

МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЦЕСУ НАРІЗАННЯ ГЛОБОЇДНИХ ЧЕРВ'ЯЧНИХ КОЛІС СПОСОБОМ БЕЗПЕРЕРВНОГО ФОРМОУТВОРЕННЯ ДИСКОВИМИ ФРЕЗАМИ

© Литвиняк Я. М., Юрчишин І. І., 2019

<https://doi.org/10.23939/istcipa2019.53.023>

Мета. Моделювання процесу формоутворення бокових поверхонь зубців черв'ячних коліс глобоїдних черв'ячних передач способом безперервного формоутворення дисковими фрезами для розроблення науково обґрунтованих рекомендацій щодо технологічного забезпечення виготовлення глобоїдних черв'ячних коліс.

Методика. Дослідження базуються на методах кінематичного аналізу теоретичної механіки, диференціальної та аналітичної геометрії, теорії зубчастих зачеплень, теорії формоутворення поверхонь деталей різанням.

Результати. Здійснено моделювання процесу формування бокових поверхонь зубців черв'ячних коліс глобоїдних черв'ячних передач способом безперервного формоутворення дисковими фрезами. Рекомендовано виконувати нарізання глобоїдних черв'ячних коліс при коловому русі або зворотно-поступальному русі дискової фрези, що встановлюється під кутом нахилу зубців, який дорівнює максимальному куту підйому витка глобоїдного черв'яка. Запропоновано визначати кут нахилу дискової фрези, враховуючи величину модифікації глобоїдного черв'яка. Рекомендовано використовувати дискові фрези з головним різальним ребром зубця фрези малої довжини, враховуючи технологічні чинники та механічні властивості матеріалів черв'ячних глобоїдних коліс. Отримано системи рівнянь, що описують просторові поверхні зубців глобоїдних черв'ячних коліс, які утворені при коловому русі чи зворотно-поступальному русі дискової фрези. Запропоновано використовувати визначений профіль зубців у середній площині глобоїдного колеса як виробничий профіль для нарізання витків модифікованого глобоїдного черв'яка. **Наукова новизна.** Розроблено основи формоутворення поверхонь зубців глобоїдних черв'ячних коліс дисковими інструментами обмеженої товщини при безперервному обертанні заготовки зубчастого колеса. Запропоновано використовувати властивості виробничих ліній, створюваних дисковим інструментом, для спрощеного визначення ліній контакту та бокових поверхонь зубців на основі методики матричних перетворень між рухомими системами координат. Запропоновано використовувати множину січних профілів бокових поверхонь зубців, що визначаються за встановленими залежностями у площинах паралельних середній площині глобоїдного колеса, для аналізу їх просторового поля контакту з витками глобоїдного черв'яка. Встановлений характер формування поверхонь зубців глобоїдного колеса твірними просторовими лініями, що відмінний від традиційних. Встановлений якісний вплив діаметра дискової фрези на повздовжню кривизну всієї бокової поверхні зубця глобоїдного колеса, що визначає форму зубця, близьку до спряженої із боковою поверхнею витка глобоїдного черв'яка. Отримані теоретичні співвідношення доповнюють теорію формоутворення поверхонь деталей та теоретичні основи технологічного її забезпечення. **Практична значущість.** Моделювання процесів профілювання поверхонь зубців глобоїдних черв'ячних коліс способом безперервного формоутворення дисковими фрезами дозволяє встановити науково-обґрунтовані рекомендації для технологічного забезпечення функціональних характеристик глобоїдних черв'ячних передач на стадії виготовлення та технологічної підготовки виробництва.

Ключові слова: глобоїдні черв'ячні колеса, глобоїдний черв'як, поверхня зубця, моделювання, нарізання зубчастих коліс, гвинтова співвісна твірна лінія, синусоподібний профіль зубця, дискові фрези, спосіб безперервного формоутворення.

Вступ. Глобоїдні черв'ячні передачі (ГЧП), що складаються з ортогонально розташованих глобоїдного черв'яка (ГЧ) та глобоїдного черв'ячного колеса (ГК), належать до групи просторових зубчастих передачах, що достатньо часто використовуються в сучасних машинах, механізмах та обладнанні машинобудівної, металургійної, транспортної, енергетичної, гірничо-видобувної, будівельної, хімічної, харчової, переробної галузі промисловості. Функціональна привабливість ГЧП,

порівняно з іншими передачами, зокрема циліндричними черв'ячними передачами, визначається компактністю, високою навантажувальною спроможністю, підвищеним коефіцієнтом корисної дії, яких досягають багатопарним зачепленням витків ГЧ із зубцями ГК, що відображається у значному за величиною коефіцієнті перекриття та сприятливим трибологічним властивостями контакту між витками та зубцями. Експлуатаційні властивості ГЧП, що закладені в особливостях модифікованого глобоїдного зачеплення і складній технології складання та оброблення ГЧ та ГК, реалізуються на стадіях проектування, технологічної підготовки виробництва та виготовлення. Застосування ГЧП у механізмах приводів машин і обладнанні передбачає передачу значної потужності та великих обертових моментів, що при різних за механічними властивостями матеріалів ГК та ГЧ супроводжується зношенням здебільшого зубців ГК, а відтак, для подовження життєвого циклу приводів достатньо важливим є поновлення експлуатаційних характеристик ГЧП за допомогою технологічної підтримки економічно виправданого виготовлення ГК під час ремонту, що важливо, наприклад, для відновлення ліфтових редукторів. Отже, розроблення науково обґрунтованих засад технологічного забезпечення реалізації сучасних досягнень і положень теорії глобоїдного зачеплення є актуальним завданням для виробництва нових та реновації використовуваних приводів із глобоїдними черв'ячними передачами.

Аналіз літературних джерел за темою статті. Сучасні тенденції розвитку зубчастих передач, що переважно започатковуються у циліндричних зубчастих передачах, передбачають надання більшої переваги розробленню оптимального зубчастого зачеплення ніж способам його виготовлення, тобто спочатку здійснюється проектування за функціональними критеріями оптимального профілю зубців зубчастих коліс, а згодом підбирають метод обробки, який забезпечить потрібне формоутворення зубців. Оптимізований профіль зубців здебільшого належить до модифікованих, тому отримується не традиційними методами та інструментами, а на технологічно гнучкому багатокординатному верстатному обладнанні оснащеному системою ЧПК. При виготовленні ГЧ та ГК для ГЧП такої послідовності дотримуються лише у випадках нарізання зубців великогабаритних ГК у дрібносерійному чи одиничному виробництвах за умови наявності у виробника відповідного габаритам ГК багатифункціонального оброблювального центра з ЧПК, який, за допомогою універсальних інструментів – кінцевих фрез, дозволяє технологічно гнучко виконувати профілювання зубців ГК [1]. Оброблювальні центри з ЧПК належать загалом до унікальних та вартісних верстатів, що потребують високої навантаженості, а тому доцільність застосування їх на операції нарізання зубців ГК вимагає економічного обґрунтування і є виправданою тільки для певних виробничих умов і конструктивних особливостей ГК відповідної ГЧП.

