

Висновки. Згідно з отриманими формулами було проведено розрахунок для скалярної функції потоку h , який демонструє сильний скін-ефект на певних частотах (залежність часу), що підтверджується результатами експериментальних спостережень. Аналітичний вираз для магнітного поля блискавки у термінах функції потоку (13) може бути використаний для моделювання електромагнітного впливу блискавки на БО на попередніх етапах проектування літаків.

1. Мухіна М.П. Обробка отриманих значень погонної щільності струму за результатами високовольтних модельних випробувань // Матеріали Міжнар. наук.-техн. конф. "ABIA-2000", жовтень 2000 р. 2. Янке Е., Эмде Ф., Леш Ф. Специальные функции. – М.: Наука, 1977. – 342 с.

УДК 621.001.21; 621.316.3

Л.О. Никонець, А.А. Маліновський, С.В. Голубов
Національний університет "Львівська політехніка",
кафедра ЕПМС

ОЦІНКА АДЕКВАТНОСТІ УЗАГАЛЬНЕНОЇ НЕЛІНІЙНОЇ МОДЕЛІ ТІЛА ЛЮДИНИ

© Никонець Л.О., Маліновський А.А., Голубов С.В., 2005

З врахуванням механізмів дії напруги дотику на організм людини запропоновано методику визначення статистично достовірних характеристик тіла за обмеженою кількістю експериментальних досліджень, синтезовані за ними моделі тіла відтворюють дослідні характеристики з достатньою точністю і дають змогу шляхом математичних експериментів одержати імовірнісні вольт-амперні характеристики тіла людини, необхідні для обґрунтованого нормування допустимих електричних дій та перевірки чутливості пристроїв захисту від електричних уражень.

Taking into account the mechanisms of action of tension of touch on the organism of man the method of determination is offered statistically reliable descriptions of body after the limited of experimental researches, the models of body synthesized after them reproduce experimental descriptions with sufficient exactness and allow by the mathematical experiments to probabilistic volt amperes descriptions of body of man, necessary settings of norms of possible electric actions and verification of sensitiveness of devices of from the electric defeats.

Постановка проблеми. Заміна небезпечних для людини експериментальних досліджень реакції тіла людини на дію напруги дотику довільного значення та форми (що необхідно для обґрунтування нормативів допустимих дій) на безпечні математичні експерименти вимагає створення адекватної математичної моделі тіла людини як ланки електричного кола.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. В [1] запропоновано методику синтезу моделі для конкретних шляхів струму крізь тіло, площі дотику до струмовідних частин, стану організму. Ця методика передбачає синтезування спочатку лінійної моделі за знятими частотними характеристиками тіла в діапазоні частот 0–150 кГц у вигляді багатоелементного послідовного з'єднання паралельно з'єднаних резисторів R_i та конденсаторів C_i . Результати, викладені в [2], підтверджують достатню точність синтезування лінійної моделі і адекватність відтворення властивостей організму за дії допустимих в нормальному режимі електроустановок напруг дотику. Для переходу від лінійної моделі до нелінійної моделі, яка б адекватно відтворювала реакцію організму на дію можливих напруг дотику в аварійному режимі роботи електроустановок, в [1] пропонується спочатку виділити з n резисторів моделі групу k резисторів з лінійними вольт-амперними характеристиками (ВАХ). Ця група визначається для граничної частоти $f_{гран}$ (10–20 кГц) [3], за якої

спад напруги на резисторах групи становить не менше 98 % прикладеної напруги. Решта ($n-k$) резисторів вважаються нелінійними.

Окремими дослідженнями доведено, що ВАХ тіла на постійній напрузі практично збігаються з побудованими за амплітудними значеннями ВАХ на частоті f до 1 Гц. Пропонується взяти їх за основу для побудови узагальненої моделі тіла, розділивши загальну нелінійність пропорційно до початкових значень опорів резисторів R_i (де $k < i \leq n$), тобто

$$U_{hi\dot{e}_i}(I_h) = U_{hi\dot{e}}(I_h) \cdot R_i / \sum_{k+1}^n R_i .$$

За наведеним алгоритмом синтезу були побудовані нелінійні моделі, на яких виконані дослідження впливу змінної з частотою 50 Гц напруги дотику на тіло людини [4]. Ці дослідження дали чітку якісну картину процесів, що не суперечать результатам відомих експериментальних досліджень, але не дають змоги оцінити можливі похибки кількісно.

Проведені експериментальні дослідження [5] виявили також значну зміну параметрів ВАХ за дії постійної напруги в часі. Крім того, підтверджена взаємозалежність параметрів окремих характеристик від послідовності їх експериментального визначення та випадковий характер параметрів будь-яких характеристик у випадку їх декількаразового знімання.

Задачі досліджень. Детерміністський підхід до досліджень електротравм та моделювання тіла людини як елемента електричного кола, який застосовують більшість дослідників, оцінює вплив одного чинника за незмінних інших чинників, не сприяє розробці адекватних математичних моделей тіла людини. Методологія будь-якого дослідження повинна бути адекватна суті проблеми. Імовірнісний характер наслідків електротравм – об'єктивна реальність. Будь-яка модель ураження людини електричним струмом, що претендує на адекватність, повинна ґрунтуватися на методах теорії ймовірності та математичної статистики. Тому завданням дослідження є оцінка адекватності відтворення узагальненою моделлю тіла людини електричних параметрів конкретної особи.

