

Висновки. Для розрахунку стаціонарних динамічних режимів роботи АД при періодичному навантаженні у випадку, коли період зміни моменту навантаження значно перевищує період напруги живлення, доцільно використовувати систему координатних осей x, y . При цьому координати стаціонарного режиму АД змінюються з частотою зміни моменту навантаження. Такий підхід дає змогу розглядати задачу розрахунку періодичного режиму як крайову і при цьому отримати періодичні залежності координат без розв'язування задачі в часовій області методом усталення.

1. Копылов И.П., Фильц Р.В., Яворский Я.Я. Об уравнениях асинхронной машины в различных системах координат // Изв. вузов СССР. Электромеханика. – 1986. – № 3. – С. 22–33. 2. Маляр В.С. Основные положения сплайн-метода расчета периодических режимов работы электрических цепей // Электроника и связь. – 1998. – Вып. 5. – С. 11–14. 3. Проектирование электрических машин / Под ред. И.П. Копылова. – М.: Энергия, 1980. – 496 с. 4. Сипайлов Г.А., Кононенко Е.В., Хорьков К.А. Электрические машины (Специальный курс). – М.: Высш. шк., 1987. – 287 с. 5. Попович М.Г., Ковальчук О.В. Теорія автоматичного керування. – К.: Либідь, 1997. – 544 с. 6. Фильц Р.В. Математические основы теории электромеханических преобразователей. – К.: Наук. думка, 1979. – 208 с.

УДК 629.735.015.4:537.221.005.57(045)

М.П. Мухіна
Національний авіаційний університет

ДОСЛІДЖЕННЯ ЕЛЕКТРОМАГНІТНИХ ПОЛІВ, ЩО ДІЮТЬ НА БОРТОВЕ ОБЛАДНАННЯ ПРИ РОЗРЯДІ БЛИСКАВКИ

© Мухіна М.П., 2005

Досліджено та проаналізовано електромагнітні ефекти, що виникають при розряді блискавки у літак. Запропоновано вдосконалене представлення струму блискавки, що є чинником електромагнітного поля. Спрощено геометрію обшивки літака через введення коефіцієнтів Ляме у вираз для знаходження функції потоку. Досліджуване електромагнітне поле подано через скалярну функцію – функцію потоку. Наведено результати моделювання поля блискавки для деяких випадків.

It is in-process investigational and electromagnetic effects which arise up at the digit of lightning in an airplane are analysed. The improved presentation of current of lightning, that is the factor of the electromagnetic field is offered. Simplified geometry of edging of airplane through introduction of coefficients of Ляме to expression for finding of function of stream. The explored electromagnetic field is represented through a scalar function – function of stream. The results of design of the field of lightning are resulted for some cases.

Актуальність дослідження. Розряд блискавки у літак та протікання струму блискавки по обшивці створюють потужні електромагнітні поля, що активно взаємодіють з електричними колами бортового обладнання (БО). Це може призвести до порушень у роботі БО та, як наслідок, викликати авіаподію.

Вирішення проблеми забезпечення необхідного рівня стійкості БО до електромагнітних полів блискавки полягає, по-перше, в попередньому оцінюванні поля, а по-друге, у завчасному впровадженні схемотехнічних засобів блискавкозахисту у конструкцію апаратури.

Тому математичне моделювання електромагнітних полів блискавки, що діють на літак, являє собою значний інтерес для досліджень, оскільки експериментальне моделювання має низку недоліків. Це передусім значні витрати часу та коштів на проведення високовольтних модельних

або натурних випробувань літака, крім того, експериментальні результати отримують на завершальних етапах, коли внесення доробок у конструкцію БО являє собою значну складність.

Постановка задачі дослідження. У тривимірному просторі R_3 обшивка літака займає обмежену область D , границю якої можна порівняти з тонкою провідною оболонкою Ω . Серединну поверхню S задаємо параметричним рівнянням

$$r = r(u, v) = \{x(u, v), y(u, v), z(u, v)\}.$$

Гладкість S дає змогу розглядати в кожній точці (u, v) нормаль $n(u, v)$, що визначається диференціалами r_u і r_v .

