core saturation. The results of mathematical experiments are presented.

Постановка проблеми. Під час проектування електричних машин обчислюють прогин вала, однією з причин якого є одностороннє магнітне тяжіння, спричинене зміщенням осі ротора відносно осі статора, або, інакше кажучи, ексцентриситетом ротора.

Причини виникнення ексцентриситету переважно технологічні: неточне встановлення ротора щодо статора, спрацювання підшипників тощо. Уникнути ексцентриситету практично неможливо, тому дослідженню його впливу на параметри, статичні характеристики, поведінку машини у перехідних процесах приділяється значна увага. Особливо це стосується асинхронних двигунів, які мають порівняно малий повітряний проміжок. На сьогодні відомо, що ексцентриситет ротора зумовлює підвищені вібрації ротора, шуми, зменшення критичної швидкості обертання вала.

Розрізняють ексцентриситет статичний і динамічний. За статичного ексцентриситету положення мінімуму величини повітряного проміжку є незмінним у просторі, за динамічного – вісь обертання вала обертається навколо осі статора.

Аналіз останніх досліджень. Проведений аналіз літератури свідчить, що під час розрахунку одностороннього магнітного тяжіння такі визначальні чинники, які істотно впливають на поведінку машини в усталених чи перехідних режимах, як насичення основного магнітного кола та вищі просторові гармоніки магніторушійних сил, враховуються або поодинокі [1, 7, 8], а якщо й у їхньому взаємозв'язку, то досить наближено [9].

Задачі досліджень. Завданням цього дослідження є розроблення математичної моделі для розрахунку одностороннього магнітного тяжіння в асинхронному двигуні за статичного ексцентриситету з урахуванням насичення основного магнітного кола та вищих просторових гармонік магніторухійних сил у їхньому взаємозв'язку, а також оцінка впливу зазначених чинників на величину сили одностороннього магнітного тяжіння.

Виклад основного матеріалу. Розглянемо асинхронний двигун з клітковим ротором, на статорі якого розміщено s обмоток, розподілених по пазах в довільний спосіб, а ротор має r стрижнів.

Одностороннє магнітне тяжіння, яке діє у напрямку зміщення ε ротора, чисельно дорівнює похідній енергії W магнітного поля за цим переміщенням [2]:

$$T_0 = -\frac{\partial W}{\partial \varepsilon} \approx -\frac{\Delta W}{\Delta \varepsilon}, \quad (1)$$

де ΔW – зміна енергії магнітного поля за зміни ексцентриситету на величину $\Delta \varepsilon$.

Визначення величини енергії магнітного поля в асинхронному двигуні можливе на підставі розрахунку його магнітного поля, для виконання якого приймемо такі допущення:

1. Магнітне поле плоскопаралельне.
2. Зубцеві шари статора і ротора замінені еквівалентними шарами, які у радіальному напрямку мають характеристику намагнічування, еквівалентну до реального зубцевого шару, а в тангенціальному напрямку – нескінченний магнітний опір.
3. Магнітні поля в ярах статора й ротора мають лише тангенціальну складову.
4. Обмотки статора й ротора замінені винесеними до повітряного проміжку нескінченно тонкими шарами й представлені кутовими розподілами густин провідників відповідних фаз.

Згідно з прийнятими допущеннями рівняння, які описують розподіл магнітного поля за заданих струмів статора й ротора та куті повороту ротора, мають такий вигляд [4]:

$$\begin{aligned} \frac{dF_z}{d\alpha_M} + \frac{dF_\delta}{d\alpha_M} - \frac{r_c}{p_M} H_c + \frac{r_p}{p_M} H_p + \bar{n}_{cT}(\alpha_M) \bar{i}_c / a_c + \bar{n}_{pT}(\beta_M) \bar{i}_p / a_p &= 0; \\ \frac{r_c}{p_M} \int_0^{2\pi} H_c d\alpha_M - \int_0^{2\pi} \bar{n}_{cT}(\alpha_M) \bar{i}_c d\alpha_M / a_c - \int_0^{2\pi} \bar{n}_{pT}(\beta_M) \bar{i}_p d\alpha_M / a_p &= 0; \\ B_\delta &= \frac{1}{c_c} \frac{dB_c}{d\alpha_M}; \quad B_p = B_\pi - cB_c; \end{aligned} \quad (2)$$

