

М.А. Сухорольський, В.О. Коломієць
*Національний університет "Львівська політехніка",
 вул. С. Бандери, 12, 79013, м. Львів, Україна*

МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ПРУЖНОЇ СИСТЕМИ ЗІ ЗМІННОЮ МАСОЮ

Навантаження на вузли машин для перевезення сипучих матеріалів та рідин, а також сільськогосподарських машин з ємностями для підживлення рослин та протруювання ґрунтів різко змінюються в процесі роботи. Такі зміни можуть відбуватись за досить короткий час, що має вплив на перерозподіл вертикальних навантажень на окремі вузли машини. Вони є наслідком як руху машин по нерівній поверхні, так і різкої зміни швидкості машини. Це обумовлює необхідність проведення розрахунків основних вузлів машини за умови змінної маси речовини (тіл), зокрема опорних вузлів їх рамних конструкцій і, відповідно, за дії сил інерції мас, що змінюються.

В роботі розглянуто найпростішу пружну одномасову систему зі змінною масою. Приймається, що коливання системи виникають внаслідок зовнішнього кінематичного збудження. Досліджено вплив зміни маси на амплітуду і частоту власних коливань, а також можливість виникнення резонансу.

Виходячи з основного варіаційного принципу механіки [1], рівняння руху для зміщення $x(t)$ опорного вузла машини одержуємо у вигляді

$$\frac{d}{dt} \left(M_0 (1 + b \sin(2\pi vt)) \frac{dx}{dt} \right) = P_0 \sin(2\pi ft) - \alpha \frac{dx}{dt}, \quad (1)$$

де $M_0(1 + b \sin(2\pi vt))$ – маса системи, $b < 1$ – безрозмірний коефіцієнт, що характеризує зміну маси системи; v – частота коливань зміни маси; P_0, f – амплітуда і частота коливань зовнішньої сили.

Встановлено, що при реальних значеннях параметрів ($b \cong 0.1..0.3$, $\alpha \cong 2$, $v \cong 0.1..0.5$, $f \cong 1..2$) зміна маси суттєво впливає на величину максимального відхилення опорного вузла. Відхилення суттєво зростає при співвідношеннях частот коливань маси та зовнішньої сили, що відповідають основному резонансу. Існують також співвідношення частот збурення і власних частот коливань, за яких відбувається значне зростання амплітуди коливань.

1. Васидзу К. Вариационные принципы в теории упругости и пластичности. – М.: Мир, 1987. – 542 с.