Сітка (u, v) вважається ортогональною, так що елемент відстані dL на S виражається формулою

$$dL^2 = dr^2 = |r_u|^2 du^2 + |r_v|^2 dv^2 = \gamma_1^2 du^2 + \gamma_2^2 dv^2, \quad (1)$$

де γ_1^2 і γ_2^2 – компоненти діагонального метричного тензора. Друга квадратична форма теж буде діагональною, а саме:

$$(r_{uv} \cdot n) = 0, (r_u \cdot n_u) = \beta_1, (r_v \cdot n_v) = \beta_2. \quad (2)$$

В околі S вводиться просторова ортогональна параметризація (u, v, ζ) шляхом приєднання (u, v) нормальної до S координати ζ . Просторовий радіус-вектор \mathbf{R} пов'язаний з поверхневим співвідношенням

$$\mathbf{R} = R(u, v, \zeta) = r(u, v) + \zeta \cdot n(u, v),$$

за допомогою якого легко знайти базисні диференціали:

$$R_u = r_u + \zeta \cdot n_u, R_v = r_v + \zeta \cdot n_v, R_\zeta = n.$$

Вони ортогональні, тому просторовий метричний тензор теж буде діагональним, зокрема

$$\lambda_i^2 = g_{ii} = (R_i \cdot R_i) = (r_i \cdot r_i) + 2\zeta(r_i \cdot n_i) + \zeta^2(n_i \cdot n_i) \quad (i=1,2). \quad (3)$$

Використовуючи наближення, пов'язане з малою товщиною оболонки Ω , нехтуємо останнім доданком, що містить коефіцієнти третьої квадратичної форми, через малість множника ζ^2 . Отже, згідно з позначеннями (1) і (2) просторові коефіцієнти Ляме λ_k з точністю до першого степеня ζ виражаються зі співвідношень (3) такою формулою:

$$\lambda_k = |R_k| = \sqrt{\gamma_k^2 + 2\zeta\beta_k} = \gamma_k + \frac{\zeta\beta_k}{\gamma_k} \quad (k=1,2) \quad (4)$$

$$\left(\gamma_k + \frac{\zeta\beta_k}{\gamma_k}\right)^2 = \gamma_k^2 + 2\zeta\beta_k + \frac{\zeta^2\beta_k^2}{\gamma_k^2} \approx \gamma_k^2 + 2\zeta\beta_k \quad \left(\frac{\zeta^2\beta_k^2}{\gamma_k^2} \rightarrow 0\right).$$

Третій коефіцієнт λ_3 тут вираховується точно і дорівнює 1.

Поза літаком середовище Ω_0 – діелектричне (повітря) і лише в ньому наявні рухомі заряди. Траєкторії останніх імітуються лініями потоку, що стають провідними за зміни агрегатного стану середовища Ω_0 (плазмовий стан повітря). Під час грозового розряду створюється гіллястоподібна система провідних каналів вздовж основного. Такі струми \mathbf{J} (сторонні) є єдиними чинниками електромагнітних процесів в Ω .

Нехтуючи густиною провідних каналів і струмами зміщення, що виникають внаслідок електричної поляризованості повітря за високої частоти в Ω_0 , можна записати найпростішу систему рівнянь $\text{rot } \mathbf{H} = \mathbf{J}$ щодо магнітного поля \mathbf{H} . Вона має безліч розв'язків, серед яких виділимо соленоїдальний в Ω і тангенціальний на S розв'язок. Позначимо його літерою $\mathbf{\Gamma}$, так що

$$\text{rot } \mathbf{\Gamma} = \mathbf{J}, \text{div } \mathbf{\Gamma} = 0 \text{ в } \Omega_0, \mathbf{\Gamma}_n = 0 \text{ на } S, \quad (5)$$

тобто $\mathbf{\Gamma}$ є векторним потенціалом сторонніх струмів \mathbf{J} .

