УДК 517515

Б.Б. Пахолок
Національний університет “Львівська політехніка”
вул. С. Бандери, 12, 79013, м. Львів, Україна

ВЛАСТИВОСТІ РОЗВ’ЯЗКІВ ДИФЕРЕНЦІАЛЬНИХ ТА КВАЗІДИФЕРЕНЦІАЛЬНИХ РІВНЯНЬ З УЗАГАЛЬНЕНИМИ ФУНКЦІЯМИ

В основі одного із напрямків вивчення дискретно-континуальних лінійних і квазілінійних математичних моделей фізичних явищ є теорія квазідиференціальних рівнянь вигляду

$$K_{nm}[x(t)] \equiv \sum_{i=0}^{n}\sum_{j=0}^{m}(-1)^{m-j}(a_{ij}(t)x^{(n-i)}(t))^{(m-j)} = f(t)\,, \tag{1}$$

де функції $a_{ij}(t)$, $f(t)$ задовольняють умови:

1) $a_{00}^{-1}(t)$ – вимірна і обмежена на $I=[t_0,\infty)$, $(t_0 \ge 0)$; 2) $a_{i0}(t)$, $a_{0j}(t) \in L_2(I)$, $i=\overline{1,n}$, $j=\overline{1,m}$;

3) $a_{ij}(t)$, $f(t)$ – узагальнені функції нульового порядку (міри) для $i=\overline{1,n}$, $j=\overline{1,m}$.

Рівняння (1) за допомогою квазіпохідних, які визначаються формулами [1] ($x^{[k]}(t)$ – квазіпохідна k – го порядку, $x^{(k)}(t)$ – звичайна похідна k – го порядку):

$$x^{[k]}(t) = x^{(k)}(t),\ k=\overline{0,n-1}; \qquad x^{[n]}(t) = \sum_{i=0}^{n} a_{i0}(t)x^{(n-i)}(t);$$

$$x^{[n+k]}(t) = -\frac{d}{dt}x^{[n+k-1]}(t) + \sum_{i=0}^{n} a_{ik}(t)x^{(n-i)}(t),\ \ k=\overline{1,m},$$

зводиться до лінійної системи

$$X'(t) = A'(t)X(t) + F'(t)\,, \tag{2}$$

де $A(t), F(t) \in BV_{loc}^{+}(I)$ – банахів простір неперервних справа функцій локально обмеженої на I варіації. Розв’язок рівняння (2) $X(t) \in BV_{loc}^{+}(I)$. Як частинні випадки з рівняння (2) отримуємо звичайне диференціальне рівняння та рівняння Каратеодорі. Для того, щоб рівняння (2) було коректним в сенсі простору узагальнених функцій, необхідно і досить виконання умов коректності: для всіх $t \in I$ $[\Delta A(t)]^2 = 0$, $\Delta A(t)\Delta F(t) = 0$, де $\Delta A(t) = A(t) - A(t-0)$, $\Delta F(t) = F(t) - F(t-0)$. Легко перевірити, що умови коректності виконуються, якщо мають місце умови 1) – 3). Зазначимо, що багато задач механіки, які можна описати за допомогою диференціальних рівнянь вигляду (1), досліджується в [2]. Розглянемо задачу Коші для рівняння (2) з початковою умовою

$$X(t_0) = X_0\,, \tag{3}$$

і задачу Коші для збуреного рівняння

$$Y'(t) = (A'(t) + B'(t))Y(t) + G'(t)\,, \tag{4}$$

$$Y(t_0) = Y_0\,. \tag{5}$$

Теорема. Нехай на I виконуються умови:

$$1)\sup_{t\in I}\|Y(t)\| = \mu\,; \quad 2)\|X(t_0) - Y(t_0)\| \le \delta\,; \quad 3)\|G(t) - F(t)\| \le \eta\,; \quad 4)\ \mathop{V}_{t_0}^{\infty} B(t) \le \varepsilon\,.$$

Тоді для $\forall\ t \in I$ має місце оцінка $\|X(t) - Y(t)\| \le (\delta + 2\eta + \varepsilon\mu)\exp(\mathop{V}_{t_0}^{t} A(\tau))$.

В доповіді повідомляються також результати стосовно різних видів стійкості розв’язків системи (2) : стійкість за Ляпуновим, експонентна стійкість, стійкість за умови постійно діючих збурень, стійкість за варіацією (варіаційна стійкість).

1. *Тацій Р.М., Пахолок Б.Б. Про структуру фундаментальної матриці квазідиференціального рівняння // Доп. АН УРСР. Сер. А.–1989.–№4.– С.27–30.*
2. *Лазарян В.А., Конашенко С.И. Обобщенные функции в задачах механики.–К.: Наукова думка, 1974.– 191 с*