

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ “ЛЬВІВСЬКА ПОЛІТЕХНІКА”

Кваліфікаційна наукова
праця на правах рукопису

ПЕРІЙ Сергій Сергійович

УДК: 528.3

**ТЕОРЕТИКО-ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНЕ ОБҐРУНТУВАННЯ МЕТОДІВ
ПІДВИЩЕННЯ ТОЧНОСТІ ТРИГОНОМЕТРИЧНОГО ТА
ГЕОМЕТРИЧНОГО НІВЕЛЮВАННЯ**

05.24.01 - Геодезія, фотограмметрія та картографія

Подається на здобуття наукового ступеня доктора технічних наук

Дисертація містить результати власних досліджень. Використання ідей, результатів, текстів інших авторів мають посилання на відповідне джерело _____ С. С. Перій
(підпис, ініціали та прізвище здобувача)

Науковий консультант
професор

Третяк Корнелій Романович, доктор технічних наук,

(прізвище, ім'я, по батькові, науковий ступінь, вчене звання)

Ідентичність всіх примірників дисертації
ЗАСВІДЧУЮ:

*Вчений секретар спеціалізованої
вченої ради Д35.052.12*

/Б.Б.Паляниця/

Львів 2019

АНОТАЦІЯ

Перій С. С. Теоретико-експериментальне обґрунтування методів підвищення точності тригонометричного та геометричного нівелювання – Кваліфікаційна наукова праця на правах рукопису.

Дисертація на здобуття наукового ступеня доктора технічних наук за спеціальністю 05.24.01 - Геодезія, фотограмметрія та картографія. - Національний університет «Львівська політехніка», МОН України, Львів, 2019.

Дисертація присвячена тригонометричному та геометричному нівелюванню - напрацюванню методів та рекомендацій для підвищення їх точності у сучасних умовах.

Високоточне геометричне нівелювання є одним із найточніших наземних методів визначення перевищень завдяки вимірюванням виконаними горизонтальним коротким променем. Але геометричне нівелювання є доволі трудомістким процесом і не завжди можливим. Більш мобільним є тригонометричне нівелювання, яке суттєво дозволяє пришвидшити процес нівелювання та надає можливість автоматизації геодезичних моніторингових спостережень у реальному часі.

Точність виконання нівелювання суттєво підвищилась завдяки використанню новітніх приладів: цифрових нівелірів, компарованих штрих кодових інварних рейок, інклінометрів, роботизованих тахеометрів. У цих приладах застосовані сучасні технічні досягнення: новітні електронні рівні, компенсатори, відлікові цифрові системи, міні комп'ютери. Це дозволило вимірювати, опрацьовувати та зберігати результати у реальному часі, суттєво зменшити приладові похибки та повністю вилучити особисті похибки спостерігача, такі як наведення, відлічування і заокруглення.

Сучасні нівеліри, рейки, тахеометри провідних фірм світу характеризуються цифровою фіксацією відлічування; застосуванням високоточних компенсаторів, які забезпечують стабілізацію променя візування з точністю 0.2". Це дозволяє виконувати геометричне нівелювання з точністю 0.3 мм на 1 км подвійного ходу.

Розвиток сучасних технологій, створення високоточних приладів спонукає до перегляду вимог, методів, удосконалення відомих та створення нових способів нівелювання.

У дисертаційній роботі опрацьовано загальні відомості з теорії тригонометричного нівелювання та фізики атмосфери. Проведено аналіз сучасних методів нівелювання, показано їх точність, недоліки та переваги.

Проаналізовано способи застосування тригонометричного нівелювання. Показано, що точність двостороннього тригонометричного нівелювання є вища ніж дистанційним способом нівелювання між точками (нівелювання із середини) та нівелювання через допоміжну точку. Всі вказані способи тригонометричного нівелювання частково компенсують дію вертикальної рефракції.

Запропоновано застосування неодночасного двостороннього тригонометричного нівелювання у періоди встановленої атмосферної стратифікації. Теоретично і практично доведена можливість застосування неодночасного двостороннього тригонометричного нівелювання із урахуванням вертикальної рефракції за точністю, яка відповідає точності геометричного нівелювання II класу на лініях спостережень до 1 км.

Апробовано застосування неодночасного двостороннього тригонометричного нівелювання для визначення висот у полігонометричних мережах. Опрацьована методика прокладання висотних ходів тригонометричним нівелювання без вимірювання висот приладу та візирних цілей.

Виконаний аналіз основних похибок геометричного нівелювання. Показано, що найбільш не вирішеною на сьогоднішній час залишається проблема врахування вертикальної рефракції в процесі виконання нівелювання.

По аналогії з тригонометричним нівелюванням, запропоновано спосіб двостороннього геометричного нівелювання “вперед - назад”. Розроблена теорія і методика його виконання. Цей спосіб дозволяє підвищити точність геометричного нівелювання завдяки контролю сумарного кута ε'' - негоризонтальності променя візування і вертикальної рефракції, який обчислюють у процесі вимірювань на лінії нівелювання та враховувати вплив

вертикальної рефракції у виміряні перевищення. Запропонований спосіб пришвидшує нівелювання завдяки зменшенню часу на вибір зв'язкових точок та ліній нівелювання. Також цим способом пропонується виконання високоточного геометричного нівелювання шляхом прокладенням ходу в одному напрямку по двох лініях, за двома парами костилів.

Отримано формулу визначення еквівалентних висот променя за відліком рейки та висотою нівеліра по лінії нівелювання. Запропоновано застосовувати отриману формулу для автоматизованого врахування вертикальної рефракції у результати геометричного нівелювання безпосередньо в процесі його виконання. Для двостороннього геометричного нівелювання запропоновано виконувати врахування вертикальної рефракції за визначеними еквівалентними висотами і вимірним градієнтом температури повітря на висоті 1 м, або за флуктуаціями відлічувань рейок із застосуванням комп'ютера цифрового нівеліра.

Розроблена методика польових досліджень нівелірів для визначення поправок за негоризонтальність візирного променя та ходу фокусувальної лінзи, які рекомендується занести в пам'ять комп'ютера для автоматичного корегування результатів відлічувань у залежності від вимірної віддалі до рейки.

Запропонована методика компарування штрих-кодових рейок із застосуванням фотофіксації відлічувань, яка за точністю відповідає вимогам компарування рейок I класу і значно здешевлює цей процес.

Теоретично обґрунтовано можливість визначення вертикальної рефракції за результатами спостережень горизонтальним візирним променем зображення прямовисної шкали у плоскому дзеркальному відбивачі.

Сконструйовано лабораторний зразок нівеліра-рефрактометра геометричного типу. Експериментальні дослідження цього зразка показали можливість визначати коефіцієнти вертикальної рефракції з точністю $m_k \leq 0.1$ на віддалі 30 м.

Запропоновано застосування автоматизованого комплексу для виконання геометричного нівелювання із урахуванням вертикальної рефракції за допомогою нівеліра - рефрактометра.

З появою роботизованих електронних тахеометрів набули поширення моніторингові спостереження на важливих будівельних об'єктах. Так для геодезичного моніторингу діючих ГЕС та ГАЕС в Україні застосовуються роботизовані електронні тахеометри фірми Leica. Результати вимірів роботизованими тахеометрами в реальній атмосфері спотворені похибками за рефракцію випромінювання. Для зменшення величини цієї похибки розроблено спосіб визначення вертикальної рефракції та побудови моделі рефракційного поля з застосуванням коефіцієнтів кореляцій рефракцій різних напрямів. Проведено експериментальні дослідження кореляцій спостережуваних напрямів на моніторингових мережах Дністровської і Канівської ГЕС. Установлені величини тісноти зв'язку вертикальної рефракції і можливість застосування лінійної регресії для їх прогнозування. Розроблена методика створення динамічної моделі рефракційного поля побудованої за кореляційними зв'язками між напрямками спостереження, яка дозволяє розраховувати величини вертикальних рефракцій напрямів у реальному часі. Відкориговані результати вимірювань зенітних відстаней за вертикальну рефракцію зменшують значення відхилень обчислених перевищень від теоретичних у 2 рази.

Експериментально, на прикладі врівноваження планово-висотних мереж Бескидського тунелю, Дністровської ГАЕС, Теремле-Ріцької ГЕС, доведено можливість застосування неодночасного двостороннього тригонометричного нівелювання із урахуванням вертикальної рефракції за флуктуаціями зенітних відстаней з точністю, яка відповідає геометричному нівелюванню II класу.

Ключові слова: геодезичне нівелювання, геометричне нівелювання, тригонометричне нівелювання, неодночасне двостороннє тригонометричне нівелювання, вертикальна рефракція, рефрактометр, цифровий нівелір, роботизований електронний тахеометр, компарування рейок, геодезичний моніторинг інженерних об'єктів.

СПИСОК ОПУБЛІКОВАНИХ ПРАЦЬ ЗА ТЕМОЮ ДИСЕРТАЦІЇ

1. Наукові праці, в яких опубліковані основні наукові результати дисертації

1.1. Праці у наукових періодичних виданнях інших держав та у виданнях України, які внесені до міжнародних наукометричних баз даних

1. Complex High Accuracy Satellite and Field Measurements of Horizontal and Vertical Displacements of Control Geodetic Network on Dniester Hydroelectric Pumped Power Station (HPPS) / K. Tretyak, S. Periy, I. Sidorov, L. Babiy // Geomatics and Environmental Engineering. - vol. 9. - no. 1. - 2015. - pp. 83–96.

<http://dx.doi.org/10.7494/geom.2015.9.1.83>

2. Спосіб вимірювання взірцевого базиса 2-го розряду для еталонування електронних тахеометрів / В. Літинський, А. Віват, С. Перій, С. Літинський // Геодезія, картографія і аерофотознімання. – Львів: Вид. НУ «Львівська політехніка». – 2015. – Вип. 81. – С. 59-65.

3. Перій С. С. Апробація застосування неодночасного двостороннього тригонометричного нівелювання з урахуванням вертикальної рефракції / С. С. Перій // Геодезія, картографія і аерофотознімання. – Львів: Вид. НУ «Львівська політехніка». – 2015. – Вип. 82. – С. 19-28.

4. Сідоров І. С. Визначення рухів земної поверхні в районі Дністровської ГАЕС супутниковими та наземними методами / І. С. Сідоров, С. С. Перій, В. Г. Сарнавський // Геодинаміка. – Львів: Вид. НУ «Львівська політехніка». – 2015. – № 2 (19). – С. 15-25.

5. Perij S. Investigation of accuracy of methods of trigonometric leveling during the transmission of elevations over water surfaces / S. Perij, I. Pokotylo, T. Korliatovych // Геодезія, картографія і аерофотознімання. – Львів: Вид. НУ «Львівська політехніка». -2017. – Вип. 85. – С. 18-26.

6. Investigation of refraction field over water surfaces / S. Periy, T. Korliatovych, V. Litynskyu, I. Pokotylo // Геодезія, картографія і аерофотознімання. -2017. –Вип. 86. –С.11-18.

1.2. Публікації у наукових фахових виданнях України

7. Перій С. С. Використання двостороннього тригонометричного нівелювання у світловіддалемірній полігонометрії / С. С. Перій // Геодезія, картографія і аерофотознімання. – Львів, 2001. – Вип.61. – С. 112-117.

8. Перій С. С. До визначення вертикальної рефракції при геометричному нівелюванні / С. С. Перій // Сучасні досягнення геодезичної науки і виробництва: Зб. наук. пр. - Вид. НУ "Львівська політехніка"- Львів, 2006, – Вип.І(11), С. 146-150.

9. Літинський В. О. Тригонометричне нівелювання в ходах геодезичних мереж згущення / В. О. Літинський, С. С. Перій // Сучасні досягнення геодезичної науки і виробництва: Зб. наук. пр. - Вид. НУ "Львівська політехніка"- Львів, 2006, – Вип.ІІ(12). – С. 125-133.

10. Дослідження впливу нівелірної рефракції у нічний період за допомогою приладів зарядового зв'язку / В. О. Літинський, О. В. Киселик, С. С. Перій [та ін.] // Геодезія, картографія і аерофотознімання. – Львів: Вид. НУ «Львівська політехніка». - 2007, – Вип. 69. – С.94-97.

11. Ващенко В. І. Урахування вертикальної рефракції під час створення знімальної основи і тахеометричного знімання / В. І. Ващенко, В. О. Літинський, С. С. Перій // Сучасні досягнення геодезичної науки і виробництва. – 2008. – № 15. – С. 82–85.

12. Ващенко В. І. Спосіб геометричного нівелювання з врахуванням вертикальної рефракції та негоризонтальності візирного променя / В. І. Ващенко, С. С. Перій, В. О. Літинський // Сучасні досягнення геодезичної науки і виробництва. – 2009. – № 17. – С. 116–121.

13. Спосіб фіксації вертикальних і горизонтальних дрижань візирних цілей / В. Літинський, О. Киселик, С. Перій [та ін.]. // Сучасні досягнення геодезичної науки і виробництва. – Львів, 2010. – № 19. – С. 87–90.

14. Перій С. Апробація способу геометричного нівелювання "вперед-назад" / С. Перій, В. Ващенко, І. Рій // Сучасні досягнення геодезичної науки і виробництва: Зб. наук. пр.– Л., 2010. – Вип.1(19).– С.91–94.

15. Перій С. С. Експериментальні дослідження точності геометричного нівелювання способом “вперед-назад” / С. С. Перій // Геодезія, картографія і аерофотознімання. – Львів: Вид. НУ «Львівська політехніка». – 2010. – Вип. 73 – С. 45–52.
16. Перій С. С. Вимірювання вертикальної рефракції із застосуванням плоского дзеркального відбивача / С. С. Перій // Геодезія, картографія і аерофотознімання. – Львів: Вид. НУ «Львівська політехніка». – 2011. – Вип. 74. – С. 38–43.
17. Літинський В. Спосіб компарування штрихкодкових рейок / В. Літинський, С. Перій // Сучасні досягнення геодезичної науки та виробництва. – 2011. – Вип. 1(21). – С. 77–79.
18. Перій С. Застосування дзеркального відбивача для юстування нівелірів / С. Перій // Сучасні досягнення геодезичної науки та виробництва. – 2011. – Вип. 2(22). – С. 103–105.
19. Перій С. С. Дослідження ходу фокусувальної лінзи нівеліра Dini 22 / С. С. Перій, І. Ф. Рій // Геодезія, картографія і аерофотознімання. – Львів: Вид. НУ «Львівська політехніка». – 2011. – Вип. 75. – С. 58–61.
20. Перій С. С. Перспективи створення нівеліра рефрактометра / С. С. Перій // Геодезія, картографія і аерофотознімання. – Львів: Вид. НУ «Львівська політехніка». – 2012. – Вип. 76. – С. 53-56.
21. До питання геометричного нівелювання способом “вперед-назад” з використанням високоточного цифрового нівеліра Leica DNA 03 / С. С. Перій, І. Ф. Рій, О. І. Мороз [та ін.] // Вісник геодезії і картографії. – К. 2012. - № 4. – С. 5-8.
22. Перша GNSS – компанія у північному регіоні України / Я. Яцків, О. Хода, О. Терещук, ... С. Перій [та ін.] // Сучасні досягнення геодезичної науки та виробництва. – 2012. – № 1(23). – С. 38 – 40.
23. Савчук С. Дослідження точності визначення координат базової GNSS – станції Львівського національного аграрного університету / С. Савчук, В. Петак, С. Перій // Сучасні досягнення геодезичної науки та виробництва. – 2012. – № II(24). – С. 51–56.

24. Літинський В. О. Особливості застосування двостороннього тригонометричного нівелювання // В. О. Літинський, С. С. Перій, В. О. Сухоруков. // Вісник геодезії і картографії. – 2013. - № 1. – С. 10-13.

25. Перій С. С. Визначення вертикальної рефракції за флуктуаціями вертикальних кутів / С. С. Перій, О. І. Мороз // Наукові праці Донец. нац. тех. ун-та, Сер.: гірничо-геологічна. – ДонНТУ, Донецьк: – 2013. – Вип. 1(18). – С. 49-55.

26. Третьяк К. Р. Геодезичний моніторинг локального геодезичного полігону Дністровської ГАЕС / К. Р. Третьяк., С. С. Перій, І. С. Сідоров // Наукові праці Донец. нац. тех. ун-та. Сер.: гірничо-геологічна. – ДонНТУ, Донецьк: – 2013. – Вип. 1(18). – С. 61-69.

27. Спосіб дослідження ходу фокусувальної лінзи зорових труб нівелірів / В. Літинський, С. Перій, В. Тарнавський [та ін.] // Сучасні досягнення геодезичної науки та виробництва. – Львів, 2016. – Випуск I (31). – С. 69-73.

28. Застосування тригонометричного нівелювання для передавання висот над водними поверхнями / С. Перій, О. Мороз, Т. Корлятович [та ін.] // Сучасні досягнення геодезичної науки та виробництва. – 2017. – Вип. I (33). – С. 65-68.

29. Літинський В. До встановлення допусків точного геометричного нівелювання / В. Літинський, І. Тревого, С. Перій // Сучасні досягнення геодезичної науки та виробництва. – 2018. – Вип. I (35). – С. 212–219.

30. Побудова площини нормального перерізу для виконання тригонометричного нівелювання за просторовими вимірюваннями GNSS / С. С. Перій, М. М. Фис, А. Р. Согор [та ін.] // Сучасні досягнення геодезичної науки та виробництва : збірник наукових праць Західного геодезичного товариства УТГК. – 2018. – Вип. 2 (36). – С. 32–35.

1.3. Патенти України

1. Пат. 41429. – Україна, UA, МПК (2009). – G01C 5/00. Спосіб геометричного нівелювання “Вперед, назад” / Перій С. С.; заявник і патентоутримувач Львів. нац. аграр. унів.– Бюл. № 24. – 25.05.2009. – С. 6.

2. Пат. 89466. – Україна, UA, МПК (2009). – G01C 5/00. Спосіб визначення середньоінтегрального коефіцієнта вертикальної рефракції / Перій С. С., Літинський В. О. – Бюл. № 2. – 25.01.2010. – С. 6.
3. Пат. 93022. – Україна, UA, МПК (2009). – G01C 5/00. Спосіб компарування штрих-кодових рейок / Літинський В. О., Перій С. С., Літинський С. В. – Бюл. № 24. – 27.12.2010. – С. 3.77.
4. Пат. 93341. – Україна, UA, МПК (2011.01), G01C 5/00. Спосіб виконання і юстирування основної перевірки нівеліра / Перій С. С. – Бюл. № 2. – 25.01.11. – С. 3.107.
5. Пат. 93646. – Україна, UA, МПК (2011.01), G01C 5/00. Спосіб нівелювання / Перій С. С. – Бюл. № 4. – 25.02.11. С. 3.141.
6. Пат. 93647 Україна, UA, МПК (2011.01), G01C 5/00. Спосіб визначення вертикальної рефракції / Перій С. С. – № a2010 08167 ; заявл. 30.06.10; опубл. 25.02.11, Бюл. № 4.
7. Пат. 96724. – Україна, UA, МПК (2011.01), G01C 5/00. Спосіб визначення та виправлення місця нуля (місця зеніту) для приладів, що вимірюють вертикальні кути / Перій С. С., Ващенко В. І. – Бюл. № 22. – 25.11.2011.
8. Пат. № 102584 Україна, UA, МПК (2013.01), G01C 5/00. Нівелір – рефрактометр / Перій С. С. – № a2011 10393; заявл. 26.08.2011; опубл. 25.07.2013, Бюл. № 14.

2. Наукові праці у збірках матеріалів конференцій

1. Перій С. Безпосереднє вимірювання вертикальної рефракції / С. Перій // “Геоінформаційний моніторинг навколишнього середовища: GNSS і GIS – технології”: Зб. наук. доп. XVII Міжн. наук.-техн. симпоз. (Алушта, верес. 2012). – Львів: Вид. НУ «Львівська політехніка».- 2012. – С. 65-68.
2. Перій С. С. Нівелір - рефрактометр / С. С. Перій // Матеріали VI Міжнародної науково-практичної конференції “Нові технології в геодезії, землевпорядкуванні та природокористуванні”(м. Ужгород, 24-27 жовтня 2012 р.):– Ужгород: 2012. С.109-111.

3. Перій С. Врівноваження просторової мережі Дністровської ГАЕС з врахуванням вертикальної рефракції у програмному комплексі “МГ Сети” / С. Перій, О. Мороз, І. Сідоров // “Геоінформаційний моніторинг навколишнього середовища: GNSS і GIS – технології”: Зб. наук. доп. XVIII Міжн. наук.-техн. симпоз. (Алушта, верес. 2013). – Л., 2013. – С. 237-240.
4. Визначення інтервалів еталонного Бережанського базиса методом фотофіксації / С. С. Перій, О. І. Мороз, І. Я. Покотило, [та ін.] // Науковий вісник Ужгород. ун-ту, Сер Географія. Землеустрій. Природокористування., Ужгород, – 2014. – Вип.3. – С. 93-95.
5. Перій С. С. Визначення еквівалентних висот під час геометричного нівелювання / С. С. Перій, М. М. Фис // Матеріали VIII Міжнародної науково-практичної конференції “Нові технології в геодезії, землевпорядкуванні та природокористуванні”(м. Ужгород - Синевир, 6-8 жовтня 2016 р.):– Ужгород: 2016. С. 107-109.
6. Перій С. С. Застосування тригонометричних ходів для створення висотної основи / С. С. Перій, Т. Ю. Корлятович, І. Я. Покотило // Моніторинг довкілля, фотограмметрія, геоінформатика – сучасні технології та перспективи розвитку: матеріали 8-ї Міжн. наук.-техн. конференції, 14-16 вересня 2017р. (Львів – Східниця) – Львів, Вид. НУ “Львівська політехніка” – 1 електронний оптичний диск (CD-ROM), 2017. – С. 73-78.
7. Перій С. Визначення прямокутних координат уявної точки перетину нормалей до еліпсоїда за даними GNSS спостережень / С. Перій, М. Фис, М. Согор // “GeoTerrace-2017”: матеріали Міжн. наук.-техн. конференції молодих вчених, 14-16 грудня 2017р.”. – Львів, Вид. НУ “Львівська політехніка”. – 2017. – С.76-87.
8. Апробація методу розвитку планово-висотної основи прокладанням "вільного" полігонометричного ходу / С. С. Перій, І. Я. Покотило, В. Л. Тарнавський [та ін.] // Нові технології в геодезії, землевпорядкуванні, лісовпорядкуванні та природокористуванні : матеріали IX Міжнародної науково-практичної конференції, 4-6 жовтня 2018 р., Ужгород - Ужгород :– С. 97 – 99.

9. Літинський В. О. Еталонні бази для електронних тахеометрів / В. О. Літинський, С. С. Перій, А. Й. Віват // Нові технології в геодезії, землевпорядкуванні, лісовпорядкуванні та природокористуванні : матеріали ІХ Міжнародної науково-практичної конференції, 4-6 жовтня 2018 р., Ужгород - Ужгород :- С. 64 – 67.

3. Монографія

1. Вдосконалення методів геодезичних робіт та ГІС технологій в землеустрої, кадастрі та моніторингу земель. Монографія / [В. Ю. Андрущенко., О. Ю. Біда, О. І. Бочко, ... С. С. Перій та ін.]. за ред. П. П. Колодія, Є. І. Смірнова. - Львів: “Галицька видавнича спілка”, 2016.-168 с. (написані §§2.2 - 2.6).

ANNOTATION

Perii S. S. Theoretical and experimental background of the methods for increasing the accuracy of trigonometric and geometric leveling – On the rights of manuscript.

Thesis for the degree of Doctor's of Technical Sciences by speciality 05.24.01 -Geodesy, photogrammetry and cartography.- - Lviv Polytechnic National University, Ministry of Education and Science of Ukraine, Lviv, 2019.

The thesis is devoted to trigonometric and geometric leveling - methods and recommendations for increasing their accuracy in modern conditions.

High precision geometric leveling is one of the most precise ground-based methods for determining exceedances, due to measurements along a horizontal short beam. But geometric leveling is a rather labour intensive process and not always possible. More mobile is a trigonometric leveling, which significantly allows to speed up the leveling process and provides the opportunity to automate geodetic monitoring investigations in real time.

The accuracy of the leveling can be significantly increased due to the use of the latest devices: digital levelers, standard bar code invar rods, inclinometers, robotic total stations. These devices use modern technical achievements: the latest electronic levels, compensators, reading digital systems, mini computers. This made it possible to measure, process and store the results in real time, to reduce inaccuracy and to eliminate personal observer's errors completely such as guidance, counting and rounding.

Modern levels, rods, total stations manufactured by the leading companies of the world are characterized by digital counting fixation; using high-precision compensators, which ensure stabilization of the alignment beam with an accuracy of 0.2". This allows you to perform geometric leveling with an accuracy of 0.3 mm per 1 km of double stroke.

The development of modern technologies, the creation of high-precision devices promote the revision of requirements, methods and enhancement of the known before and the creation of new methods of leveling.

General information on the theory of trigonometric leveling and physics of atmosphere has been worked out in the thesis, including the analysis of the modern methods of leveling has been carried out; their accuracy, drawbacks and advantages.

The methods of using the trigonometric leveling have been analyzed. It is shown that the accuracy of the double-way trigonometric leveling is higher than the distance method of leveling between the points (leveling from the middle) and leveling through the temporary point. All these methods of trigonometric leveling compensate the effect of vertical refraction partially.

The application of non-simultaneous double-way trigonometric leveling in the periods of the stable stratification of atmosphere has been proposed. The possibility of using non-simultaneously double-way trigonometric leveling taking into account vertical refraction on the accuracy of the corresponding accuracy of geometric leveling of second-order on observation lines up to 1 km has been theoretically and practically proven.

The use of non-simultaneous two-way trigonometric leveling for the determination of altitudes in polygonometers has been tested. The method of laying high-altitude traverses of trigonometric leveling without measuring the heights of the device and surveying targets has been worked out.

The analysis of the basic errors of geometrical leveling has been carried out. It is shown that the problem of accounting the vertical refraction in the process of leveling remains the most unresolved for today.

By analogy with trigonometric leveling, the method of two-way geometric leveling "forward-backward" has been proposed. The theory and methods of its execution have been developed. The method allows to improve the accuracy of geometric leveling due to control of the sum angle ε'' - the non-horizontality of the alignment beam and vertical refraction, which is calculated in the process of measurement on the leveling line, and to take into account the effect of vertical refraction in the measured

exceedances. The proposed method accelerates the leveling by reducing the time to choose the connecting points and alignment lines. Also, this method has been proposed for the implementation of high-precision geometric leveling by traversing in one direction in two lines, in two pairs of crutches.

The formula for determining the equivalent beam heights by reference to the rods and the height of the level through the leveling has been obtained. It has been proposed to use the obtained formula for the automatic calculation of the vertical refraction in the results of geometric leveling directly in the process of its implementation. For bilateral geometric leveling, it has been suggested to take into account the vertical refraction at the determined equivalent heights and the measured gradient of air temperature at an altitude of 1 m, or according to the fluctuations of the counting rods using a computer of a digital level.

The technique of field studies of levels has been developed to determine corrections for the non-horizontal aspect of the directional ray and the course of the focusing lens, which is recommended to key into the memory of the computer for automatic correction of the counting results, depending on the measured distance to the rod.

The proposed method of comparison of the bar code rods with the use of photofixation of counts has been proposed, which corresponds precisely to the requirements of the classification of rods of first-order and greatly reduces the cost of this process.

The possibility of determining the vertical refraction based on the results of observations by a horizontal directional ray of the image of a pivotal scale in a flat mirror reflector has been theoretically substantiated.

The laboratory model of a geometric level-refractometer has been designed. Experimental studies of this model showed the ability to determine the vertical refraction coefficients with the boundary accuracy of 0.1 at the distance of 30 m.

The application of the automated complex for the implementation of geometric leveling with the consideration of vertical refraction using a level-refractometer has been proposed.

With the advent of robotic electronic total stations, monitoring at important construction sites has become widespread. Thus, the robotic electronic total stations manufactured by Leica company are used for geodetic monitoring of the existing HPPS and HPS in Ukraine. The results of measurements by robotic total stations in the real atmosphere are distorted by errors in the radiation refraction. To reduce the magnitude of this error, a method for determining the vertical refraction and constructing a refractive field model using the correlation coefficient of refractions of different directions has been developed. The experimental researches of correlations of the observed directions have been carried out on the monitoring networks of Dniester and Kaniv HPPSs. The values of the coefficient of correlation of the vertical refraction and the possibility of applying linear regression for their prediction have been established. The method of creating a dynamic refractive field model based on correlation links between the directions of observation, which allows to calculate the values of vertical refractions of directions in real time, has been developed. The corrected results of measurements of zenith distances for the vertical refraction reduce the value of deviations of the calculated exceedances from the theoretical ones twice.

By experiment, on the example of balancing the completion networks of Beskyd Tunnel, Dniester HPPS, Tereblia-Rikhska HPS, the possibility of using the double-way trigonometric leveling with the consideration of the vertical refraction on the fluctuations of zenith distances with the accuracy of geometric leveling of second-order has been proven.

Key words: geodetic leveling, geometric leveling, trigonometric leveling, non-simultaneous double-way trigonometric leveling, vertical refraction, refractometer, digital leveler, robotic electronic timer, compaction rods, geodetic monitoring of engineering objects.

LIST OF PUBLICATIONS BY THE THEME OF DISSERTATION

1. Scientific papers, in which the main scientific results of the dissertation are published

1.1. Publications in scientific professional editions of Ukraine

1. Periy S. The use of two-way trigonometric leveling in the light-conductivity polygonometry / S. Periy // *Geodesy, Cartography, and Aerial Photography*. – Lviv Polytechnic Publishing House. – 2001. – Issue 61. – P. 112–117.
2. Periy S. To determination of vertical refraction at geometric leveling / S. Periy // *Modern achievements of geodesic science and production: Coll. of scientific works*. – Lviv Polytechnic Publishing House. – 2006. – Issue I (11). – P. 146–150.
3. Litynskyy V. O. Trigonometric leveling in the course of geodesic networks of condensation / V. O. Litynskyy, S. S. Periy // *Modern achievements of geodesic science and production: Coll. of scientific works*. – Lviv Polytechnic Publishing House. – 2006. – Issue. II (12). – P. 125–133.
4. Litynskyy V. Research of the leveling refraction effect at night time by applying charge-coupled devices / V. Litynskyy, O. Kiselyk, S. Periy, S. Litynskyy // *Geodesy, Cartography, and Aerial Photography*. – Lviv Polytechnic Publishing House. – 2007. – Issue 69. – P. 94–97.
5. Vashchenko V. I. Considering the vertical refraction during the creation of the epy basis of the survey and tacheometric survey / V. Vashchenko, V. Litynskyy, S. Periy // *Modern achievements of geodesic science and production: Coll. of scientific works*. – Lviv Polytechnic Publishing House. – 2008. – No. 15. – P. 82–85.
6. Vashchenko V. Method of geometric levelling with respect to vertical refraction and non-horizontal sighting ray / V. Vashchenko, S. Periy, V. Litynskyy // *Modern achievements of geodesic science and production: Coll. of scientific works*. – Lviv Polytechnic Publishing House. – 2009. – No. 17. – P. 116–121.
7. Litynskyy V. Method of fixing vertical and horizontal shaking of signal objects / V. Litynskyy, O. Kiselyk, S. Periy, S. Litynskyy // *Modern achievements of geodesic science and production: Coll. of scientific works*. – Lviv Polytechnic Publishing House. – 2010. – No. 19. – P. 87–90.

8. Periy S. Approbation of geometrical leveling “back and forth” mode / S. Periy, V. Vashchenko, I. Riy // Modern achievements of geodesic science and production: Coll. of scientific works. – Lviv Polytechnic Publishing House. – 2010. – No. 19. – P. 91–94.
9. Periy S. Experimental investigation of geometrical leveling accuracy using “back and forth” method/ S. Periy // Geodesy, Cartography, and Aerial Photography. – Lviv Polytechnic Publishing House. – 2010. – Issue 73. – P. 45–52.
10. Periy S. Vertical refraction measurement by applying plane mirror reflector S. Periy // Geodesy, Cartography, and Aerial Photography. – Lviv Polytechnic Publishing House. – 2011. – Issue 74. – P. 38–43.
11. Litynsky V. O. Method of calibration of bar coded rodes / V. O. Litynsky, S. S. Periy // Modern achievements of geodesic science and production: Coll. of scientific works. – Lviv Polytechnic Publishing House. – 2011. – Issue. 1(21). – P. 77–79.
12. Periy S. Using of mirror for levels adjusting / S. Periy // Modern achievements of geodesic science and production: Coll. of scientific works. – Lviv Polytechnic Publishing House. – 2006. – Issue 2(22). – P. 103–105.
13. Periy S. The study of movement of the level Dini22 focusing lens / S. Periy, I. Riy // Geodesy, Cartography, and Aerial Photography. – Lviv Polytechnic Publishing House. – 2011. – Issue 75. – P. 58–61.
14. Periy S. Perspectives of creation of the level-refractometer / S. Periy // Geodesy, Cartography, and Aerial Photography. – Lviv Polytechnic Publishing House. – 2012. – Issue 76. – P. 53–56.
15. Periy S. On the question of geometric leveling using the "forward-back" method using the high-precision digital leveler Leica DNA 03 / S. S. Periy, I. F. Riy, O. I. Moroz, V. L. Tarnavsky // The Journal of Geodesy and Cartography. – Kyiv. – 2012. – No. 4. – P. 5–8.
16. The first GNSS-campaign in the North region of Ukraine / Ya. Yatskiv, O. Hoda, O. Tereschuk, O. Pinchuk, V. Movenko, I. Nystoryak, S. Savchuk, O. Denysov, S. Periy, V. Korbach // Modern achievements of geodesic science and production: Coll. of scientific works. – Lviv Polytechnic Publishing House. – 2012. – Issue 1(23). – P. 38–40.

17. Savchuk S. Reserch of the accuracy of the base GNSS-station Lviv National Agrarian University / S. Savchuk, V. Petak, S. Periy // Modern achievements of geodesic science and production: Coll. of scientific works. – Lviv Polytechnic Publishing House. – 2012. – Issue 2(24). – P. 51–56.

18. Litynsky V. Features of the application of two-way trigonometric leveling // B. O. Litynsky, S. S. Periy, V. O. Sukhorukov // The Journal of Geodesy and Cartography. – Kyiv. – 2013. – No. 1. – P. 10–13.

19. Periy S. S., Moroz O. I. Determination of vertical refraction by fluctuations of vertical angles / S. S. Periy, O. I. Moroz // Scientific works of Donetsk National Technical University, Series: Mining and Geology. – Donetsk: – 2013. – Issue 1 (18). – P. 49–55.

20. Tretyak K. R. Geodetic monitoring of the local geodetic polygon of the Dniester PSP / K. R. Tretyak, S. S. Periy, I. S. Sidorov // Scientific works of Donetsk National Technical University, Series: Mining and Geology. – Donetsk: – 2013. – Issue 1 (18). – P. 61–69.

21. Litynsky V., Periy S., Tarnavsky V., Litynsky S. Research method of focusing lens movement in levels / V. Litynsky, S. Periy, V. Tarnavsky, S. Litynsky // Modern achievements of geodesic science and production: Coll. of scientific works. – Lviv Polytechnic Publishing House. – 2016. – Issue 1(31). – P. 69–73.

22. Periy S., Moroz O., Korlyatovych T., Pokotylo I. Applying of trigonometric leveling for the transfer of heights over the water surface in the territory of Shatsk National Natural Park / S. Periy, O. Moroz, T. Korlyatovych, I. Pokotylo // Modern achievements of geodesic science and production: Coll. of scientific works. – Lviv Polytechnic Publishing House. – 2017. – Issue 1(33). – P. 65–68.

23. Litynsky V. Setting tolerances for precise geometric leveling / V. Litynsky, I. Trevoho, S. Periy // Modern achievements of geodesic science and production: Coll. of scientific works. – Lviv Polytechnic Publishing House. – 2018. – Issue 1(35). – P. 212–219.

24. Periy S., Fys M., Sohor A., Sohor M. Construction of the plane of the normal section for trigonometric leveling by GNSS spatial measurements / S. Periy, M. Fys, A. Sohor, M. Sohor// Modern achievements of geodesic science and production: Coll. of scientific works. – Lviv Polytechnic Publishing House. – 2018. – Issue 2(36). – P. 32–35.

1.2. Publications in scientific editions of Ukraine, which are included in international science-computer databases

25. Litynskyy V., Vivat A., Periy S., Litynskyy S. Method of measuring of exemplary basis of second category for verification of electronic total stations / V. Litynskyy, A. Vivat, S. Periy, S. Litynskyy // Geodesy, Cartography, and Aerial Photography. – Lviv Polytechnic Publishing House. – 2015. – Issue 81. – P. 59–65. DOI: <https://doi.org/10.23939/istcgcap2015.01.059>

26. Periy S. Approbation of application of non-simultaneous bilateral trigonometric leveling taking into account vertical efraction / S. Periy // Geodesy, Cartography, and Aerial Photography. – Lviv Polytechnic Publishing House. – 2015. – Issue 82. – P. 19–28. DOI: <https://doi.org/10.23939/istcgcap2015.02.019>

27. Sidorov I. S. Determination of the earth surface movements in areas of Dniester HPPS using satellite and ground geodetic methods / I. S. Sidorov, S. S. Periy, V. H. Sarnavskyy // Geodynamics. – Lviv Polytechnic Publishing House. – 2015. – No. 2 (19). – P. 15–25. DOI: <https://doi.org/10.23939/jgd2015.02.015>

28. Periy S. Investigation of accuracy of methods of trigonometric leveling during the transmission of elevations over water surfaces / S. Periy, I. Pokotylo, T. Korliatovych // Geodesy, Cartography, and Aerial Photography. – Lviv Polytechnic Publishing House. – 2017. – Issue 85. – P. 18–26. DOI: <https://doi.org/10.23939/istcgcap2017.01.018>

29. Periy S. Investigation of refraction field over water surfaces / S. Periy, T. Korliatovych, V. Litynskyy, I. Pokotylo // Geodesy, Cartography, and Aerial Photography. – Lviv Polytechnic Publishing House. – 2017. – Issue 86. – P. 11-18. DOI: <https://doi.org/10.23939/istcgcap2017.02.011>

1.3. Publications in scientific editions of other countries which are included in international science-computer databases

30. Tretyak K. Complex High Accuracy Satellite and Field Measurements of Horizontal and Vertical Displacements of Control Geodetic Network on Dniester Hydroelectric Pumped Power Station (HPPS) / K. Tretyak, S. Periy, I. Sidorov, L. Babiy // Geomatics and Environmental Engineering. – 2015. – Vol. 9. – No. 1. – P. 83–96. DOI: <http://dx.doi.org/10.7494/geom.2015.9.1.83>

1.4. Patents of Ukraine

1. Patent 41429. – Ukraine, UA, МПІК (2009). – G01C 5/00. Method of geometrical leveling “back and forth” / Periy S. S.; Applicant and Patent Attorney Lviv National Agrarian University. – Bull. No. 24. – 25.05.2009. – P. 6.

2. Patent 89466. – Ukraine, UA, МПІК (2009). – G01C 5/00. Method of determining the mean integral coefficient of vertical refraction / Periy S. S., Litynsky V. O. – Bull. No. 2. – 25.01.2010. – P. 6.

3. Patent 93022. – Ukraine, UA, МПІК (2009). – G01C 5/00. Method of calibration of bar coded rodes / Litynsky V. O., Periy S. S., Litynsky S. V.; – Bull. No. 24. – 27.12.2010. – P. 3.77.

4. Patent 93341. – Ukraine, UA, МПІК (2011.01). – G01C 5/00. Method of execution and adjustment of the basic level check / Periy S. S.; – Bull. No. 2. – 25.01.11. – P. 3.107.

5. Patent 93646. – Ukraine, UA, МПІК (2011.01). – G01C 5/00. Method of leveling / Periy S. S.; – Bull. No. 4. – 25.02.11. P. 3.141.

6. Patent 93647 Ukraine, UA, МПІК (2011.01), – G01C 5/00. Method for determination the vertical refraction / Periy S. S.; – No. a2010 08167; stated 30.06.10; published 25.02.11, Bull. No. 4.

7. Patent 96724. – Ukraine, UA, МПІК (2011.01), – G01C 5/00. Method for determining and correcting the place of zero (zenith locations) for devices measuring vertical angles / Periy S. S., Vashchenko V. I.; – Bull. No. 22. – 25.11.2011.

