

Теория вероятностей и математическая статистика в технике (общая часть). – М.: Гос. изд-во техн.-теорет. лит., 1955. – 556 с. 7. Равлик О.М., Гречин Т.М., Иванюк В.С. Цифровий комплекс для аналізу роботи та проектування пристроїв релейного захисту й автоматики (програма RE) // Вісн. Держ. ун-ту “Львівська політехніка”. – 1997. – № 340. – С. 96–101. 8. Никонець Л.О., Малиновський А.А., Голубов С.В. Параметри вольтамперних характеристики людей за дії напруги промислової частоти // Вісн. Нац. ун-ту “Львівська політехніка”. – 2004. – № 511. – С. 71–81.

УДК 621.311.317

О.М. Равлик

Національний університет “Львівська політехніка”,
кафедра ЕС

МЕТОДИ РОЗВ’ЯЗУВАННЯ ДИФЕРЕНЦІЙНО-ІНТЕГРАЛЬНО-СКІНЧЕННИХ РІВНЯНЬ ПЕРЕХІДНИХ ПРОЦЕСІВ ЕЛЕКТРОТЕХНІЧНИХ СИСТЕМ

© Равлик О.М., 2005

Проведено аналіз методів розв’язування диференційно-інтегрально-скінченних рівнянь перехідних процесів електротехнічних систем. Запропоновані явний і неявний однокрокові методи інтегрування на основі обчислення та компенсації локальної похибки. Визначені області їх застосування.

Is done analysis methods of untiing differntial-integrally-algebraic equations of transitional processes of electrotechnical systems. Offered explicit and implicit one-step integration methods based on calculation and compensation of local error. Definite domains of their applications.

Постановка проблеми. Перехідні процеси в електротехнічних системах (ЕТС) в загальному випадку описуються системами диференційних, інтегральних, диференційно-інтегральних та скінченних рівнянь. Для розв’язування таких систем рівнянь використовуються явні і неявні однокрокові та багатокрокові методи числового інтегрування. Незважаючи на широкий спектр методів числового інтегрування під час моделювання перехідних процесів в ЕТС практичне застосування отримали однокрокові явні методи Рунге–Кутти 3-го і 4-го порядків та багатокроковий неявний метод формул диференціювання назад (ФДН) [1, 2].

Аналіз останніх досліджень. Одним з важливих показників методів числового інтегрування є можливість оцінювання локальної похибки інтегрування. Оцінювання локальної похибки під час розв’язування диференційних рівнянь явними методами на інтервалі часу від t до $t+h$ здійснюється методами екстраполяції (один раз з кроком h та два рази з кроком $h/2$), чи вкладеними методами (шляхом подвійного розрахунку методами різних порядків), або у дуже рідких випадках (метод Кутти–Мерсона) за допомогою спеціальних виразів для обчислення значення локальної похибки [1]. Недоліком таких підходів є те, що оцінка локальної похибки здійснюється порівнянням двох величин, отриманих з невідомою похибкою. Отже, під час використання цих методів можна говорити лише про оцінку наближеної локальної похибки. У [3] запропоновано метод реверсного оцінювання локальної похибки. Ці методи, по-перше, потребують значних додаткових обчислень, по-друге, не забезпечують однозначно бажану точність, по-третє, вимагають посередньої оцінки локальної похибки на основі певних практичних рекомендацій.

Серед неявних багатокрокових методів оцінювання локальної похибки найпростіше здійснюється в методі ФДН [2]. Однак поряд з певними перевагами (відсутності необхідності зведення системи рівнянь до нормальної форми Коші, автоматичним вирішенням проблеми розв’язування

сукупності диференційно-інтегральних і скінченних рівнянь, жорсткістю методів і, як наслідок, широким діапазоном зміни кроку інтегрування), методи ФДН мають низку істотних недоліків. По-перше, для невеликих порядків ФДН вимагають значних обчислювальних ресурсів і часу для забезпечення необхідної точності порівняно з іншими багатокроковими методами (наприклад, різними модифікаціями методів Адамса–Маултона), по-друге, застосування ФДН та інших багатокрокових неявних методів з великими порядками під час моделювання процесів в ЕТС є недоцільним у зв'язку з частою зміною параметрів у схемах заміщення (зміна стану вимикачів, діодів, тиристорів, нелінійних характеристик електромагнітних та електромеханічних апаратів тощо), необхідністю розгону методу від нижчих порядків до вищих після кожної зміни параметрів, по-третє, під час розгону чи збільшення кроку інтегрування ФДН низьких порядків вносять похибку не тільки у величину невідомих координат, але і в їх фазу, що для певних співвідношень параметрів складної системи рівнянь може зумовити обчислення нереальних процесів (це відноситься до моделювання автоматичних систем керування коливними ланками з різними сталими часу).

