УДК 536.2

І.П. Лисий, А.П. Сеник
Національний університет "Львівська політехніка",
вул. С. Бандери, 12, 79013, м. Львів, Україна

ЗАДАЧА ТЕПЛОПРОВІДНОСТІ ДЛЯ ЦИЛІНДРИЧНОГО ТЕРМОЧУТЛИВОГО ТІЛА

Проблема визначення температурних полів і зумовлених ними температурних напружень деталі є важливим моментом при виборі параметрів обробки деталей. До таких технологій відноситься термообробка концентрованими потоками енергії великої потужності. В даній роботі запропоновано математичну модель, яка описує вплив теплового потоку на поверхню твердого тіла. При знаходженні розв'язків враховано залежність теплофізичних характеристик матеріалу тіла від температури. .

Розглянемо довгий термочутливий суцільний циліндр радіуса b, віднесений до циліндричної системи координат (r, φ, z), вісь z якої співпадає з віссю циліндра.

Для визначення нестаціонарного температурного поля використаємо нелінійну задачу теплопровідності, що складається з рівняння

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(r\lambda(t)\frac{\partial t}{\partial r})+\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial \varphi}(\lambda(t)\frac{\partial t}{\partial \varphi})+\frac{\partial}{\partial z}(\lambda(t)\frac{\partial t}{\partial z})=c(t)\frac{\partial t}{\partial \tau}$$

граничної умови на боковій поверхні тіла, а також початкової умови

$$\lambda(t)\frac{\partial t}{\partial r}\bigg|_{r=в}=\gamma(t)\,q(\varphi,z,\tau),\;\; t\big|_{\tau=0}=t_0\,,$$

де λ(t), c(t), γ(t) –температурні залежності коефіцієнтів теплопровідності, об'ємної теплоємності і теплопоглинаючої здатності матеріалу відповідно, $q(\varphi,z,\tau)$ – функція розподілення густини потужності теплового потоку на боковій поверхні циліндра.

В подальшому приймається, що залежності від температури коефіцієнтів теплопровідності і об'ємної теплоємності мають однаковий характер, що дозволяє лінеаризувати вихідну задачу теплопровідності змінною Кірхгофа $\upsilon=\frac{1}{\lambda_0}\int_{t_0}^{t}\lambda(\xi)d\xi$

В результаті маємо нову крайову задачу

$$\frac{\partial^2}{\partial r^2}\upsilon+\frac{1}{r}\frac{\partial\upsilon}{\partial r}+\frac{1}{r^2}\frac{\partial^2}{\partial\varphi^2}\upsilon+\frac{\partial^2}{\partial z^2}\upsilon=\frac{1}{a}\frac{\partial\upsilon}{\partial\tau},$$

$$\lambda_0\frac{\partial\upsilon}{\partial r}\bigg|_{r=в}=-\left[\gamma_0S_+(\tau)+\sum_{i=1}^{K}(\gamma_i-\gamma_{i-1})S_+(\tau-\tau_i)\right]q(\varphi,z,\tau)\;,\quad \upsilon\big|_{\tau=0}=t_0\,,$$

З розв'язання крайової задачі визначаємо змінну Кірхгофа, як функцію координат і часу ϑ = ϑ(r, φ, z, τ).

Для визначення температурного поля апроксимуємо температурну залежність коефіцієнта теплопровідності кусково–сталою функцією $\lambda(t)=\lambda_0+\sum_{j=1}^{N}(\lambda_j-\lambda_{j-1})S_+(t-t_j)$

Таким чином визначаємо температурне поле в циліндрі, як функцію змінної Кірхгофа. Отримана схема розв'язку нелінійної задачі теплопровідності може бути використана для більш точного прогнозування зон термічного впливу у порівнянні з лінійною моделлю.