8. Patent 102584 Ukraine, UA, МІІК (2013.01), – G01C 5/00. Leveler – refractometer / Periy S. S.; – No. a2011 10393; stated 26.08.2011; published 25.07.2013, Bull. No. 14.

2. Publications in conferences materials

1. Periy S. Direct measurement of vertical refraction / S. Periy // “Geoinformation Environmental Monitoring: GNSS and GIS Technologies”: Collection of scientific reports of the XVII International Scientific and Technical Symposium (Alushta, september, 2012). – Lviv Polytechnic Publishing House.- 2012. – P. 65–68.

2. Periy S. S. Leveler – refractometer / S. S Periy. // Materials of the VI International scientific-practical conference "New technologies in geodesy, land and environmental management" (Uzhhorod, October 24-27, 2012). – P. 109-111.

3. Periy S. Equilibrium of the Dniester HPPS spatial network with the consideration of vertical refraction in the software complex "MG Net" / S. S. Periy, O. I. Moroz, I. S. Sidorov // “Geoinformation Environmental Monitoring: GNSS and GIS Technologies”: GNSS and GIS Technologies”: Collection of scientific reports of the XVII International Scientific and Technical Symposium (Alushta, September, 2013). – Lviv Polytechnic Publishing House. – C. 237–240.

4. Periy S. Determination of the intervals of the reference Berezhansky basis by the method of photoconfiguration / S. S. Periy, O. I. Moroz, I. Ya. Pokotylo, [et al.] // Scientific Bulletin of Uzhgorod University, Series Geography. Land management. Nature management, Uzhgorod, – 2014. – Issue 3. – P. 93–95.

5. Periy S. S. Determination of equivalent heights during geometric leveling / S. S. Periy, M. M. Fys // Materials of the VIII International scientific-practical conference "New technologies in geodesy, land and nature management". Uzhhorod – Synevyr, October 6–8, 2016. – P. 107-109.

6. Periy S. S. Applying of trigonometric traverses for the creation of elevation datum / S. Periy, T. Korliatovych, I. Pokotylo // Collection of abstracts of the 8th international scientific and technical conference "Environmental Monitoring, Photogrammetry, Geoinformatics – Modern Technologies and Development Perspectives», September

14–16, 2017. – Lviv–Skhidnytsia: Lviv Polytechnic Publishing House, – 2017. – P. 73–78.

7. Periy S. Determination of rectangular coordinates of the imaginary point of intersection of normals to an ellipsoid according to GNSS observations / S. Periy, M. Fys, M. Sohor // Collection of abstracts of the international conference of young scientists «*Geoterrace-2017*», December 14–16, 2017. – Lviv: Lviv Polytechnic Publishing House, – 2017. – P. 76–87.

8. Approbation of the method of development of the plan-high-altitude basis by the laying of a "free" polygonometric course / S. S. Periy, I. Ya. Pokotylo, V. L. Tarnavsky [and others.] // New technologies in geodesy, land management, forest management and nature management: Materials of the IX International Scientific and Practical Conference, October 4–6, 2018, Uzhgorod - Uzhgorod: – C. 97–99.

9. Litynsky V. O. Reference bases for electronic tacheometers / V.O. Litynsky, S. S.Periy, A. Y. Vivat // New technologies in geodesy, land management, forest management and nature management: Materials of the IX International Scientific and Practical Conference, October 4–6, 2018, Uzhgorod - Uzhgorod: – C. 64 – 67.

3. Monograph

1. Improvement of the methods of geodetic works and GIS technologies in land management, cadastre and land monitoring. Monograph / [V. Yu. Andrushchenko., O. Yu. Bida, O. I. Bochko, ... S. S. Periy, and others]. ed. P. P. Kolodiya, E. I. Smirnova. Lviv: "Galitska Publishing Union", 2016. –168 P. (written in §§2.2–2.6).

ЗМІСТ

Анотація.....	2
Вступ.....	28
Розділ 1. Аналіз методики і точності тригонометричного нівелювання	42
1.1 Теорія тригонометричного нівелювання	45
1.2 Дослідження точності одностороннього тригонометричного нівелювання в сучасних умовах	53
1.2.1 Обґрунтування точності вимірювання нахилених віддалей для забезпечення точності тригонометричного нівелювання	55
1.2.2 Обґрунтування точності вимірювання зенітних відстаней для визначення перевищення тригонометричним нівелюванням	57
1.2.3 Розрахунок необхідної точності визначення коефіцієнта вертикальної рефракції для забезпечення точності визначення перевищення із одностороннього тригонометричного нівелювання	59
1.2.4 Обґрунтування точності визначення радіусу кривини Землі для визначення перевищення тригонометричним нівелюванням	63
1.2.5 Розрахунок точності врахування відхилення прямовисних ліній для забезпечення точності тригонометричного нівелювання в геодезичній системі координат	68
1.2.6 Обґрунтування точності визначення висот приладу та візирних цілей для забезпечення точності тригонометричного нівелювання	69
1.2.7 Розрахунок очікуваної точності одностороннього тригонометричного нівелювання у сучасних умовах	70
1.3 Зв'язок вертикальної рефракції з метеорологічними параметрами приземного прошарку атмосфери	71
1.4 Методи визначення атмосферної вертикальної рефракції	79
1.4.1 Метеорологічний спосіб визначення рефракції на наземних трасах	79

1.4.2	Геодезичні способи визначення рефракції на наземних трасах	81
1.4.3	Прогнозування вертикальної рефракції способом рефракційного базису із застосуванням рефракційних співвідношень	83
1.4.4	Визначення вертикальної рефракції за коливаннями зображень	87
	Висновки до першого розділу	95
	Розділ 2. Розрахунок і обґрунтування підвищення точності способів тригонометричного нівелювання	97
2.1	Двостороннє тригонометричне нівелювання	97
2.2	Обґрунтування точності двостороннього тригонометричного нівелювання	106
2.3	Дистанційний спосіб тригонометричного нівелювання між точками	110
2.4	Спосіб тригонометричного нівелювання через допоміжну точку	112
2.5	Порівняння способів тригонометричного нівелювання	114
2.6	Експериментальна апробація неодночасного двостороннього тригонометричного нівелювання при передачі висот на Дністровській ГАЕС	117
2.7	Застосування двостороннього тригонометричного нівелювання у нівелірних ходах без вимірювання висот приладу і візирних цілей	120
2.8	Визначення відхилення прямовисних ліній по заданому напрямі за геоцентричними координатами пунктів та геодезичними вимірами перевищень	135
	Висновки до другого розділу	141
	Розділ 3. Підвищення точності способів геометричного нівелювання	143
3.1	Теоретичні основи способів геометричного нівелювання	144
3.2	Обґрунтування точності геометричного нівелювання	149
3.3	Спосіб двостороннього геометричного нівелювання “вперед-назад”	160

3.4	Експериментальні дослідження точності способу двостороннього геометричного нівелювання “вперед-назад”	166
3.5	Дослідження ходу фокусувальної лінзи нівелірів	173
3.6	Вимірювання вертикальної рефракції з застосуванням плоского дзеркального відбивача	184
3.7	Нівелір – рефрактометр	191
3.8	Експериментальні дослідження нівеліра-рефрактометра	197
3.9	Застосування фотофіксації зображень і їх опрацювання для компарування штрих-кодових рейок	204
	Висновки до третього розділу	208
	Розділ 4. Підвищення точності тригонометричного нівелювання на важливих великих промислових об’єктах	210
4.1	Дослідження кореляційних взаємозв’язків між рефракціями різних напрямів спостереження	210
4.2	Застосування кореляційного зв’язку для визначення вертикальної рефракції із двосторонніх спостережень	212
4.3	Порівняння застосування двостороннього тригонометричного нівелювання з геометричним під час будівництва геодезичної основи Бескидського тунелю	217
4.4	Застосування тригонометричного нівелювання для геодезичних моніторингових спостережень на Дністровській ГАЕС	222
4.5	Застосування тригонометричного нівелювання для геодезичного моніторингу напірного водопроводу на Теремле-Ріцькій ГЕС	234
4.6	Врахування атмосферних впливів на результати безперервних автоматизованих геодезичних моніторингових спостережень на Дністровській ГЕС	241

4.7	Розробка методів врахування атмосферних впливів на результати безперервних автоматизованих моніторингових геодезичних спостережень на Канівській ГЕС	256
	Висновки до четвертого розділу.....	264
	Висновки	265
	Список використаних джерел	268

ВСТУП

Як і на етапі зародження науки про Землю, її форму і розміри, нівелювання є важливим інструментом пізнання та контролю довкілля. Рух земної кори, спостереження за техногенними процесами, розвиток високоточних технологій і будівництво та експлуатація небезпечних інженерних споруд вимагають високої точності нівелювання. Геодезичний моніторинг за навколишнім середовищем, деформаціями інженерних споруд та технологічного обладнання є необхідний для запобігання руйнування енергетичних та гідротехнічних об'єктів, сховищ зберігання відходів виробництва, транспортних магістралей і т.п..

Нівелювання [15] (leveling), як визначення перевищення однієї точки місцевості над другою, з давніх давен цікавило людство. Нівелювання, як і інші види вимірювань на земній поверхні, зобов'язано своїм походженням і розвитком науки та потреб людства. Так, величезні зрошувальні системи древнього Єгипту, канал між Нілом і Червоним морем (IV століття до нашої ери) і багато інших унікальних інженерних споруд не могли бути збудовані без застосування нівелювання. З винаходом зорової туби (Захарій Янзен з Гааги виготовив телескоп приблизно 1590 року) та рідинного трубчатого (бочкоподібного) рівня французьким науковцем Тевено (1660-1666 рр.), французький науковець Пікар (1620-1682рр.) сконструював нівелір та виконав “велике” нівелювання на околицях Парижу. Правда, для цього він використав нівелір з виском замість трубчастого рівня, який був першим прототипом нівеліра з компенсатором. Приблизно у 1768 р. англієць Рамсден і француз Шезі сконструювали нівелір. У 1820 р. француз Его сконструював нівелір із рівнем на підставці. Через деякий час Вашвегдом був виготовлений нівелір з рівнем на трубі, який дістав назву “німецький нівелір”. У подальшому, з розвитком науки і техніки, конструкції нівелірів і методики нівелювання змінювались дуже стрімко.

На наукову основу геометричне нівелювання було поставлене в 1847 році, коли виконувались нівелювальні роботи по спорудженню Суецького каналу. Через похибки у виконанні тригонометричного нівелювання, вишукування показали різницю Середземного і Червоного морів у 9 метрів, що могло

призвести до затоплення деяких територій під час з'єднання цих морів каналом. Та завдяки Бурдалує, який на основі виконаного геометричного нівелювання довів, що рівні обох морів рівні, розпочали роботи по спорудженню каналу. Тим самим, було доказано, що нівелювання коротким променем більш точніше ніж довгим, хоча тригонометричне нівелювання є більш економічним.

Тригонометричне нівелювання до кінця XIX було основним способом визначення висот опорних пунктів і широко застосовувалось для створення висотної основи топографічного знімання. Відомо, що найбільш важливі дослідження в цій галузі належать таким науковцям, як В. Я. Струве, Н. Я. Цингеру, І. І. Померанцеву та іншим.

У XX столітті, з появою нових високоточних геодезичних приладів і наукових технологій, нівелювання суттєво піднялось за точністю. Так, на початку XX століття виконувались високоточні роботи по передачі висот на значні віддалі для забезпечення територій держав висотною основою. В основному ці роботи виконували геометричним нівелюванням, яке забезпечувало точність поставлених завдань на рівнинній території, хоча питання врахування впливу атмосфери вирішене не було.

Вивчення рухів Земної кори, дослідження геодинамічних полігонів у місцях розломів поставило нові завдання у підвищенні точності визначення висот, особливо у гірській місцевості. Це спричинило розробку методів підвищення точності тригонометричного нівелювання, вивчення періодів найбільш придатних для виконання нівелювання, вивчення регіональних рефракційних полів.

Важливий внесок у підвищення точності нівелювання в приземному прошарку атмосфери внесли А. А. Ізотов, Л. П. Пеллінен, И. И. Ентин, К. В. Казанський, І. Г. Колчинський, М. Т. Прилепін, Л. С. Юношев, І. Ф. Куштин, А. Л. Островський, Д. І. Масліч, М. К. Дрок, Б. Т. Тлустяк, Б. М. Джуман, Л. С. Хижак, П. В. Павлів, Ф. Д. Заблоцький, О. А. Мозжухін, А. В. Алексеев, І. І. Стацишин, В. О. Літинський, П. І. Баран, М. П. Маруцак, О. І. Терещук,

О. І. Мороз, Т. J. Kukkamaki, P. V. Angus-Leppan, E. K. Webb, E. Tengstrom, G. Teleki, G. Bahnert, Y. Moritz і багато інших науковців.

Кінець ХХ століття характеризувався розвитком високотехнологічних технологій, які здебільше стали екологічно небезпечними для людства. Конструкції агрегатів, дамб, реакторів та різних споруд потребують на сьогодні моніторингових спостережень і однією із складових контролю є висота конструктивних елементів об'єкту спостереження у режимі реального часу. Це ставить відповідні вимоги до виконання моніторингових спостережень, як за точністю, так і за новими методами і способами нівелювань, їх своєчасності та репрезентативності отриманих результатів. Основними напрямками у реалізації високоточних моніторингових спостережень є автоматизація процесу моніторингу, вилучення людського фактору та впливу на точність спостережень, опрацювання результатів у реальному часі та висока точність прогнозування процесів.

Високоточне геометричне нівелювання на сучасному етапі залишається одним із найточніших методів визначення перевищень і суттєво піднялось у точності завдяки створенню цифрових нівелірів та високоточних інварних рейок, а це повністю вилучило особисті похибки спостерігача (наведення, відлічування, заокруглення результатів). Створення нових електронних рівнів, компенсаторів, відлікових цифрових систем дозволило суттєво зменшити приладові похибки. Виробництво сучасних нівелірів і рейок провідними фірмами світу Leica, Trimble, Sokkia і ін. характеризується застосуванням високоточних компенсаторів, які забезпечують стабілізацію променя візування з точністю 0.2", методів цифрової фіксації відліків по кодовим рейкам, що дозволило гарантувати точність нівелювання на 1 км подвійного нівелірного ходу до 0.3 мм. Розробка електронних рівнів спонукала на створення нового цифрового приладу – інклінометра NIVEL 210 фірми Leica, який з точністю 0.005 мілірадіан, що відповідає 1 кутовій секунді, безперервно фіксує кути нахилу у двох взаємно перпендикулярних площинах. Це суттєвий прорив у підвищенні точності геометричного нівелювання. Розвиток сучасних технологій, створення нових

високоточних приладів заставляє періодично переглядати вимоги, методикку і пропонувати нові та удосконалювати відомі способи нівелювання.

Основні ж проблеми високоточного геометричного нівелювання, такі як вплив вертикальної рефракції, температурне розширення рейок, нерівність пліч нівелювання, просідання костилів і штативу та інші, окреслені в монографії Павліва П. В. [71]. Основним джерелом вагомих похибок у геометричному нівелюванні залишається похибка за вертикальну рефракцію викликана впливом зовнішнього середовища. Пропозиції з застосування вимірювання максимальної амплітуди коливань зображень штрихів рейки для визначення вертикальної рефракції, які відображені у дисертаційній роботі І. І. Стащишина (аспіранта Павліва П. В.) "Розробка і дослідження методів врахування нівелірної рефракції в турбулентній атмосфері" не знайшли практичного впровадження у геодезичному виробництві. Фіксація максимальних амплітуд коливань штрихів у турбулентній атмосфері є досить трудомістким і суб'єктивним процесом.

Задля збільшення ефективності геометричного нівелювання найшло розвиток і впроваджене високоточне моторизоване нівелювання [147], яке було спочатку започатковане у Німеччині, потім у Швеції, Швейцарії, Франції, США і інших країнах. Середня швидкість високоточного моторизованого нівелювання дорівнює 2.4 км/год., при цьому забезпечує точність 0.1 – 0.05 мм на 1 км подвійного ходу. Така точність досягається із застосуванням сучасних нівелірів і рейок, а також зменшення похибок викликаних вертикальною рефракцією завдяки збільшенню висоти променя візування та зменшенню віддалей від нівеліра до рейок. Розробниками способу похибки, що викликані атмосферними впливами, зведені до мінімуму завдяки встановленням нівеліра на платформі автомобіля на висоті 2 м, що дозволило підняти висоту променя над підстильною поверхнею, а також зменшення віддалі від нівеліра до рейки (менше 40 м). Це дозволило не враховувати дії самої рефракції та зміни кута негоризонтальності променя на виміри. Моторизоване тригонометричне нівелювання [142, 158, 40] частково компенсує вплив вертикальної рефракції із застосовуванням способу нівелювання із середини. Але, нехтування врахуванням вертикальної рефракції

під час геометричного нівелювання, особливо на ділянках із затяжними схилами, може призвести до значного накопичення систематичних похибок.

Застосування сучасних технологій у виробництві високоточних тахеометрів (типу TM30 Leica) значно покращили їх приладову точність вимірювання відстаней - до $0.6 \text{ мм} + 1 \text{ ppm}$, а також вимірювання кутів до $0.5''$ [7]. Застосування самонавідних систем і роботизованих тахеометрів вилучає власні похибки спостерігача. Така приладова точність дозволяє значно покращити точність тригонометричного нівелювання. Основним же фактором, що впливає на точність тригонометричного нівелювання, і на сьогодні є вертикальна рефракція. Створення геодезичних рефрактометрів залишається на рівні лабораторних зразків і до практичного застосування ще не доведені [146].

Напрацьовані методи врахування вертикальної рефракції за флуктуаціями візорних цілей Стацишиним І. І., Хижаком Л. С. [128], Павлівим П. В. [70], Джуманом Б. М. [20,22], Островським А. Л. [126], Морозом О. І. [62], Літинським В. О. [42, 43, 24, 116] та іншими в основному справджуються в умовах термічної турбулентності за нестійкої стратифікації атмосфери, а з появою динамічної турбулентності і стійкої стратифікації змінюється фізична природа флуктуацій та їхня функціональна залежність із рефракцією.

Запропонований Джуманом Б. М. спосіб виконання спостережень у періоди спокійних зображень [19, 22], коли аномальні градієнти температури рівні нулю і величину вертикальної рефракції досить точно можна розрахувати за метеорологічними параметрами атмосфери, досить обмежений за часом, максимум 0.5 години. Окрім того, установлення нормальної рефракції за різними напрямками спостережень не співпадає по часу, та швидкість зміни величини рефракції у ці періоди найбільша. Це видно з аналізу графіків добового ходу вертикальної рефракції за різними напрямками спостережень.

Одним із найточніших способів тригонометричного нівелювання є виконання одночасних двосторонніх спостережень. Одночасність спостережень у свою чергу накладає додаткові умови, а саме наявності мінімум двох

високоточних, дорогих приладів та кваліфікованих спостерігачів. За умови спостереження у мережі із багатьох пунктів стає практично неможливим.

Із створенням GNSS та появою сучасних GPS приймачів суттєво знизилась об'єми застосування геодезичного нівелювання, але поза всі очікування, супутникове нівелювання повністю його не замінило, особливо на коротких векторах спостереження. Супутникове нівелювання на сучасному етапі розвитку ще не забезпечує необхідної точності високоточних нівелювань і також через вплив атмосфери на результати вимірювань.

Розвиток приладової бази вимагає зміни методики виконання спостережень, розробку нових способів для повного використання приладової точності. Нові підходи у теорії, як геометричного, так і тригонометричного нівелювання в основному будуть пов'язані, як і століття назад, із основною перешкодою підвищення точності нівелювання через вплив зовнішнього середовища, а найбільше вертикальної рефракції.

Актуальність теми. Основним напрямком державної політики щодо забезпечення техногенно-екологічної безпеки в Україні є положення та заходи, затвержені постановою Верховної Ради України від 5 березня 1998р. Запобігання і мінімізація наслідків надзвичайних ситуацій з урахуванням ризику їх виникнення є пріоритетним напрямком державної політики. Основними заходами, що запобігають виникненню надзвичайних ситуацій техногенного походження на потенційно небезпечних об'єктах, є:

- контроль стану функціонування об'єктів;
- удосконалення технологічних процесів контролювання стану об'єктів;
- упровадження технічних заходів, які забезпечують систематичний контроль, спрямований на запобігання аварій;
- геодезичний моніторинг об'єктів і навколишнього середовища.

Виконання геодезичного моніторингу великих промислових об'єктів та навколишнього середовища, розробка й застосування надійних систем спостережень, оперативне опрацювання результатів вимірів забезпечить

отримання якісних оцінок, а також прогнозування виникнення катастроф, стихійних лих або надзвичайних ситуацій.

Кінець ХХ століття характеризувався розвитком технологій, які здебільшого стали екологічно небезпечними для людства. Конструкції агрегатів, дамб, реакторів та інших споруд потребують на сьогодні моніторингових спостережень. Однією зі складових контролю є висота конструктивних елементів об'єкта спостереження в режимі реального часу. Це ставить відповідні вимоги до виконання моніторингових спостережень, як за точністю, так і за новими методами і способами нівелювання, їх своєчасністю та репрезентативністю отриманих результатів. Основними напрямками в реалізації спостережень є автоматизація процесу моніторингу, виключення людського фактору та впливу на точність спостережень, опрацювання результатів у реальному часі та висока точність прогнозування процесів.

Розвиток високоточних електронних тахеометрів, кодових теодолітів і цифрових нівелірів дозволив суттєво покращити приладову точність вимірювання кутових і лінійних величин. Так, наприклад, сучасні електронні геодезичні прилади забезпечують точність кутових відлічувань кодових кругів до десятих часток кутової секунди, ліній до 0.5 мм, відлічування кодової рейки до 0.01 мм. А це, своєю чергою, зумовило завдання щодо створення нових і вдосконалення наявних методів нівелювання.

Основним джерелом похибок, що суттєво впливає на точність нівелювання та складно піддається виключенню в приземному прошарку атмосфери, є вертикальна рефракція.

Підсумовуючи вище описане можна констатувати, що тема підвищення точності тригонометричного і геометричного нівелювання є актуальною на сьогодні.

Зв'язок роботи з науковими програмами, планами, темами.

Дисертаційна робота відповідає науковим напрямкам кафедри вищої геодезії та астрономії «Моніторинг фізичної поверхні Землі та її атмосфери на основі

аналізу результатів сучасних наземних і супутникових вимірювань» та кафедри геодезії «Дослідження сучасних методів, геодезичних вимірювань та умов їх виконання і опрацювання». Робота пов'язана з планами, темами і науковою тематикою робіт галузевої науково-дослідної лабораторії «Геодезичного моніторингу та рефрактометрії» (ГНДЛ-18) Інституту геодезії Національного університету «Львівська політехніка». Протягом останніх 6-ти років автор брав участь у госпдоговірних науково-дослідних роботах «Визначення та прогноз просторових деформацій і напружень інженерних споруд Тересля-Ріцької ГЕС», держ. реєстр. № 0196U017612; «Визначення і прогноз деформацій будівель дросельного затвору Тересля-Ріцької ГЕС, зосередженої у полі геодинамічних навантажень», держ. реєстр. № 0196U017613; «Дністровська ГАЕС. Визначення горизонтальних переміщень пунктів опорної геодезичної методом GPS» держ. реєстр. № 0117U0007363; «Виконання геодезичних спостережень за зміщеннями зсувів, опор та труб, розташованих на ділянках нафтопроводів I та II черг Броди Держкордон 32км, 174км» держ. реєстр. № 0117U0004008; «Виконання робіт та надання послуг на користь «Укргідроенорго», пов'язаних з обслуговуванням системи геодезичного моніторингу» тема № 634, замовник компанія «Leica Geosystems» – Швейцарія; виконання та опрацювання результатів високоточних спостережень зі створення геодезичної основи для будівництва Бескидського тунелю.

Мета і завдання дослідження. Мета дослідження - підвищення точності тригонометричного та геометричного нівелювання завдяки впровадженню та використанню сучасних технологій і приладів, врахування атмосферних впливів на результати геодезичних вимірювань у реальній атмосфері.

Реалізація мети дисертаційної роботи передбачає вирішення таких завдань:

1. Проведення аналізу похибок високоточного нівелювання при застосуванні сучасних приладів і технологій.
2. Розроблення рекомендацій щодо підвищення точності та ефективності тригонометричного нівелювання із застосуванням сучасних технологій.

3. Вдосконалення способу тригонометричного нівелювання щодо врахування впливу вертикальної рефракції на результати вимірювань.

4. Розроблення методики застосування тригонометричного нівелювання сумісно із GNSS - вимірюваннями для визначення відхилень прямовисних ліній за азимутом спостереження.

5. Розроблення методики прокладання висотних ходів тригонометричного нівелювання із максимальним виключенням похибок, зумовлених впливом вертикальної рефракції та похибок вимірювання висот приладу та візирних цілей.

6. Розробка пропозицій щодо підвищення точності геометричного нівелювання. Розробка способу геометричного нівелювання із застосуванням сучасних приладів і технологій, та врахування вертикальної рефракції.

7. Розробка теорії та створення лабораторного зразку нівеліра-рефрактометра геометричного типу. Дослідження ефективності його застосування під час виконання геометричного нівелювання для врахування вертикальної рефракції у реальному часі.

8. Розроблення методу врахування вертикальної рефракції у спостереженнях зі створення опорних лінійно-кутових мереж.

9. Розроблення методики врахування вертикальної рефракції під час геодезичних моніторингових спостережень із застосуванням роботизованих тахеометрів.

10. Розроблення методики та програмного забезпечення щодо побудови моделі просторового рефракційного поля за даними моніторингових спостережень та розрахунку поправок у результати вимірювань у реальному часі.

Об'єкт дослідження – високоточне геометричне та тригонометричне нівелювання у реальних атмосферних умовах.

Предмет дослідження – методи підвищення точності способів геометричного та тригонометричного нівелювань із застосуванням сучасних приладів та технологій.

Методи дослідження. У дисертаційній роботі використано методи математичного опрацювання геодезичних спостережень, застосовано теоретичні напрацювання статистичної фізики атмосфери у порівнянні з експериментальними даними отриманими в результаті реальних вимірювань. Для прогнозування і опрацювання експериментальних даних, для побудови моделей рефракційного поля застосовувався кореляційний і регресійний аналізи. Для врівноваження побудованих просторових мереж використовувався спосіб найменших квадратів. Для оцінки точності отриманих результатів застосовувались статистичні методи та диференціальний аналіз.

Наукова новизна одержаних результатів. Дисертаційне дослідження вирішує важливу науково-прикладну проблему підвищення точності і ефективності тригонометричного і геометричного нівелювань. Найвагомішими результатами дисертаційного дослідження, що визначають ступінь та характер новизни, є:

Уперше:

1. Виведено та теоретично обґрунтовано формулу для визначення перевищення з двосторонніх спостережень із урахуванням вертикальної рефракції за флуктуаціями виміряних перевищень.
2. Розроблено спосіб двостороннього геометричного нівелювання “вперед-назад”, який дозволяє підвищити точність нівелювання завдяки польовому контролю на лінії нівелювання та частковому врахуванню вертикальної рефракції.
3. Виведено формулу для обчислення еквівалентної висоти променя нівелювання за відлічуванням рейки та висоти нівеліра.
4. Розроблено теорію та сконструйовано лабораторний зразок нівеліра-рефрактометра, який визначає величину вертикальної рефракції у момент спостереження.

5. Розроблено теорію та методику дослідження ходу фокусувальної лінзи із урахуванням вертикальної рефракції та кута негоризонтальності променя нівелювання.

Удосконалено:

1. Методику застосування двостороннього нівелювання з урахуванням вертикальної рефракції.
2. Методику компарування штрих-кодових рейок.
3. Методику прокладання висотних ходів тригонометричним нівелюванням.
4. Методику побудови рефракційного поля для безперервних моніторингових спостережень в реальному часі.

Набули подальшого розвитку:

1. Теорія і методика неодночасного двостороннього тригонометричного нівелювання.
2. Методика визначення відхилень прямовисних ліній із використанням тригонометричного нівелювання та GNSS - спостережень.
3. Методика врахування вертикальної рефракції у результати геометричного і тригонометричного нівелювань.

Практичне значення одержаних результатів. Отримані результати теоретичних і експериментальних досліджень мають низку практичних застосувань, а саме:

- визначення перевищення з двосторонніх спостережень із урахуванням вертикальної рефракції за флуктуаціями виміряних перевищень може бути застосовано як для тригонометричного, так і для геометричного нівелювань у реальному часі спостережень;
- удосконалена методика виконання неодночасного двостороннього тригонометричного нівелювання дозволяє досягнути точності геометричного нівелювання II – го класу по лініях довжиною до 1 км із застосуванням одного тахеометра для виконання вимірювань;

- спосіб двостороннього геометричного нівелювання “вперед-назад”, окрім підвищення точності нівелювання, дозволяє спростити вибір лінії нівелювання та виконувати нівелювання у одному напрямку без прокладання зворотного ходу, що суттєво скорочує час виконання робіт;
- обчислення еквівалентної висоти променя геометричного нівелювання за відлічуванням рейки дозволяє автоматизувати процес уведення поправок за вертикальну рефракцію в результаті вимірювань на станції нівелювання;
- нівелір-рефрактометр геометричного типу можна застосувати для автоматизації процесу геометричного нівелювання, а також для визначення і прогнозу вертикальної рефракції за напрямом спостереження, що підвищує точність робіт;
- методика і розроблені алгоритми врахування рефракційного поля під час безперервних геодезичних моніторингових спостережень із використанням кореляційних взаємозв'язків спостережуваних напрямів дозволяє виключати його вплив на результати спостережень за деформацією споруд у реальному часі.

Особистий внесок здобувача полягає у виконанні теоретичних та експериментальних досліджень, опрацюванні отриманих результатів, формулюванні основних положень та висновків. Наукові результати, представлені у дисертаційній роботі, є результатом самостійних напрацювань автора. Результати напрацювань застосовані та досліджувались і пройшли практичну апробацію під час виконання робіт по створенню геодезичної основи для будівництва Бескидського тунелю, геодезичних моніторингових спостережень на Дністровській ГАЕС і Тербле-Ріцькій ГЕС, безперервних геодезичних моніторингових спостережень на Дністровській і Канівській ГЕС за безпосередньою участю здобувача.

Із наукових праць, опублікованих у співавторстві, у роботі використано лише ті поняття, розрахунки та положення, які становлять особистий внесок автора. Наукові положення і результати, що виносились на захист у кандидатській дисертації, не використовувались.

Публікації. Основні положення дисертації опубліковано у 48 друкованих працях, із них: 30 публікації у наукових фахових виданнях, з яких 6 у наукових періодичних виданнях інших держав та виданнях, що включені до наукометричних баз даних і 24 публікацій у наукових фахових виданнях України; 8 патентів України; 1 колективна монографія та 9 статей у матеріалах міжнародних наукових конференцій.

АПРОБАЦІЯ РЕЗУЛЬТАТІВ ДИСЕРТАЦІЇ відображена у доповідях на:

- міжнародних науково-практичних конференціях “Геофорум” (Львів, 1997 - 2018);
- міжнародному науково-практичного форуму "Екологічні, технологічні та соціально-економічні аспекти ефективного використання матеріально-технічної бази АПК": Львів. держ. аграр. ун-т, 2008;
- міжнародних науково-практичних конференціях “Нові технології в геодезії, землевпорядкуванні та природокористуванні” (Ужгород, 2009, 2010, 2012, 2014, 2016, 2018)
- міжнародних науково-технічних симпозіумах “Геоінформаційний моніторинг навколишнього середовища – GNSS і GIS - технології” (Алушта, 2013, 2014);
- IV міжнародній науковій конференції “Інформаційні геодезичні технології – застосування у сільськогосподарських зніманнях” (Полянчик, Польща, 2013);
- міжнародній науково-технічній конференції “Геоінформатика, геодезія, маркшейдерія” (Донецьк, 2013);
- міжнародних науково-технічних конференціях молодих вчених “GeoTerrace” (Львів, 2016 - 2017).

ОСНОВНІ ПОЛОЖЕННЯ, ЩО ВІНОСЯТЬСЯ НА ЗАХИСТ:

- методика застосування неодночасного двостороннього тригонометричного нівелювання за точністю, яка відповідає геометричному нівелюванню II класу на віддаль до 1 км із урахуванням вертикальної рефракції за кореляційними зв'язками взаємозворотних спостережень;
- теорія та методика виконання способу двостороннього геометричного нівелювання “вперед-назад”;
- методика обчислення еквівалентної висоти променя нівелювання за відлічуванням рейки та висоти нівеліра та її застосування для автоматизованого врахування вертикальної рефракції;
- теоретичні напрацювання та методика способу дослідження ходу фокусувальної лінзи із урахуванням вертикальної рефракції та кута негоризонтальності променю нівелювання;
- методика способів компарування штрихкодових рейок із застосуванням контрольного метра та з використанням компарованої рейки;
- теорія та створений зразок нівеліра-рефрактометра, а також методика його застосування для геометричного нівелювання;
- теорія та спосіб побудови динамічного просторового рефракційного поля для геодезичних моніторингових спостережень із використанням кореляційних взаємозв'язків спостережуваних напрямів у реальному часі.

СТРУКТУРА І ОБСЯГ ДИСЕРТАЦІЇ. Дисертаційна робота складається з анотації, вступу, чотирьох розділів, висновків та списку використаних джерел (158 найменування). Загальний обсяг дисертації становить 284 сторінки, ілюстрації складають 100 рисунків, 24 таблиці.

РОЗДІЛ 1

АНАЛІЗ МЕТОДИКИ І ТОЧНОСТІ ТРИГОНОМЕТРИЧНОГО НІВЕЛЮВАННЯ

Геодезична система координат пов'язана із напрямом нормалі до поверхні еліпсоїда по якій визначають геодезичну широту B , довготу L і висоту H . Зв'язок між декартовими (x_p, y_p, z_p) та геодезичними координатами пункту спостереження описується відомими формулами [29].

Координатний метод визначення положення точок отримав розвиток ще в першій половині XVII ст. в роботах Ферма і Декарта (1637).

Розробленим системам прямокутних та полярних координат слугували роботи Гаусса (1825) та Шрейбера (1876). Сучасний розвиток референцних систем координат розглянуто у [50].

Відомо, що висота точки Земної поверхні є геодезичною координатою у визначенні її місцеположення. Визначення абсолютного значення висот точок на поверхні землі є складною задачею і до сьогоднішнього дня строго не розв'язана. Складність розв'язку цієї задачі залежить від точності розв'язку глобальних задач геодезії, гравіметрії і фізики Землі, таких як, визначення фігури і розмірів Землі, вивчення гравітаційного поля Землі і її мас.

Безпосереднє визначення геодезичних висот на поверхні Землі практично неможливе і не практичне. Так перехід від одних параметрів референц-еліпсоїда до інших призвів би до зміни рельєфу на топографічних картах, а по друге, точки з однаковими геодезичними висотами можуть мати різні кути нахилу до рівня моря. Тому прийнято представляти геодезичну висоту сумою двох відрізків нормалі до еліпсоїда, один з яких є відрізок від поверхні еліпсоїда до додаткової поверхні (початкової поверхні відліку висот, яка приймається, як правило, за рівень моря), а другий – відповідає відрізку цієї ж нормалі від поверхні початку відліку висот до точки на Земній поверхні [59].

Найкраще, було би встановити початок відліку висот у вигляді рівневої поверхні, оскільки, геодезичні прилади для визначення перевищень і вилучення

нахилу кутомірних приладів застосовують рівні (трубчаті), вісь яких установлюють дотичною і паралельною до рівневої поверхні у точці спостереження. Насправді рівневі поверхні, що розташовані на різних висотах не є паралельні між собою, особливо в гірській місцевості, де на напрямок сили ваги впливають додаткові маси, що знаходяться над поверхнею геоїда.

Нагадаємо, що рівневою (еквіпотенціальною поверхнею однакового потенціалу прискорення сили ваги) [16] називають таку поверхню, переміщення по якій одиничної маси за відсутності тертя не потребує затрат енергії, тобто потенціал сили ваги в різних точках має однакову величину.

Системи висот прив'язані до початкових відлікових поверхонь, які приймають на певні території держав або континентів [50], тому для створення єдиної системи висот виникають складності в їх об'єднанні. Так, в Україні виникли проблеми приєднання нівелірної мережі до об'єднаної європейської нівелірної мережі, які детально розглянуті в [28].

Як відомо, вихідним початком Державної висотної мережі України прийнято нуль Кронштадтського футштока (Балтійська система висот 1977 року), це дало можливість поширення нормальних висот в єдиній системі на всю територію бувшого Радянського Союзу.

Існуюча нівелірна мережа України, яка реалізує Балтійська система висот 1977 р., має значні спотворення і не відповідає рівню розвитку сучасних геопросторових технологій внаслідок віддаленості висотної мережі України від нуль-пункту відліку висот. Актуальними є проєкти включення нівелірної мережі України у Об'єднану Європейську нівелірну мережу (UELN), це у свою чергу забезпечить впровадження високоточної Європейської вертикальної референцної системи висот UELN/EVRS2000 на території України.

Для визначення висот інших точок вимірюють різницю висот (перевищення). Висоту точки отримують шляхом накоплення перевищень між зв'язковими точками від початку відліку висот.

Під тригонометричним нівелюванням розуміють визначення різниць висот точок земної поверхні за результатами лінійно кутових вимірювань

безпосередньо на земній поверхні використовуючи напрям прямовисних ліній в точці спостереження. Під час тригонометричного нівелювання не обмежуються горизонтальним променем візування (геометричне нівелювання), а вимірюють його положення у просторі. Перевищення із тригонометричного нівелювання обчислюють за вимірними вертикальними кутами (зенітними віддалями), вимірними або відомими із геодезичної мережі віддалями між точками спостереження та висотами приладу і візирних цілей використовуючи тригонометричні формули.

Геодезичні визначення перевищень виконують в реальному часі та в реальних атмосферних умовах, тому і сам процес вимірювань суттєво залежить від навколишнього середовища.

Непрямолінійність розповсюдження світлового променя в атмосфері називають рефракцією. Із зміною густини атмосфери вздовж розповсюдження світлового променя в атмосфері проходить його заломлення на основі оптичних законів. Заломлення променів у свою чергу впливає на точність вимірювання довжин ліній, зенітних віддалей (кутів нахилу), горизонтальних кутів, та впливає на визначення перевищень і виконання створних вимірів.

Дослідженням вертикальної рефракції людство займається уже більше 300 років, горизонтальної – більше 150, а нівелірної – 100. З появою світловіддалемірів (40 років) розпочались дослідження впливу рефракції і атмосфери на точність вимірювання ліній.

На вимірювання довжин ліній світло та радіовіддалемірами впливає, як і прямолінійність, так і нерівномірність (зміна швидкості) розповсюдження електромагнітних хвиль (ЕМХ). В залежності від виду (ЕМХ) рефракцію поділяють на радіофізичну та оптичну.

Для дослідження можливостей підвищення точності результатів тригонометричного нівелювання розглянемо основні його засади та теорію.

1.1. Теорія тригонометричного нівелювання

Теорія тригонометричного нівелювання розглянута у багатьох роботах із вищої геодезії [29], та дослідженнях, які увійшли у класику [34].

Задача визначення перевищення між двома точками, які розташовані на поверхні Землі, за умови прямої видимості між ними, може бути розв'язана із геометричних побудов на вертикальній площині, що проведена через ці точки.

Як відомо, в основу одностороннього тригонометричного нівелювання покладено вимірювання зенітної відстані Z_{AB} із точки спостереження T (висота встановлення горизонтальної осі тахеометра), яка знаходиться на прямовисній лінії на висоті i над точкою спостереження A , до точки B , перевищення до якої визначають, або до точки M , яка знаходиться над точкою B по вертикалі на висоті v (див. рис. 1.1) [141].

Нехай необхідно визначити перевищення між точками A і B . Установимо та зцентруємо над точкою A тахеометр. Горизонтальну вісь обертання тахеометра встановлюють в точці T на висоті i , яку називають висотою інструмента або висотою приладу. Над точкою B по прямовисній лінії встановлюють (центрують) візирну ціль з центром візування в точці M (марка, відбивач). Вимірюють відрізок BM , що відповідає висоті візирної цілі v над точкою B .

Для визначення висот точок проведемо нормалі до еліпсоїда через точки A і B . Оскільки, нормалі не завжди пересікаються (пересікаються тільки, коли спостережувана лінія знаходиться в меридіані або в паралелі), побудуємо площину прямого нормального перерізу [34], що включає нормаль до еліпсоїда в точці A та точку B і спроєктуємо нормаль опущену з точки B на неї. Проєкції нормалей перетнуться в деякій точці O під центральним кутом ψ .