$$\beta_M = \alpha_M - p_M \gamma = e^{-p_M \gamma} \frac{d}{d\alpha_M} \alpha_M;$$

$$F_\delta = \frac{B_\delta}{\mu_0} \delta k_\delta;$$

$$F_z = F_z(B_\delta); \quad H_c = H_c(B_c); \quad H_p = H_p(B_p),$$

де $\bar{i}_c = [i_{c1} \dots i_{cs}]_T$; $\bar{i}_p = [i_{p1} \dots i_{pr}]_T$ – вектор струмів фаз статора й ротора відповідно; $\bar{n}_c(\alpha_M) = [n_{c1}(\alpha_M) \dots n_{cs}(\alpha_M)]_T$; $\bar{n}_p(\beta_M) = [n_{p1}(\beta_M) \dots n_{pr}(\beta_M)]_T$ – вектор кутових густин провідників фаз статора й ротора відповідно; a_c , a_p – відповідно кількості паралельних гілок фаз статора й ротора; α_M – магнітний кут нахилу променя, який проходить через вісь обертання машини й довільну точку А на розточці статора, до прийнятого нерухомого щодо статора променя OX_c ; β_M – магнітний кут нахилу променя, який проходить через вісь обертання машини й точку А, до прийнятого нерухомого щодо ротора променя OX_p ; $p_M \gamma$ – магнітний кут нахилу променя OX_p до променя OX_c , який ототожнюємо з магнітним кутом повороту машини; p_M – кількість періодів магнітного поля вздовж розточки статора машини; B_c , B_p , H_c , H_p – магнітні індукції та напруженості магнітного поля в ярах статора й ротора відповідно; B_δ – магнітна індукція в повітряному проміжку; F_δ –

магнітна напруга повітряного проміжку; F_z – магнітна напруга зубцевого шару статора й ротора; B_{Π} – деяка магнітна індукція, що не залежить від координати α_M ; $e^{-p_M \gamma \frac{d}{d\alpha_M}}$ – оператор зсуву на кут $-p_M \gamma$ [5]; k_{δ} – коефіцієнт Картера; r_c – радіус кола, що проходить через середину ярма статора; r_p – радіус кола, що проходить через середину ярма ротора; c, c_c – сталі коефіцієнти, які обчислюють за формулами $c = h_c l_c k_c / (h_p l_p k_p)$, $c_c = \frac{l_{\delta} r_{\delta}}{p_M h_c l_c k_c}$, у яких h_c – висота ярма статора; h_p – висота ярма ротора; l_c – довжина осердя статора; l_p – довжина осердя ротора; k_c – коефіцієнт заповнення сталі статора; k_p – коефіцієнт заповнення сталі ротора; r_{δ} – радіус кола, яке проходить через середину повітряного проміжку; l_{δ} – розрахункова довжина машини.

Нижній індекс “Г” тут і надалі означає транспонування.

Величина повітряного проміжку за статичного ексцентриситету описується виразом [6]

$$\delta = \delta_0 (1 - \varepsilon^* \cos(\frac{\alpha_M}{p_M})),$$

де δ_0 – величина повітряного проміжку за відсутності ексцентриситету; $\varepsilon^* = \varepsilon / \delta_0$ – відносне зміщення ротора.

Система рівнянь (2) являє собою двоточкову диференціальну крайову задачу розрахунку магнітного поля в асинхронному двигуні, у якій невідомі $B_c, H_c, B_p, H_p, B_{\delta}, F_{\delta}, F_z$ задовольняють крайовій умові

$$B_c(\alpha_M) = B_c(\alpha_M + 2\pi); H_c(\alpha_M) = H_c(\alpha_M + 2\pi); B_p(\alpha_M) = B_p(\alpha_M + 2\pi); H_p(\alpha_M) = H_p(\alpha_M + 2\pi);$$

$$B_{\delta}(\alpha_M) = B_{\delta}(\alpha_M + 2\pi); F_{\delta}(\alpha_M) = F_{\delta}(\alpha_M + 2\pi); F_z(\alpha_M) = F_z(\alpha_M + 2\pi).$$

