

П.Я. Пукач

Національний університет “Львівська політехніка”,
вул. С. Бандери, 12, 79013, Львів, Україна

ПРО НЕІСНУВАННЯ ГЛОБАЛЬНОГО ЗА ЧАСОВОЮ ЗМІННОЮ РОЗВ’ЯЗКУ В ОДНІЙ НЕЛІНІЙНІЙ РЕОЛОГІЧНІЙ МОДЕЛІ

Нелінійне еволюційне рівняння п'ятого порядку з другою похідною за часовою змінною є багатовимірним нелінійним узагальненням відомого одновимірного лінійного рівняння коливання балки Тимошенко. Рівняння такого типу моделюють, зокрема, поширення збурень у в'язкопружному матеріалі, під дією зовнішніх ультразвукових аеродинамічних сил [1] та інші процеси подібної природи. Вказані рівняння та системи рівнянь узагальнюють модель коливання балки у середовищі з опором та є предметом дослідження у теорії коливань та теорії пружності. В останній час інтенсивно вивчаються питання неіснування глобального за часовою змінною розв'язку (ефект руйнування розв'язку), відомого як явище blowup. Згадані дослідження проведено для рівнянь другого та третього порядку, для гіперболічних рівнянь четвертого порядку, а також для відповідних інтегро-диференціальних рівнянь.

Нехай $T > 0$ – деяке число, $n \geq 1$, $\Omega \subset \mathbb{R}^n$ – обмежена область з гладкою межею $\partial\Omega$ класу C^1 . Позначимо $Q_T = \Omega \times [0; +\infty)$. Нехай $q > 2$, $p > 2$. В області Q_T розглядаємо мішану задачу для нелінійного еволюційного рівняння

$$u_{tt} + \sum_{|\alpha|=|\beta|=2} D^\beta (a_{\alpha\beta}(x,t) D^\alpha u_t) + \sum_{|\alpha|=|\beta|=2} D^\beta (b_{\alpha\beta}(x,t) D^\alpha u) + \sum_{i,j=1}^n \left(b_{ij}(x) |u_{x_i x_j}|^{q-2} u_{x_i x_j} \right)_{x_i x_j} + \int_0^\tau g(t-\tau) \sum_{i,j=1}^n \left(d_{ij}(x) u_{x_i x_j}(x,\theta) \right)_{x_i x_j} d\theta = c(x) |u|^{p-2} u, \quad (1)$$

$$u(x, 0) = u_0(x), \quad u_t(x, 0) = u_1(x), \quad (2)$$

$$u|_S = 0, \quad \frac{\partial u}{\partial \nu} \Big|_S = 0, \quad (3)$$

де S – бічна поверхня Q_T , ν – одиничний вектор зовнішньої нормалі до $\partial\Omega$. Рівняння (1) зустрічається при описі математичної моделі розповсюдження поздовжніх хвиль в неоднорідній балці. Задача (1)-(3) є багатовимірним узагальненням реологічної нелінійної моделі Фойгта-Кельвіна, яка описує коливання тіла, виготовленого з гнучкого матеріалу. При цьому в такій математичній моделі досліджується вплив внутрішнього тертя як результату розсіяння хвиль на випадкових неоднорідностях матеріалу [1, с. 62], інтегральний доданок моделює так зване явище “пам'яті” в коливних процесах. Отримано достатні умови неіснування глобального за часовою змінною розв'язку змішаної задачі (1)-(3) в просторах Соболева.

1. Ерофеев В.И., Кажжаев В.В., Семерикова Н.П. Волны в стержнях. Дисперсия. Диссипация. Нелинейность. – М., Физматлит, 2002. – 208 с.