Вектор $\mathbf{\Gamma}$ знаходиться в єдиний спосіб і задає тангенціальне на $S = \partial\Omega$ поле $\mathbf{\Gamma}_\tau$. Надалі $\mathbf{\Gamma}_\tau$ можна вважати вихідними даними, і далі буде показано, що цього досить для визначення магнітного поля \mathbf{H} в Ω . Відтак поставимо задачу дещо інакше, сформулювавши її як задачу про знаходження тангенціального на S поля $\mathbf{\Gamma}_\tau$, що є слідом \mathbf{H} в Ω на поверхні S .

В області Ω система рівнянь Максвелла дещо складніша, хоча у ній відсутні сторонні струми \mathbf{J} . Натомість тут присутні струми провідності \mathbf{I} , які в найпростішому випадку пропорційні до напруженості електричного поля \mathbf{E} з коефіцієнтом σ , що відображає провідність середовища Ω .

Отже, справедливо, що $\mathbf{I} = \sigma\mathbf{E}$, а $\mathbf{J} = 0$ в області Ω , і тоді рівняння Максвелла наберуть вигляду

$$\text{rot } \mathbf{H} = \sigma\mathbf{E}, \quad \text{div } \mathbf{E} = 0 \text{ в } \Omega. \quad (6)$$

Тут кількість ліній \mathbf{B} магнітного потоку Φ пропорційна до магнітного поля \mathbf{H} з коефіцієнтом μ , який називається магнітною проникністю середовища Ω .

В області Ω_0 система рівнянь Максвелла збігається з (6), в якому $\sigma\mathbf{E}$ замінено на \mathbf{J} , тому що \mathbf{E} в Ω_0 визначене з точністю до потенціальної складової функції. Це означає, що в Ω потенціальна складова $\text{rot } \mathbf{H}$ може бути проігнорована або віднесена до $\sigma\mathbf{E}$. В Ω_0 за знайденим вектором \mathbf{G} можна знайти $\mathbf{E} = \boldsymbol{\varepsilon}$ так, щоб виконувались умови

$$\text{rot } \boldsymbol{\varepsilon} = -\mu \mathbf{G}_\tau, \quad \text{div } \boldsymbol{\varepsilon} = 0 \text{ в області } \Omega_0, \quad \varepsilon_\tau = 0 \text{ на поверхні } S. \quad (7)$$

Вектор $\mathbf{E} - \boldsymbol{\varepsilon}$ є потенціальний і залишається в нашому розпорядженні.

Отже, на S поле \mathbf{H} тангенціальне, а електричне поле \mathbf{E} нормальне з точністю до потенціальної складової. Це означає, що спряження E_τ на S рівноцінне спряженню B_n ; адже тоді E_τ збігається з точністю до потенціальної функції на S , що завжди можна здійснити в Ω_0 , оскільки тут присутній $\text{rot } \mathbf{E}$.

Поле \mathbf{J} і функції \mathbf{G} і $\boldsymbol{\varepsilon}$ практичної цінності не мають, адже нас цікавить лише поле в області Ω , структуру якого було визначено на S . Згадуючи, що для провідних оболонок властивий скін-ефект, можна вважати поле \mathbf{H} в Ω плоским, а поле \mathbf{E} – нормальним з точністю до потенціальної складової.