Ці недоліки частково відсутні у неявних однокрокових методах, серед яких на особливу увагу заслуговують методи Гаусса, Радау, Лобатто [4, 5]. Однак використання цих методів вимагає значного збільшення системи рівнянь [5] і, як наслідок, обчислювальних ресурсів і часу реалізації, а також значних обчислень для оцінки локальної похибки, що обмежує область їх застосування для моделювання ЕТС.

Задачі і результати досліджень. Пошук способів визначення локальних похибок під час інтегрування рівнянь перехідних процесів в складних ЕТС явними [3] і неявними [5] однокроковими методами дав змогу отримати їх залежності, а також побудувати алгоритми компенсації похибок, що уможливило отримати модифікації явного і неявного методів Ейлера–Коші для рівнянь виду

$$dx/dt = f(x, t), \quad F(dx/dt, x, t) = 0.$$

Робочі формули явного однокрокового методу n -го порядку на основі визначення і компенсації локальної похибки наведені у табл. 1, де

$$f(x_k, t_k) = (dx/dt)_k.$$

Таблиця 1

Явний однокроковий метод n -го порядку

Порядок	Робочі формули	Локальна похибка
перший	$x_{k+1}^{(1)} = x_k + hf(x_k, t_k)$	$\delta_{\text{Л}}^{(1)} \approx \frac{h^2}{2} \left(\frac{d^2 x}{dt^2} \right)_k \approx \frac{h}{2} [f(x_{k+1}^{(1)}, t_{k+1}) - f(x_k, t_k)]$
другий	$x_{k+1}^{(2)} = x_{k+1}^{(1)} + \frac{h}{2} [f(x_{k+1}^{(1)}, t_{k+1}) - f(x_k, t_k)]$	$\delta_{\text{Л}}^{(2)} \approx \frac{h^3}{6} \left(\frac{d^3 x}{dt^3} \right)_k \approx \frac{h}{3} [f(x_{k+1}^{(2)}, t_{k+1}) - f(x_{k+1}^{(1)}, t_{k+1})]$
...
n -й	$x_{k+1}^{(n)} = x_{k+1}^{(n-1)} + \frac{h}{n} [f(x_{k+1}^{(n-1)}, t_{k+1}) - f(x_{k+1}^{(n-2)}, t_{k+1})]$	$\delta_{\text{Л}}^{(n)} \approx \frac{h^{(n+1)}}{n+1!} \left(\frac{d^{(n+1)} x}{dt^{(n+1)}} \right)_k \approx \frac{h}{n+1} [f(x_{k+1}^{(n)}, t_{k+1}) - f(x_{k+1}^{(n-1)}, t_{k+1})]$

Метод фактично побудований на поступовому уточненні координати інтегрування ітераційним способом за рахунок обчисленої локальної похибки, пропорційної до другої похідної для методу 2-го порядку, третьої похідної для методу 3-го порядку, n-ї похідної для методу n-го порядку.

На цій основі отримано робочі формули апроксимації першої похідної на k+1-му кроці інтегрування та локальних похибок для неявного однокрокового методу 1–4-го порядків, наведені у табл. 2.

