

Н. М. Дем'янишин¹, А. С. Андрущак², О. А. Бурій², Б. Г. Мицик¹¹Фізико-механічний інститут Національної академії наук України,²Національний університет "Львівська політехніка"

РЕАЛІЗАЦІЯ МОЖЛИВОСТЕЙ ЕФЕКТИВНІШОГО ВИКОРИСТАННЯ КРИСТАЛІЧНИХ МАТЕРІАЛІВ НА ОСНОВІ НЕТРИВІАЛЬНОЇ КУТОВОЇ ГЕОМЕТРІЇ ЕКСТРЕМУМІВ П'ЄЗООПТИЧНОГО ЕФЕКТУ

© Дем'янишин Н. М., Андрущак А. С., Бурій О. А., Мицик Б. Г., 2018

Виявлено можливості ефективнішого практичного використання кристалічних матеріалів різних класів симетрії за рахунок аналізу просторової анізотропії та побудови вказівних чи екстремальних поверхонь п'єзооптичного ефекту для цих кристалів. На прикладі кристалів ніобату літію (клас симетрії $3m$), вольфрамату кальцію ($4/m$) і тригліцинсульфату ($2/m$) показано, що п'єзооптичний ефект у цих кристалах істотно анізотропний як за знаком, так і за абсолютною величиною. Напрямки екстремумів п'єзооптичного ефекту не збігаються з кристалофізичними осями та визначаються нетривіальними кутами, які зумовлені класом симетрії досліджуваного матеріалу та можуть бути розраховані за значеннями їхніх п'єзооптичних коефіцієнтів.

Ключові слова: п'єзооптичний ефект, просторова анізотропія, вказівні та екстремальні поверхні.

N. Demyanyshyn¹, A. Andrushchak², O. Buryy², B. Mytsyk¹¹Fizyko-Mekhanichnyy Instytut im. H. V. Karpenka NAN Ukraine,²Lviv Polytechnic National University

REALIZATION OF MORE EFFICIENT APPLICATION OPPORTUNITIES FOR CRYSTALLINE MATERIALS BASED ON THE NON-TRIVIAL ANGULAR GEOMETRY OF THE PIEZO-OPTIC EFFECT EXTREMES

© Demyanyshyn N., Andrushchak A., Buryy O., Mytsyk B., 2018

The opportunities of the most efficient practical application of crystalline materials of different symmetry are found by the analysis of the spatial anisotropy and the construction of the indicative or extreme surfaces of piezo-optic effect in these crystals. The examples of lithium niobate (symmetry class $3m$), calcium tungstate ($4/m$) and triglycine sulfate ($2/m$) show that the piezo-optic effect in these crystals is essentially anisotropic both on the sign and the absolute value. The directions of the piezo-optic effect extremes do not coincide with the crystal-physics axis and are determined by non-trivial angles which, in turn, are defined by symmetry class of the investigated material and can be calculated from the values of the piezo-optic coefficients. The main principles of construction of 3D surfaces describing the optical effects induced by mechanical stress are shown in this paper for the cases of uniaxial and biaxial crystals. The examples of main relationships which are used for the construction and the analysis of such surfaces are given. The geometrical conditions of piezo-optic interaction with the maximal achievable value of the effect are determined for the specific crystalline

materials. As it is proven, the full analysis of the anisotropy of the induced effects in crystals requires the construction of both the indicative and extreme surfaces as well as using of the analytical and numerical methods of determination of the maximal manifestation of piezo-optic effect for the optimal choice and using of such functional materials in sensing elements of piezo-optic and acousto-optic devices. It is emphasized, that the construction and the analysis of these surfaces require the experimental determination of all non-zero components of the elasto-optic matrices for the investigated crystals; for this matter the wide list of publications dedicated to the methods of the investigation of piezo-optic effect in crystals with different symmetry is given.

Key words: piezo-optic effect, spatial anisotropy, indicative and extreme surfaces.

Вступ

Останніми роками вивчення матеріалів твердотільної електроніки, зокрема п'єзо- та акустооптичних ефектів (ПОЕ та АОЕ), істотно змістилося в бік анізотропних низькосиметричних матеріалів. Сьогодні інтенсивно досліджують ці матеріали, зокрема в оптично двовісних кристалах [1–5]. Такі матеріали часто чутливіші до дії зовнішніх полів, тому вони перспективніші для практичного використання [6–11]. Використання низькосиметричних кристалів як чутливих елементів пристроїв на основі індукованих оптичних ефектів вимагає врахування їхньої просторової анізотропії [12, 13]. Останнє зумовлює необхідність побудови вказівних поверхонь (ВП), які наочно демонструють просторову анізотропію ефектів, що описуються тензорами вищих рангів [14].

Донедавна не існувало загальної методики проведення 3D-аналізу анізотропії індукованих оптичних ефектів та відповідного вибору оптимальної геометрії зразка з анізотропного матеріалу, особливо для параметричних ефектів, які визначаються тензорами третього і вищих рангів (електро-, п'єзо- чи пружнооптичних ефектів тощо). Це пояснюється відсутністю донедавна ефективних методик заповнення матриць таких ефектів для низькосиметричних матеріалів та складністю аналітичного опису і геометричного відображення їхньої просторової анізотропії. Тому проведення повного аналізу просторової анізотропії параметричних оптичних ефектів, яке дасть можливість знайти всі можливі екстремальні значення того чи іншого ефекту, є практично важливим та актуальним, що підтверджується низкою публікацій (див., наприклад, [2, 15, 16]).