Розв'язок поставленої задачі. Поля \mathbf{E} і \mathbf{H} реалізуються за допомогою двох скалярних функцій h і e , що є нормальними складовими векторів $(0, 0, h)$ і $(0, 0, e)$. Нехай останній вектор збігається з $\boldsymbol{\varepsilon}$, а \mathbf{G} збігається з вихором h . Тоді

$$\mu \text{rot } h_t + \text{rot } e = 0 \Rightarrow \mu h_t + e = \nabla\varphi,$$

що разом з першим рівнянням (6) дає

$$\sigma\mu h_t = -\text{rot rot } h + \nabla\varphi = \Delta h. \quad (8)$$

Величина $\nabla\varphi$ дає можливість визначення потенціальної складової подвійного вихору h . Нормальна складова H_n на S буде відсутня, а тангенціальна H_τ і є об'єктом подальшого дослідження і зводиться до визначення скалярної функції h . Коректність цих міркувань, очевидно, оцінюється наявністю і порядком тангенціальної складової подвійного вихору h .

Скаляр h ще називається функцією потоку і тоді будь-який соленоїдальний вектор подається у вигляді $\left\{ \frac{h_v}{\lambda_2}, -\frac{h_u}{\lambda_1} \right\}$, так що до ротора h додається лише нульова третя координата. Тоді

$$\text{rot rot } h = \left\{ \frac{1}{\lambda_2} \left(\frac{\lambda_2}{\lambda_1} h_u \right)_\zeta, \frac{1}{\lambda_1} \left(\frac{\lambda_1}{\lambda_2} h_v \right)_\zeta, -\frac{1}{\lambda_1 \lambda_2} \left[\left(\frac{\lambda_2}{\lambda_1} h_u \right)_u + \left(\frac{\lambda_1}{\lambda_2} h_v \right)_v \right] \right\}$$

або після виокремлення потенціальної складової ∇h_ζ

$$\text{rot rot } h = \nabla h_\zeta + \left\{ \frac{h_u}{\lambda_2} \left(\frac{\lambda_2}{\lambda_1} \right)_\zeta, \frac{h_v}{\lambda_1} \left(\frac{\lambda_1}{\lambda_2} \right)_\zeta, -\frac{1}{\lambda_1 \lambda_2} \left[\left(\frac{\lambda_2}{\lambda_1} h_u \right)_u + \left(\frac{\lambda_1}{\lambda_2} h_v \right)_v - h_{\zeta\zeta} \right] \right\}.$$

Допускаючи домінування третьої координати, отримаємо таке рівняння:

$$\lambda_1 \lambda_2 (\sigma\mu h_t - h_{\zeta\zeta}) = \left(\frac{\lambda_2}{\lambda_1} h_u \right)_u + \left(\frac{\lambda_1}{\lambda_2} h_v \right)_v. \quad (9)$$

Оцінка перших компонент дає змогу знайти умови, за яких домінує нормальна складова подвійного ротора h .

Згідно з (4) коефіцієнти λ_k залежать від ζ , що є малим параметром, тому в нульовому наближенні λ_k в (9) необхідно замінити на γ_k . Наступні наближення матимуть нижчий порядок і поки що будуть віднесені до величин, сумірних з тангенціальними компонентами $\text{rot rot } h$. Отже, в (9) вважатимемо $\lambda_k = \gamma_k$, а розв'язок надалі подаватимемо у вигляді

$$h \rightarrow \gamma(t, \zeta) \cdot h(u, v) \Rightarrow \sigma \mu \gamma_t - \gamma_{\zeta\zeta} = -m^2 \gamma. \quad (10)$$

Відокремлення змінних t, ζ від u, v дає можливість розв'язувати рівняння (10) за фіксованих u і v , тобто локально в кожній точці Ω визначити функцію потоку h вздовж координати ζ протягом імпульсної дії блискавки $t \in (0, \tau)$.

Інтенсивність блискавки є неоднорідна, проте безінертність дифузії дає змогу розв'язувати задачу на окремих ділянках часу, які практично не взаємодіють між собою. Показовою тут є ділянка висхідної дії, коли протягом декількох мікросекунд інтенсивність досягає максимального значення [1].