Особливість виготовлення ГСП полягає в тому, що їх потрібні експлуатаційні характеристики першочергово забезпечуються технологічним устаткуванням і відповідним інструментальним оснащенням, використовуваним для формоутворення витків ГЧ та зубців ГК, а профілі, що потенційно можуть бути утворені виготовленням порівнюються із теоретичними профілями у спроектованому глобоїдному зачепленні [2, 3]. Профілювання витків та зубців у глобоїдному черв'ячному зачепленні ґрунтується на модифікації активних поверхонь зубців ГК та витків ГЧ, яка виникає після тривалого їх припрацювання у ГЧП. Своєю чергою, надання витку ГЧ та зубцям ГК при нарізанні відхилень, що близькі до відхилень, отримуваних в процесі їх припрацювання в передачі, значно зменшує час на саме припрацювання та підвищує навантажувальну спроможність глобоїдного зачеплення. Першочергово модифікацію забезпечують для ГЧ. Найпростішим, а відтак реалізовуваним на практиці є метод АУ-модифікації. Згідно з цим методом нарізають витки ГЧ на зубофрезерному верстаті при специфічних технологічних налагодженнях: збільшеній кількості зубців виробничого (верстатного) колеса на 1–2 зубці; збільшеному верстатному передавальному відношенню, відмінному від передавального відношення реальної ГЧП; збільшеній верстатній міжосьовій віддалі [3, 4, 7]. Стандартний контур витків вихідного глобоїдного черв'яка має прямолінійний боковий профіль, тому отримання профілю зубців ГК, максимально наближеного до

профілю зубців спряженого з контуром витка вихідного ГЧ є також складною технологічною задачею. Технологічна складність полягає в тому, що ГЧ використовується тільки для одного ГК. Тому нарізання зубців ГК проводять двома способами, які відрізняються використовуваними формоутворювальними різальними інструментами. За першим способом, зубці ГК нарізають глобоїдною черв'ячною фрезою, яка повинна відповідати виробничій поверхні ГЧ та одночасно забезпечувати поздовжню та профільну модифікації зубця ГК [2, 7]. Однак, глобоїдну черв'ячну фрезу застосовують для нарізання зубців тільки одного глобоїдного ГК, а тому вона належить до вартісних інструментів і використовується у масовому або великосерійному виробництві. Крім цього, експлуатація глобоїдної черв'ячної фрези передбачає виконання операцій загострення її зубців і супроводжується зміною її діаметральних розмірів, що негативно впливає на отримуваний профіль зубців ЧК [5, 6]. За другим способом, використовуваним у дрібносерійному та одиничному виробництвах, нарізають зубці ГК за допомогою чотирирізцевих фрез ("літаючі фрези"). У чотирирізцевих фрез, які належать до традиційних (мають подовжений корпус, в якому встановлено різці, розташовані попарно-симетрично відносно центральної площини симетрії), два крайні різці (правий та лівий) формують дві бокові лінійчасті поверхні зубців ГК, а два середні різці (правий та лівий) застосовують для модифікації поверхні зуба ГК. Нарізають зубці за безперервних, узгоджених за допомогою передавального відношення, рухів обертання чотирирізцевої фрези та заготовки ЧК. Модифікація зубців ЧК відображається увігнутими лунками малої глибини, утвореними посередині бокових поверхонь зубців, а форма отримуваних лунок повинна бути достатньо близькою до форми обкатної поверхні зубця ЧК [5–7]. Використання чотирирізцевих фрез також супроводжується технологічними труднощами, що пов'язані із налагодженням технологічного устаткування: встановлення на верстаті правих і лівих різців симетрично до середньої площини ГК та на відстані, що дорівнює діаметру профільного кола ГК; розміщення внутрішніх різців на віддалі, що забезпечує певну глибину модифікації (декілька сотих міліметрів) та під кутом відносно крайніх різців, величина якого узгоджується з кутом профілю витка ГЧ; розташування вершин різців на поверхні глобоїда виробничого черв'яка. Крім цього, використання способу нарізання зубців ГК чотирирізцевими фрезами супроводжується отриманням таких результатів, яким властивий значний ступінь невизначеності щодо отримуваної форми профілю зубців, яка для відповідного глобоїдного зачеплення повинна бути близькою до оптимальної, а також передбачає виконання наукоємних спеціальних розрахунків, за якими формуються технологічні налагодження та моделюється верстатне зачеплення та робоче зачеплення в глобоїдній черв'ячній передачі.

Наведені особливості нарізання зубців у ЧК для ГЧП спонукали до пошуку більш технологічно ефективних способів. Одним із них є новий спосіб нарізання зубців, що в певній інтерпретації називається способом радіально-колового формоутворення зубців дисковою фрезою при безперервному обертанні заготовки зубчастого колеса (безперервного поділу) [11–14]. За цим способом дискова фреза отримує у радіальному напрямку заготовки зубчастого колеса, що безперервно обертається, або зворотно-поступальний [11–13] або обертовий (коловий) рух [14] (якщо дискову фрезу встановлено з ексцентриситетом до осі обертання шпинделя верстата). Зворотно-поступальний чи обертовий рух дискової фрези узгоджений передавальним відношенням із обертовим рухом заготовки нарізаного зубчастого колеса. Детальний аналіз літературних джерел щодо застосування способу радіально-колового формоутворення зубців циліндричних коліс наведено в [14]. Враховуючи значну технологічну гнучкість способу безперервного формоутворення дисковою фрезою, його намагались застосувати для нарізання зубців глобоїдних коліс для ГЧП [8–10]. Однак, наведені результати мають здебільшого описовий характер та відображають за частковими виразами величини певних похибок форми бокової поверхні зубців, хоча відсутні співвідношення, які описують просторову форму зубців ГК, що загалом не дає змоги використовувати їх на практиці для проектування технологічної операції нарізання ГК відповідної якості. Технологічна перспективність способу безперервного формоутворення зубців дисковими фрезами передбачає

детальне моделювання процесу нарізання зубців глобоїдних черв'ячних коліс для отримання рекомендацій щодо його практичного застосування при виготовленні ГК та ГЧ для ГЧП.

Мета. Моделювання процесу формування бокових поверхонь зубців черв'ячних коліс глобоїдних черв'ячних передач способом безперервного формоутворення дисковими фрезами для розроблення науково обґрунтованих рекомендацій щодо технологічного забезпечення виготовлення глобоїдних черв'ячних коліс.

Методика проведення досліджень. Під час досліджень використовували: методи кінематичного аналізу теоретичної механіки, методи диференціальної та аналітичної геометрії, методи теорії зубчастих зачеплень, методи теорії формоутворення поверхонь деталей різанням.

Результати досліджень та їх обговорення. Традиційні процеси нарізання зубців ГК базуються на застосуванні складних у виготовленні, експлуатації, налагодженні глобоїдних фрез або чотирирізцевих фрез. Альтернативним формоутворювальним інструментом є дискова фреза (ДФ), якій надається коловий рух чи зворотно-поступальний рух у радіальному напрямку нарізуваного глобоїдного зубчастого колеса (ГК) (рис. 1, а, б). Перспективність застосування ДФ із різними кінематичними рухами ґрунтується на тому, що ДФ у технологічній налагодці є одиничним інструментом, керувати положенням якого простіше, ніж положенням різців у чотирирізцевій фрезі, а конструкція, складність проектування, вартість і експлуатація ДФ має незаперечні переваги порівняно з глобоїдними фрезами. Крім цього, виконані експериментальні дослідження дозволили встановити, що пропонуваним способом формоутворення за допомогою ДФ отримуються бокові поверхні зубів ГК, переважно випуклі з малою кривизною за висотою зуба і ввігнуті вздовж зуба із кривизною, що менша за найбільшу кривизну витка ГЧ. Така геометрична форма поверхні зубця ГК наближена до спряженої випуклої повздовжньої форми та прямолінійної лінійчастої форми по висоті витка ГЧ і сприяє локалізації контакту на поверхні зубця ГК у зібраній передачі, що також відобразиться на тривалості налагоджень при збиранні ГЧП.

