УДК 517.5

О.З. Любицька
Національний університет "Львівська політехніка",
вул. С. Бандери, 12, 79013, м. Львів, Україна

ПРО УЗАГАЛЬНЕНУ СУМУ ПОДВІЙНОГО ТРИГОНОМЕТРИЧНОГО РЯДУ

Нехай $f(x), x=(x_1,x_2)\in R^2$ – 2π - періодична функція за кожною змінною, інтегрована за Лебегом, $f(x_1,x_2)\in L^1(Q)$, $Q=\{x:-\pi\le x_j\le\pi;\quad j=1,2\}$. $j=1,2\}$. Розглянемо кратний ряд Фур'є

$$f(x_1,x_2)\sim\sum_{k_{12}=-\infty}^{\infty}c_{k_{12}}e^{i(k_1x_1+k_2x_2)}, \tag{1}$$

де $c_{k_{12}}$ - коефіцієнти Фур'є функції $f(x_1,x_2)$.

Введемо послідовність функцій $\{\varphi(kr)\}=\{\varphi(k_1r_1)\cdot\varphi(k_2r_2)\}$, члени якої визначаються за формулою $\varphi(k_jr_j)=\dfrac{1}{2}\int\limits_{-1}^{1}g(|t_j|)e^{k_jr_jt_j}dt_j$, де $r_1,r_2\in R_+; j=1,2$, $g(t_j)$ – неперервна функція на проміжку $[0;1]$, має похідну $(p+1)$ – ого порядку обмеженої варіації, $\int\limits_0^1 g(t)dt=1$.

Означення (див. [1]) Ряд (1) підсумовується методом $\{\varphi(kr)\}$ при $r\to 0$ до $f(x)$ в точці x, якщо в цій точці $\lim\limits_{r\to 0}S(f;x;r)=f(x)$, де $S(f;x;r)=\sum\limits_{k_{12}=-\infty}^{\infty}\varphi(k_1r_1)\varphi(k_2r_2)c_{k_{12}}e^{i(k_1x_1+k_2x_2)}$.

Позначимо [2] через $H_\alpha(Q)$ простір 2π- періодичних неперервних функцій $f(x)\in H_\alpha(Q)$, які задовольняють нерівність $\left|f(x_1+t_1,x_2+t_2)-f(x_1,x_2)\right|\le h_1t_1^{\alpha_1}+h_2t_2^{\alpha_2})$, де $0<\alpha_j\le 1; h_j,t_j\in R$. Розглянемо наближення функції $f(x)$ послідовністю тригонометричних поліномів виду $S_N(f;x;r)=\sum\limits_{k_1=-N_1}^{N_1}\sum\limits_{k_2=-N_2}^{N_2}\varphi(k_1r_1)\varphi(k_2r_2)c_{k_{12}}e^{i(k_1x_1+k_2x_2)}$, де $r_j\ne 0; N_1,N_2\in Z$, $c_{k_{12}}$ – коефіцієнти Фур'є функції $f(x)$. Відхилення функції $f(x)$ від полінома $S_N(f;x;r)$ позначимо через $\varepsilon_N(f;r)=\max\limits_{x\in Q}\left|S_N(f;x;r)-f(x)\right|$

Теорема 1. Нехай $f(x)\in H_\alpha(Q)$, тоді справджується оцінка

$$\varepsilon_N(f;r(N))\le\begin{cases}\dfrac{A_1}{N_1^{\alpha_1\gamma_1}}+\dfrac{A_2}{N_2^{\alpha_2\gamma_2}}, & \text{якщо}\quad 0<\gamma_j\le\dfrac{\alpha_j+p}{\alpha_j+p+1};\\[2ex] \dfrac{A_1}{N_1^{\alpha_1\gamma_1}}+\dfrac{A_2}{N_2^{\alpha_2\gamma_2}}+\dfrac{B}{N_1^{\alpha_1\gamma_1}N_2^{\alpha_2\gamma_2}}, & \text{якщо}\quad \dfrac{\alpha_j+p}{\alpha_j+p+1}<\gamma_j<\dfrac{\alpha_j+p}{p+1};\end{cases}$$

де $A_j, B=const$.

1. *Коровкин П.П. Линейные операторы и теория приближений. – М.: ГИФМЛ, 1959. – 212с.*
2. *Степанец А.И. Равномерные приближения тригонометрическими полиномами. – Киев: Наукова думка,1981. – 340 с.*