Розв’язуватимемо систему рівнянь (2) методом тригонометричної колокації [3], у якому алгебрзація рівнянь зводиться до формальної заміни усіх функцій аргументу α_M векторами їх дискрет (тобто значеннями функції у вузлах накладеної вздовж періоду магнітного поля сітки з $N = 1 + 2n$

вузлами, де n – ціле число), диференційного оператора $\frac{d}{d\alpha_M}$ – його дискретним аналогом

$$D = \frac{2}{N} \begin{bmatrix} \sum_{v=1}^n v \sin(v(\alpha_{M1} - \alpha_{M1})) & \dots & \sum_{v=1}^n v \sin(v(\alpha_{M1} - \alpha_{MN})) \\ \vdots & & \vdots \\ \sum_{v=1}^n v \sin(v(\alpha_{MN} - \alpha_{M1})) & \dots & \sum_{v=1}^n v \sin(v(\alpha_{MN} - \alpha_{MN})) \end{bmatrix},$$

оператора $e^{-p_M \gamma \frac{d}{d\alpha_M}}$ зсуву на кут $-p_M \gamma$ – його дискретним аналогом

$$e^{-p_M \gamma D} = \frac{1}{N} \begin{bmatrix} 1 + \sum_{v=1}^n 2 \cos(v(\alpha_{M1} - \alpha_{M1} - p_M \gamma)) & \dots & 1 + \sum_{v=1}^n 2 \cos(v(\alpha_{M1} - \alpha_{MN} - p_M \gamma)) \\ \vdots & & \vdots \\ 1 + \sum_{v=1}^n 2 \cos(v(\alpha_{MN} - \alpha_{M1} - p_M \gamma)) & \dots & 1 + \sum_{v=1}^n 2 \cos(v(\alpha_{MN} - \alpha_{MN} - p_M \gamma)) \end{bmatrix},$$

а інтегрального оператора $\int_0^{2\pi} d\alpha_M$ – його алгебричним аналогом $\bar{I}_G = \frac{2\pi}{N} \left[\underbrace{1 \dots 1}_N \right]$.

Застосувавши ці правила до системи рівнянь (2), отримаємо її дискретний аналог у вигляді нелінійної системи алгебричних рівнянь:

$$\begin{aligned} \Delta \bar{F}_{\delta d} + \Delta \bar{F}_{zd} - \frac{r_c}{p_m} \bar{H}_{cd} + \frac{r_p}{p_m} \bar{H}_{pd} + n_{cdT} \bar{i}_c / a_c + e^{-p_m \gamma d} n_{pdT} \bar{i}_p / a_p &= 0; \\ \bar{I}_G \left(\frac{r_c}{p_m} \bar{H}_{cd} - n_{cdT} \bar{i}_c / a_c - n_{pdT} \bar{i}_p / a_p \right) &= 0; \\ \bar{B}_{\delta d} &= \frac{1}{c_c} \Delta \bar{B}_{cd}; \\ \bar{B}_{pd} &= \bar{c}_1 \bar{B}_\Pi - c \bar{B}_{cd}; \\ \bar{F}_{\delta d} &= \frac{1}{\mu_0} \delta_d k_{\delta d} \bar{B}_{\delta d}; \\ \bar{F}_{zd} &= \bar{F}_{zd}(\bar{B}_{\delta d}); \quad \bar{H}_{cd} = \bar{H}_{cd}(\bar{B}_{cd}); \quad \bar{H}_{pd} = \bar{H}_{pd}(\bar{B}_{pd}), \end{aligned} \quad (3)$$

де

$$n_{cd} = \begin{bmatrix} n_{c1,d1} & \dots & n_{c1,dN} \\ \vdots & & \vdots \\ n_{cs,d1} & \dots & n_{cs,dN} \end{bmatrix}; \quad n_{pd} = \begin{bmatrix} n_{p1,d1} & \dots & n_{p1,dN} \\ \vdots & & \vdots \\ n_{pr,d1} & \dots & n_{pr,dN} \end{bmatrix}$$

