**Є. П. Пістун, Р. М. Федоришин, В. С. Заграй, Г. А. Николин** Національний університет "Львівська політехніка"

# ПОБУДОВА МАТЕМАТИЧНОЇ МОДЕЛІ КУЛЬОВОГО БАРАБАННОГО МЛИНА ІЗ ЗАСТОСУВАННЯМ ОТРИМАНИХ ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНИХ ДАНИХ

Ó Пістун Є. П., Федоришин Р. М., Заграй В. С., Николин Г. А., 2019

## https://doi.org/10.23939/istcipa2019.53.044

Мета. Розробити математичну модель кульового барабанного млина (КБМ) для розмелювання вугілля на тепловій електростанції (ТЕС) на основі отриманих результатів експериментального дослідження. Методика. Аналізом енергетичних потоків встановлено взаємозв'язок між енергією вібрації корпусу млина та кількістю розмелюваного матеріалу в КБМ. Виконано експериментальне дослідження, а саме вимірювання основних технологічних параметрів (кількість матеріалу, температура аеросуміші на виході, перепад тиску) на діючому КБМ. Застосовано закони збереження маси та тепла, а також рівняння витрати та теплообміну для побудови математичної моделі КБМ у вигляді системи нелінійних диференціальних рівнянь. Виконано моделювання перехідних процесів у середовищі Simulink (Matlab), а також порівняння змодельованих процесів із експериментальними. Для оцінювання адекватності розробленої математичної моделі розраховано відносні приведені похибки для кожного параметра. Результати. У роботі встановлено, що середньоквадратичний рівень вібропришвидшення вертикальної складової підшипника КБМ у діапазоні від 2 до 6 кГц для вугільного млина характеризує його відносну продуктивність. А за максимально можливої продуктивності млина цей рівень досягає мінімального значення і із подальшим збільшенням подачі матеріалу в млин – не змінюється. Розроблено математичну модель КБМ, порівняно результати моделювання із отриманими експериментальними даними та оцінено адекватність розробленої моделі. Наукова новизна. Вперше побудовано математичну модель КБМ у вигляді системи нелінійних диференціальних рівнянь, яка із достатньою точністю забезпечує можливість моделювання основних технологічних параметрів млина. Відносна приведена похибка змодельованого сигналу температури аеросуміші на виході КБМ відносно експериментальних значень становить 5,0 %. Для сигналу завантаженості млина ця похибка становить 7,4 %, а для перепаду тиску на млині – 11,2 %. Практична значущість. Розроблену модель можна застосовувати на практиці для дослідження КБМ у різних режимах роботи, а також для розроблення алгоритмів керування процесом розмелювання вугілля на ТЕС за допомогою КБМ.

*Ключові слова:* кульовий барабанний млин, процес розмелювання, вугілля, математична модель, нелінійний об'єкт.

Вступ. Технологічні процеси подрібнення твердих матеріалів за допомогою кульових барабанних млинів (КБМ) є важливими для багатьох галузей промисловості. Особливого значення вони набувають для теплових електричних станцій (ТЕС), що працюють на твердому паливі – вугіллі, подрібнення якого здійснюється за допомогою КБМ. Це пов'язано з тим, що такі вугільні млини є потужними споживачами електроенергії на ТЕС, оскільки процеси подрібнення є енергоємними. Так, витрата електричної енергії на приготування вугільного пилу на ТЕС становить близько 25 % від загальної витрати електричної енергії на власні потреби, або близько 2 % від загального процесу. І це завдання можна вирішити створенням відповідних моделей, які адекватно описують поведінку КБМ і на основі яких буде розроблено високоефективні системи автоматичного управління такими технологічних параметрів процесу розмелювання, зокрема ступеня завантаження млина матеріалом, який розмелюється, а з іншого боку – застосування досконалих алгоритмів управління, за допомогою яких можна було б забезпечити максимальну можливу продуктивність млина [2].

Ще одним важливим завданням при керуванні роботою КБМ є забезпечення надійності його роботи для уникнення таких аварійних ситуацій, як завал млина, вибух аеросуміші чи блокування пилепроводів. Для вирішення цього завдання у системі керування роботою КБМ необхідно передбачити захисти за основними технологічними параметрами (вібрація опори переднього підшипника млина, температура аеросуміші на виході млина та перепад тисків на барабані млина).

Побудова моделі КБМ дасть змогу дослідити перехідних процесів для різних технологічних режимів роботи, дасть можливість визначити структуру та параметри системи автоматичного керування цим складним об'єктом, а також забезпечить підвищення надійності роботи КБМ.

Аналіз літературних джерел. Математичне моделювання процесів у КБМ досліджено у роботах [3–5], де наведено опис таких моделей, як дифузійна, комірчаста, модель ідеального витіснення, ідеального перемішування та ін. Вказані моделі є теоретичними і розроблені без врахування результатів експериментального дослідження.