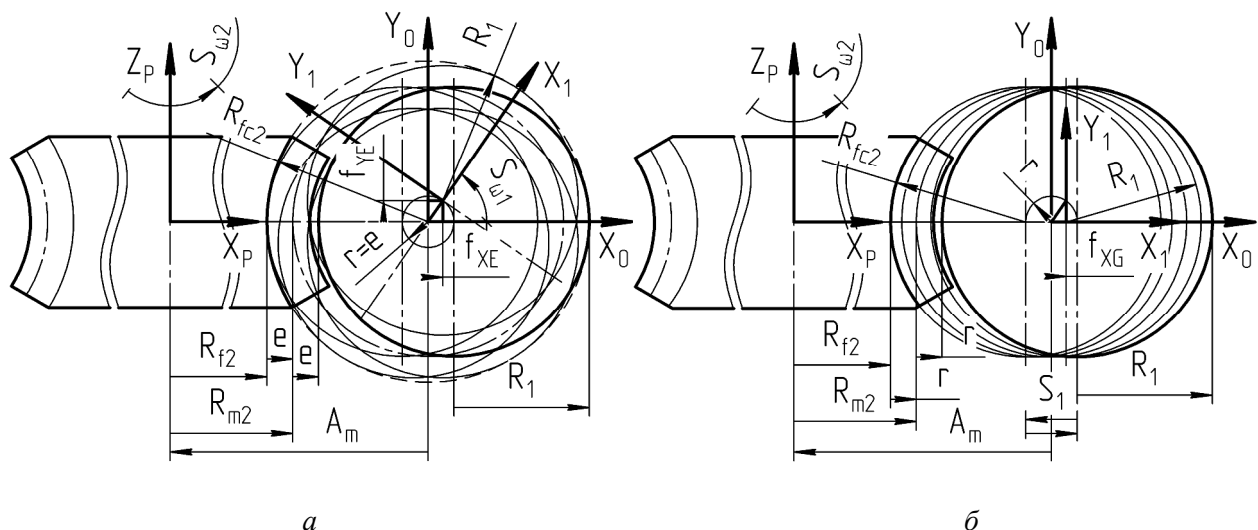


Рис. 1. Нарізання зубців глобоїдного черв'ячного колеса способом колового руху дискової фрези (а) та способом зворотно-поступального руху дискової фрези (б)

Fig. 1. Cutting tooth of globoidal worm gear by method of circular motion with disk milling cutter (a) and by method of reciprocating motion with disk milling cutter (b)

При коловому русі дискової фрези (КРД) (рис. 1, а), фрезу радіусом R_1 встановлюють з ексцентриситетом e відносно осі обертання шпинделя зубофрезерного верстата. Інструментальна (верстатна) оправка, разом із зміщеною ДФ, отримує безперервний обертовий рух S_{ω_1} із кутовою швидкістю ω_1 . На столі зубофрезерного верстата закріплено заготовку ГК, якій надається безперервний рух обертання S_{ω_2} із кутовою швидкістю ω_2 , яка узгоджена з ω_1 . Положення центра ДФ, що рухається по колу радіусом $r = e$ у площині нерухомої системи координат $S_0(X_0Y_0Z_0)$, визначається координатами f_{XE} та f_{YE} .

Нарізають зубці ГК при зворотно-поступальному русі дискової фрези (ЗПРД) (рис. 1, б) інструментом – ДФ радіусом R_1 , якому надається безперервний зворотно-поступальний рух S_1 тільки вздовж осі X_0 нерухомої системи координат $S_0(X_0Y_0Z_0)$, а заготовка ГК отримує безперервний обертовий рух S_{ω_2} із кутовою швидкістю ω_2 . Положення центра ДФ визначається координатою f_{XG} (переміщення вздовж осі Y_0 відсутнє – $f_{YG} = 0$). Рухи S_{ω_2} та S_{ω_1} чи S_1 співвідносяться обернено пропорційно до кількості зубців Z_2 ГК. Реалізується спосіб ЗПРД за допомогою спеціального оснащення на зубофрезерному верстаті або на токарно-затилувальному верстаті, у якому конструктивно передбачено здійснення зворотно-поступальних кінематично узгоджених рухів перпендикулярно до осі обертання шпинделя верстата.

У міжзубцевій западині нарізаного ГК формоутворювальне коло радіусом R_1 , що належить ДФ, вздовж осі X_0 або осі X_P нерухомої системи координат $S_P(X_P Y_P Z_P)$, пов'язаної із ГК, переміщується симетрично до кола радіусом R_{m2} (R_{m2} – середнє коло), що розташоване в площині $X_P Y_P$ системи координат S_P . Глибина міжзубцевої западини ГК визначається величиною кола западин R_{f2} за відомою залежністю:

$$R_{f2} = R_2 - h_f; \quad \text{або} \quad R_{f2} = m \cdot Z_2 - (h_f^* + c^*) \cdot m, \quad (1)$$

де R_2 – радіус ділильного кола ГК; m – модуль ГК; Z_2 – кількість зубців ГК; h_f^* та c^* – відповідно висота ніжки зуба та радіальний зазор.

Радіус середнього кола R_{m2} та величину верстатної міжосьової віддалі A_m (віддаль між віссю нарізаного ГК та віссю обертання інструментальної оправки з ДФ) визначають за такими співвідношеннями:

$$R_{m2} = R_{f2} + r; \quad A_m = R_{m2} + R_1. \quad (2)$$

де r – амплітуда зміщення осі ДФ (e – ексцентриситет встановлення ДФ).

Радіус вибірки R_{fc2} поверхні западин зубців ГК в осьовій площині залежить загалом від радіуса R_1 ДФ та дорівнює для способу ЗПРД – $R_{fc2} = R_1$, а для способу КРД – $R_{fc2} = R_1 + e$.

Радіус R_1 безпосередньо впливає на повздовжню кривизну бокової поверхні зубців ГК, що у зібраній передачі дасть змогу забезпечити повноту контакту із боковою поверхнею витка ГЧ, випуклою в повздовжньому напрямку, а відтак, несучу здатність передачі.

Нарізають зубці ГК при встановленні площини ДФ під кутом β нахилу зубця ГК, який дорівнює максимальному ділильному куту підйому витка черв'яка γ і може бути визначений за залежністю, що видозмінює стандартизовану (встановлена для випадку нарізання ГЧ, модифікованого за способом АУ):

$$\operatorname{tg} \gamma = \frac{R_2 + 0,96 \cdot a \cdot \left(1 - \frac{Z_2}{Z_{20}}\right)}{u_{20} \cdot R_{10}}, \quad (3)$$

де R_{10} та R_2 – радіуси відповідно ділильного кола ГЧ та ділильного кола ГК; u_{20} – верстатне передавальне число при нарізанні ГЧ ($u_{20} = Z_{20} / Z_1$, де Z_1 – число заходів ГЧ; Z_{20} – число зубців виробничого колеса, $Z_{20} = Z_2 / (0,91 + 0,0074 \cdot \sqrt{u})$); Δ_{a20} – величина збільшення міжосьової віддалі між виробничим колесом та нарізуваним ГЧ ($\Delta_{a20} = 0,96 \cdot a \cdot \left(1 - \frac{Z_2}{Z_{20}}\right)$); a – міжосьова відстань ГЧП; u – передавальне число ГЧП ($u = Z_2 / Z_1$, де Z_2 – кількість зубців ГК).

Моделювання процесів КРД та ЗПРД полягає у визначенні виразів, що описують бокові поверхні зубців глобоїдного черв'ячного колеса (рис. 2). Формування бокових поверхонь зубців виконує ДФ, що утворена твірними колами радіусом R_1 – лівим, правим та середнім. Товщина ДФ дорівнює B . Рухома система координат $S_1 (X_1 Y_1 Z_1)$ зв'язана з ДФ. Початок системи S_1 відносно початку нерухокої системи координат $S_F (X_F Y_F Z_F)$, зміщений вздовж осей X_F та Y_F на віддалі відповідно f_{XEG} та f_{YEG} . Сумарне зміщення S_1 ц площині $X_F Y_F$ дорівнює r . Віддалі f_{XEG} та f_{YEG} є змінними і відображають переміщення системи координат S_1 та ДФ за певними співвідношеннями. Система координат S_1 відносно системи координат S_F може повертатись на кут θ навколо осі Z_F . Крім цього, системі координат S_1 навколо осі Z_1 може надаватись додатковий поворот на центральний кут φ_1 . За відсутності потреби встановлювати вплив додаткового повороту ДФ на формування поверхні зубців достатньо використати умову $\varphi_1 = \theta$, вважаючи рух ДФ плоско-паралельним.

Вісь обертання інструментальної оправки збігається з віссю Z_0 нерухокої системи координат $S_0 (X_0 Y_0 Z_0)$ в якій система координат S_F може бути зміщена на відстань $\pm b$ (додатне значення для лівого, від'ємне – для правого, нульове – для середнього твірного кола ДФ). Величина зміщення дорівнює $b = B/2$. Нерухома система координат $S_P (X_P Y_P Z_P)$, що пов'язана із заготовкою ГК, відносно нерухокої системи координат S_0 повернута на кут ν та зміщена на величину, що дорівнює міжосьовій верстатній віддалі A_m . У системі координат S_P рухома система координат $S_2 (X_2 Y_2 Z_2)$, що пов'язана з заготовкою ГК, повертається на кут φ_2 відносно осі Z_P . Вісь ГК співпадає з віссю Z_2 . Кут нахилу зубців β визначається кутом повороту ДФ відносно осі ГК. Повороти інструментальної оправки та заготовки ГК здійснюються навколо відповідних перехрещуваних осей, відповідно Z_0 та Z_P (Z_0), з кутовими швидкостями ω_1 та ω_2 . Верстатне передавальне відношення у цьому випадку набуває такого значення: $i_{12} = \omega_1 / \omega_2$.

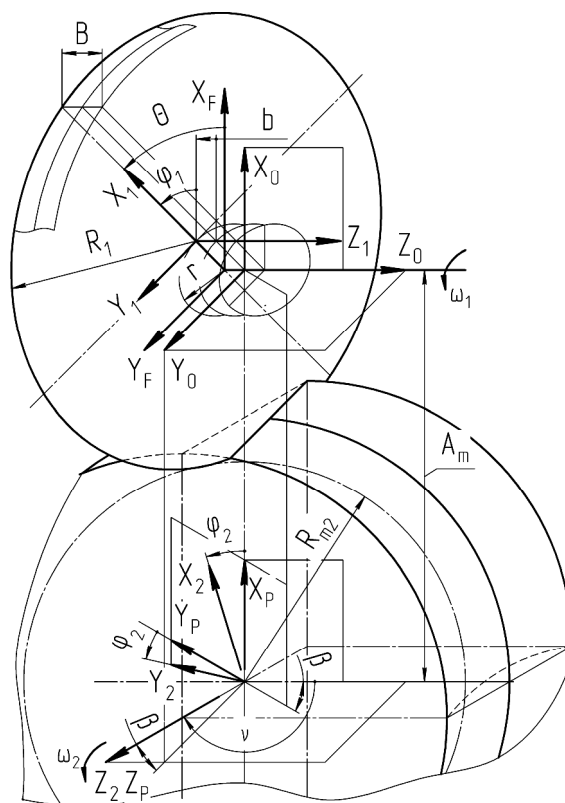


Рис. 2. Системи координат при моделюванні нарізання глобоїдних черв'ячних коліс дисковою фрезою з безперервним обертанням заготовки

Fig. 2. Coordinate systems for modeling of cutting of globoidal worm gears by disk milling cutter with continuously circular of workpiece

Формули перетворення координат (системи координат Декартові) визначають на основі здійснення переходу від системи координат S_1 до S_2 , використовуючи такий запис матричних добутків :

$$r_2 = M_{21} \cdot r_1 ; \quad (4)$$

$$M_{21} = M_{2P} \cdot M_{P0} \cdot M_{01} , \quad (5)$$

де r_1 та r_2 – матриці-стовпці радіус-векторів однієї точки в системах координат S_1 та S_2 ; M_{21} – результуюча матриця безпосереднього переходу від системи координат S_1 до S_2 ; M_{01} , M_{P0} , M_{2P} – матриці переходу, що встановлюють перехід між системами координат відповідно від S_1 до S_0 , від S_0 до S_P , від S_P до S_2 .

Беручи до уваги напрямки повороту та зміщень систем координат, складаємо відповідні матриці переходу:

$$M_{01} = \begin{bmatrix} \cos \varphi_1 & \sin \varphi_1 & 0 & f_{XEG} \\ -\sin \varphi_1 & \cos \varphi_1 & 0 & f_{YEG} \\ 0 & 0 & 1 & DLT_{RL} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} ; M_{P0} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & A_m \\ 0 & \cos v & -\sin v & 0 \\ 0 & \sin v & \cos v & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} ; \quad (6)$$

$$M_{2P} = \begin{bmatrix} \cos \varphi_2 & \sin \varphi_2 & 0 & 0 \\ -\sin \varphi_2 & \cos \varphi_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} ,$$

де f_{XEG} та f_{YEG} – координати положення проєкцій осі Z_1 системи координат S_1 на осі відповідно X_0 та Y_0 системи координат S_0 ; DLT_{RL} – величина зміщення лівого або правого твірного кола ДФ відносно площини X_0Y_0 системи координат S_0 ; v – кут повороту осі Z_P системи координат S_P навколо осі X_P .

Кут повороту v та кут нахилу β зубців ГК пов'язані співвідношенням: $v = \frac{\pi}{2} + \beta$.

Результуюча матриця переходу M_{21} від системи координат S_1 до системи координат S_2 набуває такого вигляду:

$$M_{21} = \begin{bmatrix} \cos \varphi_2 \cdot \cos \varphi_1 + \sin \varphi_2 \cdot \sin \varphi_1 \cdot \cos v , & -\cos \varphi_2 \cdot \sin \varphi_1 + \sin \varphi_2 \cdot \cos \varphi_1 \cdot \cos v , & -\sin \varphi_2 \cdot \sin v , & f_{XEG} \cdot \cos \varphi_2 + f_{YEG} \cdot \sin \varphi_2 \cdot \cos v - DLT_{RL} \cdot \sin \varphi_2 \cdot \sin v + A_m \cdot \cos \varphi_2 \\ -\sin \varphi_2 \cdot \cos \varphi_1 + \cos \varphi_2 \cdot \sin \varphi_1 \cdot \cos v , & \sin \varphi_2 \cdot \sin \varphi_1 + \cos \varphi_2 \cdot \cos \varphi_1 \cdot \cos v , & -\cos \varphi_2 \cdot \sin v , & -f_{XEG} \cdot \sin \varphi_2 + f_{YEG} \cdot \cos \varphi_2 \cdot \cos v - DLT_{RL} \cdot \cos \varphi_2 \cdot \sin v - A_m \cdot \sin \varphi_2 \\ \sin \varphi_1 \cdot \sin v , & \cos \varphi_1 \cdot \sin v , & \cos v , & f_{YEG} \cdot \sin v - DLT_{RL} \cdot \cos v \\ 0 , & 0 , & 0 , & 1 \end{bmatrix} . \quad (7)$$

Індекси E та G в позначенні параметрів f_{XEG} та f_{YEG} стосуються відповідних способів формоутворення: індекс E – спосіб КРД, індекс G – спосіб ЗПРД.

Величину зміщення DLT_{RL} твірного кола ДФ визначають за такою залежністю:

$$DLT_{RL} = K_{ORL} \cdot b ,$$

де K_{ORL} – коефіцієнт, що відповідає відповідному твірному колу ДФ; R , L та O – індекси, що вказують відповідно на праве, ліве та середнє твірне коло ДФ.

Коефіцієнт K_{ORL} набуває для позначення відповідного лівого, правого та середнього твірного кола ДФ таких числових значень: $K_{ORL} = +1$, $K_{ORL} = -1$, $K_{ORL} = 0$.

Для способу формоутворення КРД переміщення осі ДФ, що відповідає зміщенню початку системи координат S_1 на віддалі f_{XE} та f_{YE} в площині X_0Y_0 системи координат S_0 , визначається рухом по колу радіусом, що дорівнює ексцентриситету e і визначається такими виразами:

$$f_{XE} = e \cdot \cos \theta; \quad f_{YE} = e \cdot \sin \theta. \quad (8)$$

У способі формоутворення ЗПРД зворотно-поступальний рух ДФ здебільшого створюється кулачковим механізмом, в якому використовується найпростіший його вид – круговий ексцентрик. Отже, прямолінійне зворотно-поступальне переміщення f_{XG} осі ДФ та початку системи координат S_1 у площині X_0Y_0 системи координат S_0 здійснюється тільки вздовж осі X_0 , і для кулачка у вигляді кругового ексцентрика з ексцентриситетом r визначається за такими залежностями:

$$f_{XG} = r \cdot \cos \theta; \quad f_{YG} = 0. \quad (9)$$

Твірне коло радіусом R_1 , що належить ДФ, у системі координат S_1 описується радіус-вектором r_1 у вигляді транспонованої матриці:

$$r_1 = [R_1 \cdot \cos \varepsilon, \quad R_1 \cdot \sin \varepsilon, \quad 0, \quad 1]^T, \quad (10)$$

де ε – центральний (полярний) кут до певної точки кола радіусом R_1 .

Застосовуючи матричні добутки за формулою (4) та враховуючи вирази (8)–(10), отримуємо координати точок профілю зубців ГК у системі координат S_2 . Додатково приймаємо, що ДФ здійснює плоско-паралельний рух у системі координат S_0 і не має додаткового повороту на кут φ_1 ($\varphi_1 = 0$). Вирази координат точок бокових поверхонь зубців ГК, утворених точками твірних кіл ДФ способом КРД, мають такий вигляд:

$$\begin{aligned} x_{2E} &= R_1 \cdot (\cos \varphi_2 \cdot \cos \varepsilon + \sin \varphi_2 \cdot \cos v \cdot \sin \varepsilon) + e \cdot (\cos \varphi_2 \cdot \cos \theta + \sin \varphi_2 \cdot \cos v \cdot \sin \theta) - \\ &- DLT_{RL} \cdot \sin \varphi_2 \cdot \sin v + A_m \cdot \cos \varphi_2; \\ y_{2E} &= R_1 \cdot (-\sin \varphi_2 \cdot \cos \varepsilon + \cos \varphi_2 \cdot \cos v \cdot \sin \varepsilon) + e \cdot (-\sin \varphi_2 \cdot \cos \theta + \cos \varphi_2 \cdot \cos v \cdot \sin \theta) - \\ &- DLT_{RL} \cdot \cos \varphi_2 \cdot \sin v - A_m \cdot \sin \varphi_2; \\ z_{2E} &= R_1 \cdot \sin v \cdot \sin \varepsilon + e \cdot \sin v \cdot \sin \theta + DLT_{RL} \cdot \cos v. \end{aligned} \quad (11)$$

Система виразів координат точок бокових поверхонь зубців ГК, утворених точками твірних кіл ДФ способом ЗПРД, набувають такого вигляду:

$$\begin{aligned} x_{2G} &= R_1 \cdot (\cos \varphi_2 \cdot \cos \varepsilon + \sin \varphi_2 \cdot \cos v \cdot \sin \varepsilon) + r \cdot \cos \varphi_2 \cdot \cos \theta - DLT_{RL} \cdot \sin \varphi_2 \cdot \sin v + A_m \cdot \cos \varphi_2; \\ y_{2G} &= R_1 \cdot (-\sin \varphi_2 \cdot \cos \varepsilon + \cos \varphi_2 \cdot \cos v \cdot \sin \varepsilon) - r \cdot \sin \varphi_2 \cdot \cos \theta - DLT_{RL} \cdot \cos \varphi_2 \cdot \sin v - A_m \cdot \sin \varphi_2; \\ z_{2G} &= R_1 \cdot \sin v \cdot \sin \varepsilon + DLT_{RL} \cdot \cos v. \end{aligned} \quad (12)$$

Співвідношення (11) та (12) доцільно використати для визначення координат профілів зубців, в системі координат S_2 , отриманих перетином площини, перпендикулярної до осі ДФ та розташованої паралельно до середньої площини X_2Y_2 на відстані D_{Z2} від цієї площини. Таку сукупність профілів можна застосувати для детального аналізу просторового поля зачеплення або контакту вхідної та вихідної ділянок бокової поверхні зубців ГК, що охоплюють витки ГЧ у площинах, паралельних до осьової площини ГЧ.

Величину D_{Z2} доцільно вибирати тако, щоби вона дорівнювала половині ширини B_K зубчатого ГК. Прирівнюючи z_{2E} або z_{2G} із систем (11) та (12) значенню D_{Z2} , визначимо змінний кут ε_{DE} або ε_{DG} відповідно для способів КРД та ЗПРД за такими виразами:

$$\varepsilon_{DE} = \arcsin \left(\frac{D_{Z2} - e \cdot \sin v \cdot \sin \theta - DLT_{RL} \cdot \cos v}{R_1 \cdot \sin v} \right); \quad (13)$$

$$\varepsilon_{DG} = \arcsin \left(\frac{D_{Z2} - DLT_{RL} \cdot \cos v}{R_1 \cdot \sin v} \right). \quad (14)$$

Використовуючи значення кутів ε_{DE} або ε_{DG} , зможемо за першими двома виразами із систем (11) та (12) розрахувати координати профілів зубців ГК у середній площині ($D_{Z2} = 0$) або площинах, паралельних до середньої площини ГК.

Робоча товщина зубця ГК безпосередньо залежить від довжини B переднього леза зубців ДФ. Зменшити вплив довжини B можна, збільшуючи величину ексцентриситету e встановлення ДФ або величину ексцентриситету r кругового кулачка відповідно для способу КРД або ЗПРД. Необхідно зауважити, що для способу ЗПРД отримати практично будь-який профіль зубця ГК можна завдяки відповідно спрофільованому кулачку. Технологічно нарізання ГК може бути доцільним за допомогою ДФ з малою довжиною головного переднього леза зубців інструмента ($B = 1 \dots 2$ мм), оскільки при різанні матеріалів, з яких виготовляють ГК (антифрикційні бронзи), стійкість до спрацювання інструментальних матеріалів (швидкорізальних сталей, твердих сплавів, з яких виготовляють зубці ДФ) є достатньо великою. Тому застосування таких ДФ виправдано.

Отримані математичні моделі (11) та (12) процесу просторового формоутворення ДФ бокових поверхонь зубців ГК можуть бути використані для якісного та кількісного оцінювання впливу технологічних факторів на результати обробки та геометричні показники контакту в ГЧП. Просторові поверхні зубців ГК зображено на рис. 3.

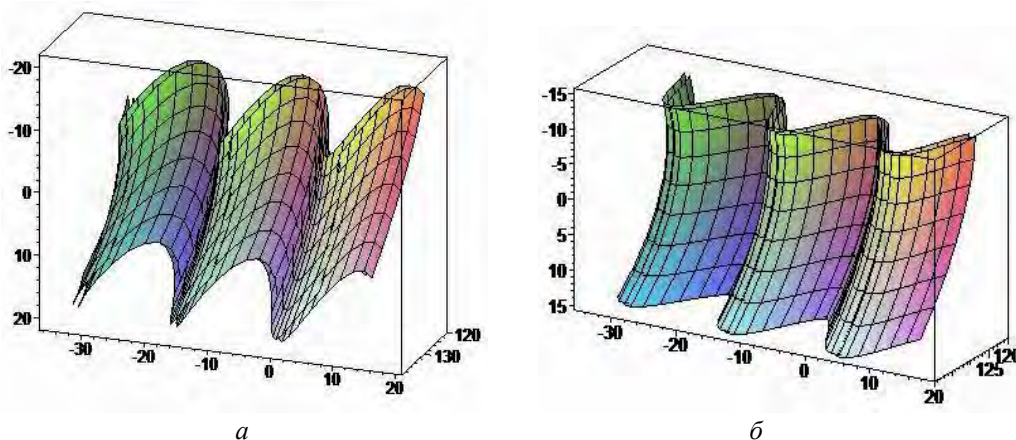


Рис. 3. Бокова поверхня зубців ГК, отримана ДФ способом КРД (а) та ЗПРД (б)
 $(m=5,16$ мм; $Z_2 = 50$; $R_1 = 31$ мм; $e = 6,0$ мм; $r = 6,0$ мм; $v = 105^\circ$; $B = 1$ мм;
 $R_{p2} = 122,55$ мм, $R_{r2} = 129,00$ мм, $R_{m2} = 128,55$ мм, $A_m = 158,55$ мм)

Fig. 3. Tooth flanks of globoidal worm gear that cutting by method of circular motion with disk milling cutter (a) and by method of reciprocating motion with disk milling cutter (b) ($m=5.16$ mm; $Z_2 = 50$; $R_1 = 31$ mm; $e = 6.0$ mm; $r = 6.0$ mm; $v = 105^\circ$; $B = 1$ mm; $R_{p2} = 122.55$ mm . $R_{r2} = 129.00$ mm . $R_{m2} = 128.55$ mm . $A_m = 158.55$ mm)

Вигляд бокових поверхонь зубців ГК відображає різний принцип їх утворення, що спостерігається у вигляді ліній контакту (відображені у вигляді каркаса), створюваних у системі координат ГК точками контакту правих та лівих формоутворювальних кіл ДФ. Формування поверхонь зубців ГК (характерне для способу КРД) твірними просторовими гвинтовими лініями, співвісними до осі ГК [14], а для способу ЗПРД – твірними площинними синусоподібними лініями, концентричними до осі ГК. Це підтверджує відмінність принципів профілювання зубців у способах зубонарізання КРД та ЗПРД від принципів профілювання зубців коліс способами обкату чи копіювання.

Січні профілі зубців ГК у площинах, паралельних до середньої площини ГК, визначено за співвідношеннями (11) – (14) та зображено на рис. 4, 5.

Аналізом наведених форм січних профілів поверхонь зубців ГК встановлено для практичного застосування способів КРД та ЗПРД такі важливі особливості: отримувані способом КРД профілі зубців мають більшу кривизну, ніж профілі зубців, отримувані ЗПРД; із зростанням e або r кривизна профілів зубців зменшується, інтенсивність її зменшення зростає від середини до країв ГК; для обох способів характерно отримання несиметричних профілів зубців від середини до країв ГК; для обох способів із зростанням радіуса R_1 профілювального кола ДФ пологість зубців збільшується, а профілям надається більша кривизна.

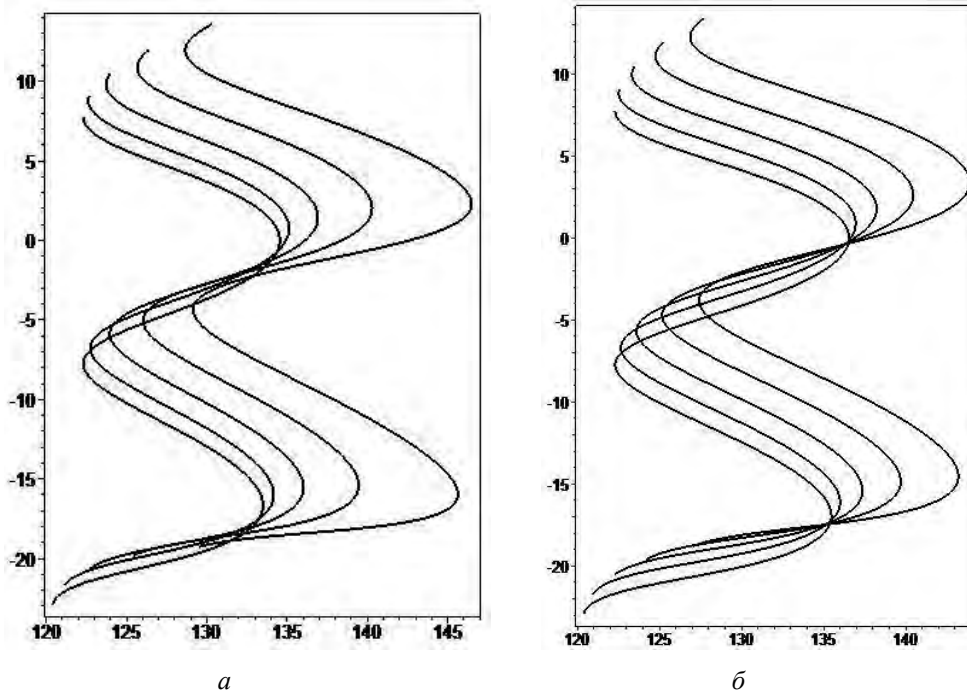


Рис. 4. Січні профілі поверхонь зубів ГК, утворені ДФ способом КРД
 ($R_1 = 30$ мм; $e = 6,0$ мм; $B = 0$ мм; $R_{m2} = 128,55$ мм; $A_m = 158,55$ мм; $m = 5,16$ мм; $Z_2 = 50$) (а)
 ($R_1 = 40$ мм; $e = 7,0$ мм; $B = 0$ мм; $R_{m2} = 129,55$ мм; $A_m = 169,55$ мм; $m = 5,16$ мм; $Z_2 = 50$) (б)

Fig. 4. Intersection profile of globoidal worm gear tooth flanks that generated by circular motion with disk milling cutter ($R_1 = 30$ mm; $e = 6.0$ mm; $B = 0$ mm; $R_{m2} = 128.55$ mm; $A_m = 158.55$ mm; $m = 5.16$ mm; $Z_2 = 50$) (a) ($R_1 = 40$ mm; $e = 7.0$ mm; $B = 0$ mm; $R_{m2} = 129.55$ mm; $A_m = 169.55$ mm; $m = 5.16$ mm; $Z_2 = 50$) (b)

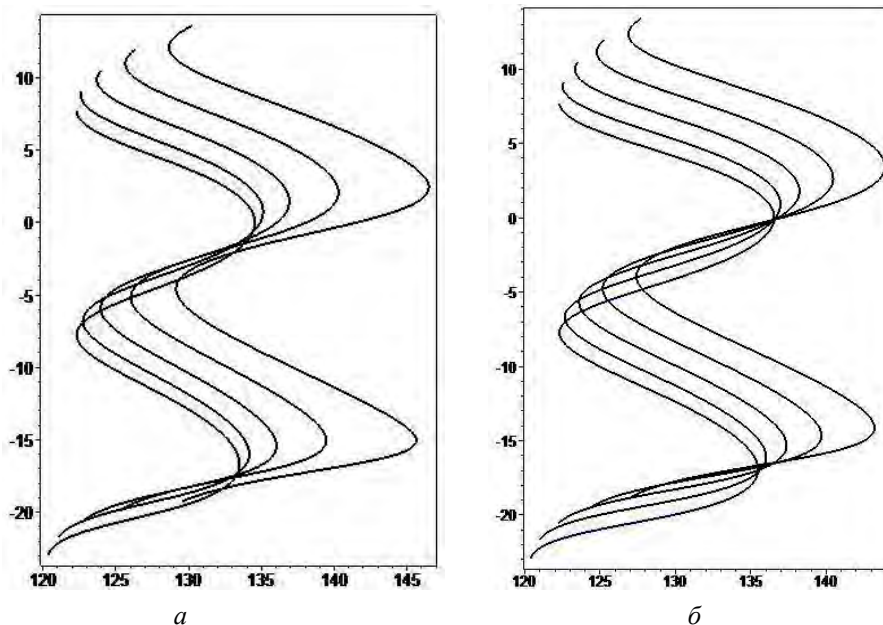


Рис. 5. Січні профілі поверхонь зубів ГК, утворені ДФ способом ЗПРД
 ($R_1 = 30$ мм; $r = 6,0$ мм; $B = 0$ мм; $R_{m2} = 128,55$ мм; $A_m = 158,55$ мм; $m = 5,16$ мм; $Z_2 = 50$) (а)
 ($R_1 = 40$ мм; $r = 7,0$ мм; $B = 0$ мм; $R_{m2} = 129,55$ мм; $A_m = 169,55$ мм; $m = 5,16$ мм; $Z_2 = 50$) (б)

Fig. 5. Intersection profile of globoidal worm gear tooth flanks that generated by reciprocating motion with disk milling cutter ($R_1 = 30$ mm; $r = 6.0$ mm; $B = 0$ mm; $R_{m2} = 128.55$ mm; $A_m = 158.55$ mm; $m = 5.16$ mm; $Z_2 = 50$) (a) ($R_1 = 40$ mm; $r = 7.0$ mm; $B = 0$ mm; $R_{m2} = 129.55$ mm; $A_m = 169.55$ mm; $m = 5.16$ mm; $Z_2 = 50$) (b)

Моделювання процесів формоутворення зубців ГК за допомогою ДФ підтвердило можливість проектування геометричних параметрів саме поверхонь зубців ГК, ґрунтуючись на геометричних параметрах модифікованих ГЧ. Використовуючи можливість отримати моделі, що описують профілі зубців у різних січних площинах нормальних до осі ГК, доцільно використовувати профіль зубців у середній площині ГК як виробничий профіль для нарізання витків ГЧ, застосовуючи принципи поздовжньої модифікації ГЧ методом АУ.

Висновки. Здійснено моделювання процесу формування бокових поверхонь зубців черв'ячних коліс глобоїдних черв'ячних передач способом безперервного формоутворення дисковими фрезами. Запропоновано науково обґрунтовані рекомендації для технологічного забезпечення процесів виготовлення глобоїдних черв'ячних коліс. Розглянуто дві різновидності процесу нарізання глобоїдного черв'ячного колеса – спосіб колового руху дискової фрези та спосіб зворотнопоступального руху дискової фрези. Нарізання зубців глобоїдного колеса необхідно здійснювати дисковою фрезою встановленою під кутом нахилу зубців, що дорівнює максимальному куту підйому витка глобоїдного черв'яка, визначеного за запропонованою видозміненою залежністю, що враховує параметри модифікації черв'яка. Використано властивості виробничих ліній, створюваних дисковим інструментом для спрощеного визначення ліній контакту та бокових поверхонь зубців у системі координат глобоїдного колеса на основі методики матричних перетворень, пов'язаних із рухомими системами координат. Запропоновано використовувати сукупність, розрахованих за запропонованими залежностями, січних профілів бокових поверхонь зубців, що визначаються у площинах, паралельних до середньої площини глобоїдного колеса, для аналізу їх просторового поля контакту з витками глобоїдного черв'яка, які охоплені вхідними та вихідними ділянками поверхонь зубців глобоїдного колеса. Встановлений відмінний від традиційних характер формування поверхонь зубців глобоїдного колеса твірними просторовими лініями. Встановлений безпосередній вплив на повздовжню кривизну всієї бокової поверхні зубців глобоїдного колеса діаметра дискової фрези, що відображається в отриманні геометричної форми, близької до спряженої із боковою поверхнею витка глобоїдного черв'яка. Запропоновано використовувати визначений профіль зубців у середній площині глобоїдного колеса як виробничий профіль для нарізання витків модифікованого глобоїдного черв'яка.

1. Стрельников В. И. Разработка математической модели червячной пары для производства червячных передач на универсальных обрабатывающих центрах / В. И. Стрельников, Г. С. Суков, И. Д. Воробьев и др. // Вісник НТУ “ХПІ”. – № 1 (975). – Харків, НТУ “ХПІ”, 2013. – С. 130–139.

2. Litvin F. L., Fuentes A. Gear Geometry and Applied Theory of Gearing. – Cambridge University Press, 2004. – 800 p.

3. Сандлер А. И. Теория и практика производства червячных передач общего вида / А. И. Сандлер, С. А. Лагутин, Е. А. Гудов. – М.: Инфра-Инженерия, 2016. – 346 с.

4. Lagutin S., Gudov E., Fedotov B. Manufacturing and Load Rating of Modified Globoid Gears // Balkan Journal of Mechanical Transmissions (BJMT), 2011. – Vol. 1. – Issue 2. – p. 45–53.

5. Сандлер А. И. Модульные и функционально-ориентированные технологии в проектировании и производстве червячных передач / А. И. Сандлер, С. А. Лагутин, Е. А. Гудов // Научные технологии в машиностроении. – 2017. – № 3. – С. 37–44.

6. Лагутин С. А. Построение функционально-ориентированной технологии второго порядка при обработке зубчатых колес / С. А. Лагутин, А. И. Сандлер // Научные технологии в машиностроении. – 2017. – № 2. – С. 31–35.

7. Кузьменко Н. Н. Формообразование глобоидного станочного зацепления / Н. Н. Кузьменко // Вісник НТУ “ХПІ”. – № 31 (1074). – Харків, НТУ “ХПІ”, 2014. – С. 84–88.

8. Грицай І. Є. Нарізання глобоїдальних черв'ячних коліс дисковим інструментом в умовах обкочування / І. Є. Грицай, Я. М. Литвиняк // Эффективность реализации научного, ресурсного и промышленного потенциала в современных условиях : материалы девятой ежегодной международной Промышленной конференции, 9–13 февраля 2009 г. – п. Славское, Карпаты. – К.: ИНТТ, 2009. – С. 97–99.

9. Грицай І. Є. Глободальні черв'ячні передачі / І. Є. Грицай, Я. М. Литвиняк // Ліфтова індустрія. – 2010. – № 01(07). – С. 32–33.

10. Грицай І. Є. Закономірності формоутворення та методичні похибки профілювання у радіально-коловому методі нарізання глободних черв'ячних коліс / І. Є. Грицай, Н.М. Юрчишин // Вісник Нац. ун-ту “Львівська політехніка”: збірник наукових праць “Оптимізація виробничих процесів і технічний контроль у машинобудуванні та приладобудуванні”. – Львів: Вид-во Львівської політехніки, 2013. – № 772. – С. 14–20.

11. Данильченко Ю. М. Кінематика формоутворення циліндричних зубчастих коліс з заданим профілем дисковим інструментом / Ю. М. Данильченко, А. В. Кривошея, С. І. Пастернак, Є. В. Короткий // Вісник Нац. техн. ун-ту України “КПІ”. Машинобудування. – 2005. – № 46. – С. 104–108.

12. Пастернак С. І., Данильченко Ю. М., Сторчак М. Г., Кривошея А. В. Експериментальне дослідження контурної обробки циліндричних зубчастих коліс дисковим інструментом / С. І. Пастернак, Ю. М. Данильченко, М. Г. Сторчак, А. В. Кривошея // Вісник Нац. техн. ун-ту України “ХПІ”. Тематичний випуск “Проблеми механічного приводу”, Харків: НТУ “ХПІ”. – 2010. – № 26. – С. 94–101.

13. Pasternak S., Danylchenko Yu., Heisel U. Machining strategies for gear cutting with disc shaped milling tools / S. Pasternak, Yu. Danylchenko, U. Heisel U // Вісник Національного Технічного Університету України “КПІ”. Серія машинобудування № 2 (74). – 2015. – С. 61–66.

14. Литвиняк Я. М., Юрчишин І. І. Моделювання формування гвинтовими співвісними твірними лініями поверхонь зубців циліндричних косозубих зубчастих коліс / Я. М. Литвиняк, І. І. Юрчишин // Автоматизація виробничих процесів в машинобудуванні та приладобудуванні: Український міжвідомчий науково-технічний збірник: Вип. 52: – Львів: Видавництво Львівської політехніки, 2018. – С. 57 – 71. doi: <https://doi.org/10.23939/istcipa2018.52.057>.

Ya. M. Lytvyniak, I. I. Yurchyshyn
Lviv Polytechnic National University

SIMULATION OF GLOBOID WORM GEAR CUTTING BY CONTINUOUS FORMING METHOD WITH DISK MILLING CUTTERS

© Lytvyniak Ya.M., Yurchyshyn I.I., 2019

Aim. The simulation of forming process for tooth flanks of worm gears for globoid worm gears by continuous forming method using disk milling cutters for development scientific well-founded recommendations about technological ensuring for manufacture of globoid worm-wheels. **Method.** The researches are based on kinematic analysis methods of classical mechanics, differential and analytic geometry, theory of gear wheels, theory of forming surfaces of parts by cutting. **Results.** There were carried out the simulation of forming process for tooth flanks of worm gears for globoid worm gears by continuous forming method using disk milling cutters. There are recommended to execute cutting of globoid worm gears at circular motion or alternate motion of disk milling cutter that is arranged under slope angle of teeth, which is equal to maximum raising angle of globoidal worm thread. There were proposed to determine slope angle of disk milling cutter taking into account the value of modification value for globoid worm. Moreover, there are recommended to use disk milling cutters with main cutter of milling cutter tooth of small length in consideration of technological factors and mechanical properties of materials for globoid worm gears. There were received systems of equations that describe sculpted surfaces of teeth for globoid worm gears, which are created by circular motion or alternate motion of disk milling cutter. There are proposed to use determined teeth profile at medium plane of globoid wheel as manufactured profile for cutting of threads for globoidal worm. **Scientific novelty.** The were developed the basics of formatting of teeth surfaces for globoid worm gears by disk tools of confined thickness by continuous rotation of workpiece for gear wheel. There were proposed to use the properties of production lines created by disk tools for simplified determination of contact lines and tooth flanks on the basis of procedure of matrix transformations between movable coordinate systems. And also there were proposed to use set of secant profiles of tooth flanks that are determined in accordance with established dependences at planes, which are parallel to medium plane of globoid wheel, for analysis of its spatial contact field with threads of globoidal worm. There was determined nature of forming for tooth flanks of globoid worm by constitutive spatial lines that is different from traditional. There was established qualitative influence of diameter for disk milling cutter on lengthwise curvature of all tooth flank for globoid worm that determines the shape of tooth, which is similar to interfacial with tooth flank of thread of globoid worm. Received theoretical ratios add to forming theory for workpiece surface and theoretical basics of its technological ensuring. **Practical significance.** The simulation of

profiling process for tooth surfaces of globoid worm gears by continuous forming method using disk milling cutters permits to determine scientific well-founded recommendations for technological ensuring of adjustment functions for globoid worm gears at stage of manufacture and process engineering.

Key words: globoid worm gear, globoid worm, tooth flanks, simulation, gear cutting, helix coaxial generated line, sine-similar profile of teeth, disk milling cutters, continuous formation method.

1. Strelnikov V. I. Razrabotka matematicheskoy modeli chervyachnoy pary dlya proizvodstva chervyachnykh peredach na universalnykh obrabatyvayucih centrakh / V. I. Strelnikov, G. S. Sukov, I. D. Vorobjov i dr. // Vestnik NTU "KhPI". – N 1(975); – Kharkiv, NTU "KhPI", 2013. – S. 130–139.
2. Litvin F. L., Fuentes A. Gear Geometry and Applied Theory of Gearing. – Cambridge University Press, 2004. – 800 p.
3. Sandler A. I. Teoriya i praktika proizvodstva chervyachnykh peredach obchego vida / A. I. Sandler, S. A. Lagutin, E. A. Gudov. – M.: Izhra-Ingeneriya, 2016. – 346 s.
4. Lagutin S., Gudov E., Fedotov B. Manufacturing and Load Rating of Modified Globoid Gears // Balkan Journal of Mechanical Transmissions (BJMT), 2011. – Vol. 1. – Issue 2. – P. 45–53.
5. Sandler A.I. Modulnye i funktsionalno-orientirovannye technologii v proektirovanii i proizvodstve chervyachnykh peredach / A. I. Sandler, S. A.Lagutin, E. A.Gudov // Naukoemkie technologii v mashinostroenii. – 2017. – No. 3. – S. 37–44.
6. Lagutin S. A. Postroenie funktsionalno-orientirovannoy technologii vtorogo poriadka pri obrabotke zubchatykh kolios / S. A. Lagutin, A. I. Sandler // Naukoemkie technologii v mashinostroenii. – 2017. – No. 2. – S. 31–35.
7. Kuzmenko N. N. Formoobrazovanie globoidnogo stanochnogo zacepleniya / N.N.Kuzmenko // Visnyk NTU KhPI". – No. 1(975); – Kharkiv, NTU "KhPI", 2014. – S. 84–88.
8. Grycai I. E. Narizannya globoidalnykh chervyachnykh kolis diskovym instrumentom v umovakh obkuchuvannya / I. E. Grycai, Ya. M. Lytvyniak // Effectivnost realizatsii nauchnogo, resursnogo i promyshlennogo potentsiala v sovremennykh usloviyah: materialy devyatoj egegodnoy mezhdunarodnoy Promyshlennoy konferentsii, 9–13 fevralia 2009. – p. Slavskoye, Karpaty. – K.: INTT, 2009. – S. 97–99.
9. Grycai I. E. Globoidalni chervyachni peredachi / I. E. Grycai, Ya. M. Lytvyniak // Liftova industriya. – 2010. – No. 01(07). – S. 32–33.
10. Grycai I. E. Zakonomirnosti formoutvorenniya ta metodychni pochybky profiluvannya u radialno-kolovomu metodi narizannya globoidalnykh chervyachnykh kolis / I. E. Grycai, N. M. Yurchyshyn // Visnyk NU "Lvivska Politehnika": Zbirnyk naukovykh prac "Optimizatsiya vyrobnychykh procesiv i technichniy control u mashynobuduvanni ta pryladobuduvanni". – Lviv: Vyd-vo NU "Lvivska Politehnika", 2013. – No. 772. – S. 14–20.
11. Danylchenko Yu. M. Kinematyka formoutvorenniya tsylindrychnykh zubchastykh kolis z zadanyim profilem diskovym instrumentom / Yu. M. Danylchenko, A. V. Kryvosheia, S. I. Pasternak, Ye. V. Korotkyi // Visnyk Natsionalnoho Tekhnichnogo Universytetu Ukrainy "KhPI". Mashynobuduvannya. – 2005. – No. 46. – S. 104–108.
12. Pasternak S. I., Danylchenko Yu. M., Storchak M. H., Kryvosheia A. V. Eksperymentalne do-slidzhennia konturnoi obrobky tsylindrychnykh zubchastykh kolis diskovym instrumentom. / S. I. Pasternak, Yu. M. Danylchenko, M. H. Storchak, A. V. Kryvosheia // Visnyk Natsionalnoho Tekhnichnogo Universytetu Ukrainy "KhPI". Tematychnyi vypusk "Problemy mekhanichnogo pryvodu", Kharkiv: NTU "KhPI", 2010. – No. 26. – S. 94–101.
13. Pasternak S., Danylchenko Yu., Heisel U. Machining strategies for gear cutting with disc shaped milling tools / S. Pasternak, Yu. Danylchenko., U. Heisel U // Visnyk Natsionalnoho Tekhnichnogo Universytetu Ukrainy "KhPI". Seria mashynobuduvannya No. 2 (74). – 2015. – S. 61–66.
14. Lytvyniak Ya. M. Modeluvannya formuvannya gvyntovymy spivvisnymy tvirnymy liniyamy poverchon zubciv cylindrychnykh kosozubych zubchatykh kolis / Ya. M. Lytvyniak, I. I. Yurchyshyn // Avtomatyzatsiya vyrobnychykh procesiv v mashynobuduvanni ta pryladobuduvanni: Ukrainskij mizvidomchyi nauko-technochnyi zbirnyk: Vyp. 52. – Lviv: Vydavnytstvo Lvivskoi politehniki. – 2018. – C. 57–71. doi: <https://doi.org/10.23939/istcipa2018.52.057>.