– матриця дискрет кутових густин провідників фаз статора й ротора відповідно; $\delta_d = \text{diag}(\delta_1, \dots, \delta_N)$, $k_{\delta d} = \text{diag}(k_{\delta 1}, \dots, k_{\delta N})$ – діагональні матриці дискрет величини повітряного проміжку та коефіцієнта Картера відповідно; $\bar{F}_{\delta d} = [F_{\delta 1} \dots F_{\delta N}]_T$, $\bar{F}_{zd} = [F_{z1} \dots F_{zN}]_T$ – вектор дискрет відповідно магнітної напруги повітряного проміжку та магнітної напруги зубцевого шару статора й ротора; $\bar{B}_{\delta d} = [B_{\delta 1} \dots B_{\delta N}]_T$ – вектор дискрет магнітної індукції в повітряному проміжку; $\bar{B}_{cd} = [B_{c1} \dots B_{cN}]_T$, $\bar{B}_{pd} = [B_{p1} \dots B_{pN}]_T$ – вектор дискрет відповідно магнітної індукції ярма статора та магнітної індукції ярма ротора; $\bar{H}_{cd} = [H_{c1} \dots H_{cN}]_T$, $\bar{H}_{pd} = [H_{p1} \dots H_{pN}]_T$ – вектор дискрет відповідно напруженості магнітного поля в ярмі статора та напруженості магнітного поля в ярмі ротора; $\bar{c}_1 = [1 \dots 1]_T$ – матриця-стовпець розміру N .

До розв'язування нелінійної САР (3) застосуємо метод Ньютона.

Лінеаризована система рівнянь на i -й ітерації методу Ньютона має вигляд

$$\begin{aligned} \Delta \Delta \bar{F}_{\delta d}^{(i)} + \Delta \Delta \bar{F}_{zd}^{(i)} - \frac{r_c}{p_m} \Delta \bar{H}_{cd}^{(i)} + \frac{r_p}{p_m} \Delta \bar{H}_{pd}^{(i)} &= -\bar{f}_{m1}^{(i-1)}; \\ \frac{r_c}{p_m} \bar{I}_G \Delta \bar{H}_{cd}^{(i)} &= -\bar{f}_{m2}^{(i-1)}; \\ \Delta \bar{B}_{\delta d}^{(i)} &= \frac{1}{c_c} \Delta \Delta \bar{B}_{cd}^{(i)}; \\ \Delta \bar{B}_{pd}^{(i)} &= \bar{c}_1 \Delta \bar{B}_\Pi^{(i)} - c \Delta \bar{B}_{cd}^{(i)}; \\ \Delta \bar{F}_{\delta d}^{(i)} &= \frac{1}{\mu_0} \delta_d k_{\delta d} \Delta \bar{B}_{\delta d}^{(i)}; \end{aligned} \quad (4)$$

$$\Delta \bar{F}_{zd}^{(i)} = \rho_{zd}^{(i-1)} \Delta \bar{B}_{\delta d}^{(i)}; \quad \Delta \bar{H}_{cd}^{(i)} = v_{cd}^{(i-1)} \Delta \bar{B}_{cd}^{(i)}; \quad \Delta \bar{H}_{pd}^{(i)} = v_{pd}^{(i-1)} \Delta \bar{B}_{pd}^{(i)},$$

де $\Delta \bar{B}_\Pi^{(i)}$, $\Delta \bar{B}_{cd}^{(i)}$, $\Delta \bar{H}_{cd}^{(i)}$, $\Delta \bar{B}_{pd}^{(i)}$, $\Delta \bar{H}_{pd}^{(i)}$, $\Delta \bar{B}_{\delta d}^{(i)}$, $\Delta \bar{F}_{\delta d}^{(i)}$, $\Delta \bar{F}_{zd}^{(i)}$ – поправки невідомих на i -й ітерації;