Проведений аналіз енергетичних потоків в КБМ на основі [6–8] показав, що існує чітка залежність між енергією, яку витрачають кулі у млині на збудження вібрації корпуса КБМ, і кількістю матеріалу, що знаходиться в його барабані. Отже, за енергією вібрації корпуса млина чи його підшипників можна робити висновки про кількість матеріалу в його барабані.

Взаємодія куль з барабаном КБМ відбувається у вигляді ударів та має імпульсний характер. Тому після кожного співударяння куль безпосередньо з бронею барабану млина в матеріал броні передається частина енергії у вигляді пружних хвиль. При цьому, що менша тривалість удару, то більша частина енергії співударяння переходить у хвильовий процес. Ці хвилі, поширюючись по корпусу млина, несуть інформацію про характер взаємодії куль із барабаном млина.

Акустичний канал поширення вібрації від взаємодії кульового заряду і броні млина при його роботі до первинного перетворювача вібрації містить доволі складну динамічну систему. Первинний перетворювач вібрації найдоцільніше встановлювати на опорі підшипника барабана КБМ, оскільки всі інші частини млина постійно обертаються, і зняття з них сигналу віброперетворювача є складним завданням.

Результати дослідження спектральних характеристик віброшвидкості і вібропришвидшення переднього та заднього підшипників млина типу ШБМ-50 наведено у [9]. Ці характеристики мають яскраво виражений максимум у діапазоні частот від 2 до 6 кГц. Величина цього максимуму змінюється від продуктивності млина, причому із збільшенням продуктивності млина величина максимуму зменшується.

Середньоквадратичний рівень вібропришвидшення для переднього підшипника змінюється значно більше, ніж для заднього підшипника за зміни продуктивності млина на задану величину. Це можна пояснити тим, що концентрація розмелюваного матеріалу на вході в барабан млина (біля переднього підшипника) змінюється інтенсивніше, ніж на виході (біля заднього підшипника) в разі зміни продуктивності КБМ.

Залежність середньоквадратичного рівня вібропришвидшення переднього підшипника від відносної продуктивності млина ( $\varepsilon = B_{KEM} / B_P^{MAX}$ ) має обернено-пропорційний характер. Значення вібропришвидшення змінюється в діапазоні від 56 до 0,5 м/с<sup>2</sup> для млина типу ШБМ-50.

КБМ є нелінійним об'єктом, що зумовлене особливостями тепло-масообмінних та газодинамічних процесів, які відбуваються у ньому. Дослідження нелінійних об'єктів та їх ідентифікація є важливим етапом на шляху до створення систем керування такими об'єктами та розроблення відповідних алгоритмів управління з метою підвищення ефективності, продуктивності та надійності їх роботи [10–12].

Мета роботи – розроблення математичної моделі кульового барабанного млина для розмелювання вугілля на тепловій електростанції на основі отриманих результатів експериментального дослідження зміни основних технологічних параметрів КБМ (кількість матеріалу, температура аеросуміші на виході, перепад тиску).

**Методика проведення** досліджень. Система вимірювання ступеня завантаження млина матеріалом за середньоквадратичним значенням вертикальної складової віброприскорення в діапазоні частот від 2 до 10 кГц складається із вимірювального перетворювача вібрації, блока підсилення, нормуючого перетворювача та мікропроцесорного обчислювача.

Вимірювальним перетворювачем вібрації є п'єзокерамічний акселерометр ABC017-003, діапазон робочих частот якого становить від 20 до 10000 Гц, коефіцієнт перетворення 0,4 мBc<sup>2</sup>/м і ємність 1200 пФ. Блок підсилення виконаний у вигляді смугового вібропідсилювача 2 (рис. 1), який складається із попереднього підсилювача 3, смугового фільтра 4 і підсилювача потужності 5. Попередній підсилювач 3 слугує для узгодження високоємнісного вихідного опору п'єзокерамічного акселерометра 1 з опором смугового фільтра 4. Тому попередній підсилювач виконано у вигляді підсилювача змінної напруги із високим вхідним опором.



Рис. 1. Блок-схема вимірювального каналу системи вимірювання завантаження КБМ

## Fig. 1. Diagram of the measurement channel for defining the degree of the mill loading with the material

Для виділення смуги частот із сигналу, який отримано від віброперетворювача і який несе інформацію про завантаження млина розмелюваним матеріалом, у схемі вібропідсилювача застосований пасивний смуговий фільтр 4 із смугою пропускання 2–8 кГц. Для забезпечення точності вимірювання віброприскорення в заданому діапазоні частот застосовано схему смугового фільтра, яка забезпечує достатні загасання поза смугою діапазону робочих частот і невелику нерівномірність у смузі пропускання.

Від підсилювача потужності 5, що одночасно виконує функцію генератора струму, сигнал надходить на нормуючий підсилювач 6. Потім він гальванічно розмежовується пристроєм гальванічних розмежувань 7 і підсилюється підсилювачем 8 до нормованого значення. Блок живлення 9 забезпечує живлення усіх пристроїв гальванічно розмежованими напругами.

Вихідний сигнал надходить далі на вхід мікропроцесорного обчислювача.