Таблиця 2

Неявний однокроковий метод 1–4-го порядку

Порядок	Робочі формули	Локальна похибка
перший	$f(x_{k+1}^{(1)}, t_{k+1}) = \frac{h^{-1}}{3} (4x_{k+1}^{(1)} - 4x_k^{(1)}),$ $\text{де } x_k^{(1)} = x_k + \frac{h}{4} f(x_k, t_k)$	$\delta_{\text{Л}}^{(1)} \approx -\frac{h^2}{4} \left(\frac{d^2 x}{dt^2} \right)_{k+1} \approx$ $\approx -\frac{h}{4} [f(x_{k+1}^{(1)}, t_{k+1}) - f(x_k, t_k)]$
другий	$f(x_{k+1}^{(2)}, t_{k+1}) = \frac{h^{-1}}{3} (4x_{k+1}^{(2)} - 4x_k^{(2)}),$ $\text{де } x_k^{(2)} = x_k^{(1)} - \frac{h}{4} [f(x_{k+1}^{(1)}, t_{k+1}) - f(x_k, t_k)]$	$\delta_{\text{Л}}^{(2)} \approx \frac{h^3}{48} \left(\frac{d^3 x}{dt^3} \right)_{k+1} \approx$ $\approx \frac{h}{12} [f(x_{k+1}^{(2)}, t_{k+1}) - f(x_{k+1}^{(1)}, t_{k+1})]$
третій	$f(x_{k+1}^{(3)}, t_{k+1}) = \frac{h^{-1}}{3} (4x_{k+1}^{(3)} - 4x_k^{(3)}),$ $\text{де } x_k^{(3)} = x_k^{(2)} + \frac{h}{12} [f(x_{k+1}^{(2)}, t_{k+1}) - f(x_{k+1}^{(1)}, t_{k+1})]$	$\delta_{\text{Л}}^{(3)} \approx -\frac{1}{12} h^4 \left(\frac{d^4 x}{dt^4} \right)_{k+1} \approx$ $\approx -\frac{9}{2} h [f(x_{k+1}^{(3)}, t_{k+1}) - f(x_{k+1}^{(2)}, t_{k+1})]$
четвертий	$f(x_{k+1}^{(4)}, t_{k+1}) = \frac{h^{-1}}{3} (4x_{k+1}^{(4)} - 4x_k^{(4)}),$ $\text{де } x_k^{(4)} = x_k^{(3)} - \frac{9}{2} h [f(x_{k+1}^{(3)}, t_{k+1}) - f(x_{k+1}^{(2)}, t_{k+1})]$	$\delta_{\text{Л}}^{(4)} \approx -\frac{3}{40} h^5 \left(\frac{d^5 x}{dt^5} \right)_{k+1} \approx$ $\approx -\frac{3}{4} h [f(x_{k+1}^{(4)}, t_{k+1}) - f(x_{k+1}^{(3)}, t_{k+1})]$

Однією з переваг обох методів є те, що локальні похибки для оцінки точності інтегрування визначаються за простими виразами, які не вимагають додаткових обчислень, і кожний наступний порядок методу є продовженням попереднього, що дає змогу при досягненні відповідної точності зупинити розрахунок на цьому кроці інтегрування з відповідним порядком методу і перейти до наступного кроку.

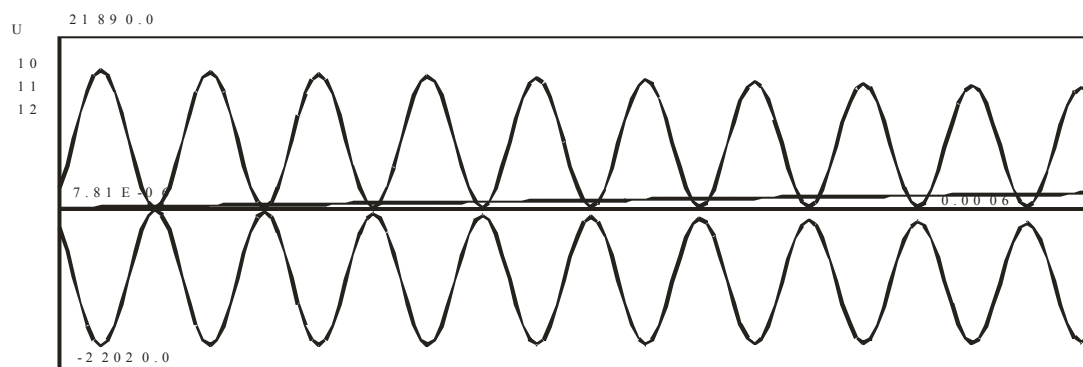
Практична реалізація. Дослідження перехідних процесів в ЕТС запропонованими методами показали, що явний метод доцільніше використовувати для аналізу процесів, коли необхідно враховувати гармонічні складові координат вищих порядків (хвильові процеси у довгих лініях [6]). Для практичного застосування достатньо методів не вище 4-го порядку, тому що подальше збільшення порядку методу втрачає візуальність й інформативність розрахунків. Для прикладу на рис. 1 наведені цифrogramи розрахунку перехідного процесу увімкнення неробочої лінії електропересилання під напругу на інтервалі 0–0,0006 с запропонованим явним методом 1–4-го та 1–7-го порядків.