Індексами тут позначимо вимірювані величини, що належать до лінії (наприклад AB), яка закріплена у відповідних точках на поверхні землі. Початковий індекс (A) вказує на точку встановлення приладу, а наступний (B) – на точку встановлення візирної цілі, хоча, як видно з рис. 1.1, вимірювання виконують із точки T до M , які розташовані над відповідними точками місцевості A і B .

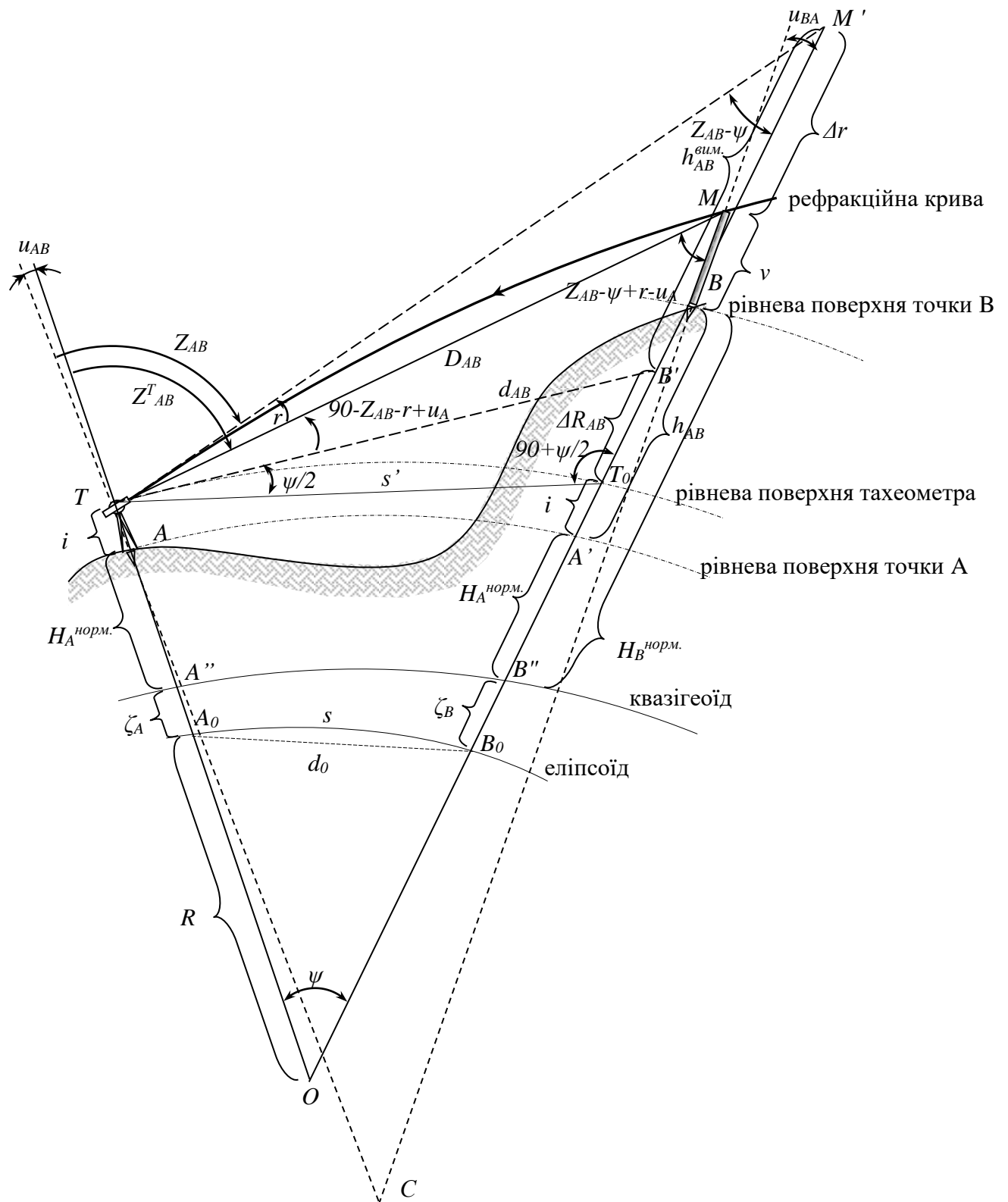


Рис. 1.1 До теорії одностороннього тригонометричного нівелювання

Геодезичні висоти H^{geod} точок складаються із нормальних висот H^{norm} та аномалій висот ζ [59, 60]:

$$\begin{aligned} H_A^{geod} &= H_A^{norm} + \zeta_A \\ H_B^{geod} &= H_B^{norm} + \zeta_B \end{aligned} \quad (1.1)$$

Приймемо, що рівневі поверхні, на умовно невеликій віддалі і висоті між точками A і B , паралельні між собою і відповідають сфері певного радіусу. Проведемо рівневі поверхні точок A і B , а також побудуємо рівневу поверхню, яка проходить через горизонтальну вісь тахеометра в точці T .

Розглянемо графічні побудови (див. рис. 1.1), які утворились шляхом проєктування рівневих поверхонь на нормальну площину, що проведена через точки A і B . Твірна TB' до рівневої поверхні тахеометра в точці T є лінією горизонту (горизонтальною лінією) проведеною в точці T , а ортогональна проєкція вимірюваною нахиленої лінії D_{AB} на цю лінію утворить відрізок d_{AB} , який називають горизонтальною проєкцією лінії.

Світловий промінь розповсюджується по світловій кривій (рефракційній кривій) від візирної цілі (точка M) до перехрестя сітки штрихів тахеометра (точка T). Рефракційну криву у наближенні приймають за колову певного радіусу. Лінія візування зорової труби, приведеного в робоче положення приладу, проходить по твірній до рефракційної кривої в точці спостереження. Спостерігаючи точку M на перехресті сітки штрихів зорової труби, насправді спрямовують лінію візування у деяку уявну точку M' через вплив кута вертикальної рефракції r , що створює лінійну величину поправки за вертикальну рефракцію Δr . Тому вимірний кут Z_{AB} між прямовисною лінією та лінією візування буде відрізнатись від теоретичної зенітної віддалі Z_{AB}^T , яка відрахована від нормалі до еліпсоїда в точці T і буде спотворений відхиленням прямовисної лінії від нормалі u_{AB} у заданому напрямку AB та кутом вертикальної рефракції r :

$$Z_{AB}^T = Z_{AB} + r - u_{AB} \quad (1.2)$$

Формулу (1.2) використовують для обчислення кута вертикальної рефракції r , за результатами вимірювань зенітної віддалі Z_{AB} та теоретичної зенітної віддалі Z_{AB}^T , яку обчислюють за “теоретичним” перевищенням, визначеним із застосуванням більш точних методів нівелювання, наприклад геометричного нівелювання за короткими плечами:

$$r = Z_{AB}^T - Z_{AB} + u_{AB} . \quad (1.3)$$

Кут, що утворений горизонтальною лінією в точці T і лінією TM , яка з’єднує центри вимірювань приладу та візирної цілі, з графічної побудови (рис. 1.1), використовуючи (1.3) дорівнює:

$$90^\circ - Z_{AB}^T = 90^\circ - Z_{AB} - r + u_A . \quad (1.4)$$

Як видно із рис. 1.1, перевищення між точками A і B , які знаходяться на земній поверхні, визначається відрізком нормалі $A'B$ між рівневими поверхнями, що проходять через ці точки:

$$h_{AB} = H_B^{\text{норм}} - H_A^{\text{норм}} = h_{AB}^{\text{вим.}} + \Delta R - \Delta r + i - v , \quad (1.5)$$

де h_{AB} - перевищення між точками місцевості; $H_B^{\text{норм.}}$ і $H_A^{\text{норм.}}$ - нормальні висоти відповідно точок B і A місцевості над рівневою поверхнею (квазігеоїдом); $h_{AB}^{\text{вим.}}$ - вимірне перевищення між тахеометром і візирною ціллю; ΔR - лінійна величина поправки за кривину Землі; Δr - лінійна величина поправки за вертикальну рефракцію.

$$h_{AB} = D_{AB} \frac{\cos\left(Z_{AB} - \frac{\psi}{2} + r - u_{AB}\right)}{\cos\left(\frac{\psi}{2}\right)} + i - v . \quad (1.7)$$

Аналогічна формула отримана в [4] без врахування відхилення прямої лінії u_{AB} :

$$h_{AB} = D_{AB} \frac{\cos\left(Z_{AB} - \frac{\psi}{2} + r\right)}{\cos\left(\frac{\psi}{2}\right)} + i - v . \quad (1.8)$$

Центральний кут ψ , що утворений проєкціями нормалей із відповідних точок до еліпсоїда визначають за формулою:

$$\psi'' = \frac{S}{R} \rho'' , \quad (1.9)$$

де S - довжина дуги A_0B_0 середнього радіуса R , отриманої з ортогональної проєкції лінії ТМ на референц-еліпсоїд; $\rho'' = 206264.8$ - модуль переходу від радіан до секунд у градусній мірі.

Кут ψ є малою величиною і дорівнює приблизно $100''$ на віддалі 3 км між пунктами спостереження, тому приймемо, що

$$\cos(\psi) \cong 1 \text{ та } \cos\left(\frac{\psi}{2}\right) \cong 1 . \quad (1.10)$$

У визначенні перевищення таке припущення дорівнюватиме 1 мм похибки на віддалі 30 км. Тоді формулу (1.8) перепишемо так:

$$h_{AB} = D_{AB} \cos\left(Z_{AB} - \frac{\psi}{2} + r - u_{AB}\right) + i - v . \quad (1.11)$$

Розкладемо в формулі (1.11) $\cos\left(Z_{AB} - \frac{\psi}{2} + r - u_{AB}\right)$ і отримаємо:

$$h_{AB} = D_{AB} \cos Z_{AB} \cos\left(\frac{\psi}{2} - r + u_{AB}\right) + D_{AB} \sin Z_{AB} \sin\left(\frac{\psi}{2} - r + u_{AB}\right) + i - v . \quad (1.12)$$

Спростимо вираз (1.12) врахувавши (1.10) та малі значення кутів $\left(\frac{\psi}{2} - r + u_{AB}\right)$, прийнявши значення виразу

$$\cos\left(\frac{\psi}{2} - r + u_{AB}\right) \approx 1, \quad (1.13)$$

напишемо:

$$h_{AB} = D_{AB} \cos Z_{AB} + D_{AB} \sin Z_{AB} \sin\left(\frac{\psi}{2} - r + u_{AB}\right) + i - v. \quad (1.14)$$

Представимо $\sin\left(\frac{\psi}{2} - r\right) \cong \left(\frac{\psi}{2} - r\right)$, як синус малого кута. Напишемо з

рис. 1.1 величину малого кута $\frac{\psi}{2}$:

$$\frac{\psi}{2} = \frac{d_{AB}}{2(R + \zeta_A + H_A + i)} \approx \frac{D_{AB} \sin Z_{AB}}{2R}. \quad (1.15)$$

Кут вертикальної рефракції r представимо через коефіцієнт вертикальної рефракції k , що дорівнює відношенню радіуса кривини Земного еліпсоїда R до радіуса кривини проєкції візирного променя на вертикальну площину [34]:

$$r = \frac{k d_{AB}}{2(R + \zeta_A + H_A + i)} \approx \frac{k D_{AB} \sin Z_{AB}}{2R}. \quad (1.16)$$

Прийнявши до уваги (1.15) і (1.16) напишемо:

$$\sin\left(\frac{\psi}{2} - r + u_{AB}\right) = \frac{\psi}{2} - r + u_{AB} = (1 - k) \frac{D_{AB} \sin Z_{AB}}{2R} + \frac{u_{AB}''}{\rho''}. \quad (1.17)$$

Підставивши значення (1.17) в (1.14), отримаємо формулу одностороннього тригонометричного нівелювання за умови вимірювання зенітної відстані і нахиленої віддалі:

$$h_{AB} \cong D_{AB} \cos Z_{AB} + (1 - k) \frac{D_{AB}^2 \sin^2 Z_{AB}}{2R} + u_{AB}'' \frac{D_{AB} \sin Z_{AB}}{\rho''} + i - v. \quad (1.18)$$

У праці [34] отримана формула одностороннього тригонометричного нівелювання за вимірними зенітною відстанню Z_{AB} та довжиною дуги s між проєкціями пунктів спостереження на еліпсоїді:

$$h_{AB} \cong s \left(1 + \frac{H_B}{R} \right) \operatorname{ctg} Z_{AB} + (1-k) \frac{s^2}{2R} + (u_{AB} - u_m) s + \Delta E + i - v, \quad (1.19)$$

де $u_m s - \Delta E = \zeta_B - \zeta_A = \Delta \zeta$; $u_m = \frac{1}{s_{AB}} \int u ds$ - середньо інтегральне значення відхилення виска по лінії АВ; $\Delta E = \int_{AB} (dH - dh)$ - поправка за перехід від різниці висот до різниці нормальних висот точок А і В. Поправку ΔE обчислюють за наближеною гравіметричною формулою [25]:

$$\Delta E = \int_{AB} \frac{g - \gamma}{\gamma} dH - \frac{0.0052}{\rho''} (H_B - H_A)(B_B - B_A) \sin 2B_m, \quad (1.20)$$

де g - дійсне значення сили тяжіння; γ - нормальне значення сили тяжіння в точках по лінії АВ; B_m - середня широта точок А і В; B_A і B_B - відповідні широти точок А і В.

Наближену формулу для визначення перевищення на незначні віддалі отримували із (1.19) використовуючи горизонтальні проєкції нахилених віддалей визначеними за координатами пунктів спостережень (вимірювання нахилених віддалей у недавні часи було практично неможливим):

$$h_{AB} \approx d_{AB} \operatorname{ctg} Z_{AB} + (1-k) \frac{d_{AB}^2}{2R} + i - v, \quad (1.21)$$

Формули (1.19) та (1.21) на сьогодні стали не актуальними у зв'язку з появою сучасних електронних тахеометрів. Сучасні електронні тахеометри це прилади для вимірювання вертикальних кутів та віддалей, які виконують одночасні вимірювання горизонтального, вертикального кутів та нахиленої віддалі D_{AB} від тахеометра до візирної цілі (відбивача).

По аналогії із (1.19) замінимо $u_{AB}'' \frac{D_{AB} \sin Z_{AB}}{\rho''}$ на $(u_{AB} - u_m) s + \Delta E$, тоді

отримаємо:

$$h_{AB} \cong D_{AB} \cos Z_{AB} + (1-k) \frac{D_{AB}^2 \sin^2 Z_{AB}}{2R} + \left(u_{AB}'' - u_m'' \right) \frac{D_{AB} \sin Z_{AB}}{\rho''} + \Delta E + i - v. \quad (1.22)$$

Знехтувавши величиною відхилення прямої лінії у формулі (1.18), прийнявши $u_{AB}'' = 0$ отримаємо формулу, яку застосовують у електронних тахеометрах для визначення перевищення [107, 152]:

$$h_{AB}^{max} = D_{AB} \cos Z_{AB} + (1-k) \frac{D_{AB}^2 \sin^2 Z_{AB}}{2R} + i - v. \quad (1.23)$$

Формулу (1.23) представимо, як суму практичного вимірюваного перевищення $h_{AB}^{6ум.}$, яке не залежить від навколишніх умов, та поправки за вертикальну рефракцію:

$$h_{AB}^{max} = h_{AB}^{6ум.} - k \frac{D_{AB}^2 \sin^2 Z_{AB}}{2R}, \quad (1.24)$$

де $h_{AB}^{6ум.}$ - вимірне перевищення з урахуванням кривини Землі та висот приладу та візирної цілі:

$$h_{AB}^{6ум.} = D_{AB} \cos Z_{AB} + \frac{D_{AB}^2 \sin^2 Z_{AB}}{2R} + i - v. \quad (1.25)$$

Проаналізуємо та оцінимо отримані формули (1.11, 1.18) з метою визначення точності вимірювання величин.

1.2 Дослідження точності одностороннього тригонометричного нівелювання в сучасних умовах

Точність геодезичного нівелювання досліджувалась багатьма науковцями та розглядалась у численних працях: [34], [51-53], [19], [126], [4] і ін. Розглянемо похибки нівелювання у сучасних реаліях.

На основі отриманої формули визначення перевищення із одностороннього тригонометричного нівелювання (1.18) шляхом диференціювання по всіх змінних отримаємо часткові диференціали:

$$d_D h = \cos Z \cdot d_D + (1-k) \frac{D \sin^2 Z}{R} d_D + u_{AB}'' \frac{\sin Z}{\rho''} d_D \cong \cos Z \cdot d_D; \quad (1.26)$$

$$d_z h = -D \sin Z \frac{d_z}{\rho''} + (1-k) \frac{D^2 \sin Z \cos Z}{R} \frac{d_z}{\rho''} + u_{AB}'' \frac{D \cos Z}{\rho''} \frac{d_z}{\rho''} \cong -D \sin Z \frac{d_z}{\rho''} ; \quad (1.27)$$

$$d_k h = -\frac{D^2 \sin^2 Z}{2R} d_k ; \quad (1.28)$$

$$d_R h = -\frac{D^2 \sin^2 Z}{2R^2} d_R ; \quad (1.29)$$

$$d_u h = \frac{D \sin Z}{\rho} d_u ; \quad (1.30)$$

$$d_i h = d_i ; \quad (1.31)$$

$$d_v h = -d_v . \quad (1.32)$$

Перейдемо до середніх квадратичних похибок (с.к.п.) і отримаємо:

$$m_h^2 = \cos^2 Z m_D^2 + \left(\frac{D \sin Z}{\rho''} \right)^2 m_z^2 + \left(\frac{D^2 \sin^2 Z}{2R} \right)^2 m_k^2 + \left(\frac{D^2 \sin^2 Z}{2R^2} \right)^2 m_R^2 + \left(\frac{D \sin Z}{\rho''} \right)^2 m_u^2 + m_i^2 + m_v^2 , \quad (1.33)$$

де m_D - с.к.п. вимірювання нахилених відстаней тахеометром; m_z - с.к.п. вимірювання зенітних відстаней; m_R - с.к.п. визначення радіуса кривини по лінії спостереження АВ; m_k - с.к.п. визначення коефіцієнта вертикальної рефракції; m_u - с.к.п. визначення відхилення нормалі від прямовисної лінії; m_i і m_v - с.к.п. вимірювання висоти приладу і відбивача.

Розглянемо вплив окремих похибок на точність визначення перевищення із одностороннього тригонометричного нівелювання.

1.2.1 Обґрунтування точності вимірювання нахилених віддалей для забезпечення точності тригонометричного нівелювання

Оскільки, вимірювання віддалей між точками виконується з застосуванням електромагнітних хвиль світлового діапазону (на сучасному етапі найточніші вимірювання), тому вимірювана нахилена віддаль D між приладом та візирною ціллю так само залежатиме від атмосферних умов, які мали місце на відповідній трасі в процесі вимірювання [39]. У вимірювану нахилену віддаль D_0 вводять поправки за швидкість розповсюдження світлових хвиль у залежності від довжини хвилі та метеорологічних умов вимірювань розрахованих у ppm (поправки у міліметрах на 1 кілометр вимірюваної віддалі), що обчислюють безпосередньо в процесі вимірювання лінії та постійну поправку світловіддалеміра mm (у міліметрах), яку визначають під час компарування приладу на спеціальних компараторах [12]:

$$D = D_0 (1 + ppm \cdot 10^{-6}) + mm \cdot 10^{-3} . \quad (1.34)$$

Для прикладу, сучасні високоточні електронні тахеометри забезпечують максимальну точність вимірювання відстаней із с.к.п., що описується рівнянням лінійної регресії (Швейцарія Мекометр ME 5000 [7]):

$$m_D = (0.2 \text{ мм} + 0.2 \cdot D \cdot 10^{-6}) \text{ мм} . \quad (1.35)$$

Наведемо графічне представлення розрахунку точності визначення перевищення для точності вимірювання ліній для тахеометра TPS 1201 фірми Leica [107, 152] із рівнянням регресії - $m_D = (1 \text{ мм} + 1.5 \cdot D \cdot 10^{-6})$.

Перейшовши від (1.25) до с.к.п. отримаємо похибку у виміряне перевищення за похибкою вимірювання нахилених віддалей. Розрахунок виконаний за формулою:

$$m_{hd} = \cos Z \cdot m_D . \quad (1.36)$$

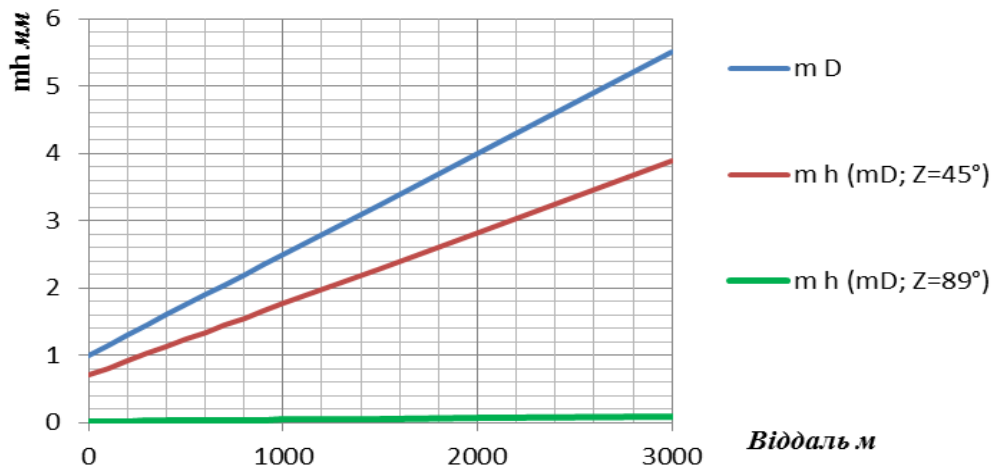


Рис. 1.3 Розрахункові похибки у виміряне перевищення за похибку вимірювання нахилених віддалей $m_D = (1\text{мм} + 1.5 \cdot D \cdot 10^{-6})$ у залежності від віддалі D і зенітних відстаней до об'єктів спостереження

Аналіз впливу похибок вимірювання відстаней на виміряне перевищення показує, що для горизонтальних трас ($Z = 90^\circ$), вплив відсутній $m_{h_D} = 0$, оскільки, $\cos 90^\circ = 0$. Для нахилених трас, навіть екстремальних ($Z = 45^\circ$), величина дорівнює 4 мм на відстані 3 км (рис. 1.3).

Із залежності (1.36) видно, що точність визначення перевищень залежить від точності вимірювання ліній. Розрахуємо точність бажаного вимірювання ліній за умови визначення перевищення із точністю 1 мм на віддалі 1 км. Для цього представимо (1.36) так:

$$m_D^{\text{розрах}} = \sec Z \cdot m_{h_D}. \quad (1.37)$$

Розрахунок показує, що для визначення перевищення з точністю 0.001 м для лінії довжиною 1 км і за умови майже горизонтального її розташування лінії візування ($Z = 89^\circ$), вимірювання її довжини достатньо виконувати з точністю $m_D^{\text{розрах}} = 0.057\text{м}$. Це повністю можливо забезпечити сучасними тахеометрами. Вимірюючи нахилені віддалі на більших кутах нахилу ($Z = 45^\circ$), вимоги до точності вимірювання ліній для визначення перевищень збільшуються

$m_D^{\text{розрах}} = 0.0014\text{м}$. Практично, на великих кутах нахилу спостережуваної траси точність вимірювання довжин ліній відповідає точності визначення перевищень.

У загальному точність вимірювання ліній світловіддалемірами на сьогодні забезпечує точність визначення перевищень із с.к.п. 0.003 м на віддалі 1 км. Це у більшості випадків задовольняє точність визначення перевищень. Для забезпечення точності вимірювання нахилених віддалей із міліметровою точністю необхідно використовувати сучасні високоточні тахеометри і якісні відбивачі, а також прокомпарувати комплект (тахеометр, відбивач) на спеціальних робочих еталонних базисах для визначення постійних приладових поправок [48, 63]. Вимірювання нахилених віддалей необхідно супроводжувати метеорологічними вимірюваннями параметрів атмосферного повітря бажано на кінцях спостережуваної лінії, а також забезпечити ретельне центрування приладу та візирних цілей.

Перейдемо до розрахунку точності кутових вимірювань для визначення перевищень.

1.2.2 Обґрунтування точності вимірювання зенітних відстаней для визначення перевищення тригонометричним нівелюванням

Вимірювання зенітних відстаней сучасними електронними тахеометрами задається с.к.п. вимірювання кута одним прийомом. Створення самонавідних систем і застосування роботизованих тахеометрів (Leica TM30) забезпечують на сьогодні максимальну точність 0.5" – яка заявлена фірмами виробниками [107]. Така точність може бути досягнута в лабораторних умовах. У реальних умовах спостережень, за наявності атмосферної турбулентності, досягнути такої точності практично неможливо.

Точність (із власного досвіду [98]) вимірювання зенітних відстаней 10 прийомами тахеометром TPS 1201 фірми Leica [107], яку можна досягти під час спостережень в реальних умовах дорівнює – 1" - 2". Подальше підвищення точності вимірювання зенітних відстаней шляхом збільшення кількості прийомів

вимірювань не підвищує суттєво точність результатів через збільшення часу спостережень та впливу турбулентності атмосфери.

Перейдемо із (1.26) до с.к.п. вимірювань:

$$m_{h_z} = \frac{D \sin Z}{\rho''} m_Z . \quad (1.38)$$

Представимо наглядне графічне представлення розрахунку точності визначення перевищення у залежності від величин віддалі до спостережуваного об'єкту, зенітної відстані і точності вимірювання зенітних відстаней. Прийmemo $m_Z = 1''$.

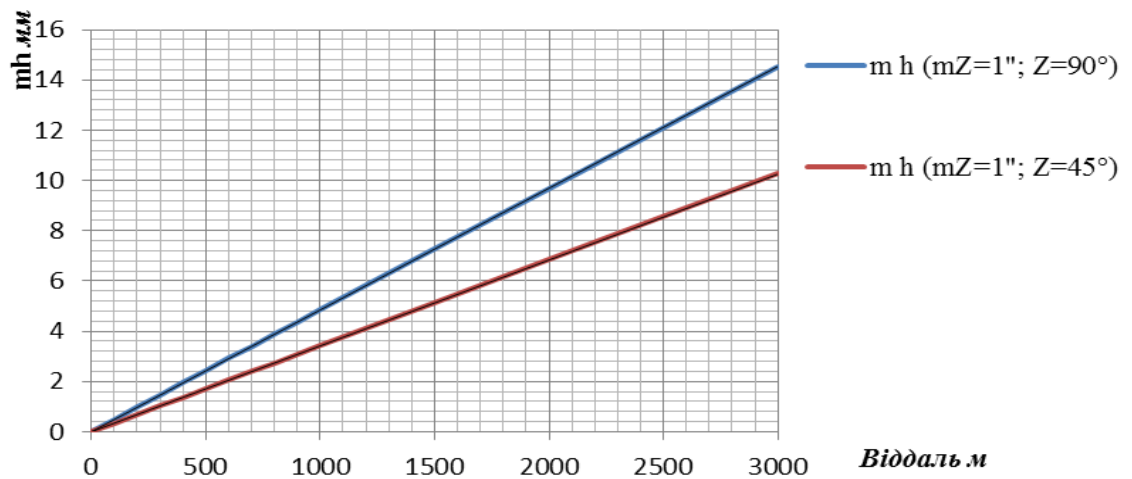


Рис. 1.4 Розрахункові результати величин похибок у виміряне перевищення за похибку вимірювання зенітних відстаней $m_Z = 1''$ у залежності від віддалі до об'єкту спостереження

На рисунку (1.4) представлені графіки залежності с.к.п. вимірних перевищень від відстані і нахилу спостережуваного напрямку. Очевидно, що точність визначення перевищення тригонометричним нівелюванням за вимірними зенітними відстанями прямо пропорціонально залежить від відстані і найбільший вплив точності вимірювання вертикальних кутів на виміряне перевищення відмічається на горизонтальних трасах.

Розрахуємо точність виміру зенітної відстані для визначення перевищення з точністю $m_{h_z} = 0.001\text{ м}$ на віддалі 1 км. Представимо формулу (1.38) так:

$$m_Z^{\text{розрах}} = \frac{\rho''}{D \sin Z} m_{h_z} . \quad (1.39)$$

Підставивши значення $m_{h_z} = 0.001 м$, $D = 1000 м$ і $Z = 90^\circ$ отримаємо $m_Z^{\text{розрах}} = 0.2''$. Така приладова точність поки що недосяжна. Реально досяжна точність визначення перевищення на віддалі 1 км дорівнює 5 мм за вимірювання зенітних відстаней з точністю 1''.

Для подальшого підвищення точності вимірювання вертикальних кутів необхідно підвищувати приладову точність завдяки пристосуванням для відлічування, самонаведення на цілі та точності компенсаторів вертикального круга. Зменшення впливу точності виміру зенітних відстаней на точність визначення перевищень можливо досягнути зменшенням довжин спостережуваних ліній та виконанням спостережень за сприятливих атмосферних умов. Як видно із розрахунків впливу точності кутових вимірювань на точність визначення перевищень (див. рис. 1.4), для забезпечення точності нівелювання II-го класу, довжини ліній не повинні перевищувати 1 км.

Відомо, що суттєвий вплив на точність кутових вимірів вносить навколишнє середовище, а саме найбільше – вертикальна рефракція. Розглянемо і розрахуємо точність визначення вертикальної рефракції на точність визначення перевищень із тригонометричного нівелювання.

1.2.3 Розрахунок необхідної точності визначення коефіцієнта вертикальної рефракції для забезпечення точності визначення перевищення із одностороннього тригонометричного нівелювання

Третій член формули (1.33) описує вплив похибки визначення коефіцієнта вертикальної рефракції на точність вимірюного перевищення із одностороннього тригонометричного нівелювання:

$$m_{h_k} = \frac{D^2 \sin^2 Z}{2R} m_k . \quad (1.40)$$

Відсутність врахування вертикальної рефракції може ввести великі похибки у виміряне перевищення. Коефіцієнт вертикальної рефракції, у залежності від

умов спостереження і стратифікації атмосфери, може змінюватись у межах від -2 до +2 у екстремальних випадках і більше [34, 17].

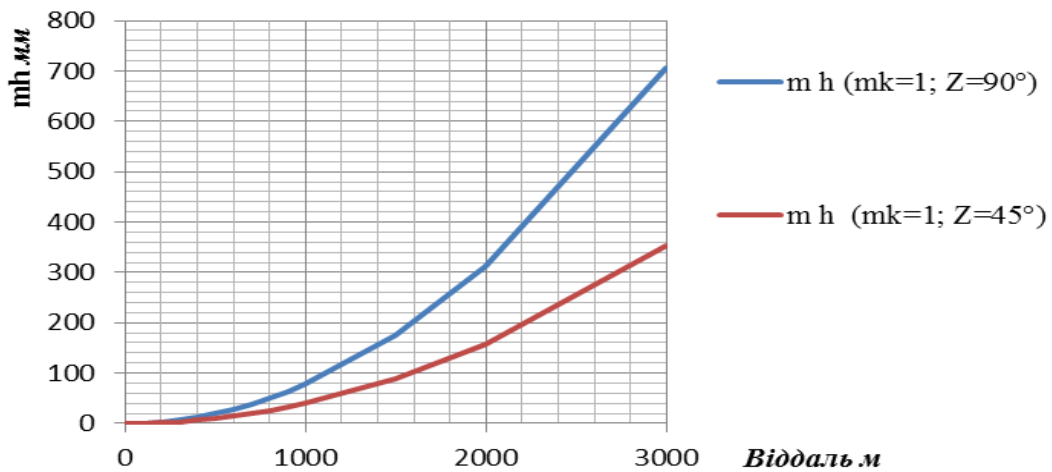


Рис. 1.5 Розрахункові результати величин похибок у виміряне перевищення за похибку визначення коефіцієнта вертикальної рефракції $m_k = 1$ у залежності від віддалі до об'єкту спостереження

На рис. 1.5 представлено графічно залежності впливу вертикальної рефракції на точність визначення перевищення в залежності від віддалі і нахильності траси, точність визначення коефіцієнта вертикальної рефракції прийнята $m_k = 1$ для можливості перерахунку на інші величини. З графіків на рис. 1.5 видно, що для горизонтальних трас вплив вертикальної рефракції більший ніж для нахилених. Величини похибок у перевищення можуть сягати сотні міліметрів у залежності від величини рефракції і довжини траси спостереження. Розрахуємо з якою точністю бажано визначати коефіцієнт вертикальної рефракції для визначення перевищення тригонометричним нівелюванням на віддалі $D = 1000\text{ м}$ з точністю $m_{h_k} = 0.001\text{ м}$. Для цього скористаємося перетвореною формулою (1.40):

$$m_k^{\text{розрах.}} = \frac{2R}{D^2 \sin^2 Z} m_{h_k} . \quad (1.41)$$

На віддалі $D = 1000\text{ м}$ необхідно забезпечити точність визначення коефіцієнта вертикальної рефракції з точністю $m_k^{\text{розрах.}} = 0.013$.

Розрахуємо з якою точністю можна визначити коефіцієнт вертикальної рефракції за метеорологічними спостереженнями.

Коефіцієнт вертикальної рефракції може бути визначений із метеорологічних спостережень за формулою [34]:

$$k = 503 \frac{P}{T^2} \left(0.0244 + \frac{c}{h_e} \right), \quad (1.42)$$

де P - атмосферний тиск в мбар; $T = (273.15^\circ + t^\circ C)$ в градусах Кельвіна (K°); c - аномальний градієнт температури вимірюваний або приведений до висоти 1 м над підстильною поверхнею; h_e - еквівалентна висота променя над підстильною поверхнею [34].

Основною складовою визначення коефіцієнта вертикальної рефракції являється визначення аномального вертикального градієнта температури c на висоті 1 м. Тому, для оцінки точності напишемо спрощену формулу:

$$k \approx 500 \frac{P}{T^2} \frac{c}{h_e}. \quad (1.43)$$

Перейдемо до с.к.п. визначення коефіцієнта вертикальної рефракції:

$$m_k^2 \approx \left(500 \frac{c}{T^2 h_e} \right)^2 m_p^2 + \left(1000 \frac{c \cdot P}{T^3 h_e} \right)^2 m_T^2 + \left(500 \frac{P}{T^2 h_e} \right)^2 m_c^2. \quad (1.44)$$

Розрахуємо величини впливу різних чинників, використовуючи значення метеорологічних елементів для стандартної атмосфери: $P = 1013$ мбар, $m_p = 1$ мбар, $T = 288^\circ K$, $m_T = 0.1^\circ K$.

$$m_k^2 \approx \left(0.006 \frac{c}{h_e} \right)^2 m_p^2 + \left(0.04 \frac{c}{h_e} \right)^2 m_T^2 + \left(6 \frac{1}{h_e} \right)^2 m_c^2. \quad (1.45)$$

Аналіз коефіцієнтів у формулі (1.45) вказує на несуттєвий вплив точності вимірювань атмосферного тиску і температури на точність визначення коефіцієнта вертикальної рефракції. Основним чинником, який на декілька порядків більше впливає на точність визначення коефіцієнта, є точність визначення аномального градієнта температури. Тому, напишемо:

$$m_k \approx \frac{6}{h_e} m_c . \quad (1.46)$$

Точність визначення вертикального градієнта температури метеорологічними методами $m_\gamma = 0.03 \div 0.05 \text{ град}/\text{м}$ і залежить від точності вимірювання температур на різних висотах, а інтегральне значення градієнта ще залежатиме від численних одночасних метеорологічних спостережень вздовж променя, що практично неможливо. На сьогодні, визначення інтегрального вертикального градієнта температури метеорологічними методами досягає величини $m_c = 0.1 \text{ град}/\text{м}$, відповідно точність визначення коефіцієнта вертикальної рефракції метеорологічними методами у залежності від еквівалентних висот дорівнюватиме $m_k \approx 0.1 \div 0.3$, а гранична точність визначення коефіцієнта вертикальної рефракції метеорологічними методами буде відповідно - $m_k^{\text{гран.}} \approx 0.3 \div 0.9$. Це на порядок нижче бажаної точності. Розрахунок допустимої віддалі спостереження, на основі (1.40), із точністю визначення перевищення одностороннім тригонометричним нівелюванням 1 мм, за умови точності врахування вертикальної рефракції $m_k = 0.3$, дорівнюватиме до 200 м.

На рис. 1.6 представлена графічна залежність (1.40) визначення перевищення одностороннім тригонометричним нівелюванням з врахуванням коефіцієнта вертикальної рефракції з точністю $m_k = 0.1$.

Аналіз точності перевищення (див. рис. 1.6) від точності визначення коефіцієнта вертикальної рефракції вказує на суттєвий вплив атмосферних чинників. С.к.п. у визначенні перевищення за вертикальну рефракцію на віддалі 1 км, навіть при високоточних метеорологічних визначеннях $m_k = 0.1$, дорівнюватиме 8 мм. Як показують вище представлені розрахунки, цю похибку бажано було би зменшити на порядок.

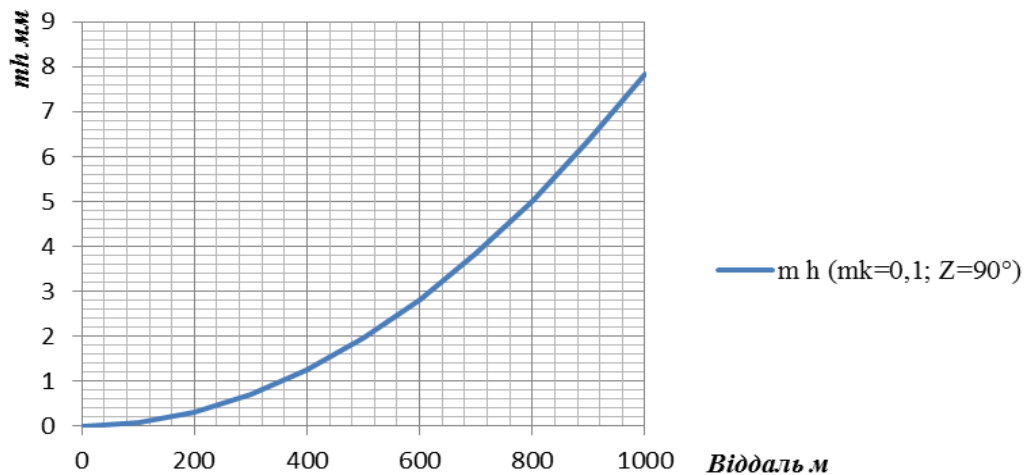


Рис. 1.6 Розрахункова величина похибки перевищення із одностороннього тригонометричного нівелювання за умови визначення коефіцієнта вертикальної рефракції з точністю $m_{k_{AB}} = 0.1$ на віддалі спостереження до 1 км

Підвищення точності визначення коефіцієнта вертикальної рефракції, як видно із залежності (1.46), можливо досягнути підвищенням точності визначення інтегрального градієнта температури повітря та вибору ліній спостереження із великими еквівалентними висотами проходження променя над підстильною поверхнею. Більш детально вплив атмосфери на точність визначення перевищень та можливості підвищення точності його врахування буде описаний нижче.

Крім кривини світлового променя на точність визначення перевищення буде впливати точність визначення радіусу кривини Землі по лінії спостереження, з яким пов'язана кривина рівневих поверхонь. Розглянемо це питання у наступному параграфі.

1.2.4 Обґрунтування точності визначення радіусу кривини Землі для визначення перевищення тригонометричним нівелюванням

Розрахуємо з якою точністю необхідно знати середній радіус кривини Землі із запасом точності для видалення похибок за кривину Землі. Для цього скористаємось формулою (1.29) :

$$m_{h_R} = \frac{D^2 \sin^2 Z}{2R^2} m_R = \frac{d^2}{2R^2} m_R, \quad (1.47)$$

тоді

$$m_R = \frac{2R^2}{d^2} m_{h_R} . \quad (1.48)$$

Задавшись точністю $m_h = 0.001m$, для 3 км трас точність визначення радіуса кривини Землі R дорівнюватиме 9 км, а для ліній 1 км – 80 км.

Середні радіуси кривини Землі на території Європи у залежності від широти пункту спостереження можуть різнитися до 10 км. Відомо також [34], що середній радіус кривини Землі змінюється за азимутом спостережуваної траси. Радіуси кривини меридіана і першого вертикала різняться у 20 км. Це вказує, що для високоточних спостережень на довгих трасах необхідно враховувати азимутальне розташування ліній спостережень.