**Результати досліджень та їх обговорення.** Експериментальні дослідження перехідних процесів було виконано на тепловій електростанції для діючого КБМ (таблиця). Сигнали температури аеросуміші на виході млина, вібрації опори переднього підшипника та перепаду тиску на млині було

отримано у безрозмірній формі (вихідні сигнали АЦП) і вони знаходилися в межах від 0 до 255. Давач температури був проградуйований у межах 0–100 °C, давач перепаду тисків – у межах 0–5000 Па, а давач вібрації – в межах 0–100 %.

Після масштабування експериментальних сигналів температури аеросуміші на виході млина, вібрації опори переднього підшипника та перепаду тиску на млині згідно з відповідними діапазонами вимірювання отримано графіки експериментальних даних у зручнішій формі (рис. 2). При подачі вугілля у млин вібрація опори переднього підшипника та температура аеросуміші на виході млина зменшується. Зменшення вібрації показує, що кількість вугілля в млині збільшується, оскільки взаємозв'язок між цими параметрами обернений. Зміну кількості матеріалу в млині на основі експериментальних даних і з врахуванням обернено-пропорційного зв'язку між сигналом вібрації та завантаженістю млина (кількістю вугілля в млині) наведено на рис. 3.

## Характеристики досліджуваного кульового барабанного млина

Назва параметра	Значення
Внутрішній діаметр барабана (без футеровки), мм	2400
Внутрішня довжина барабана (без футеровки), мм	4000
Номінальна частота обертання барабана, об/хв	21,9
Маса куль, т	50
Встановлена потужність електродвигуна, кВт	1600
Частота обертання ротора електродвигуна, об/хв	100
Напруга живлення електродвигуна, В	6000
Маса млина без електричного обладнання, фундаментної арматури, пристроїв механізації	05
та боротьби з шумом куль, т, не більше за	95
Номінальна продуктивність, т/год	25

# Parameters of the ball mill under investigation



Рис. 2. Експериментальні дані зміни основних технологічних параметрів згідно з діапазонами вимірювання під час роботи КБМ: 1 – сигнал вібродавача на вхідному підшипнику (%); 2 – температура аеросуміші на виході млина (°C); 3 – перепад тиску на барабані млина (Па); 4 – подача вугілля у млин

Fig. 2. Experimental transient processes of the main technological parameters scaled according to the ranges of measurement: 1 - vibro-acceleration of the front bearing (%); 2 - air mixture temperature at the mill output (°C); 3 - differential pressure across the mill drum (Pa); 4 - coal supply to the mill



*Puc. 3. Експериментальні дані зміни завантаженості млина (1) та подачі вугілля у млин (2) Fig. 3. Experimental data on the ball mill loading (1) and the coal supply to the mill (2)* 

Отримані експериментальні дані застосовано для перевірки адекватності математичної моделі КБМ. Для розроблення математичної моделі КБМ застосовано спрощену структурну схему взаємозв'язку між параметрами (рис. 4).

На практиці подають вугілля у млин на основі виміряного значення температури аеросуміші на виході. Всі інші виміряні сигнали діють як обмеження для захисту млина. Математична модель КБМ повинна пов'язувати температуру аеросуміші на виході млина ( $T_a$ ), завантаженість млина (L) та перепад тиску на млині ( $\Delta P$ ) із такими параметрами:

- 1) температура сушильного агента на вході (збурення, T<sub>c.a</sub>);
- 2) витрата сушильного агента на вході (збурення, Fc.a);
- 3) витрата вугілля на вході (вхідна величина (регулююча дія), F<sub>в</sub>);
- 4) вологість вугілля (збурення, W<sub>в</sub>).

Для побудови математичної моделі кульового барабанного млина застосовано схему, що представлена на рис. 5.

Зміна маси матеріалу в млині з часом описується законом збереження маси:

$$\frac{dm_{\scriptscriptstyle M}}{dt} = F_{\rm c.a} \cdot \rho_{\rm c.a} + F_{\scriptscriptstyle \rm B}^m + F_{\rm c}^m - F_{\rm a} \cdot \rho_{\rm a},\tag{1}$$

де  $m_{\rm M}$  – маса повітряновугільної суміші у КБМ, кг;  $F_{c.a}$  – витрата сушильного агента, що подається на вхід КБМ, м<sup>3</sup>/с;  $\rho_{c.a}$  – густина сушильного агента (суміш димових газів із повітрям), кг/м<sup>3</sup>;  $F_{\rm B}^m$  – витрата сирого вугілля, що надходить в КБМ, кг/с;  $F_{\rm c}^m$  – витрата вугілля, що повертається у КБМ із сепаратора, кг/с;  $F_a$  – витрата аеросуміші, що виходить із КБМ, м<sup>3</sup>/с;  $\rho_a$  – густина аеросуміші (суміш вугільного пилу зі сушильним агентом), кг/м<sup>3</sup>.



