СЕКЦІЯ ПРИКЛАДНОЇ МАТЕМАТИКИ

УДК 517.95

Я.О. Баранецький
Національний університет "Львівська політехніка",
вул. С. Бандери, 12, 79013, м. Львів, Україна

СПЕКТРАЛЬНІ ВЛАСТИВОСТІ БАГАТОТОЧКОВОЇ ЗАДАЧІ ДЛЯ БІГАРМОНІЧНОГО РІВНЯННЯ

Нехай $\Omega = \left\{ \left(x_1 x_2 \right) = x \in R^2 ,\ \ 0 < x_1 x_2 < 1 \right\}$; $\Gamma = \partial \Omega$ - межа області, ν – зовнішня нормаль до Γ; $C_0^\infty(\Omega)$ – множина фінітних нескінченно диференційовних функцій в області $\Omega \in R^n$; $W_2^4(\Omega) = \left\{ u \in C^3(\Omega) : D_x^4 u \in L_2(\Omega), D_y^4 u \in L_2(\Omega) \right\}$; – простір Соболєва з нормою:

$$\|u\|^2_{W_2^4(\Omega)} = \|u\|^2_{L_2(\Omega)} + \left\|D_x^4 u\right\|^2_{L_2(\Omega)} + \left\|D_y^4 u\right\|^2_{L_2(\Omega)},$$

де $D_x^4 u,\ D_y^4 u$ – узагальнені похідні.

Розглянемо нелокальну задачу

$$Zu \equiv \frac{\partial^4 u}{\partial x_1^4} + \frac{\partial^4 u}{\partial x_2^4} = f(x), \quad (x \in \Omega), \tag{1}$$

$$l_{1,p} u \equiv \frac{\partial^{2p}}{\partial x_1^{2p}} u\left(0, x_2\right) + \sum_{j=1}^{m} a_j\left(x_{1,j}, x_2\right) \frac{\partial^{2p}}{\partial x_1^{2p}} u\left(x_{1,j}, x_2\right) = 0 ,$$

$$l_{2,p} u \equiv \frac{\partial^{2p}}{\partial x_1^{2p}} u\left(1, x_2\right) - \sum_{j=1}^{m} a_j\left(x_{1,j}, x_2\right) \frac{\partial^{2p}}{\partial x_1^{2p}} u\left(x_{1,j}, x_2\right) = 0 , \tag{2}$$

$$l_{3,p} u \equiv \frac{\partial^{2p}}{\partial x_2^{2p}} u\left(x_1, 0\right) + \sum_{j=1}^{m} a_j\left(x_1, x_{2,j}\right) \frac{\partial^{2p}}{\partial x_2^{2p}} u\left(x_1, x_{2,j}\right) = 0 ,$$

$$l_{4,p} u \equiv \frac{\partial^{2p}}{\partial x_2^{2p}} u\left(x_1, 1\right) - \sum_{j=1}^{m} a_j\left(x_1, x_{2,j}\right) \frac{\partial^{2p}}{\partial x_2^{2p}} u\left(x_1, x_{2,j}\right) = 0 ,$$

де $0 < x_{1,1} < x_{1,2} < \ldots < x_{1,m} < 1$, $0 < x_{2,1} < x_{2,2} < \ldots < x_{2,m} < 1$, $a_j(x_1, x_2)$ – задані функції, неперервні в $\overline{\Omega} = \Omega \cup \Gamma$, причому

$$x_{1,S} = x_{1,m-s+1},\ \ x_{2,S} = x_{2,m-s+1},\ \ (s = \overline{1,n}),\ a_j(x_1, 1-x_2) \equiv a_j(1-x_1, x_2) \equiv a_j\ (x_1, x_2),$$
$$j = 1, 2, \ldots, m,\ \ p = 0, 1.$$

Нехай $L : W_2^4\left(\Omega\right) \to L_2\left(\Omega\right)$ — оператор задачі

$$Lu \equiv Zu,\ \ u \in D\left(L\right), D\left(L\right) = \left\{ V \in W_2^4\left(\Omega\right), l_i V = 0,\ i = 1, 2 \right\},$$

L^0 – оператор задачі для рівняння (1) з умовами $u\big|_\Gamma = 0,\ \left.\frac{\partial^2 u}{\partial \nu^2}\right|_\Gamma = 0$.

<u>Теорема</u>: 1) σ (L) = σ (L^0);

2) Система $V(L)$ повна і мінімальна в $L_2(\Omega)$.