Апроксимуючи еволюцію h експонентою і застосовуючи до рівняння (10) метод відокремлення змінних, отримаємо

$$\gamma = \gamma(\zeta) e^{\alpha t} \Rightarrow \gamma_{\zeta\zeta} = (\sigma \mu + m^2) \gamma \Rightarrow \gamma e^{-\beta \zeta + \alpha t}.$$

Параметр α характеризується кратністю M зростання потужності розряду на висхідній ділянці τ апроксимації блискавки. Вважаючи параметр μ близьким до магнітної проникності вакууму, а провідність σ близькою до порядку провідності алюмінієвих сплавів

$$\mu \sim \frac{4\pi}{10^7 \text{ Ом} \cdot \text{см}}, \quad \sigma \sim 36 \cdot 10^4 \frac{\text{Ом} \cdot \text{с}}{\text{см}} \Rightarrow \sigma \mu \sim 1.4\pi \frac{\text{с}}{\text{дм}^2}, \quad (11)$$

можна знайти

$$e^{\alpha \tau} = M = 200, \quad \tau = 10^{-6} \text{ с} \Rightarrow \sigma \mu \alpha \sim \left(\frac{50}{\text{мм}} \right)^2, \quad \gamma \sim e^{-50 \zeta}, \quad (12)$$

що відповідає ефекту сильного скін-шару.

На нисхідній ділянці $\alpha < 0$, і тому залежність буде тригонометричною. Практичні спостереження вказують, що скін-ефект властивий протягом всього періоду дії блискавки, що становить порядок $10^{-4} \text{ с} \approx \tau$. На щастя, інший тип розв'язків (автомодельні розв'язки) позбавлений цих недоліків:

$$h = h\left(\frac{\zeta}{\sqrt{t}}\right) = h(u) \Rightarrow -\sigma \mu h_t \frac{\zeta}{2t\sqrt{t}} = \frac{h_{\zeta\zeta}}{t}.$$

Для таких розв'язків характеристикою скін-шару є величина τ , тобто вони добре узгоджуються з імпульсними струмами.

Отримане рівняння легко перетворюється:

$$\frac{h_{\zeta\zeta}}{h_t} + \sigma \mu \frac{u}{2} = 0 \Rightarrow h_t = \bar{h}_t \exp\left(\frac{\sigma \mu u^2}{2}\right) \Rightarrow h = \bar{h} + \bar{h}_t \int_0^u \exp\left(-\frac{\sigma \mu}{4} y^2\right) dy.$$

Константи інтегрування \bar{h} і \bar{h}_t є значеннями h і похідної по координаті u на поверхні $\zeta=0$. При $\bar{h}_t < 0$ функція h згасає вздовж координати ζ і інтенсивність згасання слабшає при зростанні t . Користуючись позначеннями стандартних інтегралів [2], знайдемо остаточно:

$$h = \bar{h} \left[1 - \frac{2}{\sqrt{\pi}} \text{erf}\left(\frac{\zeta}{2} \sqrt{\frac{\sigma \mu}{t}}\right) \right] \left(\text{erf}(x) = \int_0^x e^{-y^2} dy \rightarrow \frac{\sqrt{\pi}}{2} \right). \quad (13)$$

Розв'язками (10) будуть і похідні h_t першої і вищих порядків. Це означає, що (13) можна використовувати за апроксимації дії блискавки лініями або параболою. Згідно з даними (11) формулою (13) виражається похідна h_t з константою $\bar{h}_t = \frac{M}{\tau}$.

На висхідній ділянці буде аналогічна формула, в якій інтегрування ведеться від 0 до t .

