УДК 517.95

І.О. Бобик [1], М.М. Симотюк [2]

[1]Національний університет “Львівська політехніка”,
вул. С. Бандери, 12, 79013, м. Львів, Україна
[2]Інститут прикладних проблем механіки і математики ім. Я.С. Підстригача НАН України,
вул. Наукова, 3-б, 7906, м. Львів, Україна

ДВОТОЧКОВА ЗАДАЧА ДЛЯ НАВАНТАЖЕНОГО ФАКТОРИЗОВАНОГО РІВНЯННЯ ІЗ ЧАСТИННИМИ ПОХІДНИМИ

При моделюванні багатьох фізичних процесів виникають крайові задачі для навантажених рівнянь із частинними похідними, тобто рівнянь, які поряд зі значеннями невідомої функції та її похідних в довільній точці області містять також їхні значення на многовидах нижчої розмірності (див. огляд та бібліографію у [1, 2]). Доповідь присвячена викладу результатів, отриманих при дослідженні такої задачі з двома кратними вузлами:

$$\prod_{j=1}^{n}\left(\frac{\partial}{\partial t}-\lambda_j A(D_x)\right)u(t,x)=f(t,x)+\sum_{j=1}^{m}B_j(D_x)u(\tau_j,x), \quad (t,x)\in(0,T)\times\Omega_p, \tag{1}$$

$$\left.\frac{\partial^{j-1}u(t,x)}{\partial t^{j-1}}\right|_{t=0}=\varphi_j(x), \quad j=1,\ldots,r, \ \left.\frac{\partial^{j-1}u(t,x)}{\partial t^{j-1}}\right|_{t=T}=\varphi_{r+j}(x), \quad j=1,\ldots,n-r, \ x\in\Omega_p, \tag{2}$$

де Ω_p – p-вимірний тор $(R/2\pi Z)^p$, $x=(x_1,\ldots,x_p)$, $D_x=(-i\partial/\partial x_1,\ldots,-i\partial/\partial x_p)$, $\lambda_1<\ldots<\lambda_n$, $0<\tau_1<\ldots<\tau_m<T$, $A(D_x), B_1(D_x),\ldots,B_m(D_x)$ – диференціальні вирази зі сталими коефіцієнтами такі, що $\deg A(D_x)=N$, $\deg B_j(D_x)<nN$, $j=1,\ldots,m$, причому

$$(\exists a_1,a_2>0)\ (\forall k\in Z^p) \qquad a_1(1+|k|)^N\le|A(k)|\le a_2(1+|k|)^N .$$

Нехай $K_1=\{k\in Z^p:\operatorname{Re}A(k)\ge 0\}$, $K_2=Z^p\setminus K_1$. Через $W^A_{\alpha,\beta_1,\beta_2}$, $\alpha,\beta_1,\beta_2\in R$, позначимо простір, отриманий поповненням множини скінченних тригонометричних поліномів $\varphi(x)=\sum\varphi_k\exp(ik,x)$ за нормою $\|\varphi;W^A_{\alpha,\beta_1,\beta_2}\|=\sqrt{\sum_{k\in Z^p}|\varphi_k|^2 A^{2\alpha}(k)\exp(2\chi(k)\operatorname{Re}A(k))}$, де $\chi(k)=\beta_1$, якщо $k\in K_1$ і $\chi(k)=\beta_2$, якщо $k\in K_2$.

Встановлено умови існування та єдиності розв’язку задачі (1), (2) в шкалі просторів $W^A_{\alpha,\beta_1,\beta_2}$, $\alpha,\beta_1,\beta_2\in R$; ці умови виражаються в термінах діофантових властивостей послідовностей певних визначників, пов’язаних із задачею. Доведено, що такі властивості виконуються для майже всіх (стосовно міри Лебега в R^{n+m}) векторів, компонентами яких є числа $\lambda_1,\ldots,\lambda_n$, $\tau_1,\ldots,\tau_m$. Досліджено вплив навантаження на розв’язність задачі з двоточковими умовами (2).

Дослідження частково підтримані ДФФД України (проект № 29.1/005).

1. *Нахушев А.М. Краевые задачи для нагруженных интегро-дифференциальных уравнений гиперболического типа и некоторые их приложения к прогнозу почвенной влаги // Дифференц. уравнения. – 1979. – 15, № 1. – С. 96–105.*
2. *Нахушев А.М. Нагруженные уравнения и их приложения // Дифференц. уравнения. – 1983. – 19, № 1. – С. 86–94.*