Відповідно, важливим було створення нового підходу до аналізу просторової анізотропії параметричних оптичних ефектів у кристалічних матеріалах на основі вказівних поверхонь для різних компонент тензора цих ефектів. Побудова вказівних поверхонь [12, 13, 17, 18], які є єдиним засобом геометричного відображення просторової анізотропії фізичних ефектів, що описуються тензорами третього і вищих рангів, здійснюється на основі визначених всіх ненульових компонент цих тензорів, що потребує попереднього однозначного та точного вимірювання їхніх абсолютних значень і знаків [19]. Обмежена кількість варіантів побудови вказівних поверхонь індукованих оптичних ефектів [1, 12, 17, 18, 20, 21] забезпечує однозначність аналізу їх просторового розподілу та дає можливість пошуку, однозначного вибору екстремального значення ефекту для цього матеріалу і, відповідно, вибору оптимальної геометрії п'єзо- чи акустооптичної взаємодії під час розроблення активних комірок для модуляторів світла.

Основні співвідношення для опису анізотропії ПОЕ

Рівняння ВП для ефекту, що описується тензором четвертого рангу, можна одержати із відомого виразу

$$T \equiv T'_{iwh..} = \alpha_{ip} \alpha_{nc} \alpha_{hl} \dots T_{pcl..}, \quad (1)$$

де α_{ip} , α_{nc} , α_{hl} , ... – це напрямні косинуси кутів між осями рухомої ортогональної системи координат X'_1 , X'_2 , X'_3 , що збігаються з напрямками механічного навантаження або поляризації світлової хвилі та осями головної кристалофізичної системи координат.

Для оптично одновісних кристалів осі рухомої системи координат пов'язують з напрямком поширення світла та його можливими поляризаціями, що одночасно зменшує можливу кількість вказівних поверхонь [12, 13]. Прийmemo такі позначення: \mathbf{k} – напрямок поширення світла, \mathbf{r} – радіус-вектор вказівної поверхні, паралельний до однієї з можливих поляризацій світла $\mathbf{i} \parallel \mathbf{r}$ (повздовжній ПОЕ), а вектор \mathbf{j} збігається з іншим напрямком поляризації світла. Нехай $X'_1 \parallel \mathbf{k}$, $X'_2 \parallel \mathbf{j}$ і $X'_3 \parallel \mathbf{r}$. Тоді шукані напрямні косинуси радіус-вектора \mathbf{r} утворюють матрицю ортогонального перетворення кристалофізичної системи координат до рухомої системи [14], яку для повздовжнього ПОЕ мовою сферичних координат j і q можна описати виразами (див. рис. 1):

$$\alpha_{r1} = \sin q \cos j, \quad \alpha_{r2} = \sin q \sin j, \quad \alpha_{r3} = \cos q. \quad (2)$$

Для побудови ВП поперечного ПОЕ оптично одновісних кристалів напрямні косинуси напрямків \mathbf{k} і \mathbf{j} , згідно з рис. 1 та роботами [12, 13], можна записати у стандартному вигляді:

$$\alpha_{j1} = -\sin j, \quad \alpha_{j2} = \cos j, \quad \alpha_{j3} = 0, \quad (3)$$

$$\alpha_{k1} = \cos q \cos j, \quad \alpha_{k2} = \cos q \sin j, \quad \alpha_{k3} = -\sin q, \quad (4)$$

де напрямок \mathbf{j} паралельний до одного напрямку поляризації світлової хвилі, а \mathbf{r} збігається з другим напрямком поляризації. На основі напрямних косинусів (2)–(4) можна записати рівняння ВП індукованого оптичного ефекту.

На підставі значень цих напрямних косинусів побудовано можливі варіанти ВП для повздовжнього та поперечного ПОЕ в одновісних кристалах бастрону [12], бетаборату барію [13], вольфрамату кальцію [22], молібдату свинцю [23].

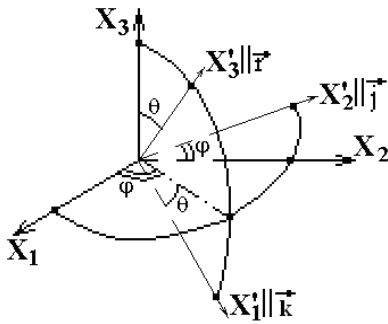


Рис. 1. Взаємна орієнтація векторів \mathbf{k} , \mathbf{j} та \mathbf{r} для оптично одновісних кристалів

Для двовісних кристалів залежність напрямків двох можливих поляризацій світла \mathbf{i} від напрямку поширення \mathbf{k} знаходять на основі невизначеного множника F Лагранжа [14] зі співвідношення

$$F = 0,5 \mathbf{i} \bar{\mathbf{i}} - 0,5 I (\mathbf{i} \mathbf{i} - 1) + \mathbf{m} (\mathbf{k} \mathbf{i}), \quad (5)$$

де $\bar{\mathbf{h}}$ – тензор діелектричної непроникуваності. У формулі (5) вжито безкоординатну форму представлення [14]. Визначаючи екстремальні значення показників заломлення в площині, перпендикулярній до вектора \mathbf{k} , отримують векторне рівняння [14]:

$$\partial F / \partial \mathbf{i} = \bar{\mathbf{h}} \mathbf{i} - I \mathbf{i} + \mathbf{m} \mathbf{k} = h_{qq} \mathbf{a}_{iq} - I \mathbf{a}_{iq} + \mathbf{m} \mathbf{a}_{kq} = 0. \quad (6)$$