Після вибору кусково-лінійної складової залишається осциляційна частина, яку можна апроксимувати тригонометричною функцією. Основний внесок тут дає функція з періодом $\frac{\pi}{\tau}$, несиметричність якої можна корегувати експоненціальним множником. Отже, на проміжку $(0, \tau)$ обирається така функція:

$$h \rightarrow h(\zeta) \sin^2 \frac{\pi}{\tau} t \cdot e^{at} = h(\zeta) \operatorname{Im} e^{(\alpha+i\omega)t} \left(\omega = \frac{2\pi}{\tau} \right). \quad (14)$$

Повертаючись до (10), введемо такі позначення:

$$\sigma\mu\alpha - m = \lambda, \quad \sqrt{\lambda + i\omega} = \pm(-\eta + i\theta). \quad (15)$$

Згідно з (15) розв'язки наберуть вигляду

$$h = e^{\pm(-\eta+i\theta)t} e^{(-\lambda-i\omega)t} = e^{-\eta\zeta-\lambda t} e^{i(\pm\theta\zeta-\omega t)}.$$

Дійсна та уявна частини цього виразу є розв'язками (10), тому їх комбінація приводить до остаточної формули

$$h = ae^{\pm\eta\zeta-\lambda t} \cos(\pm v\zeta - \omega t + \psi). \quad (16)$$

Крім амплітуди a , тут важливу роль може відігравати фаза ψ . Вплив параметра m тут неістотний, проте його не можна задавати довільно. Згідно з (9) ми знаходимо, що

$$\left(\frac{\lambda_2}{\lambda_1} h_u \right)_u + \left(\frac{\lambda_1}{\lambda_2} h_v \right)_v = -m^2 \lambda_1 \lambda_2 h. \quad (17)$$

Можливість детального аналізу рівняння (10) пов'язана зі специфікою області Ω як провідної тонкостінної оболонки. Отже, було вичерпано врахування малої товщини і зведено задачу до рівняння (17). Спочатку проблему сторонніх струмів \mathbf{J} поза оболонкою було зведено до знаходження тангенціального поля Γ_τ на S . Потім це поле подається у вигляді $\operatorname{rot} h$ функцією потоку h , для якої і було отримано рівняння (17).

Замкнутість і гладкість многовиду S гарантує дискретність спектра $\{m_k, h_k\}$, його ортонормованість і повноту. Детальніших результатів без конкретизації класу многовидів S отримати неможливо, тому необхідно виділити нові характеристики оболонки, що призведуть до певної класифікації.

Насамперед виділяють протяжні оболонки, в яких один розмір (довжина) істотно переважає інший (ширину або товщину). Цей чинник враховується вибором координатної сітки (u, v) , вважаючи координату u поздовжньою, а v – радіальною (поперечною). Тоді координата v завжди буде періодичною (циклічною), а межі 0 і L координати u пов'язані з сингулярностями поля h , тобто з входом та виходом розряду блискавки. В зв'язку з цим природно u -лінії називати меридіанами, а v -лінії – паралелями.

Осесиметрична оболонка з віссю $z \in (0, L)$ повністю описується функцією $\rho(z)$, що є рівнянням твірної (меридіана). Тоді в координатах (x, y, z) отримаємо таке рівняння:

$$r = \{\rho \cos\varphi, \rho \sin\varphi, z\} \quad (\rho^2 = x^2 + y^2). \quad (18)$$

Вибираючи як поверхневі циліндричні координати z і φ , обчислимо координатні диференціали

$$r_z = \{\rho \cos\varphi, \rho \sin\varphi, 1\}, \quad r_\varphi = \{-\rho \sin\varphi, \rho \cos\varphi, 0\},$$

звідки можна отримати коефіцієнти Ляме:

$$\gamma_1 = \gamma_z = \sqrt{1 + \rho_z^2}, \quad \gamma_2 = \gamma_\varphi = \rho \Rightarrow \gamma = \gamma_1 \cdot \gamma_2 = \rho \sqrt{1 + \rho_z^2}. \quad (19)$$

Відокремлюючи φ -координату, для гармонік $h(z)\cos(k\varphi + \alpha)$ згідно з (17) отримаємо таке рівняння:

$$\left(\frac{\rho^2}{\gamma} h_t \right)_t + \gamma \left(m^2 - \frac{k^2}{\rho^2} \right) h = 0. \quad (20)$$