Рис. 4. Спрощена структурна схема взаємозв'язку між технологічними параметрами КБМ

Fig. 4. Simplified diagram of relation between the technological parameters of the ball mill



Рис. 5. Схема КБМ для виведення його математичної моделі

#### Fig. 5. Structural diagram of the ball mill for development of its mathematical model

Символ *m* у верхньому індексі витрат сирого вугілля ( $F_B^m$ ) та повернення з сепаратора ( $F_c^m$ ) вказує на те, що у рівнянні (1) ці витрати виражені у масових одиницях (кг/с), тоді як витрати сушильного агента ( $F_{c,a}$ ) і аеросуміші ( $F_a$ ) – в об'ємних одиницях (м<sup>3</sup>/с).

Маса повітряновугільної суміші у КБМ:

$$m_{\mathcal{M}} = V_{\mathcal{M}} \cdot \rho_{\mathcal{M}},\tag{2}$$

де  $V_{M}$  – об'єм повітряновугільної суміші у КБМ, м<sup>3</sup>;  $\rho_{M}$  – густина повітряновугільної суміші у КБМ, кг/м<sup>3</sup>.

Рівняння зміни об'ємної витрати сушильного агента матиме вигляд:

$$A \cdot \frac{dF_{c.a}}{dt} + F_{c.a}^2 = k^2 \cdot \frac{P_1 - P_2}{\rho_{c.a}},$$
(3)

де A, k – коефіцієнти, що враховують конструктивні розміри КБМ;  $P_1$  – тиск на вході КБМ, Па;  $P_2$  – тиск всередині КБМ, Па.

Коефіцієнти А та к розраховують за формулами:

$$A = \frac{4\pi r^3}{\xi};\tag{4}$$

$$k = \sqrt{\frac{8\pi^2 r^5}{l\xi}},\tag{5}$$

де *r* – радіус барабана КБМ, м; ξ – коефіцієнт опору рухові аеросуміші в КБМ; *l* – довжина барабана КБМ, м.

Рівняння зміни об'ємної витрати аеросуміші матиме вигляд:

$$A \cdot \frac{dF_{a}}{dt} + F_{a}^{2} = k^{2} \cdot \frac{P_{2} - P_{3}}{\rho_{a}}.$$
 (6)

Сире вугілля подається у млин за допомогою стрічкового конвеєра, тому при моделюванні будемо вважати, що масова витрата сирого вугілля є постійною ( $F_{\rm B}^m = const$ ).

Масова витрата вугілля, що повертається у КБМ із сепаратора ( $F_c^m$ ), становить близько 40 % від розмелювальної продуктивності млина ( $F_p^m$ ) і визначається за рівнянням:

$$F_{\rm c}^m = \mathbf{0}, \mathbf{4} \cdot F_p^m. \tag{7}$$

Розмелювальну продуктивність млина визначатимуть за формулою:

$$F_p^m = F_a(t - \tau_{\rm M}) \cdot \rho_{\rm a}(t - \tau_{\rm M}) - F_{\rm c}^m - F_{a.0} \cdot \rho_{a.0}, \tag{8}$$

де  $F_{a.0}$  – об'ємна витрата аеросуміші у початкових умовах (дорівнює  $F_{c.a.}$ );  $\rho_{a.0}$  – густина аеросуміші у початкових умовах (дорівнює  $\rho_{c.a.}$ );  $\tau_{\rm M}$  – транспортне запізнення руху вугілля вздовж млина.

Підставивши (7) до (8), після перестановок отримаємо:

$$F_p^m = (F_a(t - \tau_{\rm M}) \cdot \rho_{\rm a}(t - \tau_{\rm M}) - F_{a.0} \cdot \rho_{\rm a.0})/1,4.$$
(9)

Транспортне запізнення руху вугілля вздовж млина розраховуємо за формулою:

$$T_M = \frac{V_M}{F_{C,a}}.$$
(10)

50 Автоматизація виробничих процесів у машинобудуванні та приладобудуванні. Вип. 53. 2019

Перепад тиску на КБМ визначається за рівнянням:

$$\Delta P = P_1 - P_3 = P_1 - P_2 + P_2 - P_3. \tag{11}$$

Різницю тисків *P*<sub>2</sub>-*P*<sub>3</sub> можна визначити за рівнянням:

$$P_2 - P_3 = \frac{(F_a^m)^2}{k^2 \cdot \rho_a}.$$
 (12)

Для можливості моделювання зміни перепаду тиску на КБМ приймемо, що  $\Delta P$  змінюється зі зміною масової витрати аеросуміші ( $F_a^m$ ), а густина аеросуміші  $\rho_a$  залишається незмінною і дорівнює густині сушильного агента  $\rho_{c.a}$ . При моделюванні зміни перепаду тиску на барабані млина приймемо, що  $\Delta P$  змінюється із транспортним запізненням ( $\tau_M$ ). Із врахуванням прийнятих припущень  $\Delta P$  можна розрахувати за рівнянням:

$$\Delta P = P_1 - P_2 + \frac{(F_a^m (t - \tau_M))^2}{k^2 \cdot \rho_{c,a}}.$$
(13)

Масову витрату в рівнянні (13) будемо розраховувати за формулою  $F_a^m = F_a \cdot \rho_a$ . Зміна теплоти у млині з часом описується законом збереження тепла:

$$\frac{dq_{\rm M}}{dt} = Q_{\rm BX} - Q_{\rm BHX},\tag{14}$$

де  $q_{\rm M}$  – кількість тепла всередині КБМ, Дж;  $Q_{\rm BX}$  – кількість тепла, яка надходить у КБМ, Дж/с;  $Q_{\rm BXX}$  – кількість тепла, що виходить з КБМ, Дж/с.