У виразах (5), (6) вжито позначення: $q = 1, 2, 3$; \mathbf{a}_{iq} – напрямні косинуси для напрямку \mathbf{i} ; $I = \mathbf{i} \bar{\mathbf{h}} \mathbf{i} = h_{qq} \mathbf{a}_{iq}^2$ – величина, обернена до квадрата показника заломлення світлової хвилі з поляризацією вздовж \mathbf{i} ; величина $\mathbf{m} = -\mathbf{k} \bar{\mathbf{h}} \mathbf{i} = -h_{qq} \mathbf{a}_{kq} \mathbf{a}_{iq}$ показує, наскільки вектор напруженості електричного поля цієї світлової хвилі відхиляється від площини хвильового фронту [14]. Рівняння (6) отримано на основі аналізу особливостей поширення плоских електромагнітних хвиль у кристалах на підставі рівнянь Максвелла [14]. У кристалофізичній системі координат тензор $\bar{\mathbf{h}}$ має тільки діагональні компоненти h_{qq} , тому надалі записуємо його в скороченому вигляді h_q .

Направні косинуси для \mathbf{k} та \mathbf{j} для оптично двовісних кристалів записано у [5, 24] з використанням описаного вище підходу за умови, що в формулі (6) одна із поляризацій світла $\mathbf{i} \parallel \mathbf{r}$ (тоді $\mathbf{a}_{iq} = \mathbf{a}_{r,q}$):

$$\begin{aligned} \alpha_{k1} &= m' (\Delta h_2 \cos^2 q - \Delta h_3 \sin^2 q \sin^2 j) \cos j, \\ \alpha_{k2} &= m' (\Delta h_3 \sin^2 q \cos^2 j - \Delta h_1 \cos^2 q) \sin j, \\ \alpha_{k3} &= m' (\Delta h_1 \sin^2 j - \Delta h_2 \cos^2 j) \sin q \cos q, \\ \alpha_{j1} &= m' \Delta h_1 \cos q \sin j, \\ \alpha_{j2} &= m' \Delta h_2 \cos q \cos j, \\ \alpha_{j3} &= m' \Delta h_3 \sin q \cos j \sin j, \end{aligned} \quad (7)$$

де $\Delta h_1 = h_2 - h_3$, $\Delta h_2 = h_3 - h_1$, $\Delta h_3 = h_1 - h_2$, $m' = |m^{-1} \Delta h_2 \sin q| / \Delta h_2$.

Співвідношення (7) показують, як змінюються напрямні косинуси напрямків \mathbf{j} і \mathbf{k} залежно від кутів q та j , що визначають положення радіус-вектора \mathbf{r} , паралельного до напрямку \mathbf{i} однієї з поляризацій світла.

ВП поперечного ПОЕ на основі записаних напрямних косинусів (7) побудовані для оптично двовісних ромбічних кристалів Cs_2HgCl_4 [5, 24]. У часткових випадках $h_1 = h_2$ і $h_1 = h_2 = h_3$ формули (7) описуватимуть оптично одновісні або кубічні кристали.

Рівняння ВП для поздовжнього та поперечного ПОЕ в кристалах довільних класів симетрії можна записати, підставляючи відповідні значення напрямних косинусів (2)–(4) чи (7) в рівняння (1). У загальному випадку триклинних кристалів для ВП ПОЕ маємо

$$\begin{aligned} \pi'_{im} = & a_{i1}^2 \{ a_{m1}^2 p_{11} + a_{m2}^2 p_{12} + a_{m3}^2 p_{13} + a_{m2} a_{m3} p_{14} + a_{m1} a_{m3} p_{15} + a_{m1} a_{m2} p_{16} \} + \\ & + a_{i2}^2 \{ a_{m1}^2 p_{21} + a_{m2}^2 p_{22} + a_{m3}^2 p_{23} + a_{m2} a_{m3} p_{24} + a_{m1} a_{m3} p_{25} + a_{m1} a_{m2} p_{26} \} + \\ & + a_{i3}^2 \{ a_{m1}^2 p_{31} + a_{m2}^2 p_{32} + a_{m3}^2 p_{33} + a_{m2} a_{m3} p_{34} + a_{m1} a_{m3} p_{35} + a_{m1} a_{m2} p_{36} \} + (8) \\ & + 2a_{i2} a_{i3} \{ a_{m1}^2 p_{41} + a_{m2}^2 p_{42} + a_{m3}^2 p_{43} + a_{m2} a_{m3} p_{44} + a_{m1} a_{m3} p_{45} + a_{m1} a_{m2} p_{46} \} + \\ & + 2a_{i1} a_{i3} \{ a_{m1}^2 p_{51} + a_{m2}^2 p_{52} + a_{m3}^2 p_{53} + a_{m2} a_{m3} p_{54} + a_{m1} a_{m3} p_{55} + a_{m1} a_{m2} p_{56} \} + \\ & + 2a_{i2} a_{i1} \{ a_{m1}^2 p_{61} + a_{m2}^2 p_{62} + a_{m3}^2 p_{63} + a_{m2} a_{m3} p_{64} + a_{m1} a_{m3} p_{65} + a_{m1} a_{m2} p_{66} \}, \end{aligned}$$

де a_{i1} , a_{i2} , a_{i3} , a_{m1} , a_{m2} , a_{m3} – напрямні косинуси поляризації світла \mathbf{i} та нормальних (стиск–розтяг) механічних напружень \mathbf{m} відповідно. Компоненти тензора ПОЕ (p_{im}) у рівнянні (8) подано в матричному вигляді [14].