У рівняння (1.18, 1.22) входить радіус кривини Земного еліпсоїда R , значення якого для розрахунків приймають величину середнього радіуса кривини Землі на території України $R_{сер.} = 6380 км$.

В електронних тахеометрах, для обчислення поправок за кривину Землі, є прописане значення радіуса кривини Землі. Так у тахеометра фірми Leica, величина радіуса кривини Землі, яке прописане у пам'яті тахеометра відповідає середньому радіусу кривини Земного еліпсоїда на широті 45° $R^{45^\circ} = 6378 км$.

Із використанням GNSS - спостережень [102, 108] на кінцях вимірюваної лінії доцільно застосовувати строгі формули (1.8) або (1.11), попередньо обчисливши кут ψ перетину нормалей у нормальній площині між пунктами спостережень.

Основні формули тригонометричного нівелювання (1.8, 1.18) отримані в площині нормального перерізу, яка проходить через точки спостереження, перевищення між якими визначається.

Як правило нормалі, що проведені із двох пунктів спостережень не пересікаються, за винятком, якщо ці пункти розташовані на одному меридіані або паралелі. Кут між нормаллями можна отримати спроектувавши їх на площину нормального перерізу.

Розглянемо рис. 1.7 де зображено дві точки спостереження з відповідними геоцентричними координатами $A(x_A, y_A, z_A)$ та $B(x_B, y_B, z_B)$, які приведені до центрів знаків на поверхні Землі.

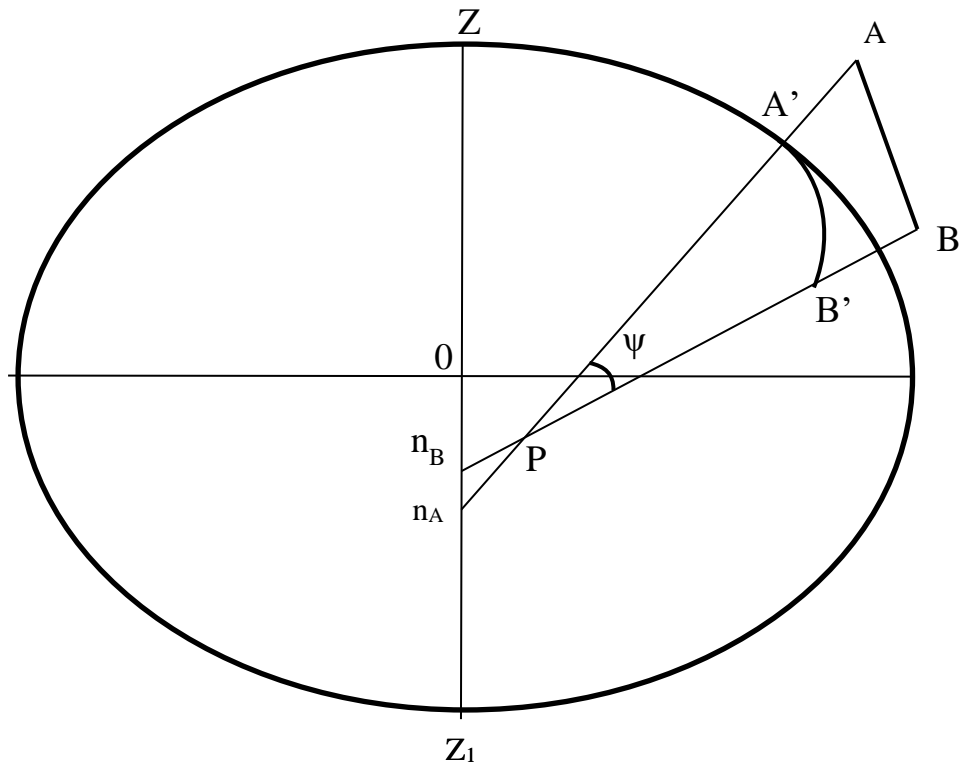


Рис. 1.7 Перетин нормалей у площині нормального перерізу референц-еліпсоїда

Задавшись параметрами еліпсоїда (WGS 84) проведемо нормалі до нього з точок A і B . Проекція точок на поверхню еліпсоїда по нормалям буде у відповідних точках A' та B' , а самі нормалі перетнуть вісь Z у точках n_A і n_B .

Точка початку геоцентричних координат суміщена з центром мас Землі і центром референц-еліпсоїду. Координати точок перетину нормалей із віссю Z визначити розрахувавши віддалі On_A та On_B від початку координат до точок перетину [29]:

$$On_A = \frac{ae^2 \sin B_A}{\sqrt{1 - e^2 \sin^2 B_A}} = -z_{nA} , \quad (1.49)$$

$$On_B = \frac{ae^2 \sin B_B}{\sqrt{1 - e^2 \sin^2 B_B}} = -z_{nB} , \quad (1.50)$$

де B_A і B_B широти точок А і В; a і b - велика і мала пів осі референц-еліпсоїду;

$$e = \sqrt{\frac{a^2 - b^2}{a^2}} - \text{перший ексцентриситет меридіанного еліпсу.}$$

Відповідно координати точок на осі Z будуть мати значення $p_A(0, 0, z_{nA})$ і $p_B(0, 0, z_{nB})$. Тому, напишемо рівняння нормалей у вигляді канонічних рівнянь прямих у просторі [104]:

$$\frac{x}{x_A} = \frac{y}{y_A} = \frac{z - z_{nA}}{z_A - z_{nA}}, \quad (1.51)$$

$$\frac{x}{x_B} = \frac{y}{y_B} = \frac{z - z_{nB}}{z_B - z_{nB}}. \quad (1.52)$$

Кут ψ між двома прямими (нормалями) знайдем за формулою із аналітичної геометрії [104]:

$$\cos \psi = \frac{x_A x_B + y_A y_B + (z_A - z_{nA})(z_B - z_{nB})}{\sqrt{x_A^2 + y_A^2 + (z_A - z_{nA})^2} \cdot \sqrt{x_B^2 + y_B^2 + (z_B - z_{nB})^2}}. \quad (1.53)$$

Величина кута ψ залежить від відстані між пунктами спостереження і несе в собі інформацію про кривину Землі та заміняє значення середнього радіусу кривини Землі у тригонометричному нівелюванні. Але для визначення цього кута необхідно знати геоцентричні координати пунктів. Визначення кута ψ можна виконати за допомогою координат із GNSS - спостережень [101, 102].

Поправку в перевищення за кривину Землі визначають із відомої залежності:

$$\Delta R_{AB} = d_{AB} \operatorname{tg} \frac{\psi}{2} \cong \frac{d_{AB}^2}{2(R + \zeta_A + H_A + i)} \cong \frac{d_{AB}^2}{2R}, \quad (1.54)$$

де за R приймають середній радіус кривини Землі в точці A .

Наближено розрахувати кут ψ'' можна із (1.54):

$$\psi'' \cong \frac{d_{AB} \rho''}{R}. \quad (1.55)$$

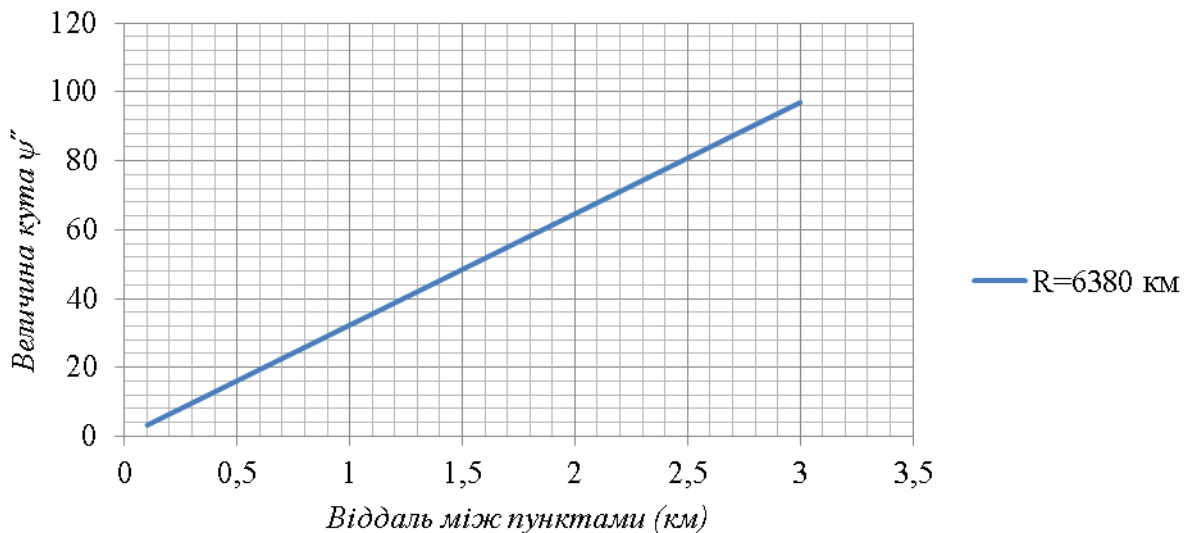


Рис. 1.8 Залежність величини кута ψ'' від горизонтальної віддалі d між пунктами спостереження за (1.55)

Як бачимо із рис. 1.8, величини кутів ψ для приземних трас є невеликі. Точність визначення кута ψ за даними GNSS - спостережень висока і дорівнює 10^{-5} кутової секунди. Для вилучення впливу кривини Землі із (1.55) кут ψ потрібно визначити з точністю $m''_{\psi} \cong \frac{d_{AB}\rho''}{R^2} m_R = \frac{1(\text{км}) \cdot 206265''}{6380^2(\text{км})^2} 5(\text{км}) = 0.02''$, що цілком реально, і дозволяє застосовувати більш строгі формули для його розрахунку перевищень (1.8, 1.12).

Як видно із проведених розрахунків, вплив кривини Землі на точність визначення перевищення одностороннім тригонометричним нівелюванням можна повністю вилучити, що не можна сказати про врахування відхилення прямовисних ліній. Розглянемо питання точності врахування відхилення прямовисних ліній для визначення перевищень.

1.2.5 Розрахунок точності врахування відхилення прямовисних ліній для забезпечення точності тригонометричного нівелювання в геодезичній системі координат

Відхилення прямовисних ліній від нормалей вносять суттєвий вплив на визначення нормальних висот із геометричного і тригонометричного нівелювання. Це пов'язано з неоднорідністю густини мас Землі та іншими багатьма чинниками такими як рельєф місцевості, місцеві аномалії, параметри та розташування референс еліпсоїда. Дослідженнями гравітаційного поля Землі займалися багато науковців [56], [59, 60] [25], [82], [34] і ін.

Досліджуючи похибки геодезичного нівелювання, які пов'язані з формою рівневих поверхонь Землі [34], автори вказують, що ці похибки є основними під час геометричного нівелювання, особливо в гірських районах. За даними [131], максимальне відхилення важка може досягати 1', а середньо квадратичне значення - 8". Зауважимо, що для визначення нормальних висот, врахування відхилення прямовисних ліній є важливою і необхідною задачею. Так, згідно з інструкцією по нівелюванню [35], під час прокладання нівелірних ходів, починаючи з III класу і вище, необхідно виконувати гравіметричне знімання вздовж нівелірних ходів.

За даними гравіметричних спостережень, незалежно від аномальності і складності рельєфу району, складові прямовисних ліній можна обчислити, використовуючи формули запропоновані В. Ф. Єремєєвим і Л. П. Пеллінею з похибкою менше 0.1" [16].

Вплив відхилення прямовисних ліній від нормалі виразиться через с.к.п. із (1.29):

$$m_{hu} = \frac{D \sin Z}{\rho} m_u \quad . \quad (1.56)$$

Відмітимо, що (1.56) повністю відповідає (1.38). Це вказує, що величини відхилень прямовисних ліній входить до вимірювання зенітних відстаней і точність визначення перевищень буде напряму залежати від точності визначення

відхилень. Величина відхилення прямовисної лінії є величина постійна на момент спостереження і залежить від району спостережень та азимутального напрямку лінії. Визначають відхилення прямовисних ліній по спеціальній гравіметричній карті виконаній за гравіметричними спостереженнями.

Величина впливу відхилення прямовисної лінії за гравіметричними даними дорівнюватиме $m_{hu} = 0.5 \text{ мм}$ для $m_u = 0.1''$ та $d = 1 \text{ км}$. Така точність повністю задовільнила би результати обчислення перевищення. Тому, для виконання високоточного тригонометричного нівелювання, бажано виконувати гравіметричні визначення відхилень прямовисних ліній.

З появою супутникових технологій, відхилення прямовисних ліній можна розрахувати [155] за уточненою моделлю гравітаційного поля Землі EGM 2008 <http://earth-info.nga.mil/GandG/wgs84/gravitymod/egm2008/>.

Не врахування відхилень прямовисних ліній може призвести до суттєвих похибок у визначенні нормальних висот. Визначення відхилень прямовисних ліній по лінії нівелювання за допомогою GNSS - спостережень будуть розглянуті в розділі 2.

1.2.6 Обґрунтування точності визначення висот приладу та візирних цілей для забезпечення точності тригонометричного нівелювання

Точність визначення висоти приладу m_i та відбивача m_v напряму входять у точність вимірюваного перевищення m_h (1.32). Тому, вимірювання висоти приладу і відбивача необхідно виконувати з максимальною можливою точністю із застосуванням або спеціальних пристроїв з бажаною фотофіксацією відліків [156, 30], або застосування нівеліра. Точність вимірювання висоти приладу і відбивача, за допомогою спеціальних пристроїв, можна досягнути $m_i = m_v = 0.1 \text{ мм}$. За результатами вимірювання контрольного перевищення на короткій віддалі (~30 м, де немає впливу вертикальної рефракції) можна обчислити постійну поправку за невідповідність точок відлічування висоти

приладу та візирної цілі для даного комплексу (тахеометр-відбивач) у вимірюване перевищення [48].

За запропонованими нами методиками виконання тригонометричного нівелювання [100], висоти тахеометра та відбивачів можна не вимірювати, тобто похибки за визначення висот приладу і візирних цілей вилучаються повністю. Такі методики будуть розглянуті в наступних розділах.

1.2.7 Розрахунок очікуваної точності одностороннього тригонометричного нівелювання у сучасних умовах

Підведем підсумки дослідження точності одностороннього тригонометричного нівелювання. Для цього, розрахуємо точність визначення перевищення із одностороннього тригонометричного нівелювання за формулою (1.32) для 1 км траси і за вище розглянутих умов $m_D = 0.003 м$, $m_Z = 1''$, $m_k = 0.1$,

$m_R = 1 км$, $m_u = 0.1''$, $m_i = m_v = 0.0001 м$, $Z = 90^\circ$ і відповідно до (1.33) напишемо:

$$m_{h_{AB}}^2 = (0 мм)^2 + (5 мм)^2 + (8 мм)^2 + (0 мм)^2 + (0.5 мм)^2 + 2 \cdot (0.1 мм)^2 = (9.5 мм)^2.$$

Точність визначення перевищень для $Z = 45^\circ$ дорівнює:

$$m_{h_{AB}}^2 = (2 мм)^2 + (3 мм)^2 + (4 мм)^2 + (0 мм)^2 + (0.5 мм)^2 + 2 \cdot (0.1 мм)^2 = (5.4 мм)^2.$$

Точність на нахилених трасах підвищується завдяки меншому впливу точності кутових вимірів, але точність визначення коефіцієнта вертикальної рефракції може значно погіршитись за проходження променя різних за густиною прошарків атмосфери.

Аналіз розрахунків показує, що основний вплив на точність має точність врахування вертикальної рефракції.

Граничну похибку визначення перевищення із одностороннього тригонометричного нівелювання на віддалі 1 км приймемо, як потрібну величину із с.к.п., що дорівнює $гран. \Delta h_{1 км} = 30 мм$.

Для розрахунку точності одностороннього тригонометричного нівелювання пропонуємо спрощену формулу, у яку входять основні найбільш вагомні чинники [46]:

$$m_{h_{AB}}^2 \approx \left(\frac{D_{AB}}{\rho''} \right)^2 m_{Z_{AB}}^2 + \left(\frac{D_{AB}^2}{2R} \right)^2 m_{k_{AB}}^2 . \quad (1.57)$$

Перший член формули (1.56) відповідає за похибки вимірювання зенітних віддалей, а другий за точність визначення коефіцієнта вертикальної рефракції.

Остаточний аналіз формул оцінки точності одностороннього тригонометричного нівелювання вказує на суттєвий вплив навколишнього середовища на точність вимірюваних величин. Розповсюдження світлового променя у реальній атмосфері спотворене в основному зміною густини повітряних мас вздовж лінії візування. Це призводить до зміщення його прямолінійності, як у плановому так і висотному положенні, а також викликає зміну швидкості розповсюдження. Розглянемо деякі фізичні аспекти розповсюдження світлових хвиль в атмосфері.

1.3. Зв'язок вертикальної рефракції з метеорологічними параметрами приземного прошарку атмосфери

Траекторія розповсюдження електромагнітних хвиль від джерела до приймача являє собою просторову криву. Проекції цієї кривої на горизонтальну і вертикальну площини розглядають, як її складові - горизонтальну (бокову) і вертикальну рефракції.

Зміна густини атмосфери з висотою [32, 33] викликає вертикальну рефракцію. Горизонтальна рефракція обумовлена горизонтальним градієнтом густини.

Рефракційним полем називають просторовий розподіл показника заломлення повітря n . В реальній атмосфері $n(X, Y, Z) \neq const$, що і викликає непрямолінійність розповсюдження електромагнітних хвиль (викривлення променя) – рефракцію і нерівномірність (не однакову швидкість) розповсюдження електромагнітних хвиль.

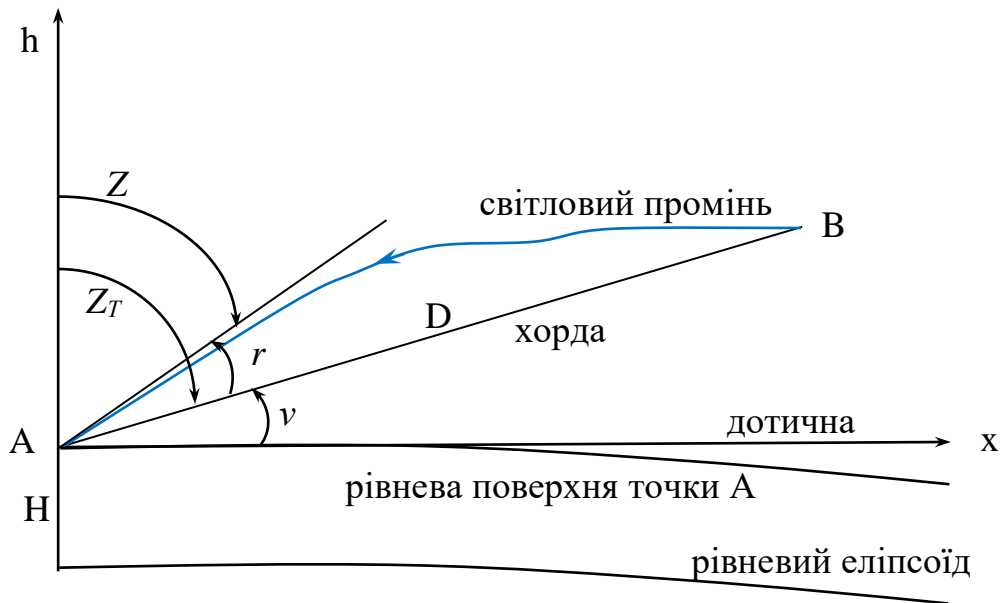


Рис. 1.9 До визначення кута вертикальної рефракції.

Як було показано вище, основним фактором, який впливає на зміну показника заломлення в атмосфері є зміна температури повітря вздовж розповсюдження променя.

Виходячи з принципу Ферма $\int_A^B n \cdot dl = \min$, розглянемо задачу геометричної оптики - розповсюдження світла між двома точками у вертикальній площині.

Припустимо, що промінь рухається по коловій кривій певного радіусу. Шлях по якому пройде світловий промінь (рис. 1.9), для випадку коли показник заломлення не залежить від x , а залежить тільки від висоти h його представляють інтегралом:

$$I = \int_{x_A}^{x_B} n(h) (1 + h'^2)^{1/2} dx . \quad (1.58)$$

Записавши для інтеграла (1.58) рівняння Ейлера і розв'язавши його відносно $h' = \operatorname{tg}(v)$, після перетворень отримаємо:

$$\frac{1}{R_{св}} = - \frac{1}{n} \frac{dn}{dh} \sin(Z) , \quad (1.59)$$

де Z - зенітна віддаль; $R_{св}$ - кривина світлової кривої.

Формула (1.59) є однією з важливих формул в теорії рефракції, оскільки, зв'язує кривину світлового променя з градієнтом показника заломлення, тобто геометричні параметри з фізичними.

Вертикальний кут рефракції r визначають, як дотичну до світлової кривої радіусу R_c в точці А до хорди АВ (рис. 1.9), при цьому початок системи координат суміщений з цією точкою:

$$r = \frac{1}{D} \int_0^D \frac{1}{R_{ce}} (D-l) dl \quad , \quad (1.60)$$

де D - віддаль між точками А і В; l - віддаль до текучої точки інтегрування.

Підставивши (1.59) у (1.60) отримаємо фундаментальну формулу в теорії рефракції [34, 6, 154]:

$$r = -\frac{1}{D} \int_0^D \frac{1}{n} \frac{dn}{dh} (D-l) dl \quad . \quad (1.61)$$

Формула (1.61) дає можливість зв'язати частковий кут вертикальної рефракції з показником заломлення та його градієнтами. Для визначення самого значення кута рефракції, градієнти показника заломлення необхідно знати в кожній точці світлової кривої. Цю формулу застосовують і для горизонтальних кутів рефракції, замінивши вертикальний градієнт показника заломлення на горизонтальний.

Формулу (1.61) спрощують приймаючи для світлових хвиль $n \cong 1$ та виражаючи кут рефракції в секундах, записують:

$$r'' = -\frac{\rho''}{D} \int_0^D \frac{dn}{dh} (D-l) dl \quad . \quad (1.62)$$

Залежність вертикального розподілу коефіцієнта заломлення представимо формулою [1]:

$$\frac{dn}{dh} = -78.87 \cdot 10^{-6} \frac{P}{T^2} \left(0.0342 + \frac{dT}{dh} \right) + 10.41 \cdot 10^{-6} \frac{e}{T^2} \left(\frac{Tde}{edh} - \frac{dT}{dh} - 0.0342 \right) \quad , \quad (1.63)$$

де P - атмосферний тиск в гПа (мбар); $T = (273.15^\circ + t^\circ C)$ температура повітря в

градусах Кельвіна (K°), e - парціальний тиск водяної пари, $\frac{dT}{dh} = -\gamma = \frac{T_e - T_u}{h_e - h_u}$ -

вертикальний градієнт температури, $\frac{de}{dh}$ - вертикальний градієнт вологості повітря.

Підставивши значення (1.63) у (1.62) та знехтувавши вологістю повітря, прийнявши значення пружності водяної пари $e = 0$ отримують:

$$r'' = 8,134 \frac{P}{T^2} D \left(0,0342 + \int_0^D \frac{dT}{dh} (D-l) dl \right) . \quad (1.64)$$

Прийнявши, що оптичний промінь має постійний радіус кривини R_{ce} в геодезії введено поняття коефіцієнта вертикальної рефракції [34]. Точковим коефіцієнтом рефракції κ_T називають відношення радіуса кривини Земного еліпсоїда R до радіуса кривини проєкції візирного променя на вертикальну площину в певній точці:

$$\kappa_T = \frac{R}{R_{ce}} . \quad (1.65)$$

Помноживши чисельник і знаменник рівняння (1.129) на радіус кривини Земного еліпсоїда R отримаємо:

$$r = \frac{1}{DR} \int_0^D \frac{R}{R_{ce}} (D-l) dl = \frac{1}{DR} \int_0^D \kappa_T (D-l) dl , \quad (1.66)$$

Прийнявши гіпотезу про постійність кривини світлового променя по лінії спостереження можна визначити емпіричне середнє значення коефіцієнта вертикальної рефракції k . Величину кута рефракції з прийнятим за постійну величину k визначають із інтегральної залежності (1.66) [34]

$$r = \frac{k}{RD} \int_0^D (D-l) \cdot dl = \frac{kD}{2R} . \quad (1.67)$$

Відповідно із (1.67) визначають коефіцієнт k , який ще називають інтегральним:

$$k = r \frac{2R}{D} . \quad (1.68)$$

Як бачимо, коефіцієнт вертикальної рефракції k є емпіричним і визначеним за кутом рефракції r і не відображає шляху проходження світлового

променя, оскільки, сам кут рефракції визначається, як кут між дотичною і хордою в точці спостереження. Але не дивлячись на умовність коефіцієнта рефракції, поняття коефіцієнта рефракції має ряд переваг перед поняттям кута рефракції. Основна перевага коефіцієнта рефракції полягає у його незалежності від довжини траси.

Коефіцієнт вертикальної рефракції в залежності від метеопараметрів скориставшись рівняннями (1.64) і (1.68) представляють так:

$$k = 8,134 \frac{P}{T^2} \frac{2R}{\rho''} \left(0,0342 + \int_0^D \frac{dT}{dh} (D-l) dl \right) . \quad (1.69)$$

З отриманої залежності видно, що коефіцієнт вертикальної рефракції не залежить від віддалі між точками спостереження.

Підставимо значення $R^{45^\circ} = 6378 \text{ км}$ у (1.69) і отримаємо формулу В. Йордана [37]:

$$k = 503 \frac{P}{T^2} \left(0,0342 + \int_0^D \frac{dT}{dh} (D-l) dl \right) . \quad (1.70)$$

У теорії рефракції прийнято розділяти коефіцієнт вертикальної рефракції на нормальну і аномальну складові за поділом градієнта температури в метеорології.

Вертикальний градієнт температури $\frac{dT}{dh}$ представлений у [34] сумою адіабатичного a і аномального c на висоті 1 м градієнтів:

$$\frac{dT}{dh} = a + \frac{c}{h^b} , \quad (1.71)$$

де $a = -\gamma_a = -0.0098^\circ \text{K} / \text{м}$; c - аномальний градієнт температури виміряний або приведений до висоти 1 м над підстильною поверхнею; h - висота над підстильною поверхнею на якій визначається градієнт температури; b - степінь яка залежить від стратифікації атмосфери ($b = 2/3$ - для нестійкої стратифікації; $b = 1$ - для байдужої; $b = 4/3$ для стійкої стратифікації інверсії температури).

Прийнявши за постійне значення аномальний градієнт температури c вздовж лінії спостереження, вираз (1.70) переписують так:

$$k = 503 \frac{P}{T^2} \left(0.0342 + a + \int_0^D \frac{c}{h^b} (D-l) dl \right) , \quad (1.72)$$

або

$$k = 503 \frac{P}{T^2} \left(0.0244 + \frac{2c}{D^2} \int_0^D \frac{l}{h^b} dl \right) . \quad (1.73)$$

Введене у [34] А. А. Ізотовим і Л. П. Пеллінею поняття еквівалентної висоти h_e^b над підстильною поверхнею вважається важливою характеристикою для ліній спостережень, оскільки, вона представляє інтегральну висоту світлового променя над підстильною поверхнею. Для визначення еквівалентної висоти необхідно мати профіль рельєфу місцевості по лінії спостереження [34]:

$$\frac{1}{h_e^b} = \frac{2}{D^2} \int_0^D \frac{l}{h^b} dl . \quad (1.74)$$

Підставивши (1.74) у (1.73) отримують вираз для визначення коефіцієнта вертикальної рефракції для сухого повітря і білого світла в залежності від усереднених метеорологічних параметрів атмосфери на момент спостереження:

$$k = 503 \frac{P}{T^2} \left(0.0244 + \frac{c}{h_e^b} \right) . \quad (1.75)$$

Після підстановки значення адіабатичного градієнта отримують:

$$k = 12.27 \frac{P}{T^2} + 503 \frac{P}{T^2} \frac{c}{h_e^b} . \quad (1.76)$$

Відповідно кут вертикальної рефракції записують:

$$r'' = 0.1984 \frac{P}{T^2} D + 8.134 \frac{P}{T^2} \frac{c}{h_e^b} D . \quad (1.77)$$

Перші члени рівнянь (1.76) і (1.77) відповідають нормальним адіабатичним значенням сухої атмосфери і тому відповідно отримали назву нормального коефіцієнта і кута нормальної рефракції [34]:

$$k_n = 12.27 \frac{P}{T^2} , \quad (1.78)$$

$$r_n'' = 0.1984 \frac{P}{T^2} D . \quad (1.79)$$

Для стандартної атмосфери на рівні моря $P = 1013.25 \text{ мбар}$, $T = 288.15^\circ \text{K}$ і $L_{(км)} = D \cdot 10^{-3}$ величини нормальної рефракції будуть дорівнювати:

$$k_n = 0.15 \quad , \quad (1.80)$$

$$r_n'' = 2.42'' L_{(км)} \quad . \quad (1.81)$$

Другі члени рівнянь (1.76) і (1.77) відповідають аномальним значенням рефракції, відповідно коефіцієнта і кута:

$$k_{ан} = 503 \frac{P}{T^2} \frac{c}{h_e^b} \quad , \quad (1.82)$$

$$r_{ан}'' = 8.134 \frac{P}{T^2} \frac{c}{h_e^b} D \quad . \quad (1.83)$$

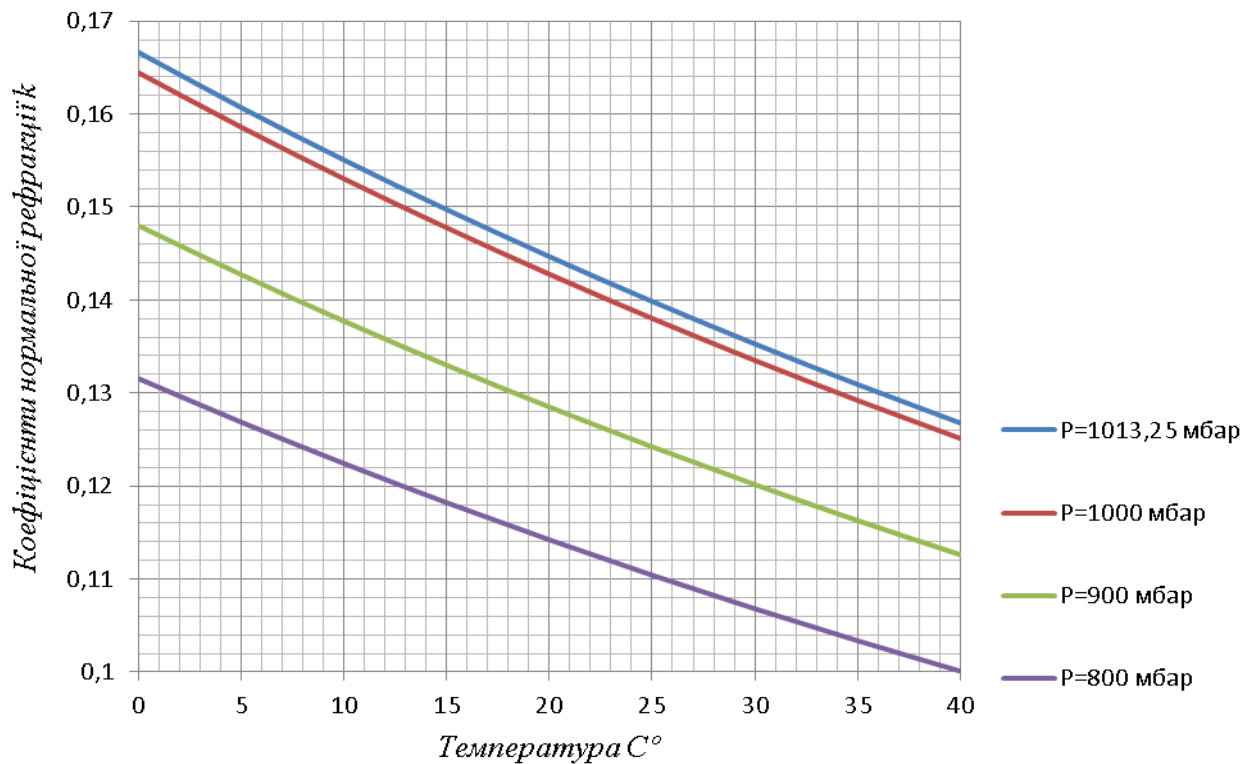


Рис. 1.10 Залежність нормального коефіцієнта вертикальної рефракції від температури і тиску

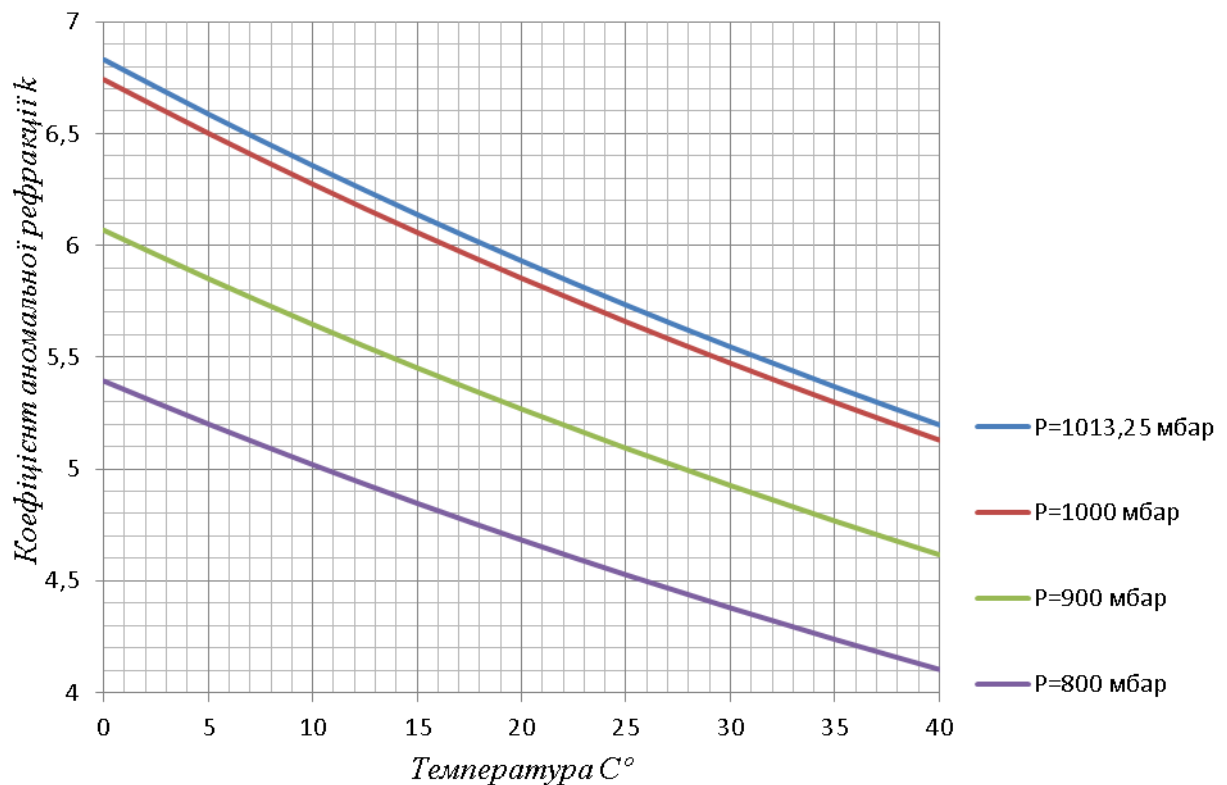


Рис. 1.11 Залежність аномального коефіцієнта вертикальної рефракції від температури і тиску з заданими параметрами ($c = 1 \text{ град}/\text{м}$; $h_e = 1 \text{ м}$)

Представимо на рис. 1.10 і 1.11 графічні залежності нормального і аномального коефіцієнтів вертикальної рефракції від температури і тиску. Для аномального коефіцієнта вертикальної рефракції прийmemo $D = 1000 \text{ м}$; $c = 1 \text{ град}/\text{м}$; $h_e = 1 \text{ м}$, це дасть можливість інтерполяції даних та простого перерахунку на інші вхідні величини.

Рис. 1.10 і 1.11 можна користуватись для розрахунку коефіцієнтів вертикальної рефракції за виміряними метеопараметрами (температури, тиску і градієнту температури приведенного на висоту 1 м) і визначеними еквівалентними висотами напрямів спостереження шляхом лінійної інтерполяції.

Встановивши природу і метеорологічні зв'язки вертикальної рефракції розглянемо у порівняльному аналізі методи її визначення.

1.4. Методи визначення атмосферної вертикальної рефракції

Розробкою методів визначення та врахування вертикальної рефракції на результати геодезичних вимірювань займались дуже багато науковців таких, як В. Я. Струве, В. Йордан, А. А. Ізотов, Л. П. Пеллінен, Г. Моріц, Ф. Бруннер, Д. І. Масліч, Б. М. Джуман, Б. Т. Тлустяк, В. А. Сажин, А. Л. Островський, І. Ф. Куштін, Л. С. Юношев, Л. С. Хижак, Н. В. Яковлев, А. В. Алексеев, В. В. Віноградов, А. С. Медовіков, О. А. Мозжухін, В. Є. Деменьтьєв, Angus-Leppan, P. V., Bahnert G., Brunner F. K., Kukkamäki T. I., Tengstrom E. та багато інших.

1.4.1. Метеорологічний спосіб визначення рефракції на наземних трасах

Як було показано вище, основними впливами на розповсюдження ЕМХ є метеорологічні і хімічні параметри атмосфери. складність полягає у тому, що атмосфера по своїм фізичним властивостям неоднорідна, як у вертикальному, так і у горизонтальному напрямках. Через турбулентність атмосфери в основному змінюються такі її фізичні величини, як температура, тиск, вологість, густина, швидкість вітру, повітря. На вертикальну рефракцію основний вплив вносять зміни метеорологічних параметрів із зміною висоти над підстильною поверхнею, які є найбільш суттєвими.

Визначити всі метеорологічні параметри в кожній точці проходження променя на момент спостереження практично неможливо. Метеорологічні параметри, як правило визначають в пунктах спостереження, а далі проводять моделювання атмосфери, або визначають середнє їх значення.

Розвиток метеорологічних методів дає можливість вивчити фізичну природу рефракційних явищ, установити закономірності впливу метеорологічних параметрів на величину рефракції, вивчити періоди найбільш сприятливі для виконання геодезичних спостережень і т.п..

Найбільш простим рішенням проблеми врахування вертикальної рефракції було б визначення і прийняття постійного значення коефіцієнта рефракції для даної території, так званого регіонального коефіцієнта рефракції з умовою

рівності коефіцієнтів рефракцій по різних напрямках [13]. Цю пропозицію можна було б використати в рівнинній місцевості з однаковою підстильною поверхнею і з однаковими висотами розповсюдження оптичних променів і то для досить грубих вимірювань, к часові зміни рефракції не враховуються.

Детально метеорологічні методи описані в [34, 126, 1, 17, 18] і всюди автори відмічають недостатню точність метеорологічних методів через невизначеність метеоелементів атмосферного повітря в кожній точці світлової кривої.

Метеорологічні спостереження за приземною атмосферою дозволили вдосконалити вибір методики та періодів найвигідніших для виконання тригонометричного нівелювання для компенсації або врахування вертикальної рефракції.

Найкращими для спостережень рахуються періоди спокійних зображень (періоди близькі до нейтральної стратифікації атмосфери). У ці періоди коефіцієнти вертикальної рефракції рівні нормальним значенням. Відмічається [126], що ці періоди є не тривалі по часу і на різних напрямках, особливо з різними підстильними поверхнями наступають неодноразомно. Для двосторонніх спостережень рекомендуються періоди з встановленою температурною стратифікацією нестійкою (денні періоди), стійкою (нічні), як правило – вилучаючи двох годинні періоди до і після заходу та сходу Сонця. Спостереження бажано виконувати у пахмурну погоду без різких а атмосферних перепадів.

Найбільш практичними формулами для розрахунку вертикальної рефракції за метеорологічними елементами для наземних трас є (1.76, 1.77) [34]. Отримана формула [1] розрахунку вертикальної рефракції більш громіздка і включає у себе додаткові вимірювані динамічні і турбулентні характеристики атмосфери, які не призводять до суттєвого підвищення точності через їх точковість вимірювання.

В загальному точність визначення інтегрального коефіцієнта вертикальної рефракції метеорологічним методом можна представити на основі (1.77) наближеною формулою (1.46).