Кількість тепла всередині КБМ:

$$q_{\rm M} = T_{\rm M} \cdot m_{\rm M} \cdot c_{\rm PM},\tag{15}$$

де *T*<sub>м</sub> – температура повітряновугільної суміші в КБМ, К; с<sub>*P*<sub>M</sub></sub> – питома теплоємність повітряновугільної суміші в КБМ, Дж/(кг· К).

Кількість тепла, яка надходить у КБМ, складається з таких компонентів:

$$Q_{\rm BX} = Q_{\rm BX,C,a} + Q_{\rm BX,B} + Q_{\rm BX,C},\tag{16}$$

де  $Q_{\text{вх.с.а}}$  – кількість тепла, що надходить зі сушильним агентом у КБМ, Дж/с;  $Q_{\text{вх.в}}$  – кількість тепла, що надходить з вугіллям у КБМ, Дж/с;  $Q_{\text{вх.с}}$  – кількість тепла, що надходить з поверненим із сепаратора вугіллям у КБМ, Дж/с.

Кількість тепла, що надходить зі сушильним агентом у КБМ:

$$Q_{\text{BX.C.a}} = T_{\text{c.a}} \cdot c_{P\text{c.a}} \cdot F_{\text{c.a}} \cdot \rho_{\text{c.a}}, \tag{17}$$

де  $c_{Pc.a}$  – питома теплоємність сушильного агента, Дж/(кг· К).

Кількість тепла, що надходить з вугіллям у КБМ:

$$Q_{\rm BX,B} = T_{\rm B} \cdot c_{P\rm B} \cdot F_{\rm B}^{m}$$
, (18)  
де  $c_{P\rm B}$  – питома теплоємність вугілля, Дж/(кг· К).

Кількість тепла, що надходить з поверненим із сепаратора вугіллям у КБМ:

$$Q_{\text{BX,C}} = \mathbf{0}, \mathbf{4} \cdot T_{\text{c}} \cdot c_{P_{\text{B}}} \cdot F_{\text{D}}^{m}.$$
(19)

Температуру вугілля, що повертається в КБМ із сепаратора, розраховують за рівнянням:

$$T_{\rm c} = \frac{T_{\rm a} + T_{\rm B}}{2}.\tag{20}$$

Кількість тепла, що виходить з КБМ:

$$Q_{\rm BMX} = Q_{\rm BMX,a} + Q_{\rm BTD,M},\tag{21}$$

де  $Q_{\text{вих.a}}$  – кількість тепла, що виходить з аеросумішшю з КБМ, Дж/с;  $Q_{\text{втр.м}}$  – втрати тепла через корпус КБМ у навколишнє середовище, Дж/с.

Кількість тепла, що виходить з аеросумішшю з КБМ:

$$Q_{\text{BHX.a}} = T_a \cdot c_{Pa} \cdot F_a \cdot \rho_a, \tag{22}$$

де  $c_{Pa}$  – питома теплоємність аеросуміші, Дж/(кг·К).

Втрати тепла через корпус КБМ у навколишнє середовище:

$$Q_{\rm BTP,M} = K_{\rm M} \cdot S_{\rm M} \cdot (T_{\rm M} - T_{\rm \Pi 0B}), \qquad (23)$$

де  $K_{M}$  – коефіцієнт теплопередачі від повітряновугільної суміші до навколишнього повітря через стінку барабана млина, Вт/(м<sup>2</sup>·K);  $S_{M}$  – площа зовнішньої поверхні барабана млина, м<sup>2</sup>;  $T_{M}$  – температура повітряновугільної суміші у млині, К;  $T_{пов}$  – температура навколишнього повітря, К.

Для виведення математичної моделі КБМ приймемо, що температура повітряновугільної суміші у млині дорівнює температурі аеросуміші на виході млина, тобто  $T_{M}=T_{a}$ , а густина повітряновугільної суміші у млині дорівнює густині аеросуміші на виході млина, тобто  $\rho_{M}=\rho_{a}$ .