Зрозуміло, що для вищих класів симетрії рівняння (8) спрощуються за рахунок нульових або взаємозалежних компонент матриць p_{im} . Для прикладу, рівняння вказівних поверхонь ПОЕ для класів симетрії $3m$ і 32 (до них належать, наприклад, кристали танталату літію, ніобату літію, бета-борату барію і лангаситу) набудуть такого вигляду (див. [1, 13, 18, 20, 25]):

$$\begin{aligned} p\zeta_m = & (\alpha_{i1}\alpha_{m1} + \alpha_{i2}\alpha_{m2})^2 p_{11} + (\alpha_{i1}\alpha_{m2} - \alpha_{i2}\alpha_{m1})^2 p_{12} + \alpha_{m3}^2 (\alpha_{i1}^2 + \alpha_{i2}^2) p_{13} + \\ & + \alpha_{i3}^2 ((\alpha_{m1}^2 + \alpha_{m2}^2) p_{31} + \alpha_{m3}^2 p_{33}) + \alpha_{m3} (\alpha_{m2} (\alpha_{i1}^2 - \alpha_{i2}^2) + 2\alpha_{i1}\alpha_{i2}\alpha_{m1}) p_{14} + \\ & + 2\alpha_{i3} (\alpha_{i2} (\alpha_{m1}^2 - \alpha_{m2}^2) + \alpha_{i1}\alpha_{m1}\alpha_{m2}) p_{41} + 2\alpha_{i3}\alpha_{m3} (\alpha_{i2}\alpha_{m2} + \alpha_{i1}\alpha_{m1}) p_{44}. \end{aligned} \quad (9)$$

На підставі (9) у сферичній системі координат можна отримати три рівняння для ВП ПОЕ:

$$p\zeta_i(q, j) = p_{11} \sin^4 q + (p_{13} + p_{31} + 2p_{44}) \sin^2 q \cos^2 q + p_{33} \cos^4 q + (p_{14} + 2p_{41}) \sin^3 q \cos q \sin 3j, \quad (10)$$

$$p\zeta^{(i)}_{im}(q, j) = p_{12} \sin^2 q + \pi_{31} \cos^2 q - 2p_{41} \sin q \cos q \sin 3j, \quad (11)$$

$$p\zeta^{(m)}_{im}(q, j) = p_{12} \sin^2 q + p_{13} \cos^2 q - p_{14} \sin q \cos q \sin 3j, \quad (12)$$

де π'_{ii} – це ВП поздовжнього ПОЕ ($\mathbf{r} \parallel \mathbf{i} \parallel \mathbf{m} \parallel \mathbf{X}\zeta$, $\mathbf{k} \parallel \mathbf{X}\zeta$, див. рис. 1), $\pi^{(i)}_{im}$ – ВП поперечного ПОЕ поляризації світла ($\mathbf{r} \parallel \mathbf{i} \parallel \mathbf{X}\zeta$, $\mathbf{j} \parallel \mathbf{m} \parallel \mathbf{X}\zeta$, $\mathbf{k} \parallel \mathbf{X}\zeta$), $\pi^{(m)}_{im}$ – ВП поперечного ПОЕ механічного напруження ($\mathbf{r} \parallel \mathbf{m} \parallel \mathbf{X}\zeta$, $\mathbf{j} \parallel \mathbf{i} \parallel \mathbf{X}\zeta$, $\mathbf{k} \parallel \mathbf{X}\zeta$) відповідно.

Окремо треба згадати метод побудови поверхонь ПОЕ, що формуються із максимальних значень ефекту – екстремальних поверхонь [26]. Необхідність такого способу побудови зумовлена тим, що напрямок з максимальною індукованою зміною показника заломлення кристала не завжди збігається з напрямком дії фізичного поля [27] чи ортогональним до нього напрямком.

Така поверхня будується на основі виразу $\pi'_{im} = \pi'_{im}(\theta_i, j_i, \theta_m, j_m)$ [27, 28], який, наприклад, для кристалів ромбічної сингонії має вигляд:

$$\begin{aligned} 2\delta n(\theta_i, j_i, \theta_m, j_m) / \sigma n^3 = \pi'_{im} = & (\pi_{11} \sin^2 \theta_m \cos^2 j_m + \pi_{12} \sin^2 \theta_m \sin^2 j_m + \pi_{13} \cos^2 \theta_m) \times \\ & \times \sin^2 \theta_i \cos^2 j_i + (\pi_{21} \sin^2 \theta_m \cos^2 j_m + \pi_{22} \sin^2 \theta_m \sin^2 j_m + \pi_{23} \cos^2 \theta_m) \sin^2 \theta_i \sin^2 j_i + \\ & + (\pi_{31} \sin^2 \theta_m \cos^2 j_m + \pi_{32} \sin^2 \theta_m \sin^2 j_m + \pi_{33} \cos^2 \theta_m) \cos^2 \theta_i + 0.5(\pi_{44} \sin j_m \sin j_i + \\ & + \pi_{55} \cos j_m \cos j_i) \sin 2j_m \sin 2j_i + 0.5\pi_{66} \sin^2 \theta_m \sin 2j_m \sin^2 \theta_i \sin 2j_i. \end{aligned} \quad (13)$$

Вираз (13) описує величину ПОЕ кристала у всіх можливих напрямках простору (θ_i, j_i) за дії одновісного тиску в довільному напрямку (θ_m, j_m) . Для вибору максимальних значень ПОЕ таких поверхонь використовують числовий метод Левенберга – Марквардта [29].

Аналіз анізотропії ПОЕ

Приклади поверхонь ПОЕ кристалів різних класів симетрії подано на рис. 2–5.

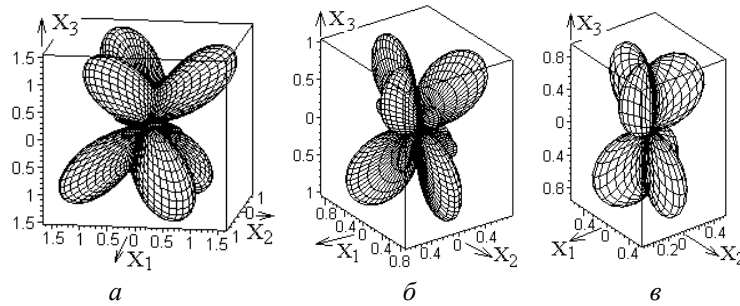


Рис. 2. Вказівні поверхні ПОЕ тригональних кристалів ніобату літію LiNbO_3 (клас симетрії $3m$): а – поверхня π'_{ii} поздовжнього ПОЕ, б – поверхня поляризації світла $\pi'^{(i)}_{im}$ поперечного ПОЕ, в – поверхня механічного напруження $\pi'^{(m)}_{im}$ поперечного ПОЕ; усе в од. Бр (1 Брюстер = 1 Бр = 10^{-12} м²/Н)

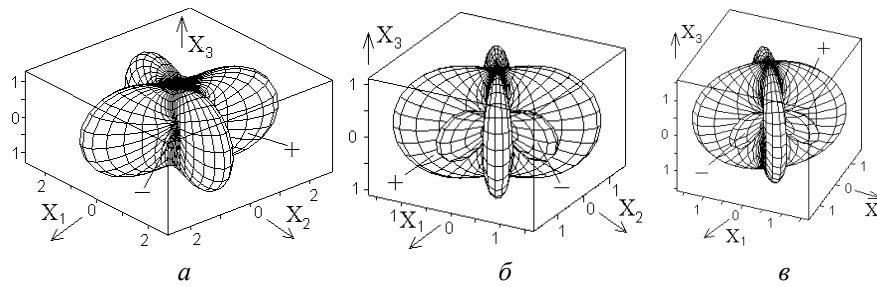


Рис. 3. Вказівні поверхні поздовжнього π'_{ii} (а) і поперечного $\pi'^{(i)}_{im}$ (б), $\pi'^{(m)}_{im}$ (в) ПОЕ в тетрагональних кристалах вольфраму кальцію CaWO_4 (клас симетрії $4/m$); усе в од. Бр

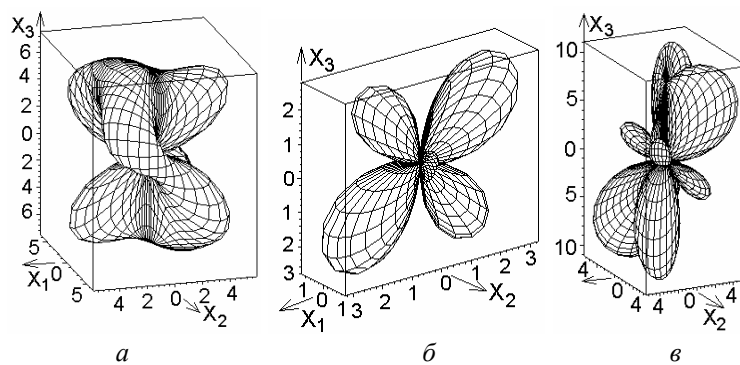


Рис. 4. Вказівні поверхні поздовжнього π'_{ii} (а) і поперечного $\pi'^{(i)}_{im}$ (б), $\pi'^{(m)}_{im}$ (в) ПОЕ в моноклінних кристалах тригліцинсульфату ТГС (клас симетрії 2); усе в од. Бр

Вказівні поверхні на рис. 2–3 демонструють той нетривіальний факт, що максимальні значення ПОЕ анізотропних матеріалів спостерігаються у напрямках, які не збігаються з напрямками кристалофізичних осей. Вони зорієнтовані в просторі довільно і для кожного з кристалів залежать як від симетрії кристала, так і від значень компонент матриці ПОЕ.

Наприклад, із рис. 2, а видно, що поздовжній ПОЕ в кристалі ніобату літію суттєво переважає поперечний ПОЕ, тому максимум ПОЕ в кристалі ніобату літію треба шукати на основі формули (10), що описує поздовжній ПОЕ. Для цього запишемо вираз для перерізу ВП поздовжнього ПОЕ площиною X_3, X_2 . Підставивши в (10) значення кута $\varphi = 90^\circ$, одержимо:

$$p'_{ii}(q, j) = p_{11} \sin^4 q + p_{13} + p_{31} + 2p_{44} \sin^2 q \cos^2 q + p_{33} \cos^4 q + (p_{14} + 2p_{41}) \sin^3 q \cos q. \quad (14)$$

Відповідний переріз наведено на рис. 5 а.

Дослідження виразу (14) на екстремуми числовими методами дає такий результат для величини і напрямку максимуму ПОЕ: $\pi'_{ii} = 2,11$ Бр для $q = 48^\circ, j = 90^\circ$ (рис. 5, а).

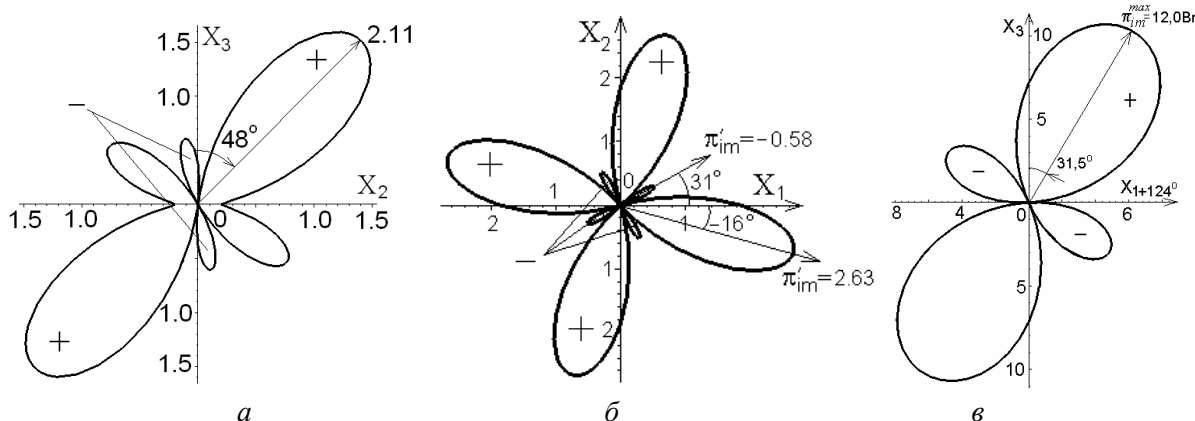


Рис. 5. Перерізи головними площинами ВП поздовжнього ПОЕ π'_{ii} кристалів ніобату літію (а), вольфрамату кальцію (б) та переріз площиною X_3, X_{1+124° поперечного ПОЕ $p'_{im}^{(m)}$ кристалів ТГС (в); усе в од. Бр

Аналогічні дослідження анізотропії здійснено для кристалів вольфрамату кальцію (клас симетрії $4/m$). З рис. 3 видно, що значення поздовжнього ефекту переважає аналогічне значення для поперечного ПОЕ, отже, максимум ПОЕ в кристалі вольфрамату кальцію слід шукати на основі формули для поздовжнього ефекту:

$$\pi'_{ii} = \pi_{11} \sin^4 q (\sin^4 j + \cos^4 j) + 0.5(\pi_{12} + \pi_{66}) \sin^4 q \sin^2 2j + 0.25(\pi_{13} + \pi_{31} + 2\pi_{44}) \sin^2 2q + \pi_{33} \cos^4 q + 0.25(\pi_{16} + 2\pi_{61}) \sin^4 q \sin 4j. \quad (15)$$

Формулу (15) отримано на основі виразу (8) з урахуванням матриці ПОК кристала класу симетрії $4/m$ та напрямних косинусів, що записані в сферичних координатах для умов, коли напрямки дії одноісного тиску та поляризації світла збігаються $r \parallel i \parallel m$.

З аналізу частинних похідних $\partial \pi'_{ii} / \partial q = 0$ і $\partial \pi'_{ii} / \partial j = 0$ виразу для поверхні (15) та її перерізів одержимо результати щодо геометрії екстремальних значень поздовжнього ПОЕ: поверхня (15) має найбільше значення $\pi'_{ii} = 2,63$ Бр у площині X_1, X_2 вздовж напрямку $X_{1+\varphi}$, тобто для кутових умов $\theta = \theta_i = \theta_m = 90^\circ; \varphi = \varphi_m = \varphi_i = -16^\circ$ (див. переріз на рис. 5, б). У цьому можна переконатись на основі виразу

$$j = \frac{1}{4} \operatorname{arctg} \left(\frac{p_{16} + 2p_{61}}{p_{11} - p_{12} - p_{66}} \right) \pm \frac{k\pi}{4}, \quad (16)$$

отриманого з (15) як $\partial \pi'_{ii}(q = 90^\circ, j) / \partial j = 0$. Значення ПОК для побудови ВП ПОЕ ніобату літію та вольфрамату кальцію взято з робіт [30–32].

Поверхні ПОЕ моноклінного кристала тригліцинсульфату (ТГС) побудовано за значеннями ПОК p_{im} , взятими з робіт [33, 34], і подано на рис. 4. З рисунка видно, що в цьому кристалі поперечний ПОЕ (рис. 4, в) переважає за величиною поздовжній (рис. 4, а), а найбільші та

найменші значення п'єзооптичного ефекту спостерігаються в напрямках, що не лежать у головних площинах. Найефективнішою виявилася п'єзооптична взаємодія для напрямку дії одновісного тиску $\theta_m = 90^\circ \pm 180^\circ$; $\varphi_m = 34^\circ \pm 180^\circ$ і напрямку поляризації світла $\varphi_i = 124^\circ$; $\theta_i = 31,5^\circ$, тоді значення ПОЕ становить 12,0 Бр (див. рис. 5, в), що на 45 % переважає значення найбільшого ПОК p_{im} [33, 34]. Зауважимо, що визначення максимального значення ПОЕ для цього моноклінного кристала здійснювали числовими методами.

Зазначимо також, що п'єзооптичний ефект у кристалах ТГС сягає нульових значень, як і ПОЕ ніобату літію та вольфрамату кальцію, що пояснюється наявністю у матрицях ПОК цих кристалів коефіцієнтів з протилежними знаками. Цим пояснюється також те, що вказівні поверхні всіх розглянутих кристалів мають пелюстки різних знаків (рис. 5). А це означає, що за певних умов п'єзооптичної взаємодії показник заломлення кристала збільшується (знак "+"), а за інших – зменшується (знак "-").

Детальний аналіз анізотропії ПОЕ в ромбічних та кубічних кристалах здійснено в роботах [5, 17, 28, 35, 36]. Викладені там результати свідчать про те, що навіть у високосиметричних кубічних кристалах напрямки з максимальним значенням ПОЕ часто не збігаються з кристалологічними осями та навіть деколи не лежать у головних кристалологічних площинах.

Висновки

На основі результатів, поданих на рис. 2–5, констатуємо:

- 1) у всіх випадках значення ефективного ПОК перевищує значення компонент матриці ПОЕ відповідного кристала;
- 2) напрямки максимумів і мінімумів вказівних поверхонь ПОЕ здебільшого не збігаються з кристалологічними осями та визначаються нетривіальними кутами, зумовленими лише значенням п'єзооптичних коефіцієнтів (наприклад, див. вираз (16));
- 3) для об'єктивного вивчення ПОЕ в кристалах будь-якого класу симетрії недостатньо визначити головні п'єзооптичні коефіцієнти; повне вивчення ефекту передбачає заповнення матриць цих коефіцієнтів і побудову на їх основі вказівних чи екстремальних поверхонь, які відображають приховані можливості досліджуваного кристала та дають змогу виявити оптимальні геометрії п'єзооптичного ефекту з метою ефективнішого їх практичного застосування.

Роботу виконано за підтримки Міністерства освіти і науки України у межах держбюджетних проектів “Анізотропія” (реєстраційний номер 0116U004136) та “Модулятор” (реєстраційний номер 0117U004847).

1. Захаров А. В., Волошинов В. Б. Влияние акустической анизотропии кристалла парамеллурита на двукратное акустооптическое береговое рассеяние света // Журн. техн. физ. – 2016. – Т. 86, № 9. – С. 96–101.
2. Krupych O., Kushnirevych M., Mys O., Vlokh R. Photoelastic properties of NaBi (MoO₄)₂ crystals // Appl. Opt. – 2015. – V. 54, N 16. – P. 5016–5023.
3. Krupych O., Mys O., Kryvyy T., Adamiv V., Burak Ya., Vlokh R. Photoelastic properties of lithium tetraborate crystals // Appl. Opt. – 2016. – V. 55, N 36. – P. 10457–10462.
4. Mahmoud A., Erba A., El-Kelany Kh. E., Rerat M., Orlando R. Low-temperature phase of BaTiO₃: Piezoelectric, dielectric, elastic, and photoelastic properties from ab initio simulations // Phys. Rev. B. – 2014. – V. 89, N 4. – P. 045103/1-9.
5. Kaidan M. V., Zadorozhna A. V., Andrushchak A. S., Kityk A. V. Photoelastic and acousto-optical properties of Cs₂HgCl₄ crystals // Appl. Opt. – 2002. – vol. 41, N. 25. – P. 5341–5345.
6. Krupych O., Kushnirevych M., Mys O., Vlokh R. Photoelastic properties of NaBi (MoO₄)₂ crystals // Appl. Opt. – 2015. – V. 54, N 16. – P. 5016–5023.
7. Yin X., Wang J. Y., Wei J. Q., Gang H. D. Measurement of electro-optic coefficients of low-symmetry

crystal $\text{YbCa}_4\text{O}(\text{Bo}_3)_3$ // *Opt. Lasers Eng.* – 2002. – Vol. 37, N. 6. – P. 643–649. 8. Broeuf N., Branning D., Chaperot I., Dauler E., Guerin S., Jaeger G., Muller A., Migdall A. Calculating characteristics of noncollinear phase matching uniaxial and biaxial crystals // *Opt. Eng.* – 2000. – vol. 39, N. 4. – P. 1016–1024. 9. Jazbinsek M., Zgonik M. Material tensor parameters of LiNbO_3 relevant for electro- and elasto-optics // *Appl. Phys. B.* – 2002. – Vol. 74, No. 4–5. – P. 407–414. 10. Alberdi C., Alfonso S., Berrogui M., Dineiro J. M., Saenz C., Hernandez B. Field and Poynting vectors of homogeneous waves in uniaxial and absorbing dielectric media // *J. Mod. Opt.* – 2002. – Vol. 49, No. 9. – P. 1553–1566. 11. Gregora I., Hlinka J. Directional dispersion of polar optical phonon frequencies in low-symmetry crystals: Raman studies on $\text{Sn}_2\text{P}_2\text{S}_6$ // *Ferroelectrics.* – 2002. – Vol. 267. – P. 237–243. 12. Андрущак А. С., Мицук Б. Г. Вказівні поверхні п'єзооптичного ефекту одновісних кристалів. Анізотропія п'єзооптичного ефекту в кристалах бастрону // *Укр. фіз. журн.* – 1995. – Т. 40, № 11–12. – С. 1122–1126. 13. Andrushchak A. S., Adamiv V. F., Krupych O. M., Martyniuk-Lototska I., Vlokh R. O. Anisotropy of piezo- and elasto-optical effect in $\text{b-BaB}_2\text{O}_4$ crystals // *Ferroelectrics.* – 2000. – Vol. 238. – P. 299–305 (863–869). 14. Сиротин Ю. И., Шаскольская М. П. Основы кристаллофизики. – М.: Наука, 1979. – 640 с. 15. Hingerl K., Balderas-Navarro R. E., Hilber W., Bonanni A., Stifter D. Surface-stress-induced optical bulk anisotropy // *Phys. Rev. B.* – 2000. – Vol. 62, No. 19. – P. 13048–13052. 16. Deliolanis N. C., Apostolidis A. G., Vanidhis E. D., Papazoglou D. G. Photorefractive properties of (1(1) over-bar-0) and (111)-cut sillenite crystals when external electric field is applied along the direction of the optimum diffraction efficiency // *Applied Physics B. Lasers and Optics.* – 2002. – Vol. 75, No. 1. – P. 67–73. 17. Kaidan M. V., Tybinka B. V., Zadorozhna A. V., Schranz W., Sahraoui B., Andrushchak A. S., Kityk A. V. The indicative surfaces of photoelastic effect for Cs_2HgCl_4 biaxial crystals // *Optical Material.* – 2007. – Vol. 29. – P. 475–480. 18. Andrushchak A. S., Bobitski Ya. V., Kaidan M. V., Tybinka B. V., Kityk A. V., Schranz W. Spatial anisotropy of photoelastic and acoustooptic properties in $\text{b-BaB}_2\text{O}_4$ crystals // *Optical Material.* – 2004. – Vol. 27. – P. 619–624. 19. Мицук Б. Г., Андрущак А. С. Вибір додатних напрямів кристаллофізичних осей при вивченні п'єзооптичного ефекту // *УФЖ.* – 1993. – Т. 38, № 7. – С. 1015–1021. 20. Andrushchak A. S., Bobitski Ya. V., Kaidan M. V., Mytsyk B. G., Kityk A. V., Schranz W. Two-fold interferometric measurements of piezo-optic constants: application to $\text{b-BaB}_2\text{O}_4$ crystal // *Optics & Laser Technology.* – 2005. – Vol. 37. – P. 319–328. 21. Мьцьук Б. Г., Андрущак А. С. Пространственное распределение пьезооптического эффекта в кристаллах танталата лития // *Кристаллография.* – 1996. – Т. 41, № 6. – С. 1054–1059. 22. Demyanyshyn N. M., Mytsyk B. G., Kost' Ya. P., Solskii I. M., Sakharuk O. M. Elasto-optic effect anisotropy in calcium tungstate crystals // *Applied Optics.* – 2015. – Vol. 54, No. 9. – P. 2347–2355. 23. Mytsyk B. G., Erba A., Demyanyshyn N. M., Sakharuk O. M. Piezo- and elasto-optic effects in lead molybdate crystals // *Optical materials.* – 2016. – vol. 62, No. 32. – P. 632–638. 24. Кайдан М. В., Андрущак А. С., Климаш М. М., Китик А. В., Бобицький Я. В. Вказівні поверхні індукованих оптичних ефектів для двовісних кристалів // *Укр. фіз. журн.* – 2003. – Т. 48, № 10. – С. 1104–1109. 25. Андрущак А. С., Дем'янишин Н. М., Мицук Б. Г., Сольський І. М. Фотопружність кристалів лангаситу ($\text{La}_3\text{Ga}_5\text{SiO}_{14}$) // *Вісник Нац. ун-ту „Львівська політехніка”. Електроніка.* – 2006. – № 558. – С. 86–91. 26. Buryu O. A., Andrushchak A. S., Kushnir O. S., Ubizskii S. B., Vynnyk D. M., Yurkevych O. V., Larchenko A. V., Chaban K. O., Gotra O. Z., Kityk A. V. Method of extreme surfaces for optimizing geometry of acousto-optic interactions in crystalline materials: Example of LiNbO_3 crystals // *J. Appl. Phys.* – 2013. – Vol. 113, No. 8. – P. 083103/1–12. 27. Мьцьук Б. Г., Дем'янишин Н. М. П'єзооптичеські поверхності кристалів ніобата литія. // *Кристаллография.* – 2006. – Т. 51, № 4. – С. 693–700. 28. Buryu O. A., Demyanyshyn N. M., Mytsyk B. G., Andrushchak A. S. Optimization of the piezo-optic interaction geometry in SrB_4O_7 crystal // *Optica aplikata.* – 2016. – Vol. XLVI, No. 3. –

P. 447–459. 29. Press W. H., Flannery B. P., Teukolsky S. A., Vetterling W. T. *Numerical Recipes in Pascal*. - Cambridge: Cambridge University Press, 1989. - 965 p. 30. Муцук Б. Г. Фотопружність анізотропних матеріалів. – Львів: Ліга-прес, 2012. – 400 с. 31. Mytsyk B. G., Demyanyshyn N. M., Solskii I. M., Sakharuk O. M. Piezo- and elasto-optic coefficients for calcium tungstate crystals // *Applied Optics*. – 2016. – Vol. 55, No. 32. – P. 9160–9165. 32. Mytsyk, B. G., Demyanyshyn N. M., Andrushchak A. S., Kost' Ya. P., Parasyuk O. V., Kityk A. V. Piezooptical coefficients of $La_3Ga_5SiO_{14}$ and $CaWO_4$ crystals: A combined optical interferometry and polarization-optical study // *Optical Materials*. – 2010. – Vol. 33, No. 1. – P.26–30. 33. Mytsyk B., Vlokh R., Shut V., Demyanyshyn N., Erba A., Mozzharov S., Kalynyak B. Piezooptic coefficients and acoustooptic efficiency of TGS // *Ukr. J. Phys. Opt.* – 2017. – V. 18, No. 1. – P. 46–54. 34. Mytsyk B., Demyanyshyn N., Erba A., Shut V., Mozzharov S., Kost Y., Mys O., Vlokh R. Piezooptic and elasto-optic properties of monoclinic triglycine sulfate crystals // *Applied Optics*. – 2017. – V. 56, No. 34. – P. 9484–9490. 35. Demyanyshyn N. M. Mytsyk B. G., Sakharuk O. M. Elasto-optic effect anisotropy in strontium borate crystals // *Applied Optics*. – 2014. – Vol. 53, No. 8. – P. 1620–1628. 36. Mytsyk B. G., Demyanyshyn N. M., Sakharuk A. M. Elasto-optic effect anisotropy in gallium phosphide crystals // *Applied Optics*. – 2015. – Vol. 54, No. 28. – P. 8546–8553.