Як бачимо, метеорологічні методи не задовольняють точності визначення вертикальної рефракції для врахування її у тригонометричному нівелюванні, тому розглянемо інші методи її визначення.

1.4.2. Геодезичні способи визначення рефракції на наземних трасах

Геодезичними методами визначення рефракції називають такі методи, де за допомогою спеціальних геодезичних спостережень, побудов спеціальних мереж і полігонів знаходять кути або коефіцієнти вертикальних рефракцій [126].

Класичний метод визначення вертикальної рефракції по визначених висотах із високоточних нівелювань. Такі виміри, як правило, виконують на спеціально створених полігонах. Висоти пунктів визначають, як було вказано, із високоточних нівелювань, короткими променями або іншими спостереженнями, що забезпечують точність і вилучають вплив рефракції [34, 126, 1, 17, 18].

Допустимо, що між пунктами перевищення $h_{AB}^{em} = H_B - H_A$ визначено із високоточного геометричного нівелювання, назвемо його еталонним перевищенням [34, 126, 1]. Виконавши одностороннє тригонометричне нівелювання визначимо перевищення $h_{AB}^{sum.}$ з врахуванням кривини Землі, без введення поправки за вертикальну рефракцію. Напишемо рівняння визначення перевищення з врахуванням поправки за коефіцієнт вертикальної рефракції (1.24) так:

$$h_{AB}^{em} = h_{AB}^{sum.} - k \frac{D_{AB}^2 \sin^2 Z_{AB}}{2R}, \quad (1.84)$$

де D_{AB} - виміряна нахилена віддаль між приладом та візирною ціллю; Z_{AB} - zenітна віддаль, виміряний вертикальний кут між прямовисною лінією та лінією візування; R - середній радіус кривини Землі в точці A .

Розв'яжемо рівняння (1.84) відносно коефіцієнта вертикальної рефракції:

$$k = \left(h_{AB}^{sum.} - h_{AB}^{em.} \right) \frac{2R}{D_{AB}^2 \sin^2 Z_{AB}}, \quad (1.85)$$

і підставивши значення $h_{AB}^{gum.}$ із тригонометричного нівелювання, напишемо повну формулу визначення коефіцієнта вертикальної рефракції за вимірами виконаними електронним тахеометром (нахиленої віддалі D_{AB} і зенітної віддалі Z_{AB}) без врахування відхилення прямовисних ліній:

$$k_{em.} = \left(D_{AB} \cos Z_{AB} + \frac{D_{AB}^2 \sin^2 Z_{AB}}{2R} + i - v - h_{AB}^{em.} \right) \frac{2R}{D_{AB}^2 \sin^2 Z_{AB}} . \quad (1.86)$$

Винесемо за дужки поправку за кривину Землі і отримаємо спрощене рівняння (1.86):

$$k_{em.} = 1 + \left(D_{AB} \cos Z_{AB} + i - v - h_{AB}^{em.} \right) \frac{2R}{D_{AB}^2 \sin^2 Z_{AB}} . \quad (1.87)$$

Для наочних обчислень краще користуватись формулою (1.85). Тут різниця перевищень вказує на знак і величину коефіцієнта вертикальної рефракції.

Точність визначення інтегрального коефіцієнта вертикальної рефракції за спостереженням базисної лінії, на основі (1.87), наближено ($m_h^{gum.} = m_h^{em.}$)

представимо так $m_{k_{em.}} \approx \frac{18}{L_{км}^2} m_h^{gum.}$. Для спостережуваного базису $L_{км} = 1 км$ та

точності вимірювань перевищень (без рефракції) $m_h^{gum.} \approx 0.005 \cdot L_{км} m_Z \approx 0.005 м$, точність визначення інтегрального коефіцієнта вертикальної рефракції дорівнюватиме $m_k = 0.09$. Гранична точність відповідно - 0.3.

Точність визначення коефіцієнта вертикальної рефракції геодезичним методом, так як і метеорологічним, потребує збільшення, а це можливе за умови підняття точності вимірювання зенітних відстаней, що знову пов'язана з атмосферними впливами на моменти спостереження.

Визначивши величину вертикальної рефракції по одному напрямку можна спрогнозувати її значення на інші. Такий спосіб отримав назву рефракційного базису. Розглянемо його теорію та можливості застосування.

Надалі завдання полягає у визначенні значення вертикальної рефракції по інших напрямках, для прикладу лінії AC із використанням виміряного значення вертикальної рефракції по еталонному напрямку AB .

Найперше можна прийняти рівність коефіцієнтів вертикальних рефракцій для різних напрямів на даний момент спостереження

$$k_{AC} = k_{AB} = k_{em} . \quad (1.89)$$

Таке припущення не завжди виправдане. Воно можливе тільки за однакових умов розповсюдження світлових хвиль на різних напрямках.

Зв'язок між змінами величини рефракції між різними напрямками відмічений багатьма дослідниками. Л. С. Хижак спробував встановити зв'язок між коефіцієнтами рефракцій і еквівалентною висотою h_{ei} прогнозованого напрямку. Ним була запропонована емпірична формула зв'язку рефракції еталонного напрямку з прогнозованим [126]

$$k_i = 0.151 + 0.118k_{em} - 0.95 \frac{1}{h_{ei}} + 5.94 \frac{k_{em}}{h_{ei}} . \quad (1.90)$$

Розглянемо рівняння, що описують залежність вертикальної рефракції від метеорологічних величин (1.76) і напишемо систему рівнянь коефіцієнтів вертикальної рефракції на два напрями AB і AC :

$$k_{AB} = 12.27 \frac{P_{AB}}{T_{AB}^2} + 503 \frac{P_{AB}}{T_{AB}^2} \frac{c_{AB}}{h_{eAB}^b} , \quad (1.91)$$

$$k_{AC} = 12.27 \frac{P_{AC}}{T_{AC}^2} + 503 \frac{P_{AC}}{T_{AC}^2} \frac{c_{AC}}{h_{eAC}^b} , \quad (1.92)$$

де P_{AB} і P_{AC} - середньо інтегральні значення тиску атмосферного повітря по відповідним лініям AB і AC ; T_{AB} і T_{AC} - середньо інтегральні температури повітря по відповідним лініям AB і AC ; c_{AB} і c_{AC} - середньо інтегральні аномальні градієнти температури повітря на висоті 1 м по відповідним лініям AB і AC ; h_{eAB} і h_{eAC} - еквівалентні висоти світлового променя над підстильною поверхнею; b - степінь ($b = 4/3$ - для нестійкої стратифікації; $b = 1$ - для байдужої; $b = 2/3$ для стійкої стратифікації інверсії температури).

Сумісно розв'язати рівняння (1.91) і (1.92) неможливо без встановлення зв'язку між ними.

Напишемо співвідношення коефіцієнтів аномальних рефракцій $k_{ан AC}$ і $k_{ан AB}$ по напрямках AB і AC :

$$q_{kAC/AB} = \frac{k_{AC} - k_{нAC}}{k_{AB} - k_{нAB}} = \frac{k_{ан AC}}{k_{ан AB}} = \frac{P_{AC} T_{AB}^2 c_{AC} h_{e AB}^b}{T_{AC}^2 P_{AB} c_{AB} h_{e AC}^b}, \quad (1.93)$$

де $k_{нAC}$ і $k_{нAB}$ - коефіцієнти нормальної вертикальної рефракції відповідно за напрямками AC і AB .

Коефіцієнт рефракційного співвідношення $q_k \approx 1$ і по фізичній своїй суті представляє коефіцієнт лінійної регресії коефіцієнтів вертикальної рефракції двох напрямів.

Помноживши праву і ліву частини рівняння (1.93) на відповідні $\frac{D_i}{2R}$, перейдемо до співвідношення аномальних кутів вертикальної рефракції

$$q_{rAC/AB} = q_{kAC/AB} \frac{D_{AC}}{D_{AB}} = \frac{r_{ан AC}}{r_{ан AB}} = \frac{P_{AC} T_{AB}^2 c_{AC} h_{e AB}^b D_{AC}}{T_{AC}^2 P_{AB} c_{AB} h_{e AC}^b D_{AB}} \approx \frac{h_{e AB}^b D_{AC}}{h_{e AC}^b D_{AB}}. \quad (1.94)$$

Як бачимо з (1.93, 1.94), співвідношення аномальних вертикальних рефракцій прямо пропорційне аномальним градієнтам температури на висоті 1 м і обернено пропорційне до еквівалентних висот.

За умови визначення рефракційного співвідношення $q_{kAC/AB}$, коефіцієнт вертикальної рефракції за другим напрямом можна знайти із рівнянь (1.91) і (1.92)

$$k_{AC} = k_{нAC} + q_{kAC/AB} (k_{AB} - k_{нAB}), \quad (1.95)$$

Аналогічно (1.95) можна визначити величину кутової рефракції спостережуваного напрямку із використанням визначеної величини кутової вертикальної рефракції еталонного напрямку з застосуванням коефіцієнта співвідношення аномальних кутів (1.94):

$$r_{AC} = r_{нAC} + q_{rAC/AB} (r_{AB} - r_{нAB}) = r_{нAC} + q_{kAC/AB} \frac{D_{AC}}{D_{AB}} (r_{AB} - r_{нAB}), \quad (1.96)$$

Формули (1.95, 1.96) складають основу способу “рефракційного базису”. Так, прийнявши припущення, що інтегральні температура, тиск і аномальний вертикальний градієнт температури однакові для різних напрямів з (1.93) отримаємо:

$$q_{k_{AC/AB}} \cong \frac{h_{e_{AB}}^b}{h_{e_{AC}}^b} . \quad (1.97)$$

На основі такого припущення Б. Т. Глустяком була запропонована формула для “рефракційного базису” [126]:

$$k_i = k_0 + \frac{\lg h_{e_{em.}}}{\lg h_{e_i}} (k_{\sigma_{аз}} - k_0) , \quad (1.98)$$

де k_i - коефіцієнти вертикальної рефракції i -го напрямку; $k_0 = k_{(T,P,\gamma=0)} = 17.18P/T^2$; $h_{e_{em.}}$ і h_{e_i} - еквівалентні висоти базисного та i -го напрямку, який визначається.

Б. М. Джуманом [126] запропонована така формула:

$$k_i = k_n + \frac{h_{e_{em.}}}{h_{e_i}} (k_{em.} - k_n) , \quad (1.99)$$

де $k_n = 0.16$.

Як бачимо із (1.99), точність прогнозування коефіцієнта вертикальної рефракції по i -му напрямку залежить від точності визначення коефіцієнта на базисі і кутовій віддаленості від базисного напрямку. Для підвищення точності прогнозу рефракції, рефракційні базиси бажано будувати на низьких ліній спостереження, де еквівалентні висоти значно менші від напрямів, які визначаються.

До геодезичних способів відносять і способи визначення вертикальної рефракції із двосторонніх спостережень та із аналітичних побудов геодезичних мереж, які будуть розглянуті нижче.

Одним із перспективних способів визначення вертикальної рефракції признаний спосіб оснований на законах статистичної фізики атмосфери, які описують турбулентні процеси та дають можливість розраховувати інтегральні

показники заломлення за флуктуаційними величинами в турбулентній атмосфері. Розглянемо можливості використання коливань зображень для визначення вертикальної рефракції.

1.4.4. Визначення вертикальної рефракції за коливаннями зображень

Вертикальний розподіл температури в приземному шарі атмосфери на основі теорії подібності представляють у формулою:

$$T_h - T_{h_1} = T_* [\varphi_{\Theta}(\xi) - \varphi_{\Theta}(\xi_1)] , \quad (1.100)$$

де $\varphi_{\Theta}(\xi)$ - універсальна функція змінної ξ - параметр статичної стійкості (1.109).

Функції встановлені на основі аналізу багато чисельних градієнтних вимірів, які виконані в різних умовах в багатьох місцях земної кулі [41, 31]. На основі цих даних у роботах [41, 31] отримані такі значення універсальних функцій для відповідних стратифікацій атмосфери ($\xi > 0$ - стійкої; $0 \geq \xi \geq -0.16$ - байдужої; $\xi < -0.16$ - нестійкої)

$$\varphi_{\Theta}(\xi) = \varphi_c(\zeta) = \begin{cases} \ln \xi + 9.9\xi & \xi > 0 \\ \ln|\xi| + 1.45\xi & 0 \geq \xi \geq -0.16 \\ 0,24 + 1,25\xi^{-1/3} & \xi < -0.16 \end{cases} . \quad (1.114)$$

Відомо, що вертикальний градієнт температури в приземному шарі атмосфери можна виразити через масштаб температури і універсальні функції

$$\frac{dT}{dh} = \frac{T_* \varphi_{\Theta}(\xi)}{h} . \quad (1.115)$$

Розрахувати турбулентний потік тепла Q_0 сформований на поверхні землі, масштаб температури T_* та швидкість тертя u_* (масштаб швидкості) можна за методикою запропонованою у [55] використавши вимірювання температури T і швидкості вітру c на двох і більше висотах h_1 і h_2 за умови $h_2 = nh_1$, де n - любе ціле число більше від 1.

Позначивши різниці виміряних метеоелементів записують:

$$\Delta c = c_2 - c_1 , \quad (1.116)$$

$$\Delta T = T_2 - T_1 , \quad (1.117)$$

тоді для висоти h_2 :

$$u_* = \frac{\chi \cdot \Delta c}{\varphi_c(\xi_2) - \varphi_c(\xi_1)} ; \quad (1.118)$$

$$T_* = \frac{\Delta T}{\varphi_\Theta(\xi_2) - \varphi_\Theta(\xi_1)} . \quad (1.119)$$

Відповідно:

$$\frac{1}{\xi} = \frac{L_*}{h_1} = \frac{(\Delta c)^2}{\beta h_1 \Delta T} \frac{\varphi_\Theta(\xi_2) - \varphi_\Theta(\xi_1)}{[\varphi_c(\xi_2) - \varphi_c(\xi_1)]} ; \quad (1.120)$$

$$Q_0 = -\chi^2 c_p \rho_0 \frac{\Delta c \Delta T}{[\varphi_c(\xi_2) - \varphi_c(\xi_1)][\varphi_\Theta(\xi_2) - \varphi_\Theta(\xi_1)]} . \quad (1.121)$$

Множники, які входять у функції $\varphi_c(\xi)$ і $\varphi_\Theta(\xi)$ залежать, згідно (1.114, 1.109), від $n = h_2/h_1$ та відношення L_*/h_1 .

Під час опису високочастотних коливань температури створених турбулентними рухами повітря застосовують апарат структурних функцій [14]. Структурні функції забезпечують більш високу стабільність статистичних даних, ніж від відповідні їм кореляційні функції.

Відхилення потенціальної температури від її середнього значення описують структурною функцією температури C_T^2 [58]. Структурна функція температури C_T^2 описує випадкові флуктуації температури, яка підкоряється закону 2/3 Моніна – Обухова:

$$C_T^2 = 2.8 \cdot \alpha^2(Ri) \cdot (\chi h)^{4/3} \left(\frac{dT}{dh} + \gamma_a \right)^2 , \quad (1.122)$$

де γ_a - адіабатичний градієнт температури ($\gamma_a = 0.0098^\circ\text{C}/\text{м}$); $\alpha^2(Ri)$ - універсальна функція числа Річардсона (Ri) [130, 118].

Число Річардсона характеризує стратифікацію атмосфери і визначається із залежності:

$$Ri = \frac{g}{T} \frac{\left(\frac{dT}{dh} + \gamma_a \right)}{\left(\frac{dc}{dh} \right)^2} . \quad (1.123)$$

Таблиця 1.1

Залежність функції $\alpha^2(Ri)$ від числа Річардсона Ri

Стратифікація атмосфери												
	Нестійка				Байдужа					Стійка		
Ri	-0.4	-0.3	-0.2	-0.1	-0.05	-0.025	0	0.025	0.05	0.1	0.2	0.3
$\alpha^2(Ri)$	2.26	2.23	2.20	2.16	2.00	1.85	1.65	1.45	1.24	0.92	0.56	0.48
$\alpha(Ri)$	1.50	1.49	1.48	1.47	1.41	1.36	1.28	1.20	1.11	0.96	0.75	0.69

За нестійкої стратифікації атмосфери величина $\alpha^2(Ri)$ мало змінюється із зміною числа Річардсона і для практичних розрахунків може бути прийнята величина $\alpha^2(Ri)_{нест} = 2.21 \text{град}/\text{см}^{-2/3}$. Значення структурної характеристики температури для байдужої стратифікації має великий розмах від 2.0 до 1.24, що складає 5% від середнього значення $\alpha^2(Ri)_{байд} = 1.64 \text{град}/\text{см}^{-2/3}$, а для стійкої стратифікації середнє значення дорівнює $\alpha^2(Ri)_{стій} = 0.65 \text{град}/\text{см}^{-2/3}$.

Структурну характеристику температури (1.122) для різних типів стратифікації атмосфери можна представимо відповідними функціями [97]

$$C_{T(нестійка)}^2 = 4.77(h)^{4/3} \left(\frac{dT}{dh} + \gamma_a \right)^2 , \quad (1.124)$$

$$C_{T(байдужа)}^2 = 3.53(h)^{4/3} \left(\frac{dT}{dh} + \gamma_a \right)^2 , \quad (1.125)$$

$$C_{T(стійка)}^2 = 1.41(h)^{4/3} \left(\frac{dT}{dh} + \gamma_a \right)^2 . \quad (1.126)$$

На основі розглянутих питань фізики атмосфери та отриманих функціональних залежностей метеорологічних величин в приземному прошарку атмосфери дослідимо їх вплив на величину вертикальної рефракції.

Випадкові варіації показника заломлення атмосфери вздовж траси розповсюдження оптичної хвилі викликають просторові і часові флуктуації інтенсивності, фази, кута приходу і частоти випромінювання. Вимірні флуктуаційні параметри оптичного випромінювання, яке пройшло атмосферу, несе в собі інформацію про її будову по лінії спостереження. Флуктуації показника заломлення виникають в основному через малі флуктуації температури завдяки турбулентності атмосфери. Відповідно закону 2/3 Моніна Обухова структурну характеристику показника заломлення C_n^2 записують [118, 41]:

$$C_n^2 = \left(79 \frac{P}{T^2} \cdot 10^{-6} \right)^2 C_T^2, \quad (1.168)$$

де C_T^2 - визначають за (1.122).

Підставивши значення постійних (1.124-1.126) отримаємо значення структурної характеристики показника заломлення для різних стратифікацій атмосфери [97]:

$$C_{n(\text{нестійка})}^2 = (h)^{4/3} \left(172.5 \frac{P}{T^2} \cdot 10^{-6} \right)^2 \left(\frac{dT}{dh} + \gamma_a \right)^2, \quad (1.169)$$

$$C_{n(\text{байдужа})}^2 = (h)^{4/3} \left(148.4 \frac{P}{T^2} \cdot 10^{-6} \right)^2 \left(\frac{dT}{dh} + \gamma_a \right)^2, \quad (1.170)$$

$$C_{n(\text{стійка})}^2 = (h)^{4/3} \left(93.8 \frac{P}{T^2} \cdot 10^{-6} \right)^2 \left(\frac{dT}{dh} + \gamma_a \right)^2. \quad (1.171)$$

Флуктуації показника заломлення найперше викликають випадкові флуктуації фази оптичної хвилі, які у свою чергу, призводять до флуктуацій кута приходу σ_α . Флуктуації кутів приходу викликають коливання візорних цілей. Залежність флуктуацій кутів приходу від структурної характеристики показника заломлення описується формулою [118]:

$$\sigma_\alpha^2 = 1.42 C_n^2 D d_o^{-1/3}, \quad (1.172)$$

де d_o - світловий діаметр об'єктива, для геодезичних приладів $d_o \approx 5$ см.

З врахуванням діаметра об'єктива:

$$\sigma_{\alpha}^2 = 3.85 C_n^2 D \quad . \quad (1.173)$$

Представимо залежності флуктуацій кутів приходу від метеоелементів для різних стратифікацій атмосфери [97]

$$\sigma_{\alpha(\text{нестійка})}^2 = (h)^{4/3} D \left(338.5 \frac{P}{T^2} \cdot 10^{-6} \right)^2 \left(\frac{dT}{dh} + \gamma_a \right)^2, \quad (1.174)$$

$$\sigma_{\alpha(\text{байдуужа})}^2 = (h)^{4/3} D \left(291.2 \frac{P}{T^2} \cdot 10^{-6} \right)^2 \left(\frac{dT}{dh} + \gamma_a \right)^2, \quad (1.175)$$

$$\sigma_{\alpha(\text{стійка})}^2 = (h)^{4/3} D \left(184.0 \frac{P}{T^2} \cdot 10^{-6} \right)^2 \left(\frac{dT}{dh} + \gamma_a \right)^2. \quad (1.176)$$

Знайдемо флуктуації кутів приходу, виразивши їх у секундах

$$\sigma_{\alpha(\text{нестійка})}'' = 69.87 h^{2/3} D^{1/2} \frac{P}{T^2} \left(\frac{dT}{dh} + \gamma_a \right), \quad (1.177)$$

$$\sigma_{\alpha(\text{байдуужа})}'' = 60.06 h^{2/3} D^{1/2} \frac{P}{T^2} \left(\frac{dT}{dh} + \gamma_a \right), \quad (1.178)$$

$$\sigma_{\alpha(\text{стійка})}'' = 37.95 h^{2/3} D^{1/2} \frac{P}{T^2} \left(\frac{dT}{dh} + \gamma_a \right). \quad (1.179)$$

Визначимо аномальний градієнт температури по вимірним флуктуаціям кута приходу

$$\left(\frac{dT}{dh} + \gamma_a \right)_{(\text{нестійка})} = 0.0143 \frac{\sigma_{\alpha}'' T^2}{P h^{2/3} D^{1/2}}, \quad (1.180)$$

$$\left(\frac{dT}{dh} + \gamma_a \right)_{(\text{байдуужа})} = 0.0166 \frac{\sigma_{\alpha}'' T^2}{P h^{2/3} D^{1/2}}, \quad (1.181)$$

$$\left(\frac{dT}{dh} + \gamma_a \right)_{(\text{стійка})} = 0.0264 \frac{\sigma_{\alpha}'' T^2}{P h^{2/3} D^{1/2}}. \quad (1.182)$$

Проведемо інтегрування виразів вздовж по променю і отримаємо:

$$\frac{c}{h_e \text{ (нестійка)}} = 0.0143 \frac{\sigma_\alpha'' T^2}{Ph_e^{2/3} D^{1/2}}, \quad (1.183)$$

$$\frac{c}{h_e \text{ (байдужа)}} = 0.0166 \frac{\sigma_\alpha'' T^2}{Ph_e^{2/3} D^{1/2}}, \quad (1.184)$$

$$\frac{c}{h_e \text{ (стійка)}} = 0.0264 \frac{\sigma_\alpha'' T^2}{Ph_e^{2/3} D^{1/2}}. \quad (1.185)$$

Підставимо отримані залежності у значення аномального кута рефракції (1.151) і отримаємо залежності визначення кута вертикальної рефракції (1.145) за коливаннями зображень [97]:

$$r''_{\text{(нестійка)}} = r_n'' - 0.116 D^{1/2} h_e^{-2/3} \sigma_\alpha'', \quad (1.186)$$

$$r''_{\text{(байдужа)}} = r_n'' \mp 0.135 D^{1/2} h_e^{-2/3} \sigma_\alpha'', \quad (1.187)$$

$$r''_{\text{(стійка)}} = r_n'' + 0.215 D^{1/2} h_e^{-2/3} \sigma_\alpha''. \quad (1.188)$$

Відповідно коефіцієнти рефракції в залежності від коливань зображень для відповідних стратифікацій представимо так:

$$k_{\text{(нестійка)}} = k_n - 7.17 D^{-1/2} h_e^{-2/3} \sigma_\alpha'', \quad (1.189)$$

$$k_{\text{(байдужа)}} = k_n \mp 8.35 D^{-1/2} h_e^{-2/3} \sigma_\alpha'', \quad (1.190)$$

$$k_{\text{(стійка)}} = k_n + 13.3 D^{-1/2} h_e^{-2/3} \sigma_\alpha''. \quad (1.191)$$

Для візуальних спостережень коливань Б. М. Джуманом запропонований спосіб визначення вертикальної рефракції по спостереженнях максимальної амплітуди A_m'' вертикальних коливань зображень і теоретично виведена залежність [22]:

$$r''_{\text{(нестійка)}} = r_n'' - 0.05 D^{1/2} h_e^{-2/3} A_m'', \quad (1.192)$$

але за виконаними експериментальними спостереженнями представлена емпірична залежність [22]:

$$r''_{\text{(нестійка)}} = r_n'' - 0.05 D^{1/2} h_e^{-1/2} A_m''. \quad (1.193)$$

У багатьох випадках спостережень справедлива емпірична залежність максимальної амплітуди коливань A_m'' від аномальної рефракції запропонована Б. М. Джуманом [20, 21] і далі найшла розвиток у вигляді теорії максимальних амплітуд коливань в роботах А. Л. Островського і О. І. Мороза [61]:

$$r''_{(несітка)} = r_n'' - 0.5 \cdot A_m'' . \quad (1.194)$$

Залежність амплітуди від середньо квадратичних коливань описується функцією:

$$A_m'' = 3\sigma_\alpha'' , \quad (1.195)$$

Підставимо (1.195) у (1.186) і отримаємо [97]:

$$r''_{(несітка)} = r_n'' - 0.04 D^{1/2} h_e^{-2/3} A_m'' . \quad (1.196)$$

Формули (1.196) і (1.193) практично однакові і відрізняються тільки коефіцієнтом. Коефіцієнти багато у чому залежать від методів фіксації коливань та величини функції $\alpha^2(Ri)$.

Використовуючи зв'язок між коливаннями зображень і коефіцієнтами вертикальної рефракції (1.189-1.191), коефіцієнт рефракційного співвідношення можна представити залежністю [85]:

$$q_{k_{AC/AB}} = \frac{k_{an\ AC}}{k_{an\ AB}} = \frac{\sigma_{\alpha AC}''}{\sigma_{\alpha AB}''} \frac{D_{AB}^{1/2} h_{e AB}^{2/3}}{D_{AC}^{1/2} h_{e AC}^{2/3}} \approx \frac{\sigma_{\alpha AC}''}{\sigma_{\alpha AB}''} . \quad (1.197)$$

Цей коефіцієнт можна застосувати для способу рефракційного базису і використати в якості коливань зображень середньо квадратичні похибки вимірювання зенітних відстаней.

Точність визначення коефіцієнта вертикальної рефракції за коливаннями зображень залежить від точності вимірювання самих флуктуацій і від віддалі. Так на основі (1.189) напишемо:

$$m_{k_{\sigma(несітка)}} = 7.17 D^{-1/2} h_e^{-2/3} m_\sigma . \quad (1.198)$$

Флуктуації кутів приходу зображення у вертикальній площині можна представити коливаннями зенітних відстаней $\sigma = m_z$. Величину m_σ можна розрахувати за відомою формулою:

$$m_{\sigma} = \sigma / \sqrt{2(n-1)} = m_z / \sqrt{2(n-1)} , \quad (1.199)$$

де n - кількість прийомів спостереження.

В загальному, для розрахунку точності визначення коефіцієнта вертикальної рефракції за флуктуаціями зенітних відстаней представимо формулою:

$$m_{k\sigma} = \frac{5m_z}{\sqrt{Dh_e(n-1)}} . \quad (1.200)$$

Розрахунки с.к.п. визначення коефіцієнта вертикальної рефракції за коливаннями зображень дорівнюють $m_{k\sigma} = 0.05$ (для віддалі $D = 1000\text{м}$, величини коливань $\sigma = 2''$ та $n = 6$ прийомів). Гранична похибка визначення коефіцієнта рефракції дорівнює величині *гран.* $m_k = 3m_{k\sigma} = 0.15$. Точність визначення коефіцієнта можна підвищити збільшенням кількості прийомів спостереження та виконання спостережень у періоди слабких коливань зображень.

Одним із пріоритетних напрямків оперативного визначення рефракції є створення польового портативного рефрактометра. В основу покладено дисперсійний спосіб визначення рефракції. Цей метод оснований на залежності показника заломлення від довжини хвилі випромінювання. На цій залежності були і створені прилади, які дістали назву рефрактометри [105]. Використання оптичних променів різної довжини хвилі по лінії спостереження дає можливість визначити різницю кутів заломлення і по функціональній залежності обчислювати кут рефракції для білого світла.

Рефрактометри до сьогоднішнього часу знаходяться у стадії розробки та залишаються лабораторними приладами через сильний вплив атмосферної турбулентності на результати вимірювань [17, 146, 157].

Висновки до першого розділу:

1. Проведений аналіз методики і точності тригонометричного нівелювання. Обґрунтовано, що основним і вагомим чинником у підвищенні точності одностороннього тригонометричного нівелювання є точність урахування атмосферних впливів на результати вимірювань вертикальних кутів у реальному часі.

2. Розраховані необхідні точності вимірювання лінійних, кутових та метеорологічних величин для підвищення точності визначення перевищень.

3. Розрахована гранична точність визначення перевищення із одностороннього тригонометричного нівелювання на віддалі 1 км за умови визначення коефіцієнта вертикальної рефракції з точністю $m_k = 0.1$, яка склала *гран.* $\Delta h_{1\text{км}} = 30\text{мм}$.

4. Розрахована точність метеорологічного способу визначення коефіцієнта вертикальної рефракції k : $m_{k\text{ метео.}} \approx \frac{6}{h_e} m_c \approx 0.1 \div 0.3$. Вказано, що вона, в основному залежить від точності визначення інтегрального градієнта температури повітря вздовж лінії спостереження.

5. Точність визначення коефіцієнта вертикальної рефракції k геодезичним методом по еталонному напрямку представлена нами залежністю від точності вимірювання перевищення: $m_{k\text{ геодез.}} = \frac{18}{L_{\text{км}}^2} m_h^{\text{вум.}} \approx 0.1 \div 0.2$.

6. Розрахована точність визначення коефіцієнта вертикальної рефракції за флуктуаціями зенітних відстаней: $m_{k\sigma} = \frac{5m_z}{\sqrt{D h_e (n-1)}} \approx 0.05 \div 0.15$, яка залежить від довжини лінії, еквівалентної висоти спостереження та самої величини коливань.

7. Підтверджено, що для підвищення точності кутових вимірювань їх слід виконувати за сприятливих атмосферних умов із слабо вираженою

турбулентністю, а також, за можливості, вибирати лінії спостереження з більшою висотою променя візування.

8. На основі теорії турбулентності та статистичної фізики атмосфери уточнені функціональні зв'язки вертикальної рефракції з коливаннями зображень для різних стратифікацій атмосфери.

РОЗДІЛ 2

РОЗРАХУНОК І ОБҐРУНТУВАННЯ ПІДВИЩЕННЯ ТОЧНОСТІ СПОСОБІВ ТРИГОНОМЕТРИЧНОГО НІВЕЛЮВАННЯ

Окрім одностороннього тригонометричного нівелювання розглядають такі його комбінації: двостороннє, дистанційне нівелювання між точками (визначення перевищення між двома точками по спостереженням із третьої або із “середини”) та спосіб через допоміжну точку [4]. Розглянемо більш детально ці способи тригонометричного нівелювання.

2.1. Двостороннє тригонометричне нівелювання

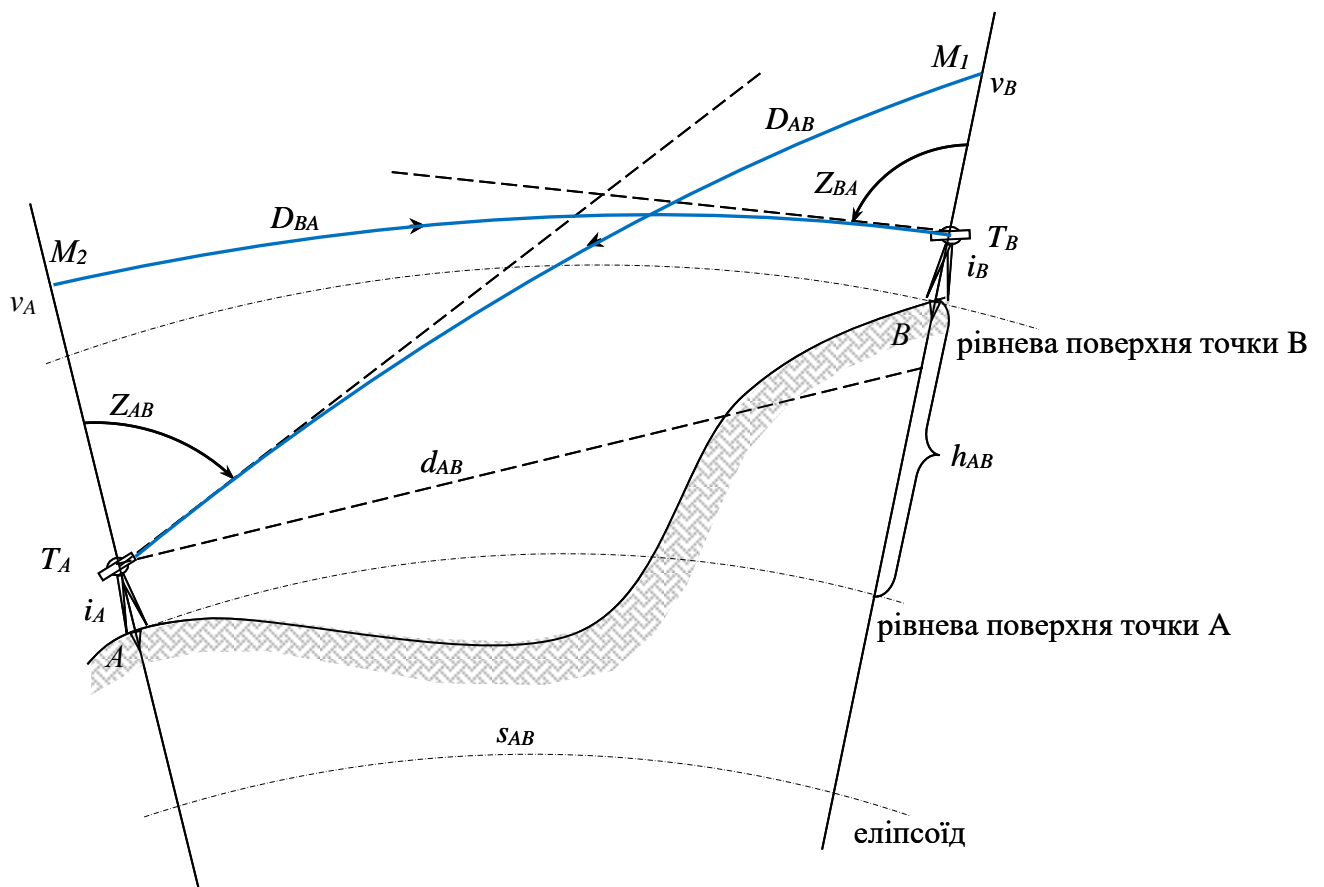


Рис. 2.1 Двостороннє тригонометричне нівелювання

Як відомо, двостороннім тригонометричним нівелюванням називають визначення різниць висот пунктів земної поверхні тоді за допомогою виконання взаємозворотних вимірювань вертикальних кутів і вимірювання або визначення

віддалі між пунктами спостереження. Вимірювання виконують із кінців спостережуваної лінії. Розрізняють двосторонні спостереження одночасні і не одночасні.

Перевищення між пунктами спостереження із двостороннього нівелювання (рис. 2.1), за вимірними зенітними віддальми Z_{AB} і Z_{BA} , можна обчислити використовуючи горизонтальні проєкції ліній S_{AB} , що визначають за допомогою планових координат пунктів, за формулою [34]:

$$h_{AB} = s_{AB} \cdot \operatorname{tg} \frac{Z_{BA} - Z_{AB}}{2} + \frac{i_A + v_B}{2} - \frac{i_B + v_A}{2} + \Delta H_{AB}^{cep.} + \Delta k_{AB}^{cep.} + \Delta u_{AB}^{cep.} + \Delta E, \quad (2.1)$$

де $\Delta H_{AB}^{cep.}$ - поправка за середню висоту точок A і B :

$$\Delta H_{AB}^{cep.} = \frac{H_m + N_m}{R} s_{AB} \cdot \operatorname{tg} \frac{Z_{BA} - Z_{AB}}{2};$$

$\Delta k_{AB}^{cep.}$ - поправка за вертикальну рефракцію обчислена за різницею коефіцієнтів вертикальних рефракцій визначених з пункту A по лінії AB - k_{AB} і з пункту B по лінії BA - k_{BA} :

$$\Delta k_{AB}^{cep.} = \frac{(k_{BA} - k_{AB}) s_{AB}^2}{4R \sin^2 Z_{AB}};$$

$\Delta u_{AB}^{cep.}$ - поправка за відхилення прямовисних ліній:

$$\Delta u_{AB}^{cep.} = \left(\frac{u_{AB} + u_{BA}}{2} - u_m \right) \frac{s_{AB}}{\rho'' \sin^2 Z_{AB}}.$$

Високоточне вимірювання нахилених віддалей і вертикальних кутів обумовило застосування сучасних електронних тахеометрів в тригонометричному нівелюванні. Тому, для визначення перевищень відпала необхідність переходу до горизонтальних проєкцій на еліпсоїді. Використаємо формулу одностороннього тригонометричного нівелювання з використанням вимірювання нахиленої віддалі (1.18) для виведення формул двостороннього нівелювання. Напишемо систему рівнянь визначення перевищення з кінців лінії AB :

$$\left. \begin{aligned} h_{AB} &= D_{AB} \cos Z_{AB} + (1 - k_{AB}) \frac{D_{AB}^2 \sin^2 Z_{AB}}{2R} + u_{AB}'' \frac{D_{AB} \sin Z_{AB}}{\rho''} + i_A - v_B \\ h_{BA} &= D_{BA} \cos Z_{BA} + (1 - k_{BA}) \frac{D_{BA}^2 \sin^2 Z_{BA}}{2R} + u_{BA}'' \frac{D_{BA} \sin Z_{BA}}{\rho''} + i_B - v_A \end{aligned} \right\} \cdot \quad (2.2)$$

Із різниці рівнянь системи (2.2) знаходять середнє перевищення із двостороннього нівелювання:

$$\begin{aligned} h_{AB}^{\text{дв.ст. нів.}} &= \frac{h_{AB} - h_{BA}}{2} = \frac{D_{AB} \cos Z_{AB} - D_{BA} \cos Z_{BA}}{2} + \frac{(i_A - v_B) - (i_B - v_A)}{2} + \\ &+ \frac{(1 - k_{AB}) D_{AB}^2 \sin^2 Z_{AB} - (1 - k_{BA}) D_{BA}^2 \sin^2 Z_{BA}}{4R} + \frac{u_{AB}'' D_{AB} \sin Z_{AB} - u_{BA}'' D_{BA} \sin Z_{BA}}{2\rho''} \cdot \quad (2.3) \end{aligned}$$

Спростимо вираз (2.3) за умови виконання спостережень на однакових висотах (труба в трубу), однакових нахилених віддальх і т.д. Практично досягнути таких спрощень не завжди вдається. Найбільш точні двосторонні спостереження виконують одночасно з двох сторін двома приладами. За умови відсутності другого приладу, проводять неодночасні спостереження з використанням примусового центрування, шляхом зміни положення тахеометра і відбивача не змінюючи положення підставок на пунктах. Висоти тахеометра і відбивачів не завжди співпадають, тому їх необхідно вимірювати та вводити визначені коригувальні поправки.

Під час спостережень, визначити наперед вимірювань та ввести в тахеометр точне значення коефіцієнта вертикальної рефракції практично неможливо.