$\bar{f}_{m1}^{(i-1)}$, $\bar{f}_{m2}^{(i-1)}$ – значення нев'язок

$$\begin{aligned}\bar{f}_1 &= D\bar{F}_{\delta d} + D\bar{F}_{zd} - \frac{r_c}{p_m} \bar{H}_{cd} + \frac{r_p}{p_m} \bar{H}_{pd} + n_{cdT} \bar{i}_c / a_c + e^{-p_m \gamma D} n_{pdT} \bar{i}_p / a_p; \\ f_{m2} &= \bar{I}_G \left(\frac{r_c}{p_m} \bar{H}_{cd} - n_{cdT} \bar{i}_c / a_c - n_{pdT} \bar{i}_p / a_p \right),\end{aligned}$$

обчислені за $(i-1)$ -м наближенням $\bar{H}_{cd}^{(i-1)}$, $\bar{H}_{pd}^{(i-1)}$, $\bar{F}_{\delta d}^{(i-1)}$, $\bar{F}_{zd}^{(i-1)}$ невідомих; $v_{cd}^{(i-1)}$, $v_{pd}^{(i-1)}$, $\rho_{zd}^{(i-1)}$ – значення матриць

$$\begin{aligned}v_{cd} &= \frac{d\bar{H}_{cd}}{d\bar{B}_{cd}} = \text{diag} \left(\frac{dH_{c1}}{dB_{c1}}, \dots, \frac{dH_{cN}}{dB_{cN}} \right) = \text{diag} (v_{c1}, \dots, v_{cN}); \\ v_{pd} &= \frac{d\bar{H}_{pd}}{d\bar{B}_{pd}} = \text{diag} \left(\frac{dH_{p1}}{dB_{p1}}, \dots, \frac{dH_{pN}}{dB_{pN}} \right) = \text{diag} (v_{p1}, \dots, v_{pN}); \\ \rho_{zd} &= \frac{d\bar{F}_{zd}}{d\bar{B}_{\delta d}} = \text{diag} \left(\frac{dF_{z1}}{dB_{\delta 1}}, \dots, \frac{dF_{zN}}{dB_{\delta N}} \right) = \text{diag} (\rho_{z1}, \dots, \rho_{zN}),\end{aligned}$$

обчислені за $(i-1)$ -м наближенням невідомих \bar{B}_{cd} , \bar{B}_{pd} , $\bar{B}_{\delta d}$.

Лінійну систему рівнянь (4) зводимо до вигляду

$$A^{(i-1)} \Delta \bar{X}_{\Pi}^{(i)} = -\bar{f}^{(i-1)}, \quad (5)$$

де $\bar{f}^{(i-1)}$, $A^{(i-1)}$ – значення вектора нев'язок $\bar{f} = \begin{bmatrix} \bar{f}_{m1} & \bar{f}_{m2} \end{bmatrix}_T$ і матриці

$$A = \begin{bmatrix} \frac{r_p}{p_m} v_{pd} \bar{c}_1 & \frac{1}{c_c \mu_0} D \delta_{\delta} k_{\delta} D + \frac{1}{c_c} D \rho_{zd} D - \frac{r_c}{p_m} v_{cd} - \frac{c r_p}{p_m} v_{pd} \\ 0 & \frac{r_c}{p_m} \bar{I}_G v_{cd} \end{bmatrix},$$

обчислені за $(i-1)$ -м наближенням невідомих;

$$\Delta \bar{X}_{\Pi}^{(i)} = \begin{bmatrix} \Delta \bar{B}_{\Pi}^{(i)} & \Delta \bar{B}_{cd}^{(i)} \end{bmatrix}_T$$

– вектор поправок первинних невідомих на i -й ітерації.

Утворимо вектор $\bar{X}_B = \begin{bmatrix} \bar{H}_{cd} & \bar{B}_{pd} & \bar{H}_{pd} & \bar{B}_{\delta d} & \bar{F}_{\delta d} & \bar{F}_{zd} \end{bmatrix}_T$, який назвемо вектором вторинних невідомих.