Для протяжного еліпсоїда обертання з осями a і b при $z \in (-a, a)$ матимемо

$$\rho^2 = b^2 \left(1 - \frac{z^2}{a^2} \right) \Rightarrow \rho \rho_z = \frac{b^2 z}{a^2} \Rightarrow \gamma = b \sqrt{1 - \frac{z^2}{a^2}}. \quad (21)$$

Тут використані стандартні співвідношення:

$$a^2 - b^2 = c^2, \quad \frac{c}{a} = e, \quad a = \frac{c}{e} = d \cdot e, \quad e^2 + e'^2 = 1.$$

Рівняння (20) набирає вигляду

$$\left(\frac{1 - \frac{z^2}{a^2}}{\sqrt{1 - \frac{z^2}{d^2}}} h_z \right)_z + \sqrt{1 - \frac{z^2}{d^2}} \left(m^2 - \frac{\frac{k^2}{b^2}}{1 - \frac{z^2}{a^2}} \right) h = 0.$$

Для нової змінної $\zeta = \frac{z}{a}$ останнє рівняння дещо спрощується

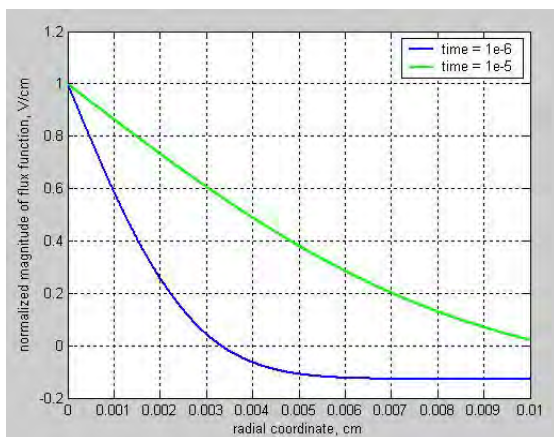
$$\left(\frac{1 - \zeta^2}{\sqrt{1 - e^2 \zeta^2}} h_\zeta \right)_\zeta + \sqrt{1 - e^2 \zeta^2} \left(m^2 a^2 - \frac{\frac{k^2}{e'^2}}{1 - \zeta^2} \right) h = 0. \quad (22)$$

Виконуючи диференціювання, знаходимо

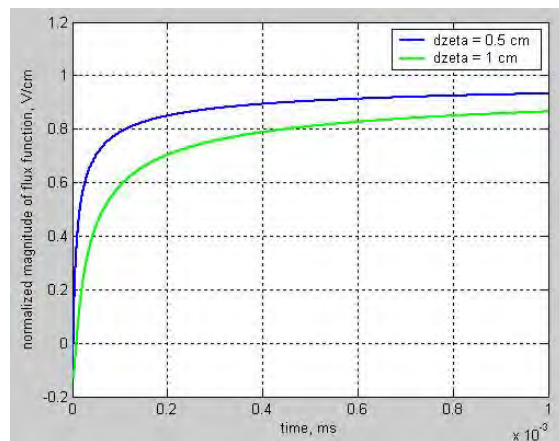
$$h_{\zeta\zeta} + \left(\frac{e^2}{1 - e^2 \zeta^2} - \frac{2\zeta}{1 - \zeta^2} \right) h_\zeta + \frac{1 - e^2 \zeta^2}{1 - \zeta^2} \left(m^2 a^2 - \frac{\frac{k^2}{e'^2}}{1 - \zeta^2} \right) h = 0. \quad (23)$$

Зауважимо врешті, що для сфери (при $e = 0$) рівняння (20) переходить у рівняння Лежандра. Особливість коефіцієнтів рівняння (20) на кінцях відрізка $0 < z < 1$ приводить до сингулярності розв'язків у цих точках, що принаймні якісно відображає характер фізичного процесу. Функції Лежандра другого роду підказують, що ця сингулярність є логарифмічна.