Враховуючи вище сказане, для спрощення виразів, прийемо, що виконані вимірювання електронним тахеометром нахилених віддалей та зенітних відстаней за якими обчислені перевищення $h_{AB}^{\text{елм.}}$ (1.25), тоді (2.3) перепишемо:

$$\left. \begin{aligned} h_{AB} &= h_{AB}^{\text{елм.}} - k_{AB} \frac{D_{AB}^2 \sin^2 Z_{AB}}{2R} + u_{AB}'' \frac{D_{AB} \sin Z_{AB}}{\rho''} \\ h_{BA} &= h_{BA}^{\text{елм.}} - k_{BA} \frac{D_{BA}^2 \sin^2 Z_{BA}}{2R} + u_{BA}'' \frac{D_{BA} \sin Z_{BA}}{\rho''} \end{aligned} \right\} \cdot \quad (2.4)$$

За умови спостережень з взаємно протилежних точок (незмінності підставок), приймемо деякі спрощення $\overline{D} = \frac{D_{AB} + D_{BA}}{2}$ та $Z_{BA} \approx 180^\circ - Z_{AB}$ відповідно $\overline{\sin Z} = \frac{\sin Z_{BA} + \sin Z_{AB}}{2}$. Тоді, перевищення із двостороннього тригонометричного нівелювання визначають, як середнє значення із односторонніх спостережень із урахування знаку перевищень. Враховуючи, що $h_{AB} = -h_{BA}$ прирівняємо рівняння у системі (2.4):

$$h_{AB}^{дв.тр.нів.} \cong \frac{h_{AB}^{гум.} - h_{BA}^{гум.}}{2} - \frac{(k_{AB} - k_{BA})\overline{D}^2 \cdot \overline{\sin^2 Z}}{4R} + \frac{(u_{AB}'' - u_{BA}'')\overline{D} \cdot \overline{\sin Z}}{2\rho''}. \quad (2.5)$$

Аналіз формули (2.5) показує, що поправка за вертикальну рефракцію у середнє перевищення з двосторонніх спостережень завдяки різниці коефіцієнтів рефракцій частково компенсована, а за умови їх рівності (одночасні спостереження на однаковім профілі підстильної поверхні), може бути вилучена повністю.

Враховуючи знаки прямого та зворотного перевищень напишемо їхню суму, яка за умови безпомилкових вимірювань дорівнює нулю:

$$h_{AB} + h_{BA} = 0 = h_{AB}^{гум.} + h_{BA}^{гум.} - \frac{(k_{AB} + k_{BA})\overline{D}^2 \cdot \overline{\sin^2 Z}}{2R} + \frac{(u_{AB}'' + u_{BA}'')\overline{D} \cdot \overline{\sin Z}}{\rho''}. \quad (2.6)$$

Для коротких трас можемо прийняти $u_{BA}'' = -u_{AB}''$, то (2.6), тому напишемо:

$$h_{AB}^{гум.} + h_{BA}^{гум.} - \frac{(k_{AB} + k_{BA})\overline{D}^2 \cdot \overline{\sin^2 Z}}{2R} = 0. \quad (2.7)$$

У різницю перевищень (2.7) увійдуть поправки, в основному, за вертикальну рефракцію. Перепишемо рівняння (2.7) так:

$$h_{AB}^{гум.} + h_{BA}^{гум.} = \frac{(k_{AB} + k_{BA})\overline{D}^2 \cdot \overline{\sin^2 Z}}{2R}. \quad (2.8)$$

Формулу (2.8) використовують для визначення середнього інтегрального коефіцієнта вертикальної рефракції \overline{k}_{AB} на період спостереження:

$$\bar{k}_{AB} = \frac{k_{AB} + k_{BA}}{2} = \frac{(h_{AB}^{вум.} + h_{BA}^{вум.})R}{D^2 \cdot \sin^2 Z}. \quad (2.9)$$

Під час виконання двосторонніх спостережень є необхідність виконувати метеорологічні вимірювання хоча би на пунктах установлення тахеометрів. Такі виміри потрібні для розрахунку поправок у виміряні довжини ліній, визначення величин нормальної рефракції та встановлення типу стратифікації атмосфери. Як правило, на пунктах вимірюють атмосферний тиск, температуру (вертикальні градієнти температури) та вологість атмосферного повітря, швидкість та напрям вітру у безпосередній близькості від місця установлення приладу. У польових умовах немає можливості детально розраховувати коефіцієнти вертикальної рефракції та і неможливо передбачити зміну параметрів атмосфери в процесі вимірювань. Тому, для високоточних вимірювань використовують запис всіх необхідних величин спостережень з подальшим їх опрацюванням. Для цього, в процесі вимірювань вводять нульові метеорологічні поправки, а виконавши вимірювання розраховують їх окремо за відповідними формулами.

Основна перевага двосторонніх спостережень зенітних віддалей полягає у тому, що вони дають можливість визначити середнє перевищення, яке частково виправлене за вертикальну рефракцію, тому що у залежність (2.5) входить різниця коефіцієнтів вертикальної рефракції з прямого і зворотного напрямів, яка ще зменшена у двічі. Тому одночасні спостереження на пунктах з однаковою підстильною поверхнею, та з приблизно однаковими взаємними профілями місцевості, за сприятливих погодних умов можуть вилучати вплив вертикальної рефракції у визначене середнє перевищення.

Геометричний зміст сумарного кута вертикальної рефракції $\sum r$ показано на (рис. 2.2 -2.4).

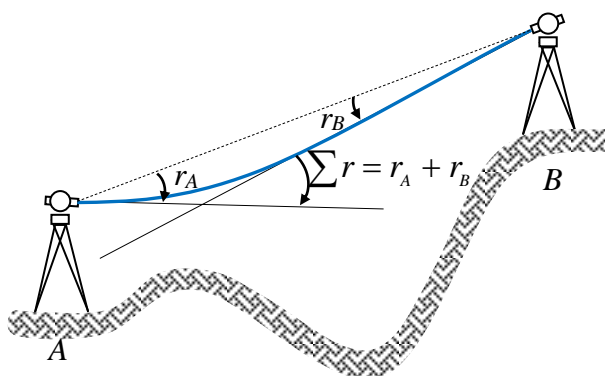


Рис. 2.2. Сумарний кут вертикальної рефракції $\sum r$ зі знаком мінус за встановленої нестійкої стратифікації атмосфери

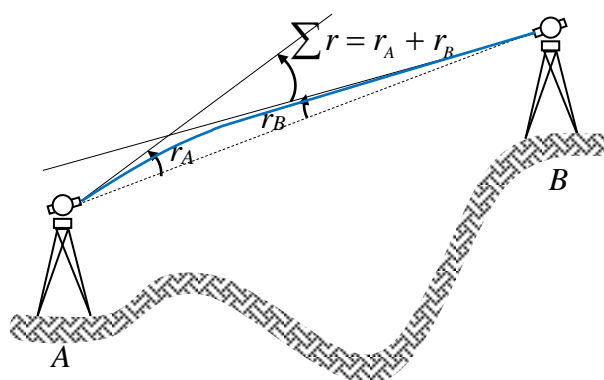


Рис. 2.3 Сумарний кут вертикальної рефракції $\sum r$ зі знаком плюс за стійкої стратифікації (інверсія) атмосфери

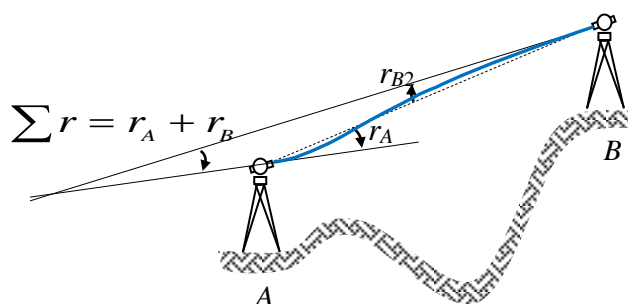


Рис. 2.4 Сумарний кут вертикальної рефракції $\sum r$ за різних стратифікацій атмосфери на пунктах спостереження

Визначивши середнє інтегральне значення коефіцієнта вертикальної рефракції (2.9) можна обчислити і часткові, використавши для цього коефіцієнт рефракційного співвідношення $q = \frac{k_{ан AB}}{k_{ан BA}}$ (1.161) [84]:

$$k_{AB} = k_{н AB} + \frac{2q}{q+1} (\bar{k} - \bar{k}_н), \quad (2.10)$$

$$k_{BA} = k_{н BA} + \frac{2}{q+1} (\bar{k} - \bar{k}_н), \quad (2.11)$$

де $\bar{k}_н = \frac{k_{н AB} + k_{н BA}}{2}$ - середнє значення нормального коефіцієнта рефракції, а $k_{н AB}$ та $k_{н BA}$ - коефіцієнти нормальної вертикальної рефракції обчислюють за виміряними на пунктах спостереження значеннями атмосферного тиску P в мбар і температури атмосферного повітря $T = (273.15^\circ K + t^\circ C)$ в градусах Кельвіна (K°) за умови сухоадіабатичного градієнта температури в сухій атмосфері $\gamma_{адіаб.} = 0,0098^\circ K / м$ використовуючи залежність (1.78):

$$k_н = 12.27 \frac{P}{T^2}. \quad (2.12)$$

Знайдемо різницю часткових коефіцієнтів вертикальних рефракцій, для цього використаємо рівняння (2.10) і (2.11). Після нескладних перетворень отримано:

$$k_{AB} - k_{BA} = 2 \left(\frac{q-1}{q+1} \right) (\bar{k} - \bar{k}_н) + k_{н AB} - k_{н BA}. \quad (2.13)$$

Враховуючи (2.13, 2.9 і 2.12), залежність (2.5) для двостороннього тригонометричного нівелювання представлена нами формулою:

$$h_{AB}^{дв.мп.} = \frac{h_{AB}^{вум.} - h_{BA}^{вум.}}{2} - \left(\frac{q-1}{q+1} \right) \left(\frac{h_{AB}^{вум.} + h_{BA}^{вум.}}{2} - 6.14 \frac{\bar{P}}{T^2} \frac{\overline{D^2 \cdot \sin^2 Z}}{R} \right) + 3.07 \left(\frac{P_{AB}}{T_{AB}^2} - \frac{P_{BA}}{T_{BA}^2} \right) \frac{\overline{D^2 \cdot \sin^2 Z}}{R}. \quad (2.14)$$

Формула (2.14) наділена фізичним змістом. Перший член формули визначає середнє значення із виміряних перевищень. Два наступних члени формули це поправки в середнє значення за різницю аномальних і нормальних складових вертикальної рефракції відповідно.

Формулу (2.14) можна спростити, якщо в процесі вимірювання або опрацювання врахувати поправки за нормальну рефракцію (2.12). Для цього напишемо систему рівнянь обчислених перевищень:

$$\left. \begin{aligned} h_{AB}^{опр.} &= D_{AB} \cos Z_{AB} + \frac{D_{AB}^2 \sin^2 Z_{AB}}{2R} - k_{н AB} \frac{D_{AB}^2 \sin^2 Z_{AB}}{2R} + i_A - v_B \\ h_{BA}^{опр.} &= D_{BA} \cos Z_{BA} + \frac{D_{BA}^2 \sin^2 Z_{BA}}{2R} - k_{н BA} \frac{D_{BA}^2 \sin^2 Z_{BA}}{2R} + i_B - v_A \end{aligned} \right\} . \quad (2.15)$$

Тоді (2.14) із урахуванням (2.15) перепишемо так:

$$h_{AB}^{дв.мп.} = \frac{h_{AB}^{опр.} - h_{BA}^{опр.}}{2} - \left(\frac{q-1}{q+1} \right) \left(\frac{h_{AB}^{опр.} + h_{BA}^{опр.}}{2} \right) . \quad (2.16)$$

Перевищення $h_{AB}^{опр.}$ і $h_{BA}^{опр.}$ можна отримати безпосередньо з електронного тахеометра, для цього використовують функцію врахування вертикальної рефракції та вводять значення коефіцієнта нормальної вертикальної рефракції обчисленої за (2.12) або використовують графік (рис. 1.10). З невеликим наближенням можна прийняти стандартне значення нормального коефіцієнта вертикальної рефракції $k_{н AB} = k_{н BA} = 0.14 \div 0.15$.

Формула (2.16) вносить поправку в обчислені перевищення за аномальні складові вертикальної рефракції. Зручність застосування (2.16) полягає у виборі застосування того чи іншого обчисленого коефіцієнта рефракційного співвідношення (1.93, 1.97), (1.197):

$$q = \frac{k_{ан AB}}{k_{ан BA}} = \frac{c_{AB} / h_e^b}{c_{BA} / h_e^b} \approx \frac{m_{Z AB} / h_e^b}{m_{Z BA} / h_e^b} , \quad (2.17)$$

де $b = 2/3$ - для нестійкої стратифікації; $b = 1$ - для байдужої; $b = 4/3$ для стійкої стратифікації (інверсії) температур.

Для наближених обчислень коефіцієнта рефракційного співвідношення можна запропонувати спрощену формулу (2.17):

$$q \approx \frac{1/h_{eAB}^b}{1/h_{eBA}^b} \approx \frac{m_{ZAB}}{m_{ZBA}} . \quad (2.18)$$

Застосовуючи флуктуації зенітних відстаней для обчислення перевищення із двостороннього тригонометричного нівелювання (2.16) видно, що поправка за аномальну рефракцію прямо пропорційна до середньо квадратичних похибок вимірювання зенітних відстаней (2.17, 2.18). Це повністю відповідає теорії похибок вимірювань, а флуктуації m_{ZAB} і m_{ZBA} слугують ваговими коефіцієнтами в розподілі аномальної нев'язки.

Виконуючи сумісні синхронні вимірювання зенітної відстані, віддалі та градієнта температури на одному з пунктів спостереження, одночасність вимірів з двох пунктів можна порушити, оскільки виміряні перевищення будуть відповідати вимірним градієнтам по часу та увійдуть у сумарне перевищення із відповідним ваговим коефіцієнтом.

Застосовуючи флуктуації зенітних відстаней в (2.16), синхронізації вимірювань з двох пунктів також можна не дотримуватись, але виміри необхідно проводити за чітко встановленої однієї з стратифікацій атмосфери, або не стійкої, або стійкої. Це обумовлено тим, що флуктуації завжди додатні і не несуть інформації за стан стратифікації атмосфери.

Для можливості покращання застосування двостороннього тригонометричного нівелювання розглянемо основні чинники, які впливають на його точність.

2.2. Обґрунтування точності двостороннього тригонометричного нівелювання

За умови спостереження по одній і тій же лінії формул (2.3, 2.5) спростимо через те, що $u'' = u''_{AB} \approx -u''_{BA}$:

$$h_{AB}^{\text{дв.тр.нів.}} = \frac{\bar{D}(\cos Z_{AB} - \cos Z_{BA})}{2} - \frac{\bar{D}^2 \cdot \overline{\sin^2 Z}(k_{AB} - k_{BA})}{4R} + \frac{u'' \bar{D}_{AB} \cdot \overline{\sin Z}}{\rho''} + \frac{i_A - i_B}{2} - \frac{v_B - v_A}{2}. \quad (2.19)$$

Як видно з (2.19), відхилення прямовисної лінії u'' не вилучається із двостороннього нівелювання і входить постійною величиною, яку необхідно визначати іншими методами (наприклад гравіметричними). Вилучимо цей член рівняння, прийнявши, що $u'' = 0$. Тоді (2.19) напишемо так:

$$h_{AB}^{\text{дв.тр.нів.}} \approx \frac{\bar{D}}{2} \cos Z_{AB} - \frac{\bar{D}}{2} \cos Z_{BA} - \frac{(k_{AB} - k_{BA}) \bar{D}^2 \sin^2 Z_{AB}}{4R} + \frac{i_A - i_B}{2} - \frac{v_B - v_A}{2}. \quad (2.20)$$

Диференціюючи формулу (2.20) за змінними та враховуючи, що $\cos^2 Z_{AB} \approx \cos^2 Z_{BA}$ виконаємо заміну $\cos Z = \frac{|\cos Z_{AB}| + |\cos Z_{BA}|}{2}$. Нехтуючи похибками вимірювання висот приладів і відбивачів (для одностороннього тригонометричного нівелювання було показана можливість їх вилучення) перейдемо до с.к.п. визначення перевищення із двостороннього тригонометричного нівелювання:

$$m_{h_{\text{двостор}}}^2 = \left(\frac{\bar{D} \cos Z}{\sqrt{2}} \right)^2 m_D^2 + \left(\frac{\bar{D} \sin Z}{\sqrt{2} \rho''} \right)^2 m_Z^2 + \left(\frac{\bar{D}^2 \sin^2 Z}{4R} \right)^2 m_{(k_{AB} - k_{BA})}^2, \quad (2.21)$$

де $m_{(k_{AB} - k_{BA})}$ - с.к.п. визначення різниці коефіцієнтів вертикальної рефракції по відповідній лінії спостереження.

Порівнюючи точності двостороннього (2.21) і одностороннього (1.33) тригонометричного нівелювання, відмітимо, що очікувано точність визначення

перевищення у двосторонньому нівелюванні зростає, як мінімум у $\sqrt{2}$ раз, завдяки виконання подвійних вимірювань. Знехтувавши першим членом рівняння (2.21), за мале його значення на сьогоднішній час (за високу точність вимірювання довжин 1.2.1), перепишемо формулу (2.21) у вигляді [46]:

$$m_{h_{\text{дв.тр.нів.}}}^2 \cong \left(\frac{\bar{D} \sin Z}{\sqrt{2} \rho''} \right)^2 m_Z^2 + \left(\frac{\bar{D}^2 \sin^2 Z}{4R} \right)^2 m_{(k_{AB}-k_{BA})}^2, \quad (2.22)$$

а для горизонтальних трас $Z \cong 90^\circ$:

$$m_{h_{\text{дв.тр.нів.}}}^2 \cong \left(\frac{\bar{D}}{\sqrt{2} \rho''} \right)^2 m_Z^2 + \left(\frac{\bar{D}^2}{4R} \right)^2 m_{(k_{AB}-k_{BA})}^2. \quad (2.23)$$

Аналіз (2.22) і (2.23) вказує, що точність врахування вертикальної рефракції у двосторонньому тригонометричному нівелюванні, порівняно з одностороннім, зростає як мінімум у два рази через подвійні вимірювання та врахування не самих значень величин рефракцій, а різниці рефракцій прямого і зворотного вимірювань.

Аналіз численних експериментальних даних визначених коефіцієнтів вертикальних рефракцій на різних об'єктах [34] дозволяє констатувати, що різниці коефіцієнтів вертикальних рефракцій між спостережуваними напрямками у періоди встановленої нестійкої стратифікації (з 9^h до 17^h) на порядок менші за величини самих значень коефіцієнтів, і не перевищують $k_{AB} - k_{BA} \leq 0.1$. Тобто, не врахування різниці коефіцієнтів вертикальної рефракції із двосторонніх одночасних спостережень не перевищить $m_{(k_{AB}-k_{BA})} \leq 0.1$.

Зменшення похибки визначення $m_{(k_{AB}-k_{BA})}$ можна отримати обчисливши часткові значення рефракцій, використовуючи сумарний кут вертикальної рефракції визначений із двосторонніх спостережень та коефіцієнт рефракційного співвідношення.

На рис. 2.5 представлено графічну залежність точності двостороннього тригонометричного нівелювання від віддалі між пунктами спостереження.

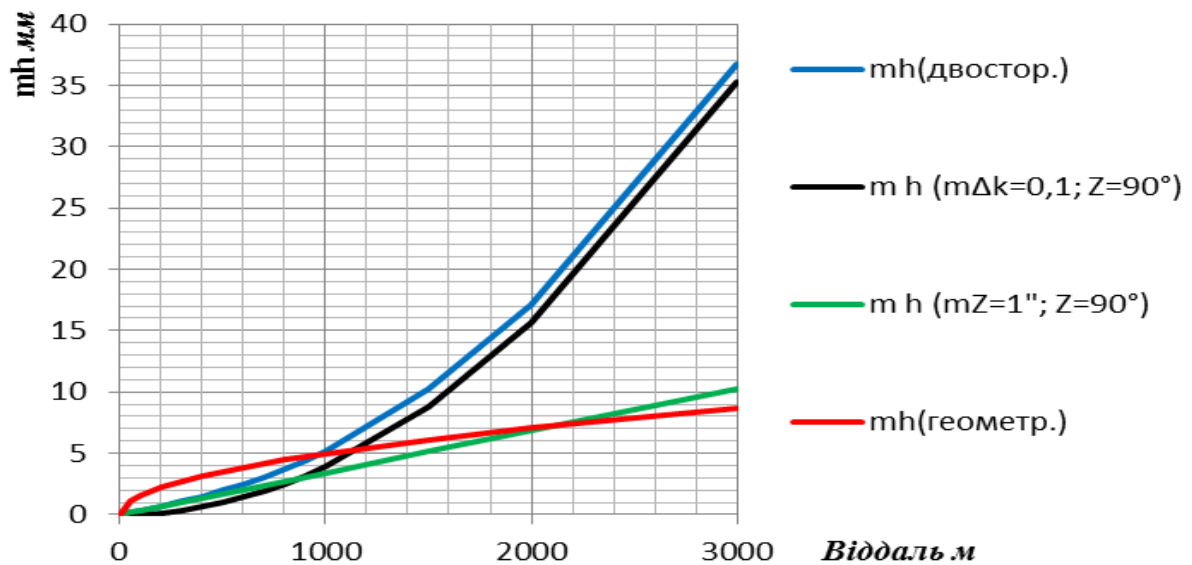


Рис. 2.5 С.к.п. визначення перевищення із двосторонніх спостережень у залежності від віддалі (до 3 км) та точності вимірювання зенітних відстаней $m_z = 1''$ і різниці коефіцієнтів вертикальної рефракції $m_{(k_{AB} - k_{BA})} = 0.1$

Аналіз графіків на рис. 2.5 показує зменшення точності двостороннього тригонометричного нівелювання за вплив точності визначення різниць вертикальних рефракцій із збільшенням віддалі між пунктами спостереження (квадратична залежність).

Детальніше розглянемо область графіків на віддалі до 1 км, коли складові точності визначення перевищень із двостороннього тригонометричного нівелювання за вплив вертикальної рефракції і виміру зенітних віддалей практично однакові (співрозмірні) (див. рис. 2.6). До 1 км точність двостороннього тригонометричного нівелювання в основному залежить від точності вимірювання зенітних відстаней.

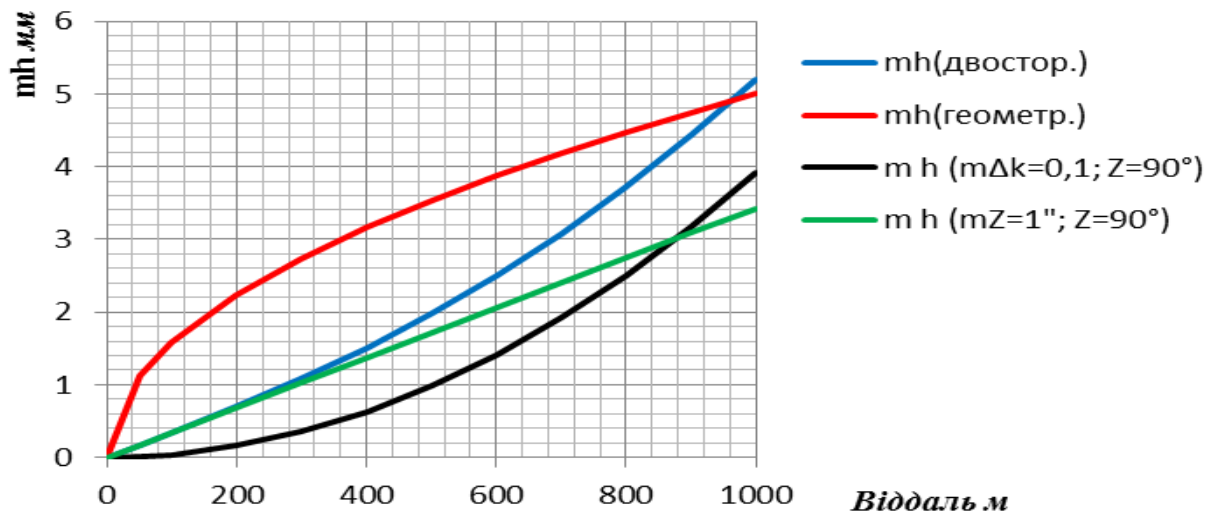


Рис. 2.6 Графічне представлення с.к.п. визначення перевищення із геометричного та двостороннього тригонометричного нівелювання в залежності від віддалі (до 1 км) та точності вимірювання зенітних відстаней $m_z = 1''$ і різниці коефіцієнтів вертикальної рефракції $m_{(k_{AB}-k_{BA})} = 0.1$

Проведений аналіз показує на можливість застосування двостороннього тригонометричного нівелювання на трасах до 1 км, де приладові похибки співрозмірні з похибками визначення вертикальної рефракції. Із збільшенням довжини спостережуваних ліній точність визначення вертикальної рефракції необхідно підвищувати (див. рис. 2.5).

Застосування властивостей різниць вертикальних рефракцій для зменшення впливу вертикальної рефракції на визначення перевищення використовується і в інших способах тригонометричного нівелювання. Розглянемо дистанційний спосіб визначення перевищення, який більш відомий, як спосіб нівелювання із середини і в основному застосовується в геометричному нівелюванні. Для дистанційного способу нівелювання не обов'язково виконувати вимірювання строго із середини, оскільки, довжини плечей вимірюються з високою точністю електронним тахеометром.

2.3. Дистанційний спосіб тригонометричного нівелювання між точками

Різницю висот точок на Земній поверхні можна визначити використовуючи результати спостережень зенітних віддалей або вертикальних кутів і ліній з третьої точки C .

Вимірявши декілька перевищень (рис. 2.7) по спостережуваним напрямкам (A і B) з однієї станції спостереження (C) можна посередньо визначити перевищення між точками спостереження (A і B).

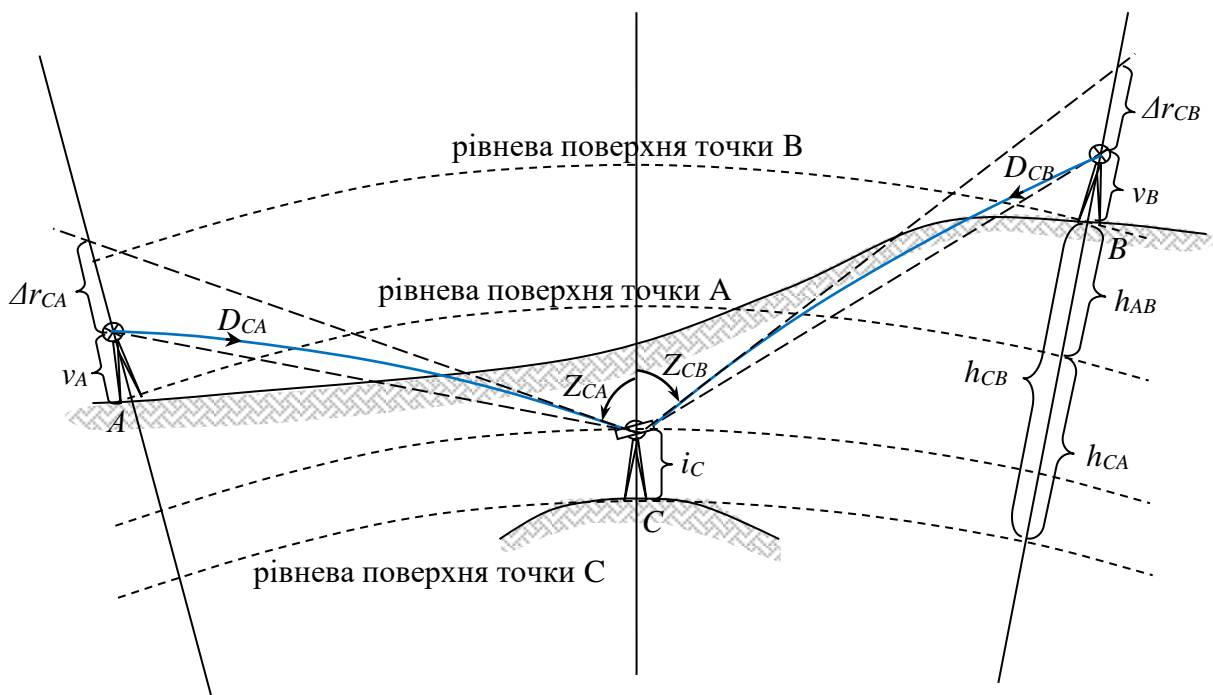


Рис. 2.7 Дистанційне тригонометричне нівелювання між точками

Напишемо систему рівнянь перевищень, визначених з точки (C):

$$\left. \begin{aligned} h_{CA} &= H_A^{\text{норм}} - H_C^{\text{норм}} \\ h_{CB} &= H_B^{\text{норм}} - H_C^{\text{норм}} \end{aligned} \right\} . \quad (2.24)$$

Перевищення між точками A і B визначають через різницю перевищень визначених із односторонніх спостережень із точки C (2.24), віднявши від другого рівняння перше отримаємо:

$$h_{AB}^{\text{дист.}} = H_B^{\text{норм}} - H_A^{\text{норм}} = h_{CB} - h_{CA} . \quad (2.25)$$

Перевищення можна знайти використавши горизонтальні прокладення ліній, які обчислюють за допомогою планових координат пунктів та вимірюють зенітні віддалі:

$$h_{AB}^{\text{дист.}} = s_{CB} \operatorname{ctg} Z_{CB} - s_{CA} \operatorname{ctg} Z_{CA} - v_B + v_A + \frac{1-k_{CB}}{2R} \frac{s_{CB}^2}{\sin^2 Z_{CB}} - \frac{1-k_{CA}}{2R} \frac{s_{CA}^2}{\sin^2 Z_{CA}}. \quad (2.26)$$

Скористаємось формулою одностороннього тригонометричного нівелювання з вимірюванням нахиленої віддалі (1.18) для отримання формул тригонометричного нівелювання між точками. Напишемо систему рівнянь визначення перевищення на два напрями CA і CB :

$$\left. \begin{aligned} h_{CA} &= D_{CA} \cos Z_{CA} + (1-k_{CA}) \frac{D_{CA}^2 \sin^2 Z_{CA}}{2R} + u_{CA}'' \frac{D_{CA} \sin Z_{CA}}{\rho''} + i_C - v_A \\ h_{CB} &= D_{CB} \cos Z_{CB} + (1-k_{CB}) \frac{D_{CB}^2 \sin^2 Z_{CB}}{2R} + u_{CB}'' \frac{D_{CB} \sin Z_{CB}}{\rho''} + i_C - v_B \end{aligned} \right\}. \quad (2.27)$$

Знайдемо перевищення між точками A і B :

$$h_{AB}^{\text{дист.}} = D_{CB} \cos Z_{CB} - D_{CA} \cos Z_{CA} - v_B + v_A + \frac{(1-k_{CB})D_{CB}^2 \sin^2 Z_{CB} - (1-k_{CA})D_{CA}^2 \sin^2 Z_{CA}}{2R} + \frac{u_{CB}'' D_{CB} \sin Z_{CB} - u_{CA}'' D_{CA} \sin Z_{CA}}{\rho''}, \quad (2.28)$$

Включивши у тахеометрі функцію автоматичного введення поправок за кривину Землі, перепишемо рівняння (2.28) ввівши заміни (1.25) для відповідних ліній спостережень та прийнявши, що вимірювання виконують у створі $u_{CB}'' = -u_{CA}''$

$$h_{AB}^{\text{дист.}} = h_{CB}^{\text{вум.}} - h_{CA}^{\text{вум.}} - k_{CB} \frac{D_{CB}^2 \sin^2 Z_{CB}}{2R} + k_{CA} \frac{D_{CA}^2 \sin^2 Z_{CA}}{2R} + \frac{u_{CB}'' (D_{CB} \sin Z_{CB} + D_{CA} \sin Z_{CA})}{\rho''}. \quad (2.29)$$

Аналіз формул (2.28 і 2.29) показує, що застосування вимірювань перевищень між точками також значно покращує результати визначення перевищення завдяки використанню різниць поправок за вертикальну рефракцію.

За умови рівності сторін та фіксованих значень зенітних віддалей $Z_{CA} = Z_{CB} = 90^\circ$ без врахування відхилення важка залежність (2.29) перетворюється у формулу геометричного нівелювання із середини:

$$h_{AB}^{дист.} = v_A - v_B + \frac{(k_{CA} - k_{CB})d^2}{2R}. \quad (2.30)$$

Різниця вертикальних рефракцій, порівняно з двостороннім тригонометричним нівелюванням, повністю увійде у вимірне перевищення (у двосторонньому нівелюванні різниця ділиться на два). Перевага дистанційного способу вимірювання перевищення між точками полягає у одночасності спостережень перевищень, де за певних умов можна прийняти рівність коефіцієнтів рефракцій різних напрямів. Так, за умови невеликого горизонтального кута та перевищення між точками і однакої підстильної поверхні, $k_{CA} \cong k_{CB}$. Також за цієї умови можна вилучити вплив відхилення прямовисних ліній, оскільки, $u''_{CB} \cong u''_{CA}$.

Однак, дистанційний спосіб, у порівнянні з двостороннім тригонометричним нівелюванням є безконтрольним. Для отримання надійних результатів вимірювання бажано виконувати двічі із різних точок спостереження.

Ще один спосіб тригонометричного нівелювання, який застосовує різниці вимірних перевищень і різниці вертикальних рефракцій для визначення кінцевого перевищення між точками це спосіб нівелювання через допоміжну точку. Розглянемо його теоретичні аспекти, можливості застосування та точність отриманих перевищень.

2.4. Спосіб тригонометричного нівелювання через допоміжну точку

Для швидкого виконання тригонометричного нівелювання та зменшення впливу вертикальної рефракції, завдяки зменшенню віддалі між пунктами спостереження, застосовують спосіб нівелювання через додаткову точку (рис. 2.8) [4]. Такий спосіб може бути застосований при передачі висоти через гору, коли прямої видимості між визначуваними точками нема. Для цього, у

вибраній точці місцевості C (бажано по середині лінії AB , так щоб профілі AC і BC були приблизно однакові) установлюють відбивач. З точок A і B виконують за допомогою тахеометрів спостереження вертикальних кутів і нахилених відстаней. Це практично лінійно кутова засічка вертикальними кутами для визначення висоти точки.

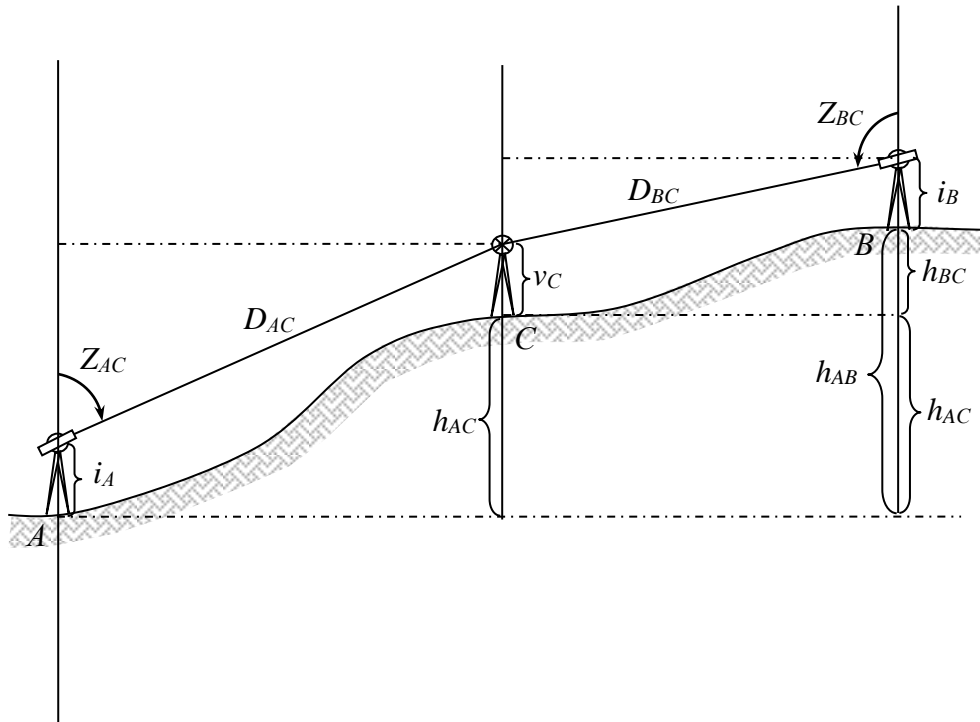


Рис. 2.8 Тригонометричне нівелювання через допоміжну точку

Розглянувши рис. 2.8, напишемо систему рівнянь для визначення перевищень і з пунктів спостережень:

$$\left. \begin{aligned} h_{AC} &= D_{AC} \cos Z_{AC} + (1 - k_{AC}) \frac{D_{AC}^2 \sin^2 Z_{AC}}{2R} + u_{AC}'' \frac{D_{AC} \sin Z_{AC}}{\rho''} + i_A - v_C \\ h_{BC} &= D_{BC} \cos Z_{BC} + (1 - k_{BC}) \frac{D_{BC}^2 \sin^2 Z_{BC}}{2R} + u_{BC}'' \frac{D_{BC} \sin Z_{BC}}{\rho''} + i_B - v_C \end{aligned} \right\} . \quad (2.31)$$

Перевищення між пунктами A і B визначають, як різницю перевищень (2.31) по напрямках. За умови незмінності висоти візирної цілі під час спостережень із двох пунктів напишемо:

$$h_{AB}^{\text{через. м.}} = D_{AC} \cos Z_{AC} + (1 - k_{AC}) \frac{D_{AC}^2 \sin^2 Z_{AC}}{2R} - D_{BC} \cos Z_{BC} - (1 - k_{BC}) \frac{D_{BC}^2 \sin^2 Z_{BC}}{2R} + \\ + i_A - i_B + u_{AC}'' \frac{D_{AC} \sin Z_{AC}}{\rho''} - u_{BC}'' \frac{D_{BC} \sin Z_{BC}}{\rho''} . \quad (2.32)$$

Включивши у тахеометрі функцію автоматичного введення поправок за кривину Землі (1.25), по аналогії з (2.31) можемо записати рівняння (2.32) так:

$$h_{AB}^{\text{через. м.}} = h_{AC}^{\text{вим.}} - h_{BC}^{\text{вим.}} - k_{AC} \frac{D_{AC}^2 \sin^2 Z_{AC}}{2R} + k_{BC} \frac{D_{BC}^2 \sin^2 Z_{BC}}{2R} + u_{AC}'' \frac{D_{AC} \sin Z_{AC}}{\rho''} - u_{BC}'' \frac{D_{BC} \sin Z_{BC}}{\rho''} . \quad (2.33)$$

Застосування вимірювань перевищень через точку також покращує результати визначення перевищення завдяки використанню різниць поправок за вертикальну рефракцію, але важче досягнути синхронності спостережень та рівності коефіцієнтів рефракцій на окремих пунктах. Спосіб нівелювання через точку є безконтрольним.

Як бачимо із (2.33), у виміряне перевищення ввійде похибка через різницю вертикальних рефракцій, яка в основному залежатиме від різної підстильної поверхні спостережень і несинхронності спостережень на пунктах A і B . Величина поправки за різницю рефракцій буде значно менша від відповідної різниці із двостороннього спостереження між цими ж пунктами AB завдяки зменшенню довжин ліній.

Ще можна розглянути способи використання різниць рефракцій для її визначення і врахування, але це більш спеціальні способи, такі як виконання спостережень із вертикального базису [83] та спостереження на вертикальний базис [49]. Перший спосіб обумовлений побудовою вертикального базису або використання спостережень із високих сигналів, а другий обумовлений короткими лініями спостережень через неможливість виміру різниць рефракцій.

Обмежимося трьома вище розглянутими способами тригонометричного нівелювання та виконаємо порівняння.

2.5. Порівняння способів тригонометричного нівелювання

Для порівняння трьох способів тригонометричних нівелювань двостороннього (2.5), нівелювання між точками (2.29) і нівелювання через точку

(2.33) припустимо, що спостереження виконують на одній і тій же лінії і точки розташовані у створі, а точка C посередині лінії AB , тоді проведемо заміни:

$$D_{AB} = \frac{1}{2} D_{AC} = \frac{1}{2} D_{CB}; \quad Z_{AB} \approx 180 - Z_{BA} \approx Z_{CA} \approx 180 - Z_{CB} \approx Z_{AC} \approx 180 - Z_{BC}, \quad i$$

$u''_{AB} = -u''_{BA} = u''_{CB} = -u''_{CA} = u''_{AC} = -u''_{BC}$, то відповідно напишемо:

$$h_{AB}^{\text{двост.}} = \frac{h_{AB}^{\text{вум.}} - h_{BA}^{\text{вум.}}}{2} - (k_{AB} - k_{BA}) \frac{D_{AB}^2 \sin^2 Z_{AB}}{4R} + \frac{u''_{AB} D_{AB} \sin Z_{AB}}{\rho''}, \quad (2.34)$$

$$h_{AB}^{\text{дист.}} = h_{CB}^{\text{вум.}} - h_{CA}^{\text{вум.}} - (k_{CB} - k_{CA}) \frac{D_{AB}^2 \sin^2 Z_{AB}}{8R} + \frac{u''_{AB} D_{AB} \sin Z_{AB}}{\rho''}, \quad (2.35)$$

$$h_{AB}^{\text{через.т.}} = h_{AC}^{\text{вум.}} - h_{BC}^{\text{вум.}} - (k_{AC} - k_{BC}) \frac{D_{AB}^2 \sin^2 Z_{AB}}{8R} + \frac{u''_{AB} D_{AB} \sin Z_{AB}}{\rho''}. \quad (2.36)$$

Проаналізуємо отримані рівняння. Для двосторонніх вимірювань (2.34), отримане перевищення знаходять як суму абсолютних їх значень поділену на два. Зауважимо, що виміряні перевищення отримано по довгій лінії AB , тому приладові похибки визначення перевищень будуть значно більші ніж в останніх способах. Коефіцієнти рефракцій не залежать від довжин ліній, тому різниці коефіцієнтів вертикальних рефракцій будуть практично однаковими, але через зменшення довжин ліній їх вплив буде зменшено для дистанційного і способу спостереження через точку. Для двостороннього тригонометричного нівелювання вплив різниці коефіцієнтів рефракцій може бути зменшено із застосуванням введення поправки за розподіл аномальної складової рефракції коефіцієнтом рефракційного співвідношення (2.14, 2.16).

