УДК 519.6

М.В. Кутнів, О.І. Паздрій
Національний університет “Львівська політехніка”,
вул. С. Бандери, 12, 79013, м. Львів, Україна

ТРИТОЧКОВІ РІЗНИЦЕВІ СХЕМИ ДЛЯ НЕЛІНІЙНОГО ЗВИЧАЙНОГО ДИФЕРЕНЦІАЛЬНОГО РІВНЯННЯ НА ПІВОСІ

Точні триточкові різницеві схеми (ТТРС) та триточкові різницеві схеми (ТРС) високого порядку точності для нелінійної крайової задачі

$$\frac{d^2u}{dx^2}-m^2u=-f(x,u),\quad x\in(0,\infty),\quad m=\mathrm{const}>0,\quad u(0)=\mu_1,\quad \lim_{x\to\infty}u(x)=0$$

розроблено в [1].

У цій роботі роботі розглядається крайова задача:

$$\frac{d^2u}{dx^2}+m^2\frac{du}{dx}=-\exp(-m^2x)f(x,u),\quad x\in(0,\infty),\quad m=\mathrm{const}>0,\quad u(0)=\mu_1,\quad \lim_{x\to\infty}u(x)=0.$$

Для чисельного розв’язування задачі на скінченній нерівномірній сітці $\hat{\hat{\omega}}_N=\{x_j\in[0,\infty),\ j=0,1,...,N,\ x_0=0,\ h_j=x_j-x_{j-1}>0,\ h_1+h_2+...+h_N=x_N\}$ побудовано ТТРС з точною нелінійною крайовою умовою на правому граничному кінці сітки x_N:

$$\left(au_{\bar{x}}\right)_{\hat{x},j}=-\hat{T}^{x_j}(f(\xi,u(\xi))),\quad j=1,2,...,N-1,\quad u_0=\mu_1,\quad -a_Nu_{\bar{x},N}=\beta_2u_N-\hat{\hat{T}}^{x_N}(f(\xi,u(\xi))),$$

Для реалізації ТТРС побудована усічена ТРС вигляду

$$(ay_{\bar{x}}^{(\bar{n})})_{\hat{x},j}=-\varphi^{(\bar{n})}(x_j,y^{(\bar{n})}),\quad j=1,2,...,N-1,\quad y_0^{(\bar{n})}=\mu_1,\quad -a(x_N)y_{\bar{x},N}^{(\bar{n})}=\beta_2y_N^{(\bar{n})}-\mu_2^{(\bar{n})}(x_N,y^{(\bar{n})}),$$

де

$$\varphi^{(\bar{n})}(x_j,u)=\frac{1}{\hbar_j}\left[\exp(-m^2x_j)\left(Z_2^{(n)j}(x_j,u)-Z_1^{(n)j}(x_j,u)\right)+\frac{m^2(Y_1^{(\bar{n})j}(x_j,u)-u_{j-1})}{\exp(-m^2x_{j-1})-\exp(-m^2x_j)}+\right.$$
$$\left.+\frac{m^2(Y_2^{(\bar{n})j}(x_j,u)-u_{j+1})}{\exp(-m^2x_j)-\exp(-m^2x_{j+1})}\right],$$

$$\mu_2^{(\bar{n})}(x_N,u)=\exp(m^2x_N)\left(Z_2^{(\bar{n}-1)N}(x_N,u)-Z_1^{(n)N}(x_N,u)\right)+\frac{Y_1^{(\bar{n})N}(x_N,u)-u_{N-1}}{\exp(-m^2x_{N-1})-\exp(-m^2x_N)}+$$
$$+m^2\exp(m^2x_N)u_N=\left(-\frac{A_1}{x_N}-\frac{2A_2}{x_N^2}-...-\frac{(\bar{n}-2)A_{\bar{n}-2}}{x_N^{\bar{n}-1}}\right)\exp(m^2x_N)-$$
$$-Z_1^{(n)N}(x_N,u)\exp(m^2x_N)+m^2\exp(m^2x_N)u_N+\frac{Y_1^{(\bar{n})N}(x_N,u)-u_{N-1}}{\exp(-m^2x_{N-1})-\exp(-m^2x_N)},$$

якщо хоча б один з коефіцієнтів $A_i, i=1,2,...,\bar{n}-1$ відмінний від нуля,

$$\mu_2^{(\bar{n})}(x_N,u)=-Z_1^{(n)N}(x_N,u)\exp(m^2x_N)+m^2\exp(m^2x_N)u_N+\frac{Y_1^{(\bar{n})N}(x_N,u)-u_{N-1}}{\exp(m^2x_{N-1})-\exp(m^2x_N)},$$

якщо $A_i=0,\ i=1,2,...,\bar{n}-1$.

1. *Gavrilyuk I. P., Hermann M., Kutniv M. V., and Makarov V. L. Difference schemes for nonlinear BVPs on the semiaxis // Computational Methods in Applied Mathematics (CMAM). – 2007. – Vol. 7, No. 1. – P. 25 – 47*