Виклад основного матеріалу дослідження. Для отримання параметрів моделі тіла людини необхідні експериментальні дані частотної характеристики тіла людини, а також ВАХ на постійній напрузі. ВАХ на змінній напрузі промислової частоти необхідні для порівняння результатів моделювання з натурним експериментом.

Проведення експериментів. Для чотирьох осіб було одержано 39 частотних характеристик (12 – для однієї особи, по 9 – для решти трьох осіб). Вимірювання виконувались на частотах 0; 20; 40; 80; 160; 320; 650; 1300; 2500; 5000; 10000; 20000; 40000; 80000; 150000 Гц за дії напруги $U_h = 8$ В для шляху струму “рука-рука” (руки чисті і сухі) та площі поверхні дотику $F = 0,8$ см². Досліджували натискали долонями обох рук на металеві електроди із силою, що забезпечувала стабільне значення струму. Дослідження проводилось в лабораторних умовах. Джерелом живлення був генератор низькочастотних сигналів (Г 3-109), виміри виконувались цифровими універсальними приладами В7-21А (вольтметр і міліамперметр). Джерелом живлення для одержання ВАХ на постійній напрузі було універсальне джерело живлення УИП-2. Дослідження були проведені в період з 21 березня до 14 травня 2004 р. Для отримання достовірної інформації, а також з метою усунення впливу попередніх дослідів частотна характеристика та ВАХ на постійній та змінних напругах знімалися один раз на добу для кожної з чотирьох осіб.

За одержаними одного дня експериментальними частотними характеристиками (рис. 1, а) за [1] синтезували лінійну модель конкретної особи. Як бачимо, ці характеристики мають статистичний розкид. Для їх впорядкування, а тим самим – отримання можливості побудови лінійних моделей для нормального режиму, що відповідають різним наперед заданим ймовірностям характеристик, необхідно [6] побудувати характеристику $M(Z_h) = f(M(K), M(L))$ та знайти дисперсію $D(Z_h)$ або середньоквадратичне відхилення σ_{zh} .

Математичне сподівання і дисперсія функції двох випадкових величин частотної характеристики тіла людини. Оскільки $Z_h = f(K, L)$ є функцією випадкових величин K, L , що мало

змінюється всередині цієї області, в якій зосереджена більша частина маси ймовірності, поверхня $Z_h=f(K, L)$ може бути апроксимована своєю дотичною площиною в точці $(M(K), M(L))$ [6].

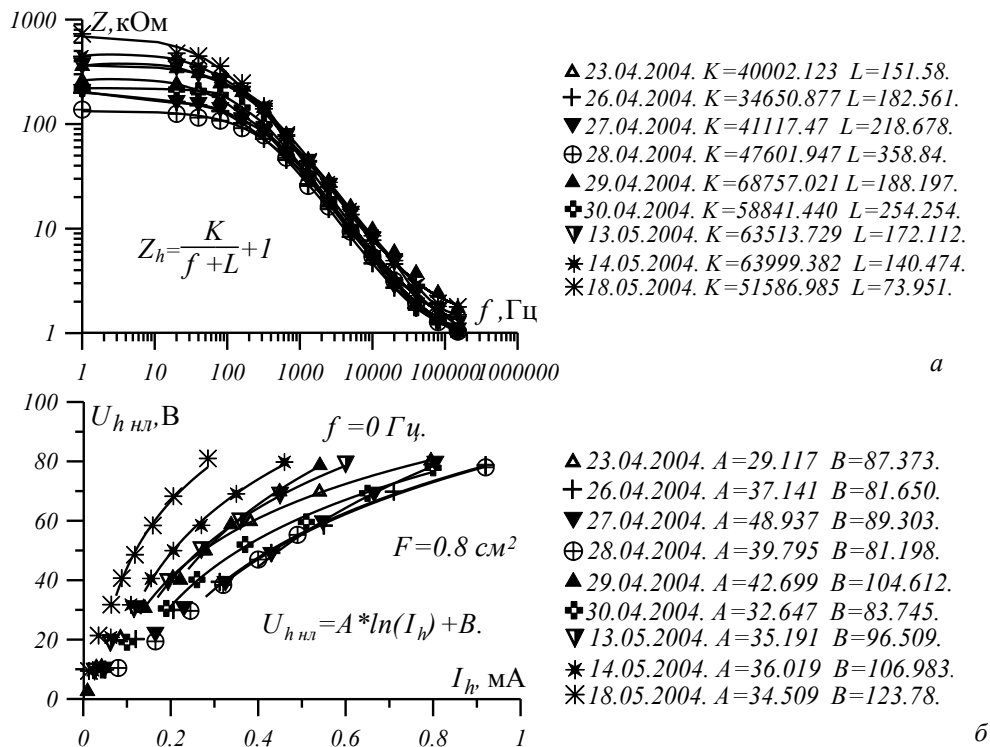


Рис. 1. Експериментальні частотні (а) та вольт-амперні (б) характеристики однієї особи

Тоді, узагальнюючи для деякої достатньо малої області в околі $(M(K), M(L))$, матимемо

$$Z_h \approx f(M(K), M(L)) + \left(\frac{\partial f}{\partial K}\right)_0 (K - M(K)) + \left(\frac{\partial f}{\partial L}\right)_0 (L - M(L)), \quad (1)$$

де значок $()_0$ вказує, що часткові похідні беруться в точці $(M(K), M(L))$ [6].

Далі з (1) отримуємо: $M(Z) \approx f(M(K), M(L))$ [6], оскільки $M(K - M(K)) = M(L - M(L)) = 0$, тоді рівняння для дисперсії функції $Z_h = f(K, L)$ набуває вигляду

$$\begin{aligned} D(Z_h) &\approx M[Z_h - f(M(K), M(L))]^2 \approx M\left\{\left(\frac{\partial f}{\partial K}\right)_0 (K - M(K)) + \left(\frac{\partial f}{\partial L}\right)_0 (L - M(L))\right\}^2 = \\ &= M\left\{ \left[\left(\frac{\partial f}{\partial K}\right)_0 (K - M(K))\right]^2 + 2\left(\frac{\partial f}{\partial K}\right)_0 (K - M(K))\left(\frac{\partial f}{\partial L}\right)_0 (L - M(L)) + \left[\left(\frac{\partial f}{\partial L}\right)_0 (L - M(L))\right]^2 \right\} = \\ &= \left(\frac{\partial f}{\partial K}\right)_0^2 M(K - M(K))^2 + 2\left(\frac{\partial f}{\partial K}\right)_0 \left(\frac{\partial f}{\partial L}\right)_0 M[(K - M(K))(L - M(L))] + \left(\frac{\partial f}{\partial L}\right)_0^2 M(L - M(L))^2 = \\ &= \left(\frac{\partial f}{\partial K}\right)_0^2 D(K) + \left(\frac{\partial f}{\partial L}\right)_0^2 D(L) + 2\left(\frac{\partial f}{\partial K}\right)_0 \left(\frac{\partial f}{\partial L}\right)_0 \mu_{KL}, \end{aligned}$$

де $\mu_{KL} = M[(K - M(K))(L - M(L))] = covKL$, а відповідно середньоквадратичне відхилення

$$\sigma_{Z_h} \approx \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial K}\right)_0^2 \sigma_K^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial L}\right)_0^2 \sigma_L^2 + 2\left(\frac{\partial f}{\partial K}\right)_0 \left(\frac{\partial f}{\partial L}\right)_0 \mu_{KL}}.$$

Для частотних характеристик рис. 1, а необхідно з'ясувати, чи існує кореляційний зв'язок між коефіцієнтами K та L апроксимуючих функцій. Для цього необхідно перевірити гіпотезу про

значущість вибіркового коефіцієнта кореляції. Суть перевірки полягає ось у чому. Із сукупності взято вибірку об'єму n і за нею знайдено коефіцієнт кореляції $r_B \neq 0$ (в нашому випадку $r_B = r$). Потрібно перевірити нульову гіпотезу про рівність нулю генерального коефіцієнта кореляції $H_0 (r_g = 0)$.

Якщо нульова гіпотеза приймається, тоді це означає, що K та L – некорельовані; в іншому випадку – корельовані [6].

Щоб для рівня значущості α перевірити нульову гіпотезу про рівність нулю генерального коефіцієнта кореляції нормальної двовимірної випадкової величини $Z_h = f(K, L)$ за конкуруючої гіпотези $H_1 (r_g \neq 0)$, слід обчислити значення критерію, що зазначається у [6]:

$$T_{\text{ніпід}} = \frac{r_B \sqrt{n-2}}{\sqrt{1-r_B^2}}$$

і за таблицею критичних точок розподілу Стюдента для заданого рівня значущості α і числа степенів свободи $b = n-2$ знайти критичну точку $t_{кр}(\alpha, b)$ двосторонньої критичної області.

Якщо $|T_{\text{спост}}| > t_{кр}$ – нульову гіпотезу відкидають, якщо $|T_{\text{спост}}| < t_{кр}$ – немає підстав відкинути нульову гіпотезу.

Результати перевірки гіпотези про значущість вибіркового коефіцієнта кореляції між параметрами K, L за таблицею критичних точок розподілу Стюдента наведені на рис. 2 і 3, з яких зрозуміло, що нема підстав відкидати гіпотезу про відсутність кореляції.

З рис. 2 і 3 випливає, що величини K і L некорельовані, тобто – незалежні.

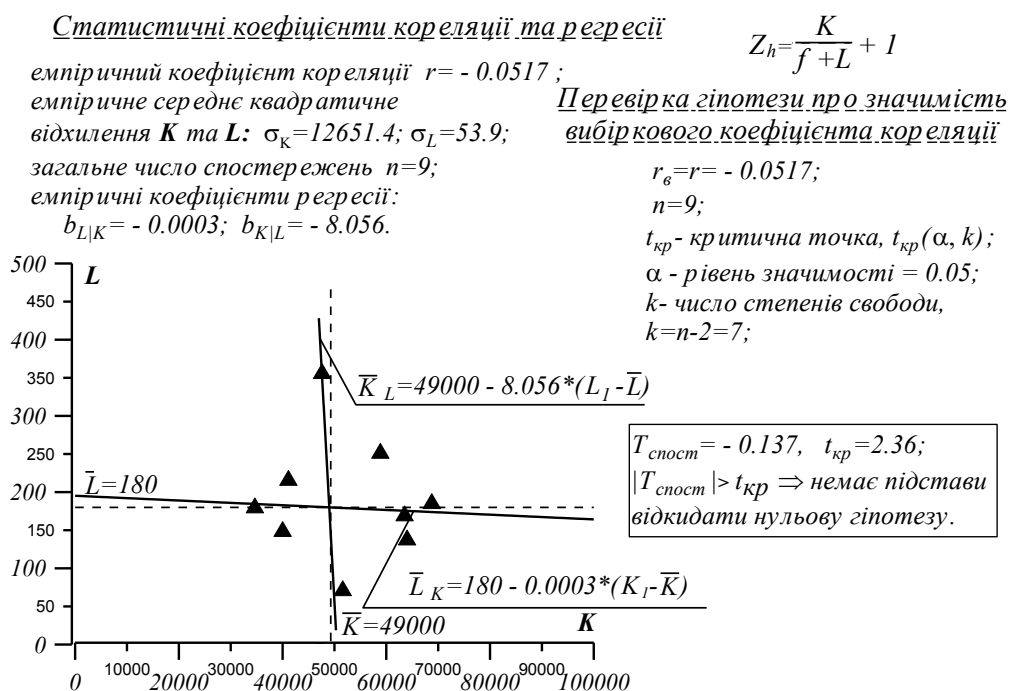


Рис. 2. Дослідження залежності (кореляції) коефіцієнтів K та L для однієї особи

Оскільки аргументи K, L незалежні (некорельовані, рис. 2 і 3), тому можемо записати:

$$\sigma_{Z_h} \approx \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial K}\right)_0^2 \sigma_K^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial L}\right)_0^2 \sigma_L^2}. \quad (2)$$

Такий висновок дає змогу отримати параметри частотних характеристик спільноти людей для будь-яких ймовірностей за мінімальної кількості дослідів на людях.

На рис. 4 за (2) побудовані частотні характеристики, що з певною імовірністю обмежують зону розташування конкретної частотної характеристики особи.

Статистичні коефіцієнти кореляції та регресії

емпіричний коефіцієнт кореляції $r=0.185$;
 емпіричне середнє квадратичне відхилення **K** та **L**: $\sigma_K=13684.66$; $\sigma_L=67.63$;
 загальне число спостережень $n=39$;
 емпіричні коефіцієнти регресії:
 $b_{L|K}=0.00092$; $b_{K|L}=37.485$.

$$Z_h = \frac{K}{f+L} + 1$$

Перевірка гіпотези про значимість вибіркового коефіцієнта кореляції

$r_e=r=0.185$;
 $n=39$;
 $t_{кр}$ - критична точка, $t_{кр}(\alpha, k)$;
 α - рівень значимості = 0.05;
 k - число степенів свободи,
 $k=n-2=37$;

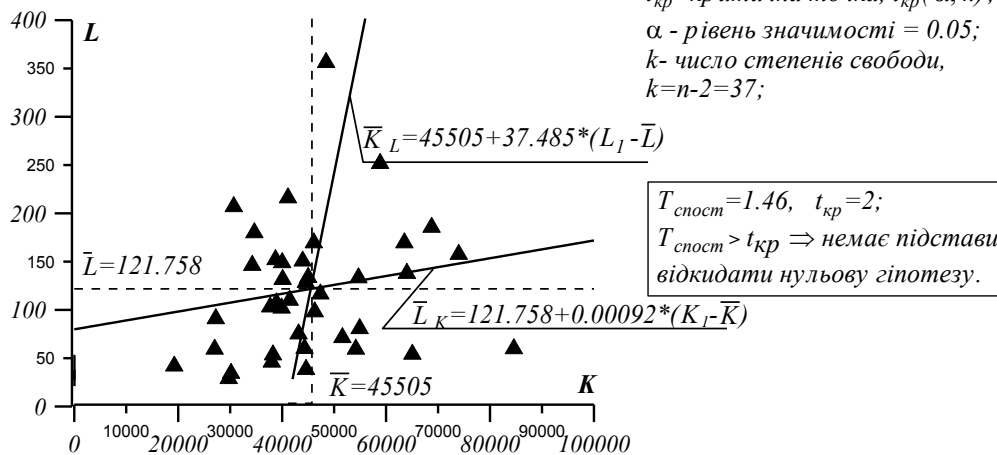


Рис. 3. Дослідження залежності (кореляції) коефіцієнтів **K** та **L** для групи осіб