Під час визначення перевищення із спостережень дистанційним способом між точками (2.35), приладові похибки будуть також принаймні у два рази менші, завдяки зменшенню пліч нівелювання у двічі та відповідно за зменшенню впливу турбулентних потоків на точність наведення. Величина поправки за різницю рефракцій у цьому способі більше врахована ніж у інших способах, тому, що вимірювання виконують із одного пункту спостереження.

У методі спостережень між точками, за умови приблизної рівності пліч, у порівнянні із двостороннім тригонометричним нівелюванням по заданій лінії похибки у перевищення будуть зменшені приблизно у два рази через скорочення довжин ліній. Такий метод дає можливість визначати перевищення на довгих лініях шляхом їх розбивки на коротші відрізки і дозволяє вибирати найбільш оптимальні плечі нівелювання з однаковими умовами проходження променя візування.

Вимірювання перевищення способом через точку (2.36), у порівнянні із двостороннім нівелюванням теоретично дозволяє завдяки зменшенню віддалей до цілей спостережень у два рази підвищити точність врахування дії вертикальної рефракції. Такий метод також дає можливість передавати висоти на довгих лініях шляхом їх розбивки на коротші відрізки і може бути використаний для спостережень у важкодоступних для установа приладу місцях.

Коефіцієнти вертикальних рефракцій по спостереженням на інших пунктах не завжди рівні і визначити їх різницю окрім двостороннього нівелювання за результатами кутових вимірів практично неможливо.

Якщо порівнювати методи тригонометричних нівелювань за умови рівності довжин пліч спостережень $D_{AB} = D_{AC} = D_{CB}$, то перевагу слід надати двосторонньому способі завдяки контролю процесу вимірювань за величиною сумарного кута вертикальної рефракції або абсолютної різниці прямого і зворотного перевищень та можливості визначення часткових коефіцієнтів вертикальної рефракції.

Без сумніву, комбінація способів тригонометричного нівелювання (двостороннього, дистанційного нівелювання між точками та нівелювання через додаткову точку), у залежності від умов спостережень, надає можливість прискорення і підвищення точності виконання нівелювання.

Оскільки, перевага двостороннього тригонометричного нівелювання теоретично доведена, то перейдемо до експериментальної апробації запропонованої методики.

2.6 Експериментальна апробація неодноразового двостороннього тригонометричного нівелювання при передачі висот на Дністровській ГАЕС

У листопаді 2016 року, в рамках теми “Визначення горизонтальних переміщень пунктів опорної геодезичної методом GPS Дністровської ГАЕС” держ. реєстр. № 0117U0007363, нами у присутності представника замовника, виконана апробація передачі висот на пункти водовипуску від фундаментального репера Rp 10 способом неодноразового двостороннього тригонометричного нівелювання із урахуванням вертикальної рефракції.

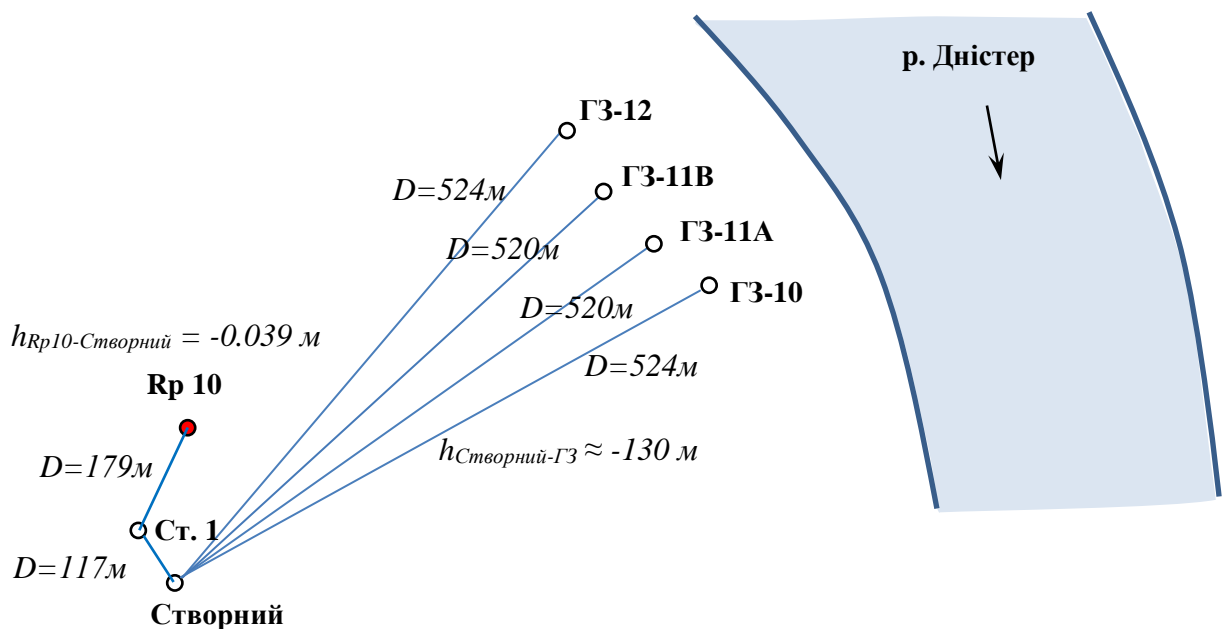


Рис. 2.9 Схема контрольного передачі висот двостороннім неодноразовим тригонометричним нівелюванням на Дністровській ГАЕС

Лінійно-кутові вимірювання виконували на побудованій просторовій мережі шляхом прокладання висотного ходу (рис. 2.9). На рис. 2.9 представлена схема прокладених тригонометричних ходів прив'язки опорних пунктів водовипуску на Дністровській ГАЕС, на якій наведені нахилені віддалі до знаків спостереження.

Наземні лінійні спостереження виконані електронним роботизованим тахеометром (Total Station Positioning System TSPS) TCRP-1201 фірми Leica. С.к.п. вимірювання горизонтальних і вертикальних кутів одним прийомом – 1", а

вимірювання ліній $\pm(1+1.5 \cdot p_{рт})$ мм. Вимірювання електронним тахеометром виконано в прямому і зворотному напрямках. Вимірювання кутів і ліній виконано 10 прийомами при двох положеннях вертикального круга із включеною функцією ATR – автоматичного наведення на ціль за максимумом відбитого сигналу.



Рис. 2.10 Вимірювання висот тахеометра та відбивачів із застосуванням спеціального пристрою та фотофіксації результатів

Для вимірювання висот приладу та візирних цілей було застосовано спеціально виготовлений пристрій, а самі результати зафіксовані на цифровий фотоапарат із метою контролю вимірювань та підвищення точності відлічування (див. рис.2.10).

Вимірювання метеорологічних параметрів атмосфери виконували за спрощеною програмою спостережень атмосферного тиску – барометром-анероїдом та температури повітря на висоті приладу електронним термометром (метеостанція) одночасно на пунктах спостереження у моменти вимірювань електронним тахеометром. Точність вимірювань температури дорівнювала 1°C , а тиску 1 мм.рт.ст. , що задовольняло точність визначення наближених поправок.

Для висотної прив'язки п. Створний прокладено подвійний хід тригонометричного нівелювання від фундаментального репера Рр 10. Хід складався із двох ліній і однієї перехідної точки Ст. 1. Вимірювання кутів і ліній виконано 10 прийомами при двох положеннях вертикального круга із включеною

функцією АTR – автоматичного наведення на ціль за максимумом відбитого сигналу.

Для прив'язки та визначення контрольних перевищень на пунктах водовипуску ГЗ-10, ГЗ-11А, ГЗ-11В, ГЗ-12 прокладений контрольний нівелірний хід від фундаментального репера (200 м) високоточним цифровим нівеліром фірми Leica DNA 03 із сертифікованими 3-х метровими інварними рейками.

У результаті виконаних спостережень проведено аналіз отриманих умовних висот із тригонометричного та геометричного нівелювання, результати якого наведено в табл. 2.1.

Таблиця 2.1

**Висоти реперів на водовипуску та порівняння точності визначення висот
неодночасним двостороннім тригонометричним і геометричним
нівелюваннями**

Назва пункту	ВИСОТИ (м)		Різниця висот
	із геометричного нівелювання	із дв. тригонометр. нівелювання	
	репера (м)	репера (м)	тр.-геом. (мм)
ГЗ -10	91.8191	91.8240	5.1
ГЗ -11А	91.9509	91.9533	2.4
ГЗ -11В	91.9342	91.9388	4.6
ГЗ -12	91.8030	91.8073	4.3

Середнє значення **4.1**

с.к.п. **1.2**

Середнє значення та величина середньо квадратичної похибки визначення перевищення вказує на підтверджену заміну геометричного нівелювання II класу прецизійним тригонометричним нівелюванням. Для прокладання геометричного нівелювання I класу довжина ходу дорівнює 4 км по дорозі із крутими схилами, а це відповідає точності $m_{h I \text{ класу}} = 3 \text{ мм} \sqrt{L_{\text{км}}} = 3 \text{ мм} \sqrt{4_{\text{км}}} = 6 \text{ мм}$.

2.7. Застосування двостороннього тригонометричного нівелювання у нівелірних ходах без вимірювання висот приладу і візирних цілей

Для прокладання нівелірних ходів тригонометричним нівелюванням, а також для використання тригонометричного нівелювання у полігонометричних ходах нами розроблено та апробовано способи вилучення похибок вимірювання висот приладу та візирних цілей [86, 44, 9].

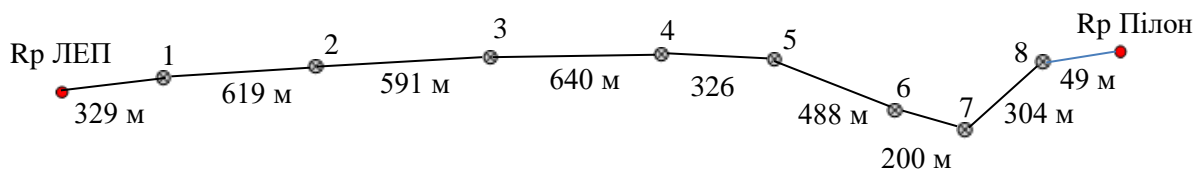


Рис.2.11 Схема висотного тригонометричного ходу від Рр ЛЕП до Рр Пілон

Для апробації можливості застосування неодноразового двостороннього тригонометричного нівелювання та прокладання висотних ходів із застосуванням тахеометрів, на полігоні Шацького національного парку, у 2017 р. було виміряно 2 ходи висотного полігону [100, 149]. Довжина тригонометричного ходу, який прокладено від Рр ЛЕП до стінного репера Рр Пілон дорівнювала 3.6 км (див. рис. 2.11). У цьому ході на початковому та кінцевому пунктах висоту приладу і відбивачів виміряли спеціальним пристроєм із фотофіксацією вимірів (див. рис. 2.10), а на проміжних пунктах ходу висоти не вимірювались. Даний хід прокладався вздовж дороги Шацьк-Пульмо. Траса характеризується малою кількістю поворотів. Через цю особливість багато сторін ходу сягали відстаней до 600м.

Довжина другого ходу від стінного репера Рр Пошта до пункту Рр Свердловина склала 3.2 км , схема ходу представлена на. рис. 2.12.

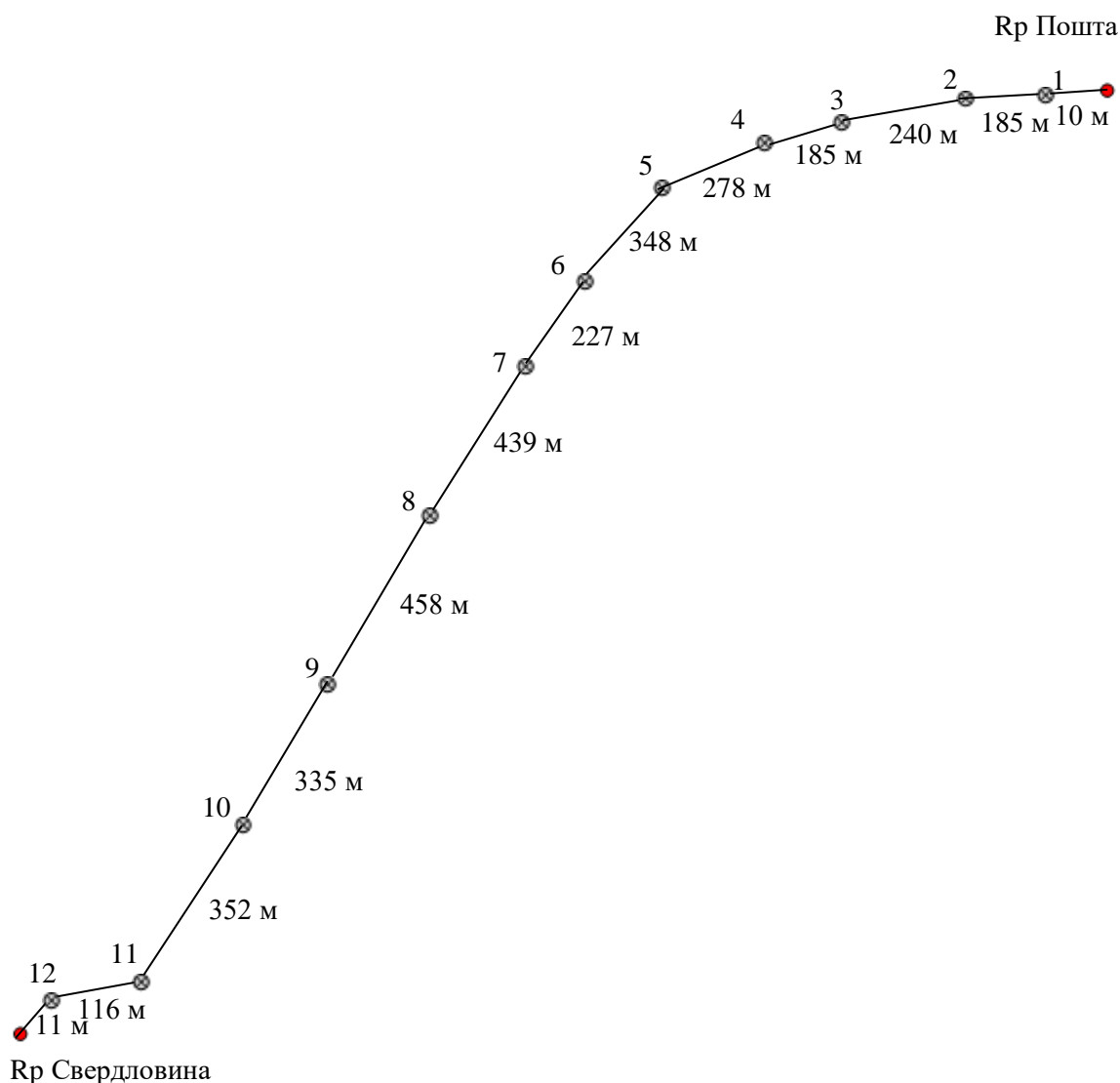


Рис. 2.12 Схема висотного тригонометричного ходу
від Rр Пошта до Rр Свердловина

На стінний репер Rр Пошта та кінцевий - Rр Свердловина (труба свердловини) установлення штативу було неможливе. На цих реперах установлювали міні-призму, висота якої відома (100 мм) (див. рис. 2.13). Так, на початковій та кінцевій точках висотного ходу під час тригонометричного нівелювання установлювали одну і туж саму візирну ціль. Для виконання тригонометричних вимірювань за ходом застосували триштативну систему [110] без зміни висот підставок в процесі передачі висот на зв'язкові точки. Оскільки, висоти штативів та підставок не змінювались у процесі вимірювань, то в даному ході вони взагалі не вимірювались. Прилад та відбивачі на адаптерах мали

однакові висоти і мінялись місцями установлення. Таким чином, похибки за вимірювання висот установлення приладу та візирних цілей були вилучені повністю. Хід було прокладено через населений пункт с.м.т. Шацьк та характеризувався обмеженою видністю через непрямолінійність автомобільної дороги. Довжини сторін ходу не перевищували 450 м.

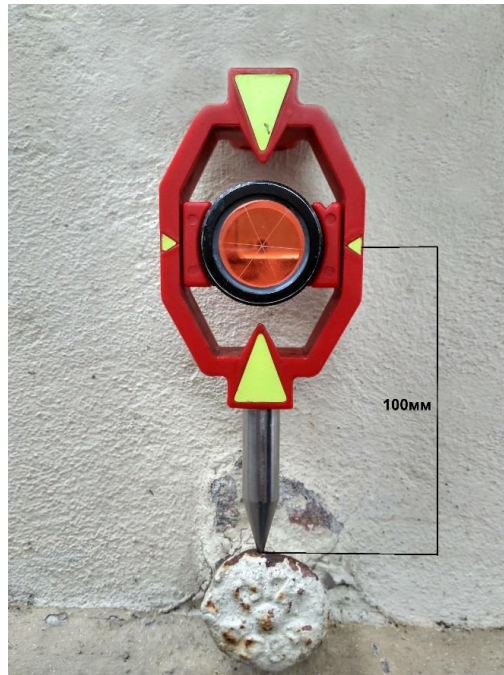


Рис.2.13 Установлення міні-призми на стінному репері

Тригонометричні вимірювання виконували тахеометром TCRP-1201 фірми Leica. Наведення на відбивачі проводили в автоматичному режимі із застосуванням спеціальної функції тахеометра — спостереження на максимум відбитого сигналу.

Методика спостережень під час прокладання висотного ходу із застосуванням неодночасного двостороннього тригонометричного нівелювання була така:

1. На початковому та кінцевому реперах вимірювалася висота приладу (якщо була можливість установити його над репером) або відбивача.
2. Вибір місця станції виконували з врахуванням місцевості, видимості, висоти променя та забезпеченням оптимальної відстані між штативами приблизно до 600 м.

3. На станції вимірювали горизонтальні кути, зенітні відстані та нахилені віддалі 10 прийомами (із перестановкою круга вимірювань між півприйомами).
4. Метеорологічний супровід вимірювань на кожній станції передбачав вимірювання температури та тиску через певні проміжки часу (для визначення поправок у виміряні віддалі та коефіцієнта нормальної рефракції).

За результатами спостережень виконано порівняльний аналіз двостороннього неоднчасного тригонометричного нівелювання із геометричним нівелюванням III класу, який подано в таблиці 2.2.

Таблиця 2.2

Порівняння результатів геометричного III класу та неоднчасного двостороннього тригонометричного нівелювання

Назва ходу	Довжина ходу (км)	Нівелювання		Різниця перевищень Δh (мм)
		Геометричне Σh (м)	Неоднчасне тригонометричне Σh (м)	
ЛЕП - Пілон	3.6	1.080	1.079	1
Пошта - Свердловина	3.2	-8.410	-8.412	2

В таблиці 2.2 наведені перевищення по ходам отриманим із геометричного нівелювання III класу цифровим нівеліром Dini 22 та перевищення отримані із двостороннього неоднчасного тригонометричного нівелювання. Різниця Δh отримані між перевищеннями із геометричного нівелювання та тригонометричного двостороннього неоднчасного нівелювання. У ході ЛЕП-Пілон $\Delta h=1$ мм, а в ході Пошта-Свердловина – $\Delta h=2$ мм.

Під час виконання геометричного нівелювання по лінії Рр ЛЕП – Рр Пілон отримали висотну нев'язку між прямим та зворотнім ходом 3 мм, а у ході Рр Пошта – Рр Свердловина – 6.5 мм. Згідно інструкції із геометричного нівелювання [35], допустима нев'язка для даних ходів дорівнює 19 мм та 18 мм

відповідно. Різниці між визначеними перевищеннями з геометричного та тригонометричного нівелювання значно менші від допустимих значень.

Переваги даного методу є і у часі виконання робіт. Так, на виконання геометричного нівелювання III класу для ходу довжиною 3.5 км витрачається приблизно 6 годин, а на виконання двостороннього тригонометричного нівелювання було витрачено приблизно 4 години.

Аналізуючи похибки у двосторонньому тригонометричному нівелюванні, відмітимо, що для двосторонніх спостережень суттєвими залишається точності у визначенні висот установлення приладів та візирних цілей (відбивачів). Такі вимірювання досить ні і вимагають від виконавця ретельності й максимальної точності, оскільки похибки вимірювань повністю входять у перевищення, що визначається.

Для вилучення вимірювань висот візирних цілей нами [46] було запропонований спосіб двостороннього тригонометричного нівелювання способом нівелювання між точками (короткими і довгими плечами), який передбачав виконання спостережень на візирні цілі з однаковою висотою.

Так, запропоновано виконувати подвійне вимірювання перевищення способом нівелювання між точками (див. рис. 2.14). Для цього, установлюють тахеометр на станції *C* на невеликій віддалі ~ 10 м від пункту *A*, з умовою видимості на пункт *B*. Похибка у перевищенні за вплив вертикальної рефракції на короткій віддалі *CA* є несуттєва і нею можна знехтувати:

$$k_{CA} \frac{D_{CA}^2 \sin^2 Z_{CA}}{2R} = k_{DB} \frac{D_{DB}^2 \sin^2 Z_{DB}}{2R} = 0 \quad . \quad (2.37)$$

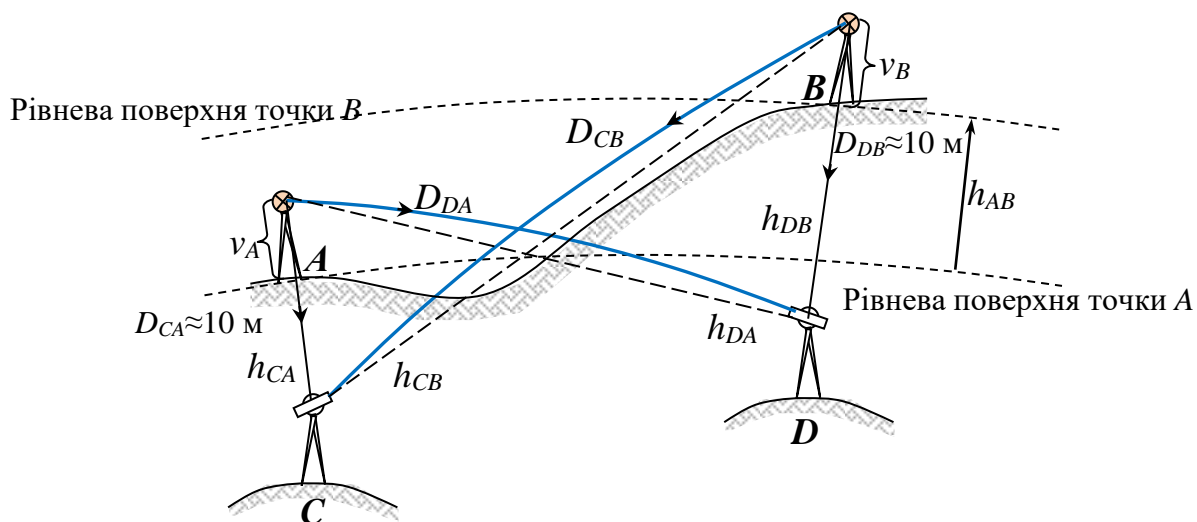


Рис. 2.14 Схема двостороннього тригонометричного нівелювання способом нівелювання між точками (короткими і довгими плечами)

Виконавши спостереження по напрямкам A і B , де встановлено відбивачі на однакових висотах $v_A = v_B$ (висоти віх), напишемо значення перевищення між точками A і B (2.29) із урахуванням рівняння (2.37):

$$h_{AB} = h_{CB}^{вум.} - h_{CA}^{вум.} - k_{CB} \frac{D_{CB}^2 \sin^2 Z_{CB}}{2R} . \quad (2.38)$$

Виконавши аналогічні спостереження на станції D , розташованій поблизу пункту B , на ті самі напрями A і B та для тих же висот візирних цілей, знайдемо перевищення між ними. За аналогією з (2.38), напишемо:

$$h_{AB} = h_{DB}^{вум.} - h_{DA}^{вум.} + k_{DA} \frac{D_{DA}^2 \sin^2 Z_{DA}}{2R} . \quad (2.39)$$

Середнє значення перевищення отримаємо з рівнянь (2.38) і (2.39):

$$\bar{h}_{AB} = \frac{h_{CB}^{вум.} - h_{CA}^{вум.} + h_{DB}^{вум.} - h_{DA}^{вум.}}{2} - \left(k_{CB} \frac{D_{CB}^2 \sin^2 Z_{CB}}{4R} - k_{DA} \frac{D_{DA}^2 \sin^2 Z_{DA}}{4R} \right) . \quad (2.40)$$

З другого члена формули (2.40), за деяких припущень ($D_{CB} \approx D_{DA}$ та $\sin^2 Z_{CB} \approx \sin^2 Z_{DA}$), можна отримати лінійне значення поправки за різницю вертикальних рефракцій $\Delta r_{AB}^{двос.}$ в двостороннє тригонометричне нівелювання на коротких лініях:

$$\Delta r_{AB}^{двост} = \frac{k_{CB}^{аном} - k_{DA}^{аном}}{2} \frac{D_{CB}^2 \sin^2 Z_{CB(DA)}}{2R} \approx 0, \quad (2.41)$$

а за прийняття умови рівності коефіцієнтів вертикальної рефракції, лінійним членом величини поправки за різницю рефракцій $\Delta r_{AB}^{двост}$ можна знехтувати.

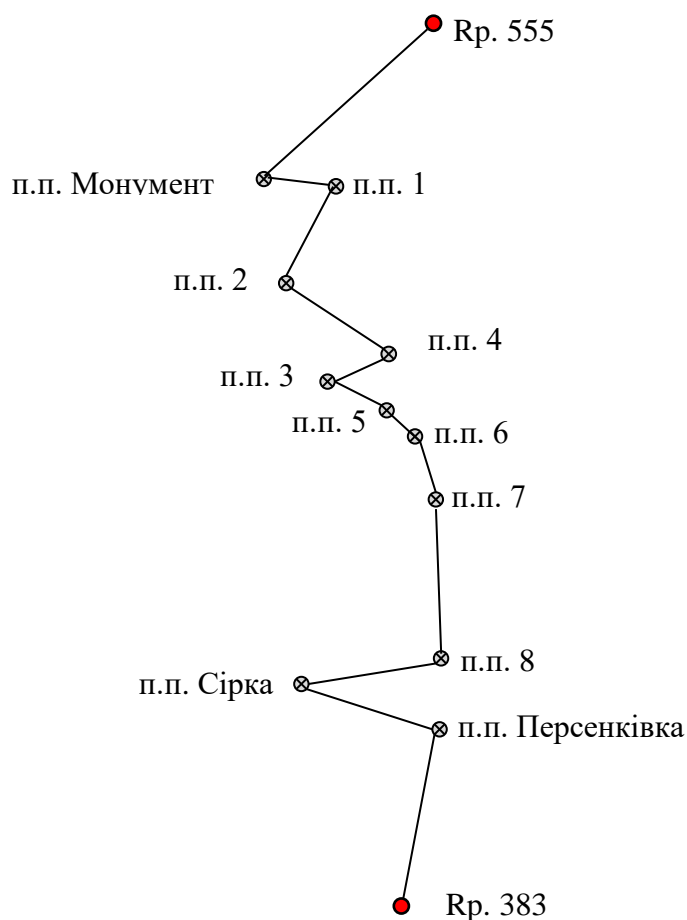


Рис. 2.15 Схема розташування пунктів полігонометрії та геометричного нівелювання на експериментальному полігоні у м. Львові

Спосіб пройшов апробування на експериментальному полігоні у м. Львові (рис. 2.15). По полігонометричному ході, висоти пунктів якого визначили за програмою геометричного нівелювання III класу цифровим нівеліром DiNi 22 виконали одночасне двостороннє тригонометричне нівелювання способом нівелювання між точками (короткими і довгими плечами).

Для виконання тригонометричного нівелювання таким способом застосували однаково установлені по висоті відбивачі (висоти штанг однакові).

Експериментальне тригонометричне нівелювання виконали електронними тахеометрами Sokkia SET 610, технічними характеристиками якого: $m_D = 2\text{мм} + 2\text{ppm} \cdot D$ і $m_\beta = m_z = 6''$. Кутові і лінійні вимірювання виконували трьома прийомами за двох положеннях вертикального круга двома тахеометрами одночасно.

Безпосередньо біля місця встановлення тахеометра перед виконанням експерименту, виміряли температуру і тиск атмосфери з подальшим уведенням одержаних значень у пам'ять приладу для врахування поправок за навколишні умови.

Загальна довжина тригонометричного ходу, який прокладено від репера I класу № 555 до репера II класу № 383 – 3,97 км.

Наближене оцінювання точності експерименту можна дати, припустивши, що похибки вимірювання ліній такими тахеометрами несуттєво (порівняно з похибками вимірювання вертикальних кутів) впливають на точність визначення перевищень. Згідно з теорією запропонованого способу похибки у перевищення через похибки у вимірюванні висот приладів вилучаються повністю, а похибки у перевищенні через похибки у вимірюванні висот візирних цілей дорівнюють різницям висот установлення відбивачів на однаковій висоті. Проаналізувавши (2.29) та замінивши $k_{CB} - k_{DA} = \Delta k$, напишемо:

$$m_h^{\text{двост.}} = \sqrt{\frac{\overline{D}_{CB}^2}{2\rho^2} m_z^2 + \frac{\overline{D}_{CB}^4}{16R^2} m_{\Delta k}^2 + (D_{CA}^2 + D_{DB}^2) \frac{m_z^2}{\rho^2}}, \quad (2.48)$$

де $m_h^{\text{двост.}}$ - середня квадратична похибка визначення перевищення двосторонніх вимірювань методом нівелювання між точками; $\overline{D}_{CB} = \frac{D_{CB} + D_{DA}}{2}$ - середня довжина довгих ліній спостережень (рис. 2.14); m_z - точність

вимірювання вертикальних кутів для трьох прийомів: $m_z = \frac{6''}{\sqrt{3}} = 3.5''$; $m_{\Delta k}$ – різниця коефіцієнтів вертикальної рефракції.

Різниця коефіцієнтів вертикальної рефракції в ході одночасних спостережень за нормальної стратифікації атмосфери між взаємно протилежними напрямками не перевищуватиме 0.1, а лінійне значення вертикальної рефракції на трасах до 600 м – 1.5 мм. Різниця коефіцієнтів вертикальної рефракції Δk повністю увійде до похибки визначення середнього значення перевищення $m_{\Delta k} = 0.1$.

Розрахунок середньоквадратичних похибок визначення перевищення запропонованим методом відображено на рис. 2.16.

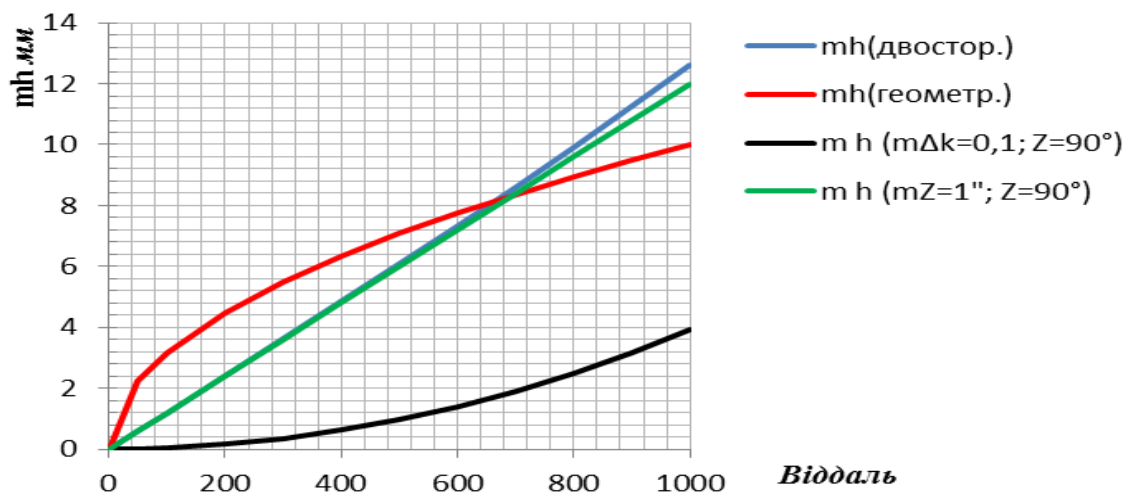


Рис. 2.16 Графічне представлення розрахунку точності визначення перевищень від точності вимірювання вертикальних кутів і визначення різниць коефіцієнтів вертикальних рефракцій та довжини спостережуваних ліній

З рис. 2.16 видно, що середня квадратична похибка визначення перевищення тригонометричним способом на віддалі до 0.7 км електронним тахеометром з точністю вимірювання вертикальних кутів трьома прийомами $m_z = 3.5''$ відповідає геометричному нівелюванню III класу – $m_{h_{\text{доп.}}}^{\text{геом.}} = 10 \text{ мм} \sqrt{L(\text{км})}$. Двостороннє тригонометричне нівелювання з точністю

геометричного нівелювання III класу на лініях до 1 км в основному залежатиме від точності вимірювання зенітних відстаней. Вплив вертикальної рефракції двостороннім нівелюванням, для точності нівелювання III класу, буде практично вилучений.

Результати тригонометричного і геометричного нівелювань зведено у табл. 2.3.

Середнє значення різниць перевищень між результатами тригонометричного і геометричного нівелювань за секціями ходу склало 0.04 мм, а с.к.п дорівнює 1.45 мм [46].

У запропонованому способі тригонометричного нівелювання похибки у перевищенні через похибки вимірювання висот приладів усуваються повністю (висоти приладу можна не вимірювати). Похибки у перевищенні через похибки у вимірюванні висот візирних цілей зведені до нуля і дорівнюють різницям висот установлення відбивачів на однаковій висоті (підбір тичок із однаковою висотою). Вилучити похибку за різні висоти візирних тичок можна помінявши місцями тички із відбивачами на пунктах спостереження при переході на другу станцію спостереження. Крім того, спосіб дозволяє значно зменшити похибку за вертикальну рефракцію.

Таблиця 2.3

**Результати двостороннього тригонометричного та геометричного
нівелювань від Рр. 555 - Рр. 383**

Назва пунктів	Довжина ліній нівелювання (м)		Виміряні перевищення (м)		Різниця перевищень триг.-геом. мм	<i>дон.</i> $m_h^{geom.}$ мм
	триг.	геом.	триг.	геом.		
Рр. 555 п. Монумент	807.2	823.7	41.1925	41.1899	2.6	8.9
п. Монумент п. 1	148.6	156.2	-3.7450	-3.7459	0.9	3.9
п. 1 п. 2	262.7	262.3	2.1451	2.1462	-1.1	5.1
п. 2 п. 3	315.9	316.7	1.8059	1.8072	-1.3	5.6
п. 3 п. 4	201.9	201	-2.0362	-2.0354	-0.8	4.5
п. 4 п. 5	187.5	187.9	1.7038	1.7047	-0.9	4.3
п. 5 п. 6	123.1	122.9	-1.2700	-1.2706	0.6	3.5
п. 6 п. 7	181.1	188.5	1.0717	1.0706	1.1	4.3
п. 7 п. 8	435.3	435.9	2.9498	2.9513	-1.5	6.6
п. 8 п. Персенківка	242.6	242.3	1.0426	1.0436	-1.0	4.9
п. Персенківка п. Сірка	406.4	469.2	3.9431	3.9444	-1.3	6.6
п. Сірка Рр. 383	623.4	681.7	-3.3666	-3.3688	2.2	8.1
		$\Sigma h_{np.} =$	45.4367	45.4372	-0.5	
		$\Sigma h_{геом.} =$	45.4480	45.4480		
		$fh_{(мм)}$	-11.3	-10.8	-0.04	Сер.
	3970.	<i>дон.</i> $fh_{(мм)}$	19.8	20.2	1.45	с.к.п.

Під час прокладання ходів тригонометричного нівелювання бажано застосовувати однакові висоти візирних цілей, або вести спостереження на одну і ту саму тичку (відбивач), яку встановлюють на початковій і кінцевій точці ходу, це як правило репери. На усіх інших точках ходу цілі можуть бути встановлені на інших висотах, основне, щоби їх висота була незмінна в процесі вимірювань, як положення костилів у зв'язкових точках під час геометричного нівелювання.

У 2018 році нами було прокладено хід двостороннього тригонометричного нівелювання способом нівелювання між точками на полігоні Рівненської атомної електростанції. Одночасно із прокладанням тригонометричного ходу між Рр 13 і Рр 11, незалежною бригадою працівників геодезичного відділу РАЕС виконано геометричне нівелювання II класу між цими реперами, шляхом прокладання подвійного ходу високоточним нівеліром Ni 002 з комплектом інварних рейок.

Хід характеризувався затяжним схилом. Довжина ходу дорівнювала 1045 м. Загальна кількість нівелірних станцій геометричного нівелювання – 34. Середнє перевищення із геометричного нівелювання за ходом – 24.74777 м (прямо – 24.74698 м, зворотно - - 24.74856 м).

Хід тригонометричного нівелювання складався із 6 станцій. Спостереження виконувались роботизованим тахеометром TPS 1201R фірми Leica способом кругових прийомів (5 прийомів із зміною положення круга між півприйомами). Візування виконували на візирні цілі висотою 1.30 м.

В табл. 2.4 наведені результати виконання двостороннього тригонометричного нівелювання способом нівелювання між точками між Рр 13 і Рр 11. Виміряні величини перевищень отримані, як різниці прямих перевищень по лінії спостереження (2.29) $h_{AB}^{дист.} = h_{CB}^{вим.} - h_{CA}^{вим.}$ (переднє плече мінус заднє), враховуючи кривину Землі та без урахування вертикальної рефракції (див. табл. 2.4 стовпці 3, 4). У стовпці 2 (табл. 2.4) подані середні значення віддалей довгих пліч нівелювання. Різниці виміряного прямого і зворотного перевищень Σh наведені у стовпці 5. За цими результатами обчислені значення інтегрального коефіцієнта вертикальної рефракції $k_{інт}$ (2.9) - стовпець 7. виправлені

перевищення h випр. обчислені (2.16) за с.к.п. вимірних перевищень mh із 5 прийомів спостережень (стовпці 3, 4).

Таблиця 2.4

Результати двостороннього тригонометричного нівелювання способом нівелювання між точками від Рр 13 до Рр 11 на Рівненський атомній електростанції у 2018р.

Зв'язкові пункти	D сер. (м)	Виміряні перевищення		Σh (м)	h сер. (м)	k інт	h випр. (м)
		h прямо (м)	h зворотно (м)				
1	2	3	4	5	6	7	8
Рр 13							
	48.502	-1.2485	1.2461	-0.0025	-1.2473	-6.68	-1.2473
	mh=	0.0001	0.0001				
p1							
	156.763	7.5445	-7.5536	-0.0091	7.5491	-2.36	7.5481
	mh=	0.0004	0.0007				
p2							
	210.458	13.5721	-13.5887	-0.0166	13.5804	-2.40	13.5783
	mh=	0.0011	0.0019				
p3							
	424.134	4.3809	-4.4276	-0.0467	4.4043	-1.66	4.4050
	mh=	0.0022	0.0020				
p4							
	205.490	0.4576	-0.4711	-0.0136	0.4643	-2.05	0.4635
	mh=	0.0006	0.0008				
Рр 11							

$\Sigma = 1045.347$

$\Sigma h = 24.7508$

Σh триг.= 24.7476

Σh геом.= 24.7477

$\Delta h = 0.0001$

Аналіз отриманих результатів (див. табл. 2.4) показує, що виміри були проведено за нормальної стратифікації атмосфери з коефіцієнтом вертикальної рефракції -2. Плечі нівелювання були підібрані приблизно з однаковими профілями, про що свідчать приблизно однакові флуктуації вимірних перевищень по кожній лінії спостереження. Про це свідчить різниця між сумою середніх перевищень із тригонометричного нівелювання і геометричного $24.7508\text{м} - 24.7477\text{м} = 0.0031\text{м}$.