Для аналізу процесів в схемах ЕТС з вентиляними елементами, пристроями захисту й автоматики, де необхідно забезпечити відповідну стійкість обчислень доцільно використовувати неявний метод. Практична перевірка стійкості неявного методу була оцінена розв'язуванням рівняння Ван-дер-Поля:

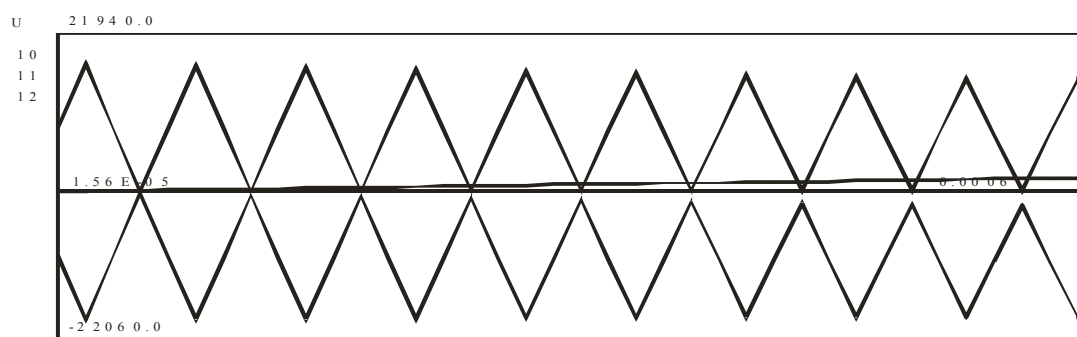
$$dx_1 / dt = x_2;$$

$$dx_2 / dt = ((1 - x_1^2)x_2 - x_1) / \varepsilon,$$

де $\varepsilon = 0,000001, x_1(0) = 2, x_2(0) = -0,66$.



а



б

Рис. 1. Розрахунок перехідного процесу в трифазному колі явним методом з автоматичним вибором кроку за заданою локальною похибкою:
а – 1-4-го порядку; б – 1-7-го порядку

Результати розрахунку показані на рис. 2. Розрахунок проводився з урахуванням алгоритму автоматичного вибору кроку інтегрування і порядку методу для забезпечення заданої точності.

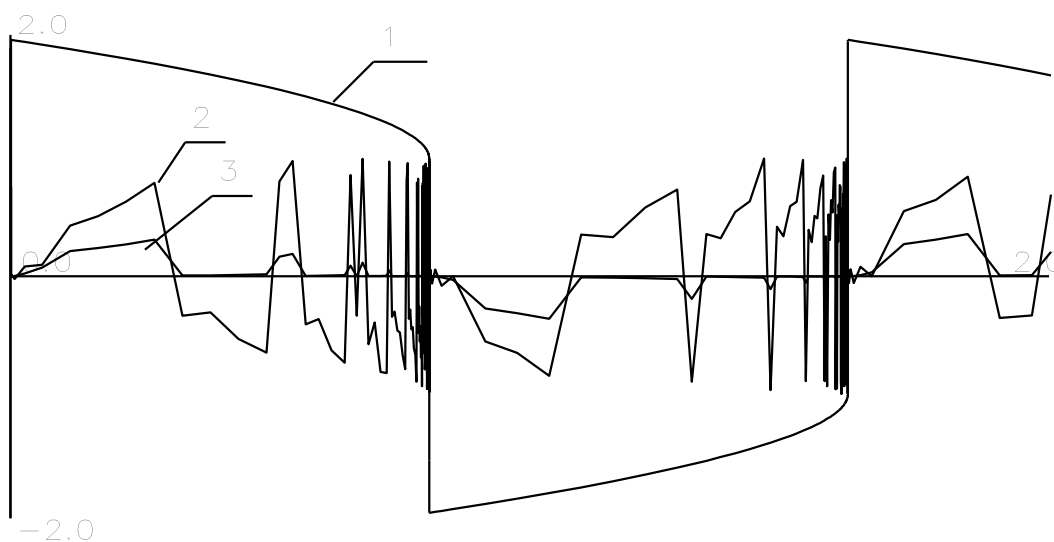


Рис. 2. Розрахунок рівняння Ван-дер-Поля неявним методом 1-4-го порядку:
1 – зміна в часі x_1 ; 2 – локальна похибка обчислення x_1 ; 3 – локальна похибка обчислення x_2