Результати моделювання. На рисунку показано результати моделювання згідно з аналітичною моделлю функції потоку (13), що ілюструє скін-ефект (рисунок, а) та зміну приведеної функції потоку у часовій області (рисунок, б). Дані для розрахунку було взято з (11).



а



б

Моделювання радіальної компоненти функції потоку:

а – залежність приведеної функції потоку від радіальної координати ζ ;

б – залежність приведеної функції потоку від часу

Висновки. Згідно з отриманими формулами було проведено розрахунок для скалярної функції потоку h , який демонструє сильний скін-ефект на певних частотах (залежність часу), що підтверджується результатами експериментальних спостережень. Аналітичний вираз для магнітного поля блискавки у термінах функції потоку (13) може бути використаний для моделювання електромагнітного впливу блискавки на БО на попередніх етапах проектування літаків.

1. Мухіна М.П. Обробка отриманих значень погонної щільності струму за результатами високовольтних модельних випробувань // Матеріали Міжнар. наук.-техн. конф. "АВІА-2000", жовтень 2000 р. 2. Янке Е., Эмде Ф., Леш Ф. Специальные функции. – М.: Наука, 1977. – 342 с.

УДК 621.001.21; 621.316.3

Л.О. Никонець, А.А. Маліновський, С.В. Голубов
Національний університет "Львівська політехніка",
кафедра ЕПМС

ОЦІНКА АДЕКВАТНОСТІ УЗАГАЛЬНЕНОЇ НЕЛІНІЙНОЇ МОДЕЛІ ТІЛА ЛЮДИНИ

© Никонець Л.О., Маліновський А.А., Голубов С.В., 2005

З врахуванням механізмів дії напруги дотику на організм людини запропоновано методику визначення статистично достовірних характеристик тіла за обмеженою кількістю експериментальних досліджень, синтезовані за ними моделі тіла відтворюють дослідні характеристики з достатньою точністю і дають змогу шляхом математичних експериментів одержати імовірнісні вольт-амперні характеристики тіла людини, необхідні для обґрунтованого нормування допустимих електричних дій та перевірки чутливості пристроїв захисту від електричних уражень.

Taking into account the mechanisms of action of tension of touch on the organism of man the method of determination is offered statistically reliable descriptions of body after the limited of experimental researches, the models of body synthesized after them reproduce experimental descriptions with sufficient exactness and allow by the mathematical experiments to probabilistic volt amperes descriptions of body of man, necessary settings of norms of possible electric actions and verification of sensitiveness of devices of from the electric defeats.

Постановка проблеми. Заміна небезпечних для людини експериментальних досліджень реакції тіла людини на дію напруги дотику довільного значення та форми (що необхідно для обґрунтування нормативів допустимих дій) на безпечні математичні експерименти вимагає створення адекватної математичної моделі тіла людини як ланки електричного кола.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. В [1] запропоновано методику синтезу моделі для конкретних шляхів струму крізь тіло, площі дотику до струмовідних частин, стану організму. Ця методика передбачає синтезування спочатку лінійної моделі за знятими частотними характеристиками тіла в діапазоні частот 0–150 кГц у вигляді багатоелементного послідовного з'єднання паралельно з'єднаних резисторів R_i та конденсаторів C_i . Результати, викладені в [2], підтверджують достатню точність синтезування лінійної моделі і адекватність відтворення властивостей організму за дії допустимих в нормальному режимі електроустановок напруг дотику. Для переходу від лінійної моделі до нелінійної моделі, яка б адекватно відтворювала реакцію організму на дію можливих напруг дотику в аварійному режимі роботи електроустановок, в [1] пропонується спочатку виділити з n резисторів моделі групу k резисторів з лінійними вольт-амперними характеристиками (ВАХ). Ця група визначається для граничної частоти $f_{гран}$ (10–20 кГц) [3], за якої