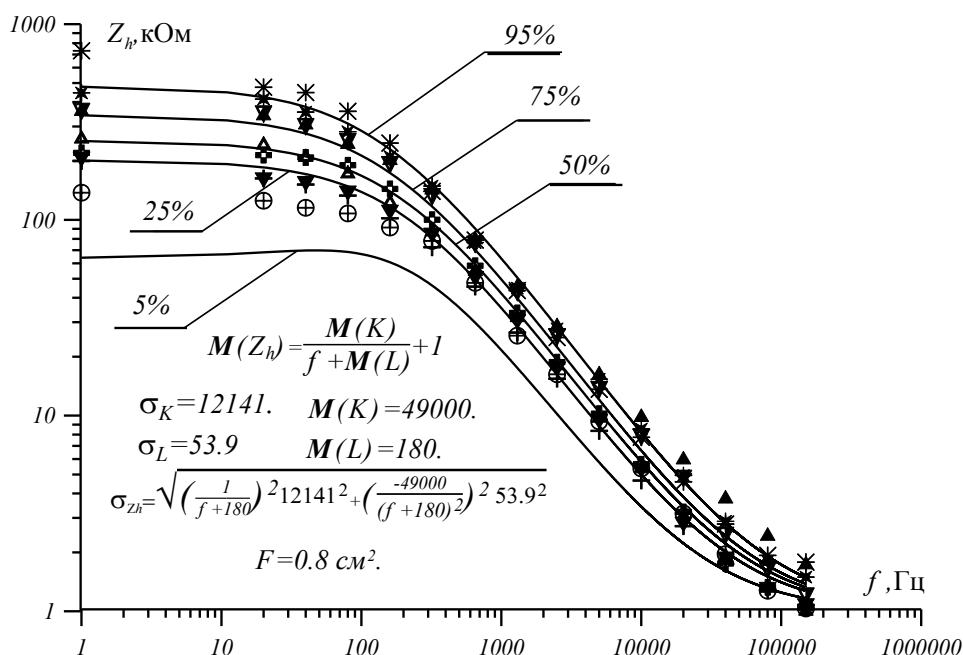


Рис. 4. Частотні характеристики тіла людини (різної ймовірності)

За ВАХ тієї самої особи, знятих на постійній напрузі (рис. 1, б) з приведенням її параметрів до моменту часу $t = 0$, за методикою [5] будували нелінійну модель тіла людини. З використанням синтезованої моделі тіла людини за допомогою цифрового комплексу RE [7] проводився математичний експеримент визначення ВАХ для напруги дотику з частотою 50 Гц.

Ці розрахункові характеристики порівнювалися з експериментально знятими в той самий день характеристиками для $f=50$ Гц (рис. 5). Таке порівняння показало наявність випадків доброї збіжності та випадків значного розходження характеристик. Причини розходження наведені вище.

Отже, можна ставити питання лише про ймовірність належної збіжності, що зумовлює необхідність опрацювання експериментальних і розрахункових результатів методами теорії ймовірності та математичної статистики.

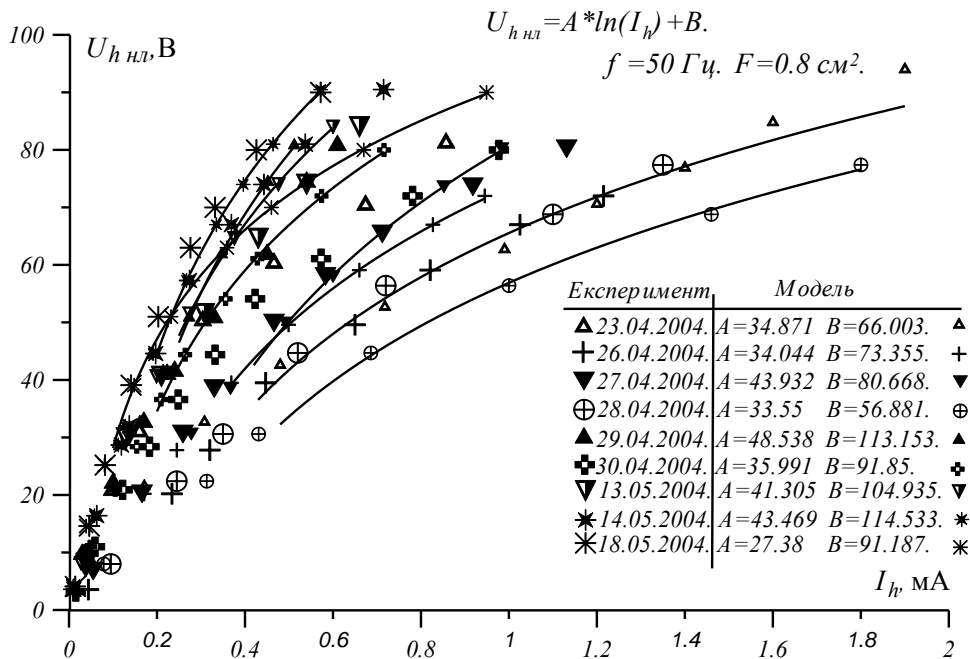


Рис. 5. Експериментальні та змодельовані ВАХ тіла людини

Як відомо з [8], розподіл коефіцієнтів A та B ВАХ ($U_{h_{нл}} = A \cdot \ln(I_h) + B$) як незалежних випадкових величин підпорядковується нормальному закону з середньоквадратичним відхиленням (σ_A , σ_B) від математичного сподівання $M(A)$ та $M(B)$. Функції розподілу цих величин і їх числові характеристики для нульової та промислової частоти показані на рис. 6.