Висновки: 1. Для аналізу процесів в ЕТС доцільно застосовувати однокрокові як явні, так і неявні методи інтегрування.

2. Для забезпечення необхідної точності розрахунків необхідно обчислювати та контролювати локальну похибку.

3. Запропоновані модифікації явного і неявного однокрокових методів Ейлера–Коші, які порівняно з відомими методами забезпечують вищу точність обчислень, а локальні похибки для оцінки їх точності визначаються за простими виразами і не вимагають додаткових обчислень, що дає змогу створити ефективні алгоритми реалізації у вигляді програмних комплексів для аналізу перехідних процесів в ЕТС.

1. Перхач В.С. *Математичні задачі електроенергетики*. – 3-тє вид., перероб. і доп. – Львів: Вища шк., 1989. – 464 с. 2. Чуа Л.О., Лин Пен-Мин. *Машиный анализ электронных схем: Алгоритмы и вычислительные методы: Пер. с англ.* – М.: Энергия, 1980. – 640 с. 3. Лысяк Г.Н, Равлык О.М., Пазына Я.С. *Способ оценки локальной погрешности при численном решении уравнений состояния электрических цепей явными одношаговыми методами // Электронное моделирование*. – 2003. – Т. 25, № 4. – С. 75–88. 4. Hairer E., Wanner G. *Solving Ordinary Differential Equations II. Stiff and Differential – Algebraic Problems // Springer series in computational mathematics*. – 1996. – Ser. 2, vol 14. – P. 616. 5. Сегеда М.С., Равлик О.М., Равлик Н.О. *Цифрова модель аналізу електромагнітних процесів електричної мережі з СТК на основі неявних однокрокових методів // Технічна електродинаміка*. – К., 2003. – № 4. – С. 65–68. 6. Лысяк Г.М., Равлик О.М., Сегеда М.С. *Аналіз аварійних процесів в електричній мережі 750 кВ // Технічна електродинаміка*. – К., 2003. – № 1. – С. 49–52.

УДК: 62-83::621.313.3

І.В. Сметана, А.О. Лозинський

Національний університет “Львівська політехніка”,
кафедра ЕМА

ДОСЛІДЖЕННЯ ЧУТЛИВОСТІ СИСТЕМ ВЕКТОРНОГО КЕРУВАННЯ НА ОСНОВІ МАТЕМАТИЧНИХ МОДЕЛЕЙ

© Сметана І.В., Лозинський А.О., 2005

Розглянуто чутливість систем з векторним керуванням до зміни параметрів двигуна та до точності ідентифікації координат стану під час експлуатації електроприводу. Показано перехідні характеристики таких систем за допомогою засобів математичного моделювання. Також проведено порівняльний аналіз відомих схем векторного керування з точки зору їх чутливості до параметричних збурень та до точності ідентифікації координат стану.

In the given article the sensitivity of the FOC systems to the parameters disturbances and state variables identification accuracy during drive performance is considered. The transient characteristics of those systems using mathematical modeling are shown. It is also made a comparative analysis of the well-known vector control schemes from the point of their sensitivity to the parameters disturbances and state variables identification accuracy.

Вступ та постановка проблеми. Для оцінки впливу розкиду параметрів та точності ідентифікації координат стану в процесі експлуатації системи електроприводу з векторним керуванням на її характеристики необхідним є проведення аналізу чутливості. Важливість дослідження чутливості систем з векторним керуванням до параметричних збурень простежується в [1, 2]. Проте автори переважно проводять аналіз експериментів при зміні параметрів, користуючись фізичними або математичними моделями систем. Зокрема в [1] графічно показано зміну характеристик електроприводу DTC