Різниця суми виправлених перевищень за вертикальну рефракцію і середнім перевищенням із геометричного нівелювання склала величину – 0.1 мм. Точність нівелювання II класу для нівелірного ходу довжиною 1.045 км дорівнює - $5\text{мм}\sqrt{L_{\text{км}}} \approx 5\text{мм}$. Результати неодночасного двостороннього дистанційного способу тригонометричного нівелювання повністю задовольняють вказану точність.

Подану методику тригонометричного нівелювання можна застосовувати і під час сумісного прокладання полігонометричних і висотних ходів.

У 2018 році на Бережанському науковому полігоні нами було прокладено експериментальний полігонометричний хід із використанням роботизованого тахеометра TPS 1201R [2]. Станції ходу були вибрані у найбільш сприятливих для спостереження місцях. Тахеометр на станціях не центрували і не вимірювали його висоту. Спостереження виконували на геодезичні тички, які утримували біподами (спеціальними тримачами) над центрами полігонометричних знаків. Висоти візирних цілей, як і в попередньому експерименті дорівнювали 1.30 м. Під час виконання 10 прийомів вимірювань роботизованим тахеометром фіксувались метеорологічні параметри приземної атмосфери – тиск і температура повітря для введення поправок у виміряні довжини ліній та розрахунку коефіцієнта нормальної вертикальної рефракції. “Вільний” полігонометричний хід було прокладено між пунктами полігонометрії X та XIX, координати яких, визначені із GNSS - спостережень у статичному режимі спостережень. Висоти пунктів полігонометрії були отримані раніше із геометричного нівелювання II класу. Для передачі висот у полігонометричному ході було застосоване неодночасне двостороннє тригонометричне нівелювання де перевищення визначались дистанційним способом між спостережуваними точками та введенням поправок за вертикальну рефракцію за їх флуктуаціями. Довжина ходу склала 1.8 км, який було поміряно із 8 станцій установки тахеометра.

У результаті опрацювання даних вимірювань та врівноваження полігонометричного ходу у програмному середовищі CREDO dat отримана планово висотна оцінка точності положення пунктів полігонометричного ходу, яка наведена в табл. 2.5

Таблиця 2.5

Оцінка точності врівноваження планово-висотного положення пунктів полігонометричного ходу від п.п. X до п.п. XIX м. Бережани, 2018р.

№№ п.п.	M_{xy} (м)	M_x (м)	M_y (м)	M_H (м)
X				
12	0.0027	0.0018	0.0020	0.0013
22	0.0032	0.0021	0.0024	0.0013
5440	0.0033	0.0022	0.0026	0.0013
6169	0.0031	0.0019	0.0024	0.0014
2515	0.0024	0.0015	0.0019	0.0013
XIX				

Планова M_{xy} та висотна M_H точність положення пунктів полігонометрії повністю задовольняє точність полігонометрії 4 класу.

Для визначення нормальних висот у висотних ходах тригонометричного нівелювання залишається відкритим питання врахування відхилення прямовисних ліній по азимутальним напрямках спостережень. Розглянемо можливості застосування тригонометричного нівелювання і GNSS - вимірювань для визначення відхилень прямовисних ліній по сумісних лініях спостереження.

2.8 Визначення відхилення прямовисних ліній по заданому напрямі за геоцентричними координатами пунктів та геодезичними вимірами перевищень

В 1.2.5 була розраховано точність, з якою необхідно визначати відхилення прямовисних ліній. Обґрунтовано, що точність визначення відхилення прямовисної лінії має відповідати хоча би точності вимірювання зенітних відстаней, приблизно 1".

З розвитком GNSS - технологій визначення координат точок спостережень та вимірів перевищень геометричним, чи тригонометричним нівелюванням, можна обчислити відхилення прямовисних ліній по лінії заданого азимута спостереження у залежності від прийнятого референц-еліпсоїда.

Відхилення прямовисних ліній u_{AB} по лінії відповідного азимута спостереження визначають шляхом порівняння перевищень, визначених за координатами із GNSS - спостережень h_{AB}^{GPS} та перевищень, отриманих із використанням прямовисних ліній, наземного тригонометричного або геометричного нівелювань h_{AB}^{Γ} [134, 111]. Складові північно-південну ξ та східно-західну η компоненти відхилення прямовисних ліній, залежно від азимуту лінії A_{AB} , визначають із розв'язку системи рівнянь методом найменших квадратів [134, 145].

$$\frac{h_{AB}^{\Gamma} - h_{AB}^{GPS}}{d_{AB}} \approx u_{AB} = \xi \cos A_{AB} + \eta \sin A_{AB} , \quad (2.49)$$

де d_{AB} - горизонтальна проєкція лінії D_{AB} .

За приведеною до центру знаку нахиленою віддаллю D_{AB} та зенітними відстанями. відхилення прямовисної лінії в площині спостережуваного напрямку обчислюють за формулою:

$$\sin u_{AB} = \frac{h_{AB}^{\Gamma} - h_{AB}^{GPS}}{D_{AB}} \sin Z_{BA} . \quad (2.50)$$

Так, на дослідному полігоні [134] за даними спостережень по 15 лініях з різними азимутами, за результатами геометричного нівелювання та GPS нівелювань були обчислені величини відхилень прямовисних ліній u'' . Складові відхилення [134] отримали $\xi = -4.15'' \pm 0.61''$ та $\eta = 8.75'' \pm 0.69''$.

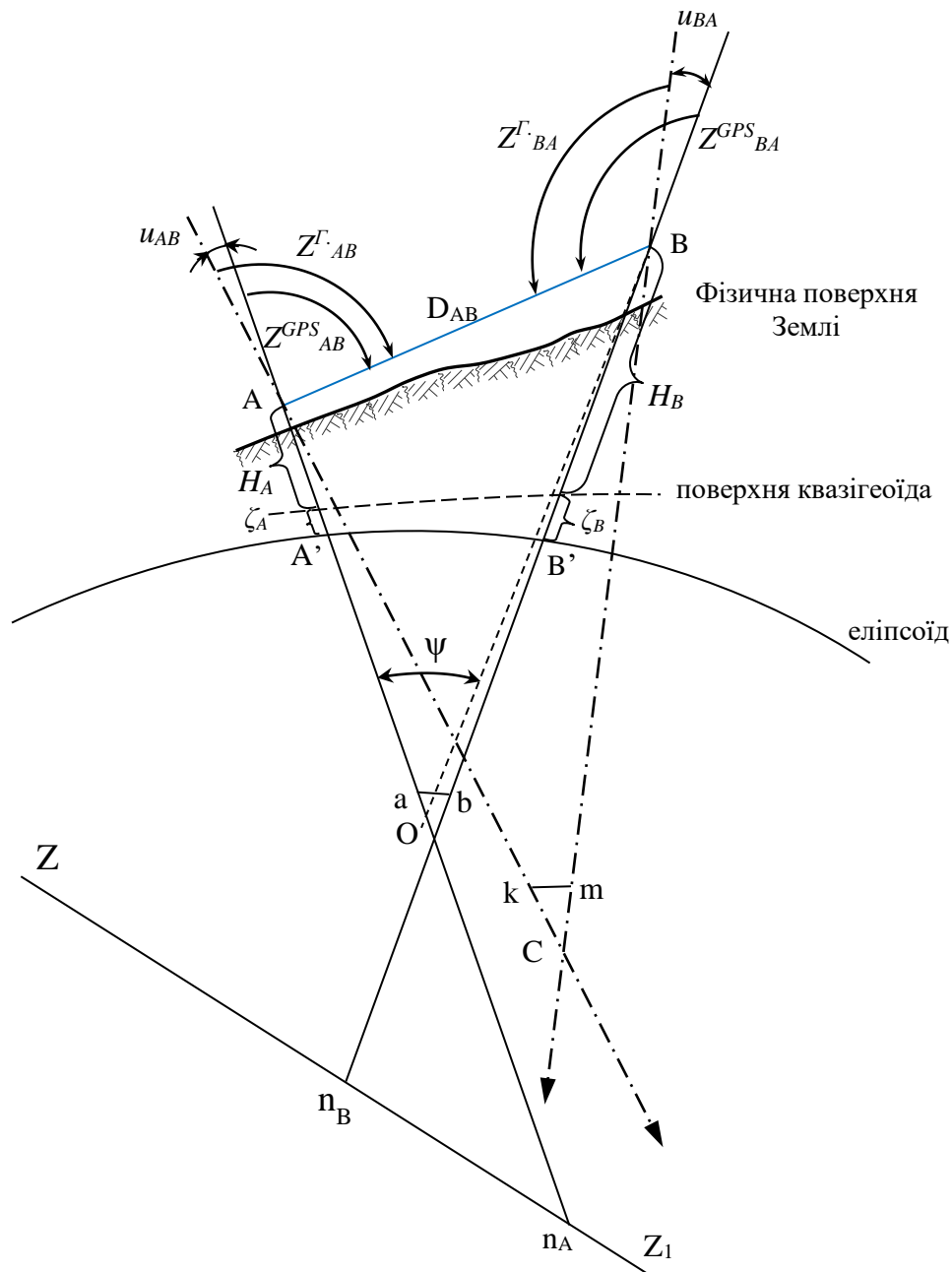


Рис. 2.18 До визначення відхилення прямовисних ліній

На рис. 2.18 зображено проєкції нормалей до референц-еліпсоїда в площині нормального перерізу по лінії АВ побудованій в точці А.

Відхилення прямовисних ліній можна визначити і за різницею зенітних відстаней (див. рис. 2.18):

$$u_{AB} = Z_{AB}^{GPS} - Z_{AB}^{\Gamma} . \quad (2.51)$$

де Z_{AB}^{GPS} - зенітна відстань обчислена за даними GNSS - спостережень;
 Z_{AB}^{Γ} - зенітна відстань обчислена за геодезичними наземними спостереженнями.

Зенітну відстань Z_{AB}^{Γ} можна обчислити за вимірними перевищеннями із геометричного або тригонометричного нівелювання із урахуванням кривини Землі та вертикальної рефракції та приведення висот і ліній до центрів знаків. Для одностороннього тригонометричного нівелювання напишемо:

$$\cos Z_{AB}^{\Gamma} = \frac{h_{AB}^{sum.}}{D_{AB}} + k_{AB} \frac{D_{AB} \sin^2 Z_{AB}}{2R} . \quad (2.52)$$

Використовуючи дані вимірювань геометричного нівелювання можна застосувати спрощену формулу:

$$\cos Z_{AB}^{\Gamma} \cong \frac{h_{AB}^{sum.}}{D_{AB}} . \quad (2.53)$$

Віддаль D_{AB} між точками А і В визначимо, як довжину вектору за координатами точок із GNSS - вимірювань приведених до центрів знаків:

$$D_{AB}^{GPS} = \sqrt{(x_A - x_B)^2 + (y_A - y_B)^2 + (z_A - z_B)^2} . \quad (2.54)$$

Для визначення Z_{AB}^{GPS} і Z_{BA}^{GPS} можна отримати рівняння нормалей, які опущені в точках спостереження А і В (1.51, 1.52). Оскільки, координати точок спостереження отримані із GNSS - вимірювань, то координати точок перетину із віссю Z отримують за формулами [29] використовуючи параметри референц-еліпсоїда (1.49, 1.50):

$$\left. \begin{aligned} x_{nA} = y_{nA} = 0 \\ z_{nA} = -\frac{ae^2 \sin B_A}{\sqrt{1 - e^2 \sin^2 B_A}} \end{aligned} \right\} . \quad (2.55)$$

$$\left. \begin{aligned} x_{nB} = y_{nB} = 0 \\ z_{nB} = -\frac{ae^2 \sin B_B}{\sqrt{1 - e^2 \sin^2 B_B}} \end{aligned} \right\} . \quad (2.56)$$

Знайдемо, по аналогії з (1.53), зенітні віддалі за перетином двох векторів використовуючи геоцентричні координати пунктів:

$$\cos Z_{AB}^{GPS} = \frac{x_A(x_B - x_A) + y_A(y_B - y_A) + (z_A - z_{nA})(z_B - z_A)}{\sqrt{x_A^2 + y_A^2 + (z_A - z_{nA})^2} \cdot \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2 + (z_B - z_A)^2}} . \quad (2.57)$$

$$\cos Z_{BA}^{GPS} = \frac{x_B(x_A - x_B) + y_B(y_A - y_B) + (z_B - z_{nB})(z_A - z_B)}{\sqrt{x_B^2 + y_B^2 + (z_B - z_{nB})^2} \cdot \sqrt{(x_A - x_B)^2 + (y_A - y_B)^2 + (z_A - z_B)^2}} . \quad (2.58)$$

Порівнюючи обчислені зенітні віддалі за GNSS - вимірюваннями (2.57, 2.58) із розрахованими по виміряних із геометричного чи тригонометричного нівелювання перевищеннях (2.52, 2.53), отримаємо кут відхилення прямовисних ліній за заданим азимутом лінії (2.51).

Апробацію теоретичних викладок визначення відхилень прямовисних ліній нами було проведено у 2018 році за результатами неодночасного тригонометричного нівелювання та GNSS - спостережень на опорній мережі Дністровської ГАЕС. За неодночасним двостороннім тригонометричним нівелюванням по відповідним напрямкам були обчислені перевищення із урахуванням вертикальної рефракції. Тригонометричне нівелювання виконували роботизованим тахеометром фірми TPS 1201R Leica 10-ма прийомами із перестановкою круга між півприйомами та автоматизованим наведенням на максимум відбитого сигналу.

**Обчислені відхилення прямовисних ліній за різними напрямками
спостережень на опорній мережі Дністровської ГАЕС**

№№	Назва лінії		u''	A°
	Початок	Кінець		
1	SKALA	OGZ2.1A	1.06	19.6853
2	STVOR	ZNAK14	4.07	31.8660
3	PORTAL3	OGZ5A2N	3.66	33.3630
4	PORTAL3	OGZ5B2N	3.63	48.2229
5	SKALA	OGZ5A_2N	4.79	60.8537
6	SKALA	OGZ5A2N	4.76	60.8537
7	BN	OGZ2.1A	1.85	61.7452
8	ORU	4GD	1.66	65.0131
9	STVOR	OGZ2.1A	1.21	68.3879
10	STVOR	OGZ2.1A	4.17	68.3879
11	STVOR	BN	0.96	74.4411
12	SKALA	OGZ5B2N	5.47	76.6112
13	ORU	ZN14	3.03	83.6494
14	PORTAL3	OGZ1	2.06	102.7674
15	SKALA	OGZ1	1.92	109.9067
16	STVOR	OGZ5A_2N	2.03	115.9139
17	ORU	BN	2.99	130.0140
18	BN	OGZ5A_2N	0.52	140.2245
19	ZNAK14	OGZ2.1A	-2.00	153.7406
20	ORU	STVOR	2.57	156.7949
21	OGZ5A2N	OGZ5B2N	-1.87	157.5763
22	ZNAK14	BN	0.17	187.4957
23	4GD	ZNAK14	3.24	206.8374
24	4GD	STVOR	-1.22	211.8660
25	ZNAK14	STVOR	-3.57	215.5436
26	GZ12	STVOR	-5.45	221.7873
27	GZ11B	STVOR	-2.68	224.8591
28	GZ11A	STVOR	-4.74	231.2336
29	GZ10	STVOR	-4.19	254.4411
30	BN	STVOR	-2.08	291.5568
31	OGZ2.1A	ORU	-1.93	333.7406
32	OGZ2.1A	ZNAK14	1.86	359.9631
33	OGZ2.1A	4GD	-1.17	360.9631
34	SKALA	BN	-4.83	361.9631

Супутникові спостереження виконували в статичному режимі двочастотними приймачами сесіями по 6 годин із зміною антен та приймачів сигналів (загальна кількість годин спостережень на пункті становила 18 год.). Оброблення результатів GNSS - спостережень виконано в програмному середовищі LEICA Geo Office Combined для обчислення координат в системі УСК 2000. Геодезичні висоти пунктів отримані з використанням параметрів референц-еліпсоїду Красовського.

Результати обчислень відхилень прямовисних ліній по різних напрямках подані в табл. 2.6.

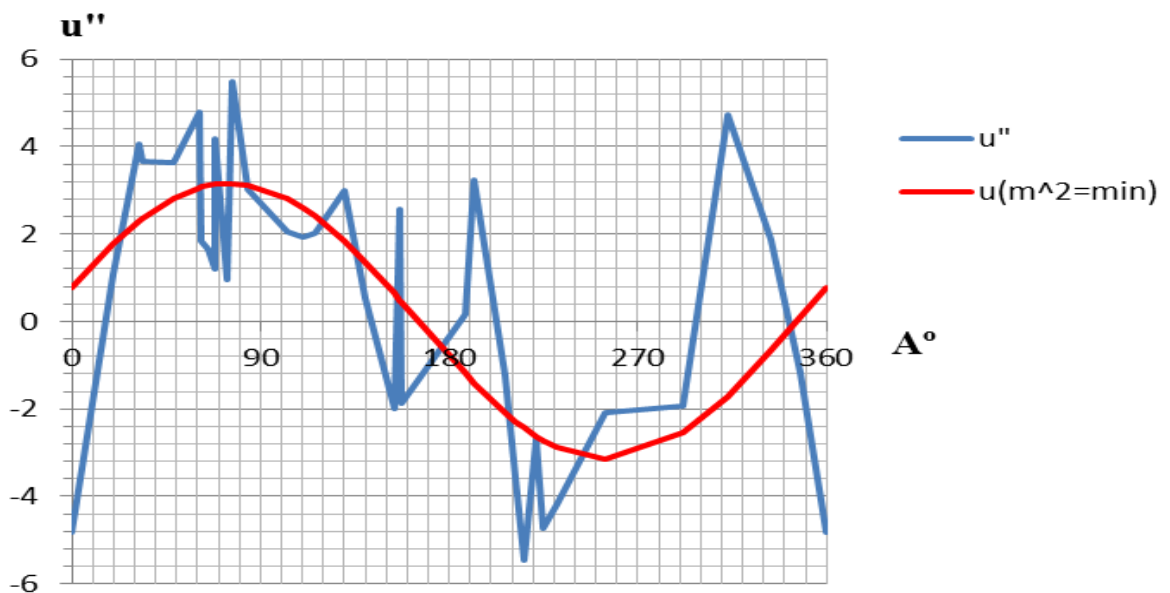


Рис. 2.19 Графічне представлення результатів визначених відхилень прямовисних ліній залежно від азимуту спостереження на опорній мережі Дністровської ГАЕС

Оброблення результатів визначених відхилень прямовисних ліній із застосуванням способу найменших квадратів дало можливість отримати ові відхилення на опорній мережі Дністровської ГАЕС - $\xi = 0.79''$ та $\eta = 3.06''$. Середня квадратична похибка відхилень прямовисних ліній за даними спостережень - $m_u = 2.20''$.

На наш погляд, точність результатів обчислення відхилень прямовисних ліній на досліджуваному полігоні можна підвищити до $1.0''$ завдяки покращенню програми спостережень та вибору оптимальної оптичної погоди.

Такий метод визначення відхилень прямовисних ліній потребує високоточних GPS спостережень і високоточного визначення перевищень із урахуванням атмосферних умов.

Висновки до другого розділу:

1. Теоретично доведено і практично підтверджено можливість застосування неодноразового двостороннього тригонометричного нівелювання, яке за точністю відповідає геометричному нівелюванню II класу на лініях спостереження до 1 км.

2. Проведений детальний аналіз способів тригонометричного нівелювання із виконанням подвійних вимірювань перевищень показав їх перевагу перед одностороннім тригонометричним нівелюванням. Розглянуті способи нівелювання на 70% компенсують дію вертикальної рефракції на виміряні перевищення завдяки різниці коефіцієнтів вертикальної рефракції, яка входить у розрахункові формули.

3. Запропоновано розрахункові формули оцінки точності для двостороннього тригонометричного нівелювання, дистанційного нівелювання між точками та нівелювання через точку виконувати використовуючи точність визначення різниць коефіцієнтів вертикальних рефракцій спостережуваних напрямів.

4. Нами запропоновано застосовувати коефіцієнт рефракційного співвідношення для врахування вертикальної рефракції у двосторонньому тригонометричному нівелюванні. Його можна визначити за відношеннями інтегральних вертикальних градієнтів температури і еквівалентних висот, за співвідношенням вимірних флуктуацій зенітних відстаней або флуктуацій визначених перевищень спостережуваних напрямів.

5. Вперше запропоновано та апробовано спосіб визначення перевищення двостороннім тригонометричним нівелюванням без вимірювання висот приладу та візирних цілей, що підвищує точність і спрощує процес вимірювань у висотних ходах.

6. Експериментально доведена можливість застосування неодночасного двостороннього тригонометричного нівелювання для визначення висот пунктів у полігонометричних ходах мереж згущення.

7. Нами запропонована та апробована методика визначення відхилення прямовисних ліній за спільними GNSS і двосторонніми тригонометричними спостереженнями на пунктах опорних мереж геодинамічних полігонів. Точність визначення відхилень прямовисних ліній на опорній мережі Дністровської ГАЕС склала величину середньо квадратичної похибки рівної - $m_u = 2.20''$.

РОЗДІЛ 3

ПІДВИЩЕННЯ ТОЧНОСТІ СПОСОБІВ ГЕОМЕТРИЧНОГО НІВЕЛЮВАННЯ

Високоточне геометричне нівелювання є основою побудови висотної основи на поверхні Землі. Історія розвитку нівелірних мереж на теренах Європи і України описана [28].

На території України лінії нівелювання I класу прокладені переважно вздовж автомобільних доріг і залізниць. Їхня загальна довжина становить 11975 км. Довжина найдовшої лінії 1302 км. Із ліній нівелювання утворено 19 полігонів I класу. Довжина найбільшого полігона 2235 км [28].

Фундаментальними роботами по дослідженню геометричного нівелювання можна вважати роботи Павлова Н. А. [72], Ентіна І. І. [26, 27], Чеботарьова А. С. [129], Куккамькі Т. [151], Бахнерта Г. [135-137], Павліва П. В. [71] та багато інших науковців, які присвятили праці цим проблемам. У “Львівській політехніці” проблемами геометричного нівелювання займалися багато науковців, серед них Д. Зброжек, С. Відт, З. Ф. Патова, І. Н. Кметко, П. В. Павлів, А. Л. Островський, О. І. Терещук, В. О. Літинський та багато інших [38].

Геометричне нівелювання було і залишається основним методом створення Державних висотних мереж країн і континентів.

Геометричне нівелювання - визначення перевищень точок Земної поверхні горизонтальною лінією візування [15]. Теоретично, геометричне нівелювання є частковим випадком тригонометричного нівелювання за умови устанавлення променя візування за зенітною відстанню рівною $Z = 90^\circ$, що відповідає його горизонтальному положенню. Як відомо, прилади, які устанавлюють промінь візування горизонтально називають нівелірами.

Для виконання геометричного нівелювання, у порівнянні із тригонометричним нівелюванням, в основному застосовується дистанційний спосіб визначення перевищення 2.3 (нівелювання із середини) із дотриманням умови рівності віддалей від нівеліра до рейок. Така умова та горизонтальне

розташування променя візування дає можливість не вимірювати віддалі до точки спостереження (рейки). На основі цього основна відмінність геометричного нівелювання від тригонометричного полягає у видах вимірювань. Так, у тригонометричному нівелюванні, як було показано в 1.1, основними вимірами є вертикальні кути і віддалі до точки спостереження, а у геометричному – віддаль від точки спостереження до проєкції горизонтального променя візування на прямовисну лінію цієї точки. У порівнянні з тригонометричним нівелюванням це вимірювання висот візирних цілей, верх яких установлений на лінії горизонтального променя візування. Для отримання високої точності у визначенні висот цілей застосовують спеціальні рейки з нанесеними високоточними шкалами для їхнього відлічування. Точність нанесення поділок шкал залежить від класу нівелювання і сягає 0.01мм. Для зменшення впливу температурного розширення шкал застосовують спеціальні інварні сплави та температурні датчики для уведення поправок.

За, на перший погляд, простотою у геометричному нівелюванні заховані ні для врахування перешкоди отримання високоточних результатів. Окрім приладових похибок - високоточного відлічування та побудови горизонтальної лінії візування, суттєвий внесок на точність вносить неоднорідність приземного прошарку атмосфери та врахування відхилень прямовисних ліній по лініях нівелювання. Проблеми високоточного нівелювання, підвищення його точності актуальні і сьогодні бо воно є, як вище згадувалось, головним способом створення Державної висотної геодезичної мережі.

Розглянемо класичні способи геометричного нівелювання, які описують його теорію і способи, що використовуються для високоточних робіт.

3.1. Теоретичні основи способів геометричного нівелювання

Геометричне нівелювання способом “вперед” створено на основі одностороннього тригонометричного нівелювання (див. рис. 3.1), а саме, визначення перевищення h_{AB} між точками А і В на Земній поверхні.

Із рис. 3.1 видно, що близько точки А установлено нівелір (можна встановити над точкою А, тоді вимірюють висоту променя візування над точкою А), який задає у просторі горизонтальний візирний промінь, точка В розташована на горизонтальній віддалі d_{AB} . На відповідно закріплені точки місцевості А і В прямовисно установлені рейки з відліковими шкалами. Нулі шкал суміщені з початком рейок.

Проведемо рівневу поверхню через задній фокус об'єктива нівеліра. Уявна рівнева поверхня нівеліра перетне шкалу рейки у точці В на висоті b , а у точці А – на висоті a . За умови паралельності рівневих поверхонь, перевищення можна отримати:

$$h_{AB} = H_B - H_A = a - b . \quad (3.1)$$

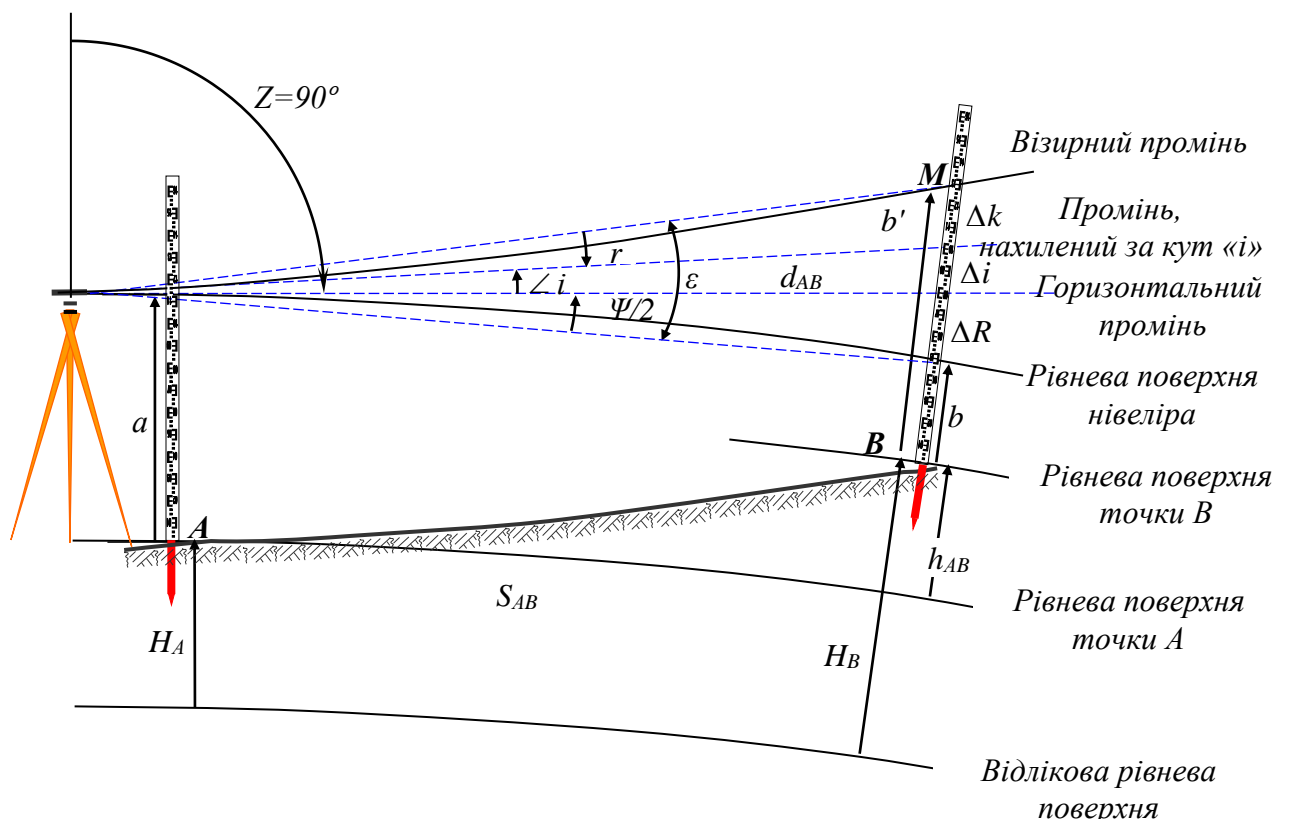


Рис. 3.1 Спосіб геометричного нівелювання “вперед”

Із рис. 3.1 видно, що перевищення між двома точками земної поверхні А і В h_{AB} можна визначити, як різницю висот точок H_A і H_B , що відповідає різниці висот рівневих поверхонь, які проходять через ці точки.

Нівелір задає горизонтальний промінь візування, який мав би проходити по дотичній до рівневої поверхні центра сітки штрихів. У реальних умовах промінь візування не є прямолінійним і буде відхилений від горизонтального на сумарну величину кута $\angle i$ - за неточне установлення зенітної віддалі $Z=90^\circ$ і кута вертикальної рефракції r . Через це, ми бачимо не точку проєкції горизонтального променя на рейці, а викривлене цим кутом та через кривину Землі зображення точки М, тобто отримаємо відлік b' , який буде спотворений, відносно b , лінійними величинами поправок за кутові відхилення:

$$b = b' - \Delta R - \Delta i + \Delta r, \quad (3.2)$$

де $\Delta R = \frac{d_{AB}^2}{2R} = \frac{\psi''}{2\rho''} d_{AB}$ - лінійна величина поправки за кривину Землі; $\Delta i = \frac{i'' \cdot d_{AB}}{\rho''}$ -

лінійна поправка за негоризонтальність візирного променя;

$\Delta r = \frac{-r'' \cdot d_{AB}}{\rho''} = \frac{-k \cdot d_{AB}^2}{2R}$ - лінійна величина поправки за вертикальну рефракцію;

ψ'' - кут між нормаллями до еліпсоїда у точках А і В; i'' - кут негоризонтальності променя візування (не точного встановлення $Z = 90^\circ$); r'' - кут вертикальної рефракції, який відповідає коефіцієнту вертикальної рефракції k . Сумарне кутове відхилення променя візування від стягуючої хорди до рівневої поверхні нівеліра позначимо через кут ε :

$$\varepsilon'' = \frac{\psi''}{2} + i'' - r''. \quad (3.3)$$

Вважають, що відлік шкали встановленої у точці А практично не буде спотворений цими чинниками, через незначну віддаль до нівеліра. Тому формулу для визначення перевищення методом “вперед” записують:

$$h_{AB} = a - (b' - \Delta R - \Delta i + \Delta r). \quad (3.4)$$

Формула (3.4) повністю відповідає формулі одностороннього тригонометричного нівелювання (1.21, 1.22). Для підтвердження цього проведемо заміни у (1.22) висоти приладу i на відлік рейки a та висоти візирної цілі v на відлік b' і напишемо її так:

$$h_{AB} = a - \left(b' - \frac{D_{AB}^2 \sin^2 Z_{AB}}{2R} + D_{AB} \cos Z_{AB} + k_{AB} \frac{D_{AB}^2 \sin^2 Z_{AB}}{2R} \right). \quad (3.5)$$

Горизонтальну проєкцію вимірної лінії без урахування відхилення прямовисних ліній обчислюють за формулою, яку отримують із розв'язку трикутника ГМВ' (рис.1.2) [4, 152, 153]:

$$d_{AB} = D_{AB} \sin Z_{AB} - \left(1 - \frac{k_{AB}}{2} \right) \frac{D_{AB}^2 \sin Z_{AB} \cos Z_{AB}}{2R}. \quad (3.6)$$

За умов геометричного нівелювання $D_{AB} \leq 150\text{м}$ та

$$Z_{AB} = 90^\circ \pm i'' = 90^\circ \pm 10'', \quad (3.7)$$

напишемо:

$$D_{AB} = \frac{d_{AB}}{\sin Z_{AB}}. \quad (3.8)$$

Замінивши у (3.5) нахилену віддаль на її горизонтальну проєкцію отримаємо:

$$h_{AB} = a - \left(b' - \frac{d_{AB}^2}{2R} + d_{AB} \operatorname{ctg} Z_{AB} + k \frac{d_{AB}^2}{2R} \right), \quad (3.9)$$

а із урахуванням (3.7) –

$$h_{AB} = a - \left(b' - \frac{d_{AB}^2}{2R} - d_{AB} \frac{i''}{\rho''} + k \frac{d_{AB}^2}{2R} \right), \quad (3.10)$$

Формула (3.10) записана відповідно до (3.4).

Спосіб геометричного нівелювання “вперед” у нівелюванні ходів не застосовують через необхідність додаткових вимірювань та невизначеність атмосферних впливів.

Геометричне нівелювання виконують способом “із середини” прокладанням ходів для створення мереж. Теорія способу “із середини”, як було вказано вище, передбачає установлення і виконання вимірювань нівеліром, на однакових віддаль до точок, між якими визначають перевищення див. рис. 3.2. У ідеальному випадку, прилад установлюють по середині між цими точками.

Отримати розрахункові формули геометричного нівелювання “із середини” можна розглянувши спостереження точок А і В із деякої точки С способом “вперед” (див. рис. 3.2).

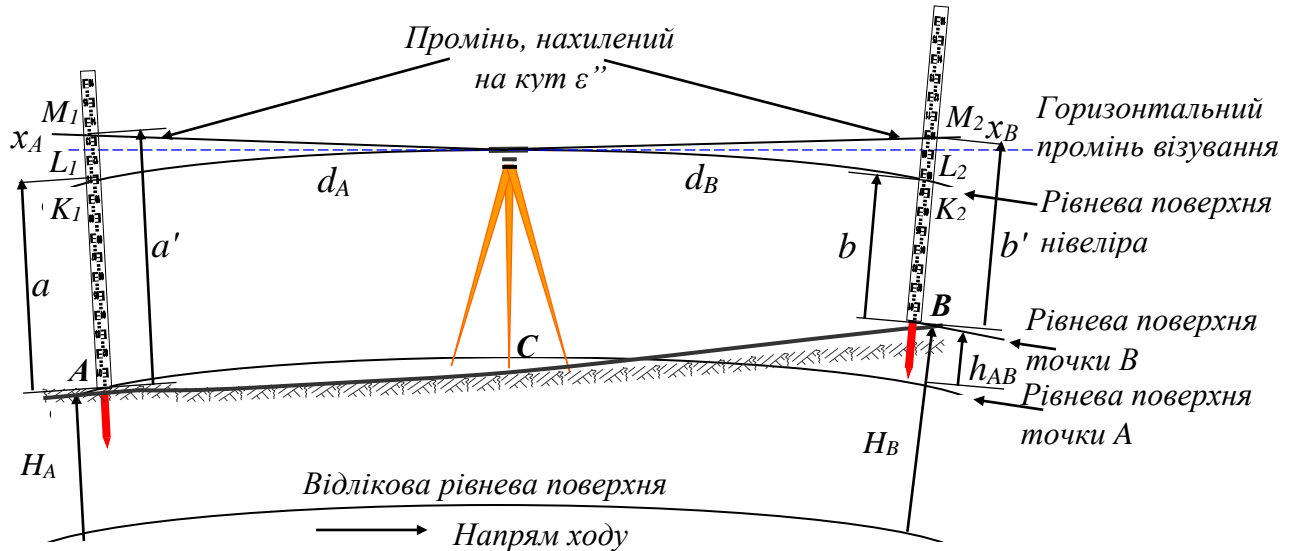


Рис. 3.2 Спосіб геометричного нівелювання “із середини”

Рівнева поверхня нівеліра перетне шкали рейок, які прямовисно установлені на точках А і В, відповідно в точках K_1 і K_2 , що відповідають відлікам шкал a і b . Горизонтальному променю відповідають точки перетину зі шкалами L_1 і L_2 . Насправді у полі зору нівеліра відлічують точки M_1 і M_2 , що відповідають відлікам шкал a' та b' нахиленим на деякий кут променем.

З графічних побудов (див. рис. 3.2), напишемо рівняння визначення перевищення:

$$h_{AB} = a - b = a'_A - \Delta R_A - \Delta i_A + \Delta r_A - (b'_B - \Delta R_B - \Delta i_B + \Delta r_B), \quad (3.11)$$

або

$$h_{AB} = a'_A - b'_B - (\Delta R_A - \Delta R_B) - (\Delta i_A - \Delta i_B) + (\Delta r_A - \Delta r_B). \quad (3.12)$$

За однакових умов спостереження до задньої та передньої рейок (рівності віддалей $d_A = d_B$, однакової підстильної поверхні та метеорологічних умов спостережень) формулу (3.12) перепишемо так:

$$h_{AB} = a_A - b_B \approx a'_A - b'_B . \quad (3.13)$$

Таке спрощення доречно за умов абсолютної рівності пліч, стабільності кута i'' у процесі вимірювань на станції та однакової вертикальної рефракції по відповідних плечах нівелювання. Перші дві умови досягнути та підвищити точність їхнього врахування як приладовими так і методичними напрацюваннями можливе. Досягнути рівності вертикальної рефракції по різних плечах нівелювання проблематично через неодноразовість спостережень, несиметричність профілю підстильної поверхні та турбулентності атмосфери.

Як бачимо, точність геометричного нівелювання “із середини” в основному залежатиме від умов спостережень, на що витрачається багато зусиль і дотримання інструктивних обмежень.

Недоліком способу нівелювання “із середини” є неконтрольованість стабільності встановлення візирного променя горизонтально, просідання підкладнів та штатива. Зміна цих величин за час між спостереженнями на задню і передню рейки безпосередньо увійде у похибку визначення перевищення. Багато часу, під час нівелювання I і II класів, витрачається для встановлення рівності пліч (допуск 0.5 і 1 м відповідно) та їхньої довжини (допуск 50 і 75 м), особливо на нахилених ділянках нівелювання, де накладається ще й обмеження висоти променя над земною поверхнею (0.8 і 0.5 м відповідно) [35].

3.2. Обґрунтування точності геометричного нівелювання

Дослідженню точності геометричного нівелювання присвячено багато робіт, основні з яких [27], [129], [151], [135], [71]. Поява нових цифрових нівелірів і електронних систем зчитування кодових рейок внесла нові корективи до розрахунку точності нівелювання.

Важливою характеристикою кожної нівелірної мережі є її точність. Найзручніше точність результатів нівелювання характеризувати величинами середньої квадратичної випадкової похибки η і середньої квадратичної систематичної похибки σ на 1 км нівелювання. Контролювати якість прокладання нівелірних мереж зручно порівнянням фактично отриманих нев’язок у нівелірних

ходах або полігонах із їхніми допустимими значеннями $fh_{дон}$. Величини η , σ , $fh_{дон}$ це технічні характеристики нівелірних мереж. Їхнє значення для Державних нівелірних мереж подано в табл. 3.1. [69].

Таблиця 3.1

Технічні характеристики висотних Державних геодезичних мереж [69]

КЛАСИ нівелювання	Сер. кв. похибка нівелювання 1 км, мм		Допуски на 1 км подвійного ходу
	випадкові η_h	систематичні σ_h	
I	0.8	0.08	$3\text{мм}\sqrt{L}$
II	2.0	0.2	$5\text{мм}\sqrt{L}$
III	5.0	–	$10\text{мм}\sqrt{L}$
IV	10.0	–	$20\text{мм}\sqrt{L}$

Приведемо дані [68] розрахунку випадкових η_h та систематичних σ_h похибок визначення перевищень точним та прецизійним геометричним нівелюванням (табл. 3.2).

Таблиця 3.2

Граничні похибки η_h та σ_h перевищень та допустимі нев'язки точного і прецизійного нівелювання [68]

№	Вид і клас нівелювання	Граничні похибки		Допