

Використання геометричних образів функції комплексної змінної при розв'язанні експлуатаційних задач відрізняється наочністю при кількості функцій оптимізації не більше трьох і одночасно можливістю врахування значної кількості геометричних параметрів як змінних. Розглянутий спосіб оптимізації геометричних параметрів електрообладнання, зокрема мікротрансформаторів, дає змогу досліджувати на екстремум функціональні залежності із спільним  $n$ -вимірним підпростором аргументів.

1. Бальян Р.Х. Трансформаторы для радиоэлектроники. М., 1971. 2. Белопольский И.И., Каретникова Е.И., Пикалова Л.Г. Расчет трансформаторов и дросселей малой мощности. М., 1973. 3. Андрейко И.И. Голевич Б.И. Расчет главных размеров и магнитной цепи асинхронного двигателя цилиндрически-торцевого исполнения с внешним короткозамкнутым ротором // Вестн. Львов. политехн. ин-та. 1987. N 213. С.3-5. 4. Гумен М.С., Мартин С.В. Геометрична інтерпретація моделі комплексного простору // Зб. праць Міжнар. наук.-практ. конф. "Сучасні проблеми геометричного моделювання". Харків, 1998. Ч.1. С.139-143. 5. Чередищенко Л.С., Гумен Н.С., Гумен В.С. Геометрическое моделирование некоторых многопараметрических систем химической технологии. К., 1977.

УДК 515.2+539.3

## ОПТИМІЗАЦІЯ ЕКСПЛУАТАЦІЙНИХ ХАРАКТЕРИСТИК КРИВОЛІНІЙНИХ ДІЛЯНОК ТРУБОПРОВОДІВ

© Микола Гумен, Нестор Лещій, Євген Мартин, 1999

Національний технічний університет України

"Київський політехнічний інститут"

ДУ "Львівська політехніка"

Запропоновано спосіб з'єднання трубопроводів на криволінійних ділянках за допомогою дуги окремого випадку узагальненої лемніскасти Гумена. Проаналізовано зусилля, які виникають під час руху рідини у таких ділянках. Показано, що оптимальна конструкція дає змогу забезпечити довговічність трубопроводу завдяки зменшенню зношування його внутрішніх стінок.

Окремі ланки трубопроводів на криволінійних ділянках з'єднують спряженням труб у формі дуги кола. При незмінній витраті рідини рух на прямолінійних ділянках характеризується сталою швидкістю  $v$  і відсутністю істотних збурень чи завихрень (рис.1).

Під час протікання нев'язкої рідини в коліні трубопроводу на довільний елемент об'єму рідини (рис.2) діє відцентрова сила

$$dF_b = \frac{v^2}{r} dm, \quad (1)$$

де  $dm = \rho \phi r dr$  - елементарна маса;  $\rho$  - густина рідини;  $\phi$  - полярний кут;  $r$  - змінний радіус кривини.

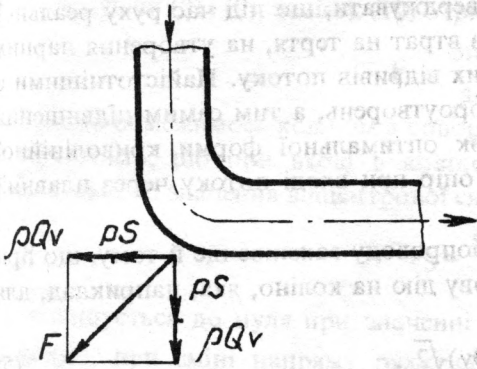


Рис.1. Розподіл зусиль під час протікання нев'язкої рідини в коліні трубопроводу.

Ця сила створює тиск

$$dp = \frac{dF_b}{\phi r} = \rho v^2 \frac{dr}{r} \quad (2)$$

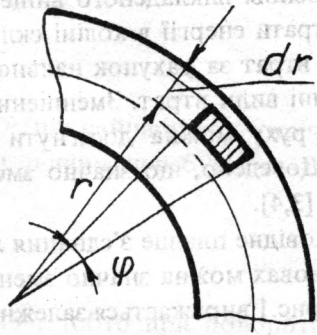


Рис.2. Часткове положення елемента об'єму нев'язкої рідини в коліні трубопроводу.

Оскільки в нев'язкій рідині втрат енергії нема, то повна енергія залишається сталою і зміна тиску відбувається лише за рахунок швидкісного напору.

Якщо використати рівняння взаємозв'язку швидкості і тиску в диференційній формі запису [1]

$$\frac{dp}{\rho} + v dv = 0, \quad (3)$$

то з урахуванням (2) одержимо, що

$$v dr + r dv = 0,$$

або після інтегрування

$$vr = \text{const}. \quad (4)$$

Позаяк зі зменшенням радіуса  $r$  швидкість зростає, то біля внутрішньої стінки утворюється конфузорна зона, а біля зовнішньої - дифузорна. Під час руху реальної рідини ця закономірність зберігається, але внаслідок прилипання рідини до стінки і врахування того, що відцентрова сила є складовою рушійної сили, картина течії зазнає певної зміни. У дифузорній зоні виникають локальні відриви потоку, а внаслідок різниці тисків рідина перетікає від зовнішньої стінки до внутрішньої, що спричиняє зародження вторинних течій, або так званих парних вихорів. Утворення останніх, які накладаються на основний потік, надає лініям течії гвинтоподібної форми. Отже, поява відцентрової сили і наявність прилежувального шару в реальній рідині пов'язана безпосередньо з виникненням парних вихорів [2].

При виході з коліна у пряму трубу маємо зворотну картину: дифузорний ефект виникає біля внутрішньої стінки, а конфузорний - біля зовнішньої. При цьому відрив від внутрішньої стінки посилюється намаганням потоку рухатись за інерцією у вгнутій ділянці до зовнішньої стінки. Утворена при відриві вихорна зона збільшується вперед і в ширину, істотно зменшуючи живий переріз потоку.

На основі викладеного вище можна стверджувати, що під час руху реальної рідини втрати енергії в коліні складаються з втрат на тертя, на утворення парних вихорів і втрат за рахунок наявності місцевих відривів потоку. Найістотнішими є два останні види втрат. Зменшення зон вихороутворень, а тим самим підвищення стійкості руху можна досягнути за рахунок оптимальної форми криволінійної ділянки. Доведено, що значно зменшується опір при вході потоку через плавний колектор [3,4].

Відповідне плавне з'єднання ланок трубопроводу важливе ще й тому, що при певних умовах можна значно зменшити силову дію на коліно, яка, наприклад, для схеми на рис.1 виражається залежністю

$$F = (pS + \rho Qv)\sqrt{2} , \quad (5)$$

де  $S$  - площа перерізу потоку;  $Q$  - витрата рідини.

Другий член суми - це секундна кількість руху, яка включає силу інерції.

З іншого боку, оптимальна конструкція криволінійної ділянки при переміщенні у трубопроводі різноманітних суспензій і пульп (наприклад, золошлакових пульп, водопіщаних сумішей тощо) забезпечить довговічність роботи трубопроводу, оскільки зменшиться зношування внутрішніх стінок колін.

Розглянемо можливість підвищення стійкості потоку за рахунок зміни форм ліній течії і, отже, вигляду спряження ланок трубопроводу. Для цього використаємо вид спряження таких ланок у формі дуги окремого випадку узагальненої лемніскати Гумена [5].

Канонічне рівняння узагальненої лемніскати Гумена має вигляд

$$(x^2 + y^2)^2 - 2R^2(x^2 - y^2) - 2Rc(x^2 + y^2) = a^2 - R^4, \quad (6)$$

де  $a, c, R$  - параметри лемніскати;  $x, y$  - координати належної узагальненій лемніскаті Гумена точки.

Параметри виразу (6) можуть бути в різних співвідношеннях, а їх значення задають певний вигляд узагальненій лемніскаті як часткового випадку овалу четвертого порядку. Якщо параметри  $a$  і  $R$  прийняти додатними і рівними, а параметр  $c$  - як дійсне число, яке тотожно дорівнює нулю, то канонічне рівняння окремого випадку узагальненої лемніскати Гумена набере вигляду

$$(x^2 + y^2)^2 - 2a^2(x^2 - y^2) = 0. \quad (7)$$

З урахуванням співвідношення полярних і декартових координат довільної точки

$$x = r \cos \varphi; y = r \sin \varphi$$

отримаємо полярне рівняння кривої

$$r^2 = 2a^2 \cos 2\varphi \quad (8)$$

та її радіус кривини

$$R = \frac{r}{3 \cos \varphi}. \quad (9)$$

Оскільки відцентрова сила

$$F_b = \frac{mv^2}{R}, \quad (10)$$

то, враховуючи (8) і (9), замість (10) отримаємо

$$F_b = \frac{3mv^2}{a\sqrt{2}} \sqrt{\cos 2\varphi}. \quad (11)$$

Якщо обмежимося коліном з поворотом на  $90^\circ$  (що найчастіше зустрічається), то зауважимо, що при вході в коліно частинки рідини перебувають під дією максимального значення відцентрової сили

$$F_b = \frac{3mv^2}{a\sqrt{2}}, \quad (12)$$

яка зменшується до нуля при значенні кута  $\varphi = 45^\circ$ , тобто при повороті на  $90^\circ$ . Очевидно, при зміні напрямку руху на протилежний відбуватиметься поступове наростання відцентрової сили від нуля до її максимального значення згідно з виразом (11).

Зауважимо, що при такій формі коліна вторинні течії можуть викликати навіть позитивний ефект внаслідок переносу частини рідкого середовища зі зони з великою кінетичною енергією у прилежові шари, де виникли зони відриву.

1. Левицький Б.Ф., Лецій Н.П. Гідравліка. Загальний курс. Львів, 1994. 2. Идельчик И.Е. Справочник по гидравлическим сопротивлениям.. 2-е изд., перераб. и доп. М., 1975. 3. Лецій Н.П. Расчет потерь давления при течении жидкости, описываемых трехпараметрической реологической моделью // Гидравлика и гидротехника. Вып. 43. С. 3-6. 4. Лецій Н.П., Базилевич А.И. О потерях энергии при смещении двух потоков неньютоновской жидкости // Гидравлика и гидротехника, 1972. Вып. 12. С. 12-14. 5. Гумен М.С., Гумен О.М. Одне узагальнення овалів Кассіні // Прикл. геометрія і інж. Графіка. 1996. Вып. 59. С. 34.

УДК 678.067.5

## СПРОЩЕНА МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ОБВІДНОГО ВАЛИКА СТРІЧКОПРОВІДНОЇ СИСТЕМИ РУЛОННИХ ДРУКАРСЬКИХ МАШИН

© Богдан Дурняк, 1999

Українська академія друкарства

У процесі друкування в рулонних друкарських машинах паперова стрічка, яка розмотується з рулону, надходить у друкарську пару (або послідовність друкарських пар) через систему обвідних валиків. Вони, своєю чергою, впливають на натяг паперу через наявність власного моменту інерції, різної схеми проводки стрічки тощо.

Розглянемо модель обвідного валика стрічкопровідної ділянки (рис.1). Знайдемо рівняння руху обвідного валика, який приводиться за рахунок руху стрічки.

Введемо позначення (рис.1):  $F_2, F_1$  - натяг стрічки після валика і до нього,  $J_B$  - момент інерції обертових частин приводу обвідного валика, приведений до вала