На i -й ітерації розв'язування нелінійної системи алгебричних рівнянь (3) необхідно виконати такі операції:

- за $(i-1)$ -м наближенням невідомих обчислити значення $A^{(i-1)}$ матриці A і значення $\bar{f}^{(i-1)}$

вектора \bar{f} нев'язок;

- розв'язати числовим методом лінійну систему алгебричних рівнянь (5);
- обчислити i -те наближення первинних невідомих за формулою

$$\bar{X}_{\Pi}^{(i)} = \bar{X}_{\Pi}^{(i-1)} + \Delta \bar{X}_{\Pi}^{(i)};$$

- обчислити i -те наближення вторинних невідомих безпосередньо за тими рівняннями системи (3), які розв'язані щодо цих невідомих.

Енергію магнітного поля обчислимо за формулою

$$W = W_{\delta} + W_c + W_p + W_z, \quad (6)$$

де

$$W_{\delta} = \int_0^{2\pi} \frac{B_{\delta}^2}{2\mu_0} \frac{\delta l_{\delta} r_{\delta}}{p_M} d\alpha_M \quad (7)$$

– енергія магнітного поля в повітряному проміжку;

$$W_c = \int_0^{2\pi} h_c l_c \frac{r_c}{p_M} d\alpha_M \int_0^{B_c} H_c dB_c \quad (8)$$

– енергія магнітного поля в ярмі статора;

$$W_p = \int_0^{2\pi} h_p l_p \frac{r_p}{p_M} d\alpha_M \int_0^{B_p} H_p dB_p \quad (9)$$

– енергія магнітного поля в ярмі ротора;

$$W_z = \int_0^{2\pi} l_{\delta} \frac{r_{\delta}}{p_M} d\alpha_M \int_0^{B_{\delta}} F_z dB_{\delta} \quad (10)$$

– енергія магнітного поля в зубцевому шарі статора й ротора.

Алгебризувавши інтеграли у формулах (7)–(10) за методом прямокутників, отримаємо

$$W_{\delta} = \frac{\pi l_{\delta} r_{\delta}}{\mu_0 p_M N} \bar{B}_{\delta dt} \delta_d \bar{B}_{\delta d}; \quad (11)$$

$$W_c = \frac{h_c l_c r_c}{p_M} \cdot \frac{2\pi}{N} \cdot \frac{1}{m-1} \bar{B}_{c dt} H_{cm} \bar{c}_1; \quad (12)$$

$$W_p = \frac{h_p l_p r_p}{p_M} \cdot \frac{2\pi}{N} \cdot \frac{1}{m-1} \bar{B}_{p dt} H_{pm} \bar{c}_1; \quad (13)$$

$$W_z = \frac{l_{\delta} r_{\delta}}{p_M} \cdot \frac{2\pi}{N} \cdot \frac{1}{m-1} \bar{B}_{\delta dt} F_{zm} \bar{c}_1, \quad (14)$$

де

$$H_{cm} = \begin{bmatrix} H_{c1,1} & H_{c1,2} & \dots & H_{c1,m-1} \\ H_{c2,1} & H_{c2,2} & \dots & H_{c2,m-1} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ H_{cN,1} & H_{cN,2} & \dots & H_{cN,m-1} \end{bmatrix}$$

– матриця розміру $N \times (m-1)$, у якій елемент $H_{ci,j}$ – це значення напруженості магнітного поля в ярмі статора в j -му вузлі накладеної вздовж осі абсцис характеристики намагнічування $H_c = H_c(B_c)$ сітки з кроком $B_{ci}/(m-1)$, що відповідає i -му вузлові колокації, накладеної вздовж періоду магнітного поля сітки;

$$H_{pm} = \begin{bmatrix} H_{p1,1} & H_{p1,2} & \dots & H_{p1,m-1} \\ H_{p2,1} & H_{p2,2} & \dots & H_{p2,m-1} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ H_{pN,1} & H_{pN,2} & \dots & H_{pN,m-1} \end{bmatrix}; \quad F_{zm} = \begin{bmatrix} F_{z1,1} & F_{z1,2} & \dots & F_{z1,m-1} \\ F_{z2,1} & F_{z2,2} & \dots & F_{z2,m-1} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ F_{zN,1} & F_{zN,2} & \dots & F_{zN,m-1} \end{bmatrix}$$

– матриці розміру $N \times (m-1)$, які за своїм змістом аналогічні до матриці H_{cm} .

Для обчислення одностороннього магнітного тяжіння слід, задавшись значеннями струмів фаз статора, струмів стрижнів ротора та кута повороту ротора, розв'язати нелінійну систему алгебричних рівнянь (3), за формулами (11)–(14) обчислити значення магнітної енергії в частинах машини, за формулою (6) – сумарну енергію магнітного поля в асинхронному двигуні, за формулою (1) – силу одностороннього магнітного тяжіння.

За описаним алгоритмом складено комп'ютерну програму, з використанням якої було проведено ряд математичних експериментів. Зокрема, було пораховано одностороннє магнітне тяжіння для асинхронного двигуна 4A160S2Y3 для таких випадків:

1. Обмотки статора й ротора є синусні, характеристики намагнічування елементів магнітопроводу – лінійні.

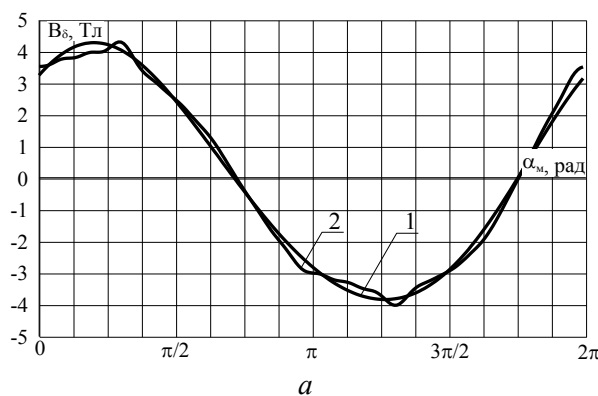
2. Обмотки статора й ротора містять вищі гармоніки, характеристики намагнічування елементів магнітопроводу – лінійні.

3. Обмотки статора й ротора є синусні, характеристики намагнічування елементів магнітопроводу – нелінійні.

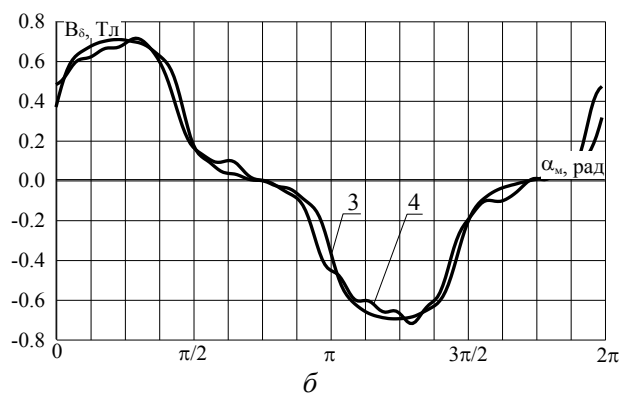
4. Обмотки статора й ротора містять вищі гармоніки, характеристики намагнічування елементів магнітопроводу – нелінійні.

В усіх чотирьох експериментах величина ексцентриситету становила $\varepsilon^* = 0,2$.

На рисунку *a* показано розподіл індукції в повітряному проміжку для перших двох експериментів, на рисунку *б* – для двох останніх.



1 – експеримент 1;
2 – експеримент 2;



3 – експеримент 3;
4 – експеримент 4

Розподіл магнітної індукції в повітряному проміжку

Результати розрахунку сили одностороннього магнітного тяжіння для чотирьох експериментів наведені у таблиці.

Результати розрахунку

Номер експерименту	T_0 , Н
1	1494,06
2	1517,65
3	41,22
4	65,18

Висновки. Як свідчать результати математичних експериментів, обчислення сили одностороннього магнітного тяжіння за ексцентриситету ротора слід проводити із взаємним урахуванням насичення основного магнітного кола та вищих просторових гармонік магніторушійних сил. Нехтування хоча б одним із цих чинників призводить до істотної розбіжності результатів.

Запропонована модель розрахунку сили одностороннього магнітного тяжіння може бути використана як складова частина моделі асинхронного двигуна для розрахунків перехідних процесів з урахуванням ексцентриситету ротора.