При дослідженні перехідних процесів у КБМ будемо вважати, що завантаженість млина (кількість вугілля у млині) визначають за формулою:

$$L = (\rho_{\rm a} - \rho_{\rm a.0}) \cdot V_{\rm M}. \tag{24}$$

Звівши рівняння (1)-(24), отримаємо математичну модель КБМ у вигляді такої системи рівнянь:

$$\begin{cases} V_{\rm M} \frac{d\rho_{\rm a}}{dt} = F_{\rm c.a} \cdot \rho_{\rm c.a} + F_{\rm B}^{m} + 0.4 \cdot F_{p}^{m} - F_{\rm a} \cdot \rho_{\rm a}; \\ A \cdot \frac{dF_{\rm c.a}}{dt} + F_{\rm c.a}^{2} = k^{2} \cdot \frac{P_{1} - P_{2}}{\rho_{\rm c.a}}; \\ A \cdot \frac{dF_{\rm a}}{dt} + F_{\rm a}^{2} = k^{2} \cdot \frac{P_{2} - P_{3}}{\rho_{\rm a}}; \\ F_{p}^{m} = (F_{a}(t - \tau_{\rm M}) \cdot \rho_{\rm a}(t - \tau_{\rm M}) - F_{a.0} \cdot \rho_{\rm a.0})/1.4; \\ \Delta P = P_{1} - P_{2} + \frac{F_{a}^{2}(t - \tau_{\rm M}) \cdot \rho_{a}^{2}(t - \tau_{\rm M})}{k^{2} \cdot \rho_{\rm c.a}}; \\ L = (\rho_{\rm a} - \rho_{\rm a.0}) \cdot V_{\rm M}; \\ \frac{dT_{a}}{dt} \cdot V_{\rm M} \cdot \rho_{\rm a} \cdot c_{Pa} = T_{\rm c.a} \cdot c_{Pc.a} \cdot F_{c.a} \cdot \rho_{\rm c.a} + T_{\rm B} \cdot c_{P\rm B} \cdot F_{\rm B}^{m} + \\ + 0.4 \cdot \frac{T_{a} + T_{e}}{2} \cdot c_{P\rm B} \cdot F_{p}^{m} - \\ -T_{a} \cdot c_{Pa} \cdot F_{a} \cdot \rho_{\rm a} - K_{\rm M} \cdot S_{\rm M} \cdot (T_{a} - T_{noe}). \end{cases}$$

$$(25)$$

Отримана математична модель є нелінійною і пов'язує температуру аеросуміші на виході млина ( $T_a$ ), завантаженість млина (L), розмелювальну продуктивність ( $F_p$ ) та перепад тисків на млині ( $\Delta P$ ) з такими параметрами, як витрата і температура сушильного агента, витрата вугілля із врахуванням конструктивних розмірів млина.



*Рис. 6. Порівняння усереднених експериментальних (1) та змодельованих (2) значень температури аеросуміші на виході млина при зміні подачі вугілля у млин (3)* 

Fig. 6. Comparison of the averaged experimental (1) and simulated (2) transient process of the air mixture temperature variation at variable flow rate of raw coal at mill input (3)



Рис. 7. Порівняння усереднених експериментальних (1) та змодельованих (2) значень завантаженості млина при зміні подачі вугілля у млин (3)

*Fig. 7. Comparison of the averaged experimental (1) and simulated (2) transient process of the mill loading variation at variable flow rate of raw coal at mill input (3)* 



*Рис. 8. Порівняння усереднених експериментальних (1) та змодельованих (2) значень перепаду тиску на млині при зміні подачі вугілля у млин (3)* 

*Fig.* 8. Comparison of the averaged experimental (1) and simulated (2) transient process of the differential pressure across the drum at variable flow rate of raw coal at mill input (3)

На основі розробленої математичної моделі виконано моделювання перехідних процесів у середовищі Simulink (Matlab) для млина із параметрами, наведеними у табл.1. Моделювання здійснено для режиму роботи, у якому було отримано експериментальні дані (рис. 1, рис. 2). Оскільки в отриманих даних містяться шуми, які вносять випадкову складову у зареєстрований перехідний процес, то експериментальні дані були усереднені для виділення корисних сигналів та усунення впливу шумів. Порівняння усереднених експериментальних значень основних технологічних параметрів (температура аеросуміші на виході млина, завантаженість та перепад тиску на млині) із результатами моделювання наведено на рис. 6–8.

Відносна приведена похибка змодельованого сигналу температури аеросуміші на виході млина відносно усереднених експериментальних значень становить 5,0 %. Для сигналу завантаженості млина ця похибка становить 7,4 %, а для перепаду тиску на млині – 11,2 %.

На основі результатів порівняння змодельованих перехідних процесів та експериментальних даних можна зробити висновок, що розроблена модель достатньо адекватно описує перехідні процеси у КБМ і може бути застосована на практиці для дослідження цього об'єкта, а також для розроблення алгоритмів керування процесом розмелювання вугілля на ТЕС за допомогою КБМ.

Висновки. У результаті виконаних досліджень проаналізовано кульовий барабанний млин як об'єкт керування. Встановлено, що існує чітка залежність між енергією, яку витрачають кулі у млині на збудження вібрації корпуса КБМ, і кількістю матеріалу, що знаходиться в його барабані. Це означає, що за енергією вібрації корпуса млина чи його підшипників можна робити висновки про кількість матеріалу в його барабані.

Виконано дослідження спектральних характеристик віброшвидкості і віброприскорення переднього та заднього підшипника млина типу ШБМ-50. Встановлено, що середньоквадратичний рівень віброприскорення вертикальної складової підшипника КБМ у діапазоні від 2 до 6 кГц для вугільного млина характеризує його відносну продуктивність. А за максимально можливої продуктивності млина цей рівень досягає мінімального значення і з подальшим збільшенням подачі матеріалу в млин не змінюється.

На основі законів збереження маси та тепла, а також рівнянь витрати та теплообміну побудовано математичну модель КБМ у вигляді системи нелінійних диференціальних рівнянь. За результатами порівняння змодельованих перехідних процесів та експериментальних даних визначено, що розроблена модель достатньо адекватно описує перехідні процеси у КБМ і може бути застосована на практиці для дослідження цього об'єкта, а також для розроблення алгоритмів керування процесом розмелювання вугілля на ТЕС за допомогою КБМ.

1. Pistun, Y., Zagraj, V. & Skobalo, A. (2002). Automatic control and optimization of ball mills, Proc. of VIII Forum of Power Engineers, Techn. Univ. of Opole, May 29–31, 2002, ISBN 83-88492-04-7, Kabza, Z. (Ed.), pp. 575–581, Publ.House of Tech. Univ. of Opole, Opole, Poland.

2. Fedoryshyn, R.; Nykolyn, H.; Zagraj, V. & Pistun, Y. (2012). The improved system for automation and optimization of solid material grinding by means of ball mills. Annals of DAAAM for 2012 & Proceedings of the 23rd International DAAAM Symposium, ISBN 978-3-901509-91-9, ISSN 2304-1382, CDROM version, pp. 053-056, Editor B. Katalinic, Published by DAAAM International, Vienna, Austria, EU, 2012.

3. T. Chai, L. Zhai, and H. Yue, (2011). "Multiple models and neural networks based decoupling control of ball mill coal-pulverizing systems," Journal of Process Control, vol. 21, no. 3, pp. 351–366.

4. Feng, L., Yang, F., Zhang, W. & Tian, H. (2019). "Model Predictive Control of Duplex Inlet and Outlet Ball Mill System Based on Parameter Adaptive Particle Swarm Optimization", Mathematical Problems in Engineering, vol. 2019.

5. Lingfang, S., Jingmiao, S., Yinde, M., Congwei, F., Jibing, R. & Wei, Y. (2015), "Application research of PID-GPC algorithm in the ball mill system", Open Automation and Control Systems Journal, vol. 7, no. 1, pp. 157–166.

6. Формусатин В. П. Повышение производительности пылесистем на ТЭС. – Электрические станции, 2007, № 6, с. 1–4.

7. Левит Г. Т. Пылеприготовление на тепловых электростанциях / Г. Т. Левит. – М.: Энергоатомиздат, 1991. – 384 с.

8. Bai, Y. & He, F. (2015), "Modeling on the effect of coal loads on kinetic energy of balls for ball mills", Energies, vol. 8, no. 7, pp. 6859–6880.

9. Дружбляк О. М., Пистун Е. П., Трусь А. И. Системы загрузки шаровых барабанных мельниц. – Энергетика и электрификация, 1984, № 8, с. 29–32.

10. Macku, L[ubomir] & Novosad, D[avid] (2017). Influence of Online Identification Methods on the Nonlinear Process Control, Proceedings of the 28th DAAAM International Symposium, pp. 0216–0223, B. Katalinic (Ed.), Published by DAAAM International, ISBN 978-3-902734-11-2, ISSN 1726-9679, Vienna, Austria.

### 54 Автоматизація виробничих процесів у машинобудуванні та приладобудуванні. Вип. 53. 2019

11. Opalka, J. & Hubka, L. (2015), "Nonlinear state and unmeasured disturbance estimation for use in power plant superheaters control", Procedia Engineering, pp. 1539.

12. Filaretov, V[ladimir]; Zhirabok, A[lexey]; Zuev, A[lexander] & Protcenko, A[leksandr] (2016). Identification of Faults in Nonlinear Dynamic Systems, Proceedings of the 26th DAAAM International Symposium, pp. 0470–0477, B. Katalinic (Ed.), Published by DAAAM International, ISBN 978-3-902734-07-5, ISSN 1726-9679, Vienna, Austria.

## Y. P. Pistun, R. M. Fedoryshyn, V. S. Zagraj, G. A. Nykolyn Lviv Polytechnic National University,

# DEVELOPMENT OF MATHEMATICAL MODEL OF BALL MILL ON THE BASIS OF THE OBTAINED EXPERIMENTAL DATA

## Ó Pistun Y. P., Fedoryshyn R. M., Zagraj V. S., Nykolyn G. A., 2019

Aim. Experimental study of main technological parameters of a ball mill during coal milling at a thermal power plant and development of a mathematical model for the mill on the basis of the obtained data. Method. Based on the analysis of the energy flows in the ball mill the relation between the vibration energy of the mill body and the amount of the material in the mill is defined. Experimental study, i.e. measurement of the main technological parameters (mill loading with the material, air mixture temperature at the mill output and differential pressure across the mill), was carried out at an acting ball mill. The heat and mass conservation laws as well as flow rate and heat exchange equations were applied to develop the mathematical model of a ball mill in the form of the system of nonlinear differential equations. The transient processes were simulated in Simulink (Matlab) and compared to the experimental data. The relative reduced errors for each parameter were calculated to estimate the adequacy of the developed mathematical model. Results. It was found that the relative productivity of the ball mill can be defined using the root mean square level of the vertical component of the vibration acceleration for the front bearing of the coal mill in the range from 2 to 6 kHz. For the maximum productivity of the mill this level is minimal and does not vary any more at further loading of the mill. The mathematical model of the ball mill was developed. The transient processes of the main parameters were simulated and compared to the obtained experimental data. The adequacy of the developed model was estimated. Scientific novelty. The mathematical model of the ball mill was developed in the form of system of nonlinear differential equations which provides the possibility for modeling the transient processes with sufficient accuracy. The relative reduced errors of the simulated transient processes with respect to the experimental processes were calculated. For the air mixture temperature variation this error is 5.0 %, for the mill loading signal it is 7.4 %, and for the differential pressure across the mill drum the error equals 11.2 %. Practical significance. The developed mathematical model can be applied at practice for studying the ball mill operation in various modes as well as for development of automatic control algorithms for coal milling process at thermal power plants.

Key words: ball mill, milling process, coal, mathematical model, nonlinear plant.

1. Pistun, Y., Zagraj, V. & Skobalo, A. (2002). Automatic control and optimization of ball mills, Proc. of VIII Forum of Power Engineers, Techn. Univ. of Opole, May 29–31, 2002, ISBN 83-88492-04-7, Kabza, Z. (Ed.), pp. 575–581, Publ. House of Tech. Univ. of Opole, Opole, Poland.

2. Fedoryshyn, R.; Nykolyn, H.; Zagraj, V. & Pistun, Y. (2012). The improved system for automation and optimization of solid material grinding by means of ball mills. Annals of DAAAM for 2012 & Proceedings of the 23rd International DAAAM Symposium, ISBN 978-3-901509-91-9, ISSN 2304-1382, CDROM version, pp. 053–056, Editor B. Katalinic, Published by DAAAM International, Vienna, Austria, EU, 2012.

3. T. Chai, L. Zhai, and H. Yue, (2011). "Multiple models and neural networks based decoupling control of ball mill coal-pulverizing systems", Journal of Process Control, vol. 21, no. 3, pp. 351–366.

4. Feng, L., Yang, F., Zhang, W. & Tian, H. (2019). "Model Predictive Control of Duplex Inlet and Outlet Ball Mill System Based on Parameter Adaptive Particle Swarm Optimization", Mathematical Problems in Engineering, vol. 2019.

5. Lingfang, S., Jingmiao, S., Yinde, M., Congwei, F., Jibing, R. & Wei, Y. (2015), "Application research of PID-GPC algorithm in the ball mill system", Open Automation and Control Systems Journal, vol. 7, no. 1, pp. 157–166.

6. Formusatin V. P. (2007) Improvement of dust systems productivity at thermal power stations. – Power stations, No. 6, pp. 1–4 [in Russian].

7. Levit, G. (1991). Production of dust at thermal power stations, Energoatomizdat, ISBN 5-283-00151-2, Moscow, 384 p [in Russian].

8. Bai, Y. & He, F. (2015), "Modeling on the effect of coal loads on kinetic energy of balls for ball mills", Energies, vol. 8, no. 7, pp. 6859–6880.

9. Druzhbliak O. M., Pistun Y. P., Trus A. I. (1984) Systems for feeding the ball mills. – Power engineering and electrification, No. 8, pp. 29–32 [in Russian].

10. Macku, L[ubomir] & Novosad, D[avid] (2017). Influence of Online Identification Methods on the Nonlinear Process Control, Proceedings of the 28th DAAAM International Symposium, pp.0216-0223, B. Katalinic (Ed.), Published by DAAAM International, ISBN 978-3-902734-11-2, ISSN 1726-9679, Vienna, Austria.

11. Opalka, J. & Hubka, L. (2015), "Nonlinear state and unmeasured disturbance estimation for use in power plant superheaters control", Procedia Engineering, pp. 1539.

12. Filaretov, V[ladimir]; Zhirabok, A[lexey]; Zuev, A[lexander] & Protcenko, A[leksandr] (2016). Identification of Faults in Nonlinear Dynamic Systems, Proceedings of the 26th DAAAM International Symposium, pp. 0470–0477, B. Katalinic (Ed.), Published by DAAAM International, ISBN 978-3-902734- 07-5, ISSN 1726-9679, Vienna, Austria.