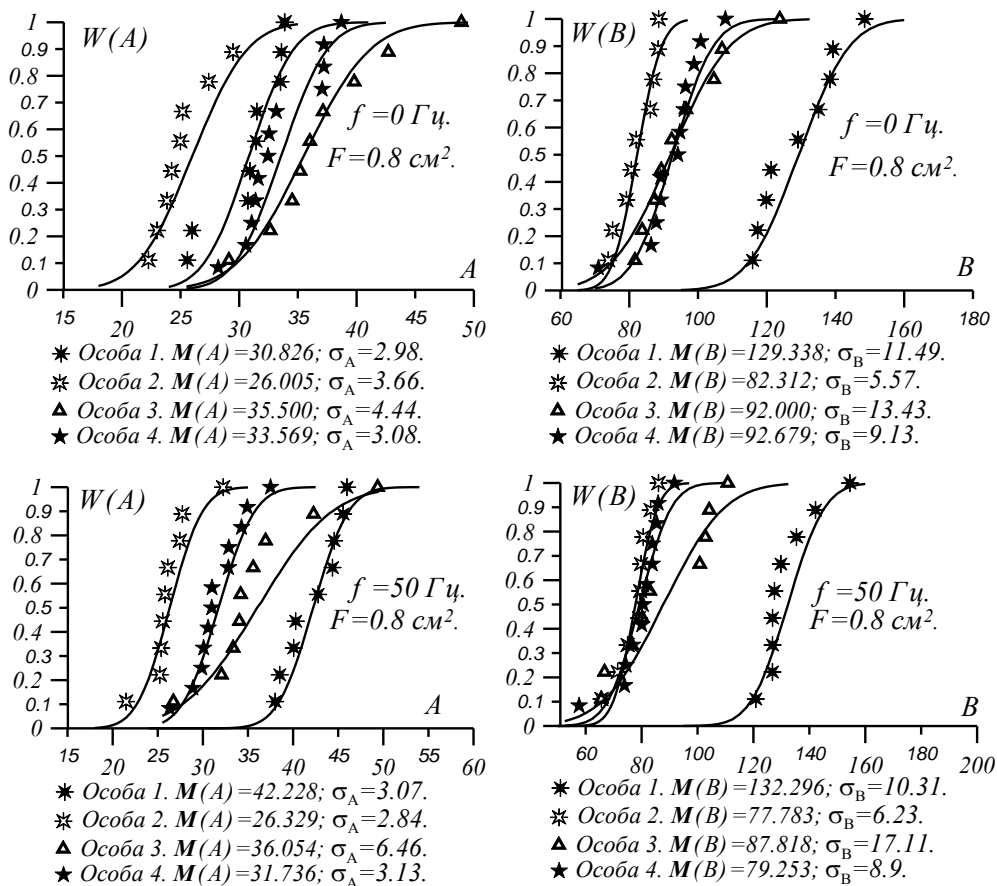


Рис. 6. Функції розподілу коефіцієнтів ВАХ за даними натурного експерименту

На рис. 7 показані експериментальні точки ВАХ на частоті $f = 50$ Гц (для чотирьох осіб). Там же нанесені розрахункові точки характеристик, отриманих з використанням окремих моделей тіла. Експериментальні та розрахункові точки групуються приблизно в однаковій зоні графіків, тобто з позицій статистики є несуперечливими. Порівняння числових характеристик нормального розподілу визначальних коефіцієнтів апроксимуючих функцій ВАХ, отриманих за допомогою моделі з відповідними коефіцієнтами натурного експерименту, показує їх добру збіжність (таблиця).

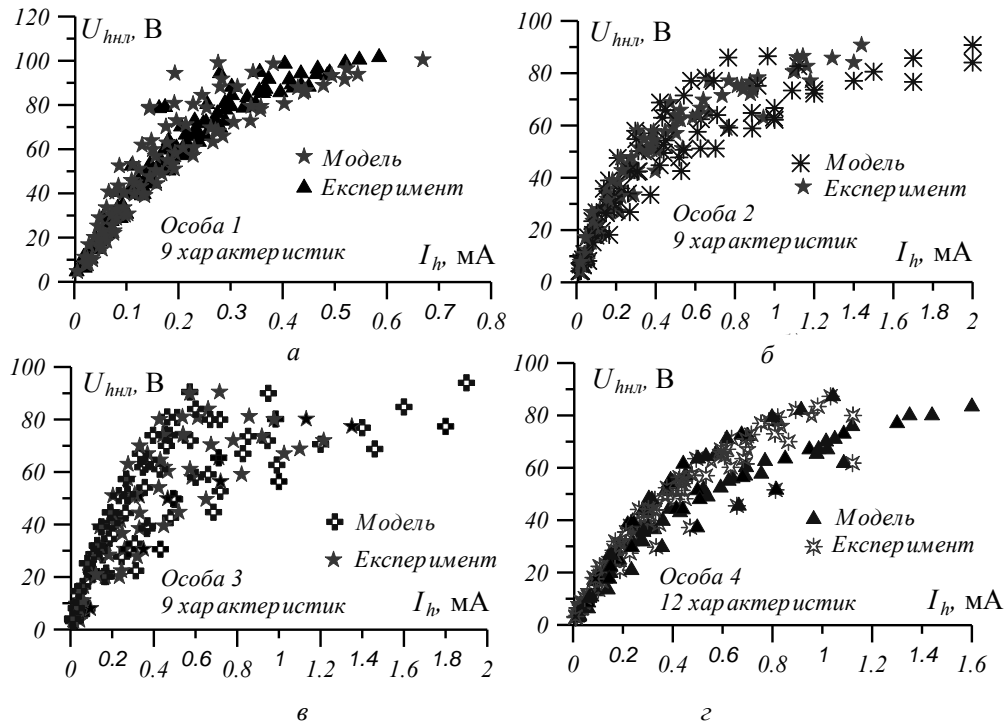


Рис. 7. Експериментальні і розрахункові вольт-амперні характеристики для чотирьох осіб