1. Терешонков В.А. Магнитные силы в электрических машинах при эксцентриситете воздушного зазора и овальности сердечников // *Электротехника*. – 1989. – № 9. – С. 50–53. 2. Уайт Д., Вудсон Г. *Электромеханическое преобразование энергии*. – М.–Л.: Энергия, 1964. – 528 с. 3. Фильц Р.В.

Дискретные аналоги дифференциальных операторов и их применение в задачах электромеханики // Изв. вузов. Электромеханика. – 1990. – № 3. – С. 5–11. 4. Фильц Р.В. Математические основы теории электромеханических преобразователей. – К.: Наук. думка, 1979. – 208 с. 5. Фильц Р.В. Оператор сдвига и его применение в задачах электромеханики // Изв. Вузов. Электромеханика. – 1991. – № 4. – С. 5–12. 6. Шуйский В. Расчет электрических машин. – Л.: Энергия, 1968. – 731 с. 7. Dorrell D.G. Calculation of unbalanced magnetic pull in small cage induction motors with skewed rotors and dynamic rotor eccentricity // IEEE Trans. on Energy Conversion. – 1996. – Vol. 11, № 3. – P. 483–488. 8. Toliyat H.A., Arefeen M.S., Parlos A.G. A method for dynamic simulation of air-gap eccentricity in induction machines // IEEE Trans. on Industry Application. – 1996. – Vol. 32, № 4. – P. 910–918. 9. Wazecha A., Weinreb K., Wegiel T. Modyfikacja funkcji permeancji szczeliny powietrznej uwzgledniajaca efekty nasyceniowe w silniku asynchronicznym z ekscentrycznoscia wirnika // Zeszyty naukowe Politechniki Slaskiej, Seria Elektryka. – 2001. – Nr. 177. – S. 113–120.

УДК 621.316.11:621.67

П.Ф. Гоголюк, В.Г. Лисяк, В.С. Костишин*
Національний університет “Львівська політехніка”,
кафедра ЕПМС,

*Івано-Франківський національний технічний університет нафти і газу,
кафедра ЕПО

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ УСТАЛЕНИХ РЕЖИМІВ ГРУПИ АГРЕГАТИВ – АСИНХРОННИЙ ДВИГУН – ВІДЦЕНТРОВА ПОМПА – З ПАРАЛЕЛЬНИМ З’ЄДНАННЯМ ГІДРОТРАКТИВ ПОМП

© Гоголюк П.Ф., Лисяк В.Г., Костишин В.С., 2005

Створено математичну модель аналізу усталених режимів групи агрегатів із насиченими асинхронними двигунами та відцентровими помпами з паралельно з’єднаними гідротрактами pomp на підставі електрогідравлічної аналогії. Запропоновано ефективний метод аналізу усталених режимів таких електроприймачів, як елемент вузла навантаження електропостачальної системи з урахуванням статичної напірної характеристики гідравлічної мережі.

The mathematical model intended for steady state regime analysis of apparatus with saturated asynchronous motors and centrifugal pumps with pumps hydraulic tracts connected in parallel is created on the basis of electrohydraulic analogy. An efficient method of steady-state regimes analysis of such electric receiving devices as element of power distribution system load center with considering of static pressure characteristic of hydraulic network is offered.

Постановка проблеми. Відсутність ефективних математичних моделей аналізу режимів і процесів систем інженерного забезпечення промислових і цивільних об’єктів, які складаються з нерозривно пов’язаних між собою елементів різної фізичної природи, істотно ускладнює процес створення автоматизованих систем проектування таких об’єктів. Це створює значні проблеми під час аналізу режимів і процесів систем інженерного забезпечення з урахуванням нелінійності характеристик структурних елементів і їх взаємного впливу. Зокрема, досі відсутня математична модель аналізу усталених режимів електроприймача, який складається з групи агрегатів – асинхронний двигун (АД) – відцентрова помпа (ВП) – із паралельним з’єднанням гідротрактів pomp як елемента вузла навантаження електропостачальної системи. Таке технологічне з’єднання агрегатів найчастіше використовується на помпових станціях магістральних трубогінних систем.