Числові характеристики розподілу визначальних коефіцієнтів апроксимуючих функцій ВАХ

№ особи	Модель				Експеримент			
	$M(A)$	σ_A	$M(B)$	σ_B	$M(A)$	σ_A	$M(B)$	σ_B
Особа 1	43.376	6.414	139.295	22.92	42.228	3.07	132.296	10.31
Особа 2	27.833	5.43	76.597	12.31	26.329	2.84	77.783	6.23
Особа 3	38.120	6.68	88.062	20.52	36.054	6.46	87.818	17.11
Особа 4	31.281	5.09	78.553	15.91	31.736	3.13	79.253	8.9

З їх порівняння зрозуміло, що моделювання з використанням математичного сподівання коефіцієнтів A та B апроксимуючих функцій (50 % ймовірність) за множиною експериментальних характеристик на постійній напрузі дає змогу відтворити дійсну ВАХ тіла на змінній напрузі з похибкою, що не перевищує 1 %. Але середньоквадратичне відхилення розрахункових характеристик приблизно в 2 рази більше від експериментальних, що пов'язано з більшим значенням σ_A , σ_B для характеристик на постійній напрузі.

Для побудови ВАХ узагальненої імовірносної моделі тіла людини з математичним сподіванням змінної напруги дотику [6] рекомендує спиратися на математичне сподівання параметрів визначальних характеристик, тобто частотної та ВАХ на постійній напрузі. Характеристики з імовірностями, що відрізняються від 50 %, будуються з використанням наперед встановленого значення σ_U .

На рис. 8 показано множину дослідних точок дев'яти експериментально знятих на частоті 50 Гц ВАХ однієї особи; граничні для різної імовірності ВАХ цієї ж особи, побудовані за числовими

характеристиками випадкових коефіцієнтів A та B апроксимуючої функції ВАХ, що визначені на основі множин дослідних точок експериментально знятих характеристик (позначка “експеримент”); аналогічні граничні ВАХ, побудовані за числовими характеристиками випадкових коефіцієнтів, що визначені на основі множин дослідних точок математичних експериментів з використанням синтезованих нелінійних моделей тіла (позначка “модель”); ВАХ моделі тіла синтезованої за частотною характеристикою 50 % імовірності та ВАХ 50 % імовірності особи на постійній напрузі (позначка “50 % ЧХ, 50 % ВАХ”).

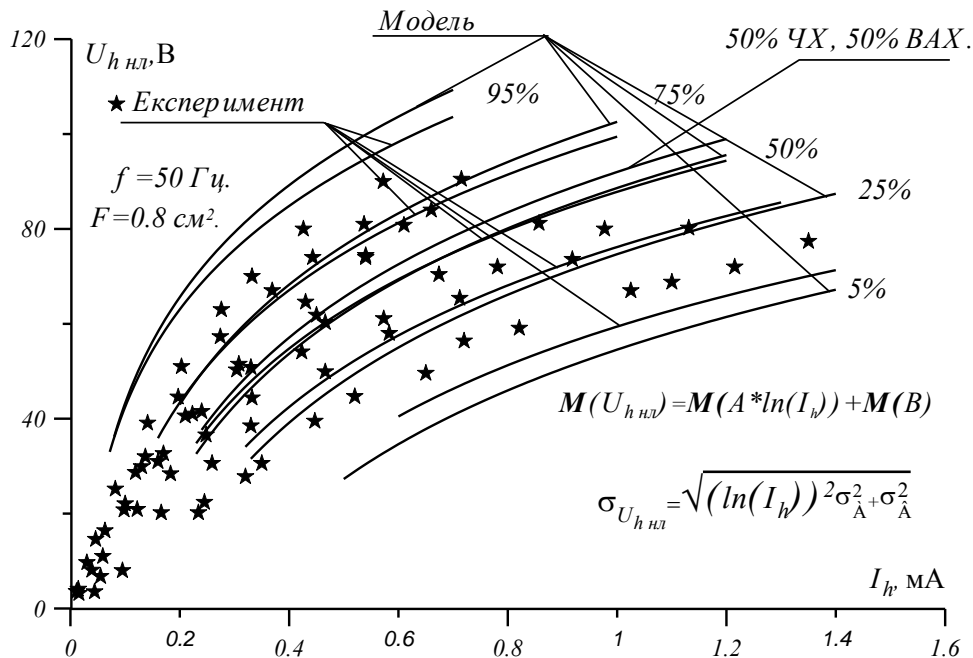


Рис. 8. Експериментальні та розрахункові імовірнісні ВАХ особи за множинами дослідних даних, одержаних натурними (експеримент) та математичними (модель) експериментами

Висновки: 1. Відсутність кореляційного зв'язку між визначальними коефіцієнтами K і L апроксимуючих функцій частотних характеристик обґрунтовує можливість зменшення кількості експериментальних дослідів на групі людей.

2. Опрацьований метод одержання імовірнісних ВАХ тіла людини шляхом математичних експериментів на синтезованих моделях тіла людини.

3. Граничні ВАХ, яким відповідають мінімальні значення опору тіла, створюють передумови обґрунтованого нормування допустимих електричних дій.

4. Граничні ВАХ, яким відповідають максимальні значення опору тіла, необхідні для перевірки чутливості пристроїв захисту від електричних уражень.

1. Никонєць Л., Маліновський А., Комаров В., Натальченко В., Черемних Є. Синтезування і тестування моделі тіла людини як елемента електричного кола // Вісн. Нац. ун-ту “Львівська політехніка”. – 2000. – № 403. – С. 114–119. 2. Никонєць Л., Маліновський А., Комаров В., Натальченко В. Лінійна модель тіла людини як елемента електричного кола // Тези доп. 3-ї Міжнар. наук.-техн. конф. “Математичне моделювання в електротехніці, електроніці та електроенергетиці”. – Львів, 1999. – С. 193–194. 3. Никонєць Л.О., Маліновський А.А., Лисяк Г.М., Феценко П.П., Мальцева Н.Г. Частотні характеристики тіла людини // Енергетика і електрифікація. – 1999. – № 5. – С. 34–37. 4. Никонєць Л.О., Маліновський А.А., Комаров В.І. Необоротні явища в тілі людини у випадку дії на нього змінної напруги // Вісн. Нац. ун-ту “Львівська політехніка”. – 2002. – № 449. – С. 143–150. 5. Никонєць Л.О., Маліновський А.А., Шелєх Ю.Л. Математична модель взаємодії організму людини з джерелом постійної напруги // Вісн. Нац. ун-ту “Львівська політехніка”. – 2003. – № 487. – С. 102–107. 6. Дунин-Барковський І.В., Смирнов Н.В.

Теория вероятностей и математическая статистика в технике (общая часть). – М.: Гос. изд-во техн.-теорет. лит., 1955. – 556 с. 7. Равлик О.М., Гречин Т.М., Иванюк В.С. Цифровий комплекс для аналізу роботи та проектування пристроїв релейного захисту й автоматики (програма RE) // Вісн. Держ. ун-ту “Львівська політехніка”. – 1997. – № 340. – С. 96–101. 8. Никонець Л.О., Малиновський А.А., Голубов С.В. Параметри вольтамперних характеристики людей за дії напруги промислової частоти // Вісн. Нац. ун-ту “Львівська політехніка”. – 2004. – № 511. – С. 71–81.

УДК 621.311.317

О.М. Равлик

Національний університет “Львівська політехніка”,
кафедра ЕС

МЕТОДИ РОЗВ’ЯЗУВАННЯ ДИФЕРЕНЦІЙНО-ІНТЕГРАЛЬНО-СКІНЧЕННИХ РІВНЯНЬ ПЕРЕХІДНИХ ПРОЦЕСІВ ЕЛЕКТРОТЕХНІЧНИХ СИСТЕМ

© Равлик О.М., 2005

Проведено аналіз методів розв’язування диференційно-інтегрально-скінченних рівнянь перехідних процесів електротехнічних систем. Запропоновані явний і неявний однокрокові методи інтегрування на основі обчислення та компенсації локальної похибки. Визначені області їх застосування.

Is done analysis methods of untiing differntial-integrally-algebraic equations of transitional processes of electrotechnical systems. Offered explicit and implicit one-step integration methods based on calculation and compensation of local error. Definite domains of their applications.

Постановка проблеми. Перехідні процеси в електротехнічних системах (ЕТС) в загальному випадку описуються системами диференційних, інтегральних, диференційно-інтегральних та скінченних рівнянь. Для розв’язування таких систем рівнянь використовуються явні і неявні однокрокові та багатокрокові методи числового інтегрування. Незважаючи на широкий спектр методів числового інтегрування під час моделювання перехідних процесів в ЕТС практичне застосування отримали однокрокові явні методи Рунге–Кутти 3-го і 4-го порядків та багатокроковий неявний метод формул диференціювання назад (ФДН) [1, 2].

Аналіз останніх досліджень. Одним з важливих показників методів числового інтегрування є можливість оцінювання локальної похибки інтегрування. Оцінювання локальної похибки під час розв’язування диференційних рівнянь явними методами на інтервалі часу від t до $t+h$ здійснюється методами екстраполяції (один раз з кроком h та два рази з кроком $h/2$), чи вкладеними методами (шляхом подвійного розрахунку методами різних порядків), або у дуже рідких випадках (метод Кутти–Мерсона) за допомогою спеціальних виразів для обчислення значення локальної похибки [1]. Недоліком таких підходів є те, що оцінка локальної похибки здійснюється порівнянням двох величин, отриманих з невідомою похибкою. Отже, під час використання цих методів можна говорити лише про оцінку наближеної локальної похибки. У [3] запропоновано метод реверсного оцінювання локальної похибки. Ці методи, по-перше, потребують значних додаткових обчислень, по-друге, не забезпечують однозначно бажану точність, по-третє, вимагають посередньої оцінки локальної похибки на основі певних практичних рекомендацій.

Серед неявних багатокрокових методів оцінювання локальної похибки найпростіше здійснюється в методі ФДН [2]. Однак поряд з певними перевагами (відсутності необхідності зведення системи рівнянь до нормальної форми Коші, автоматичним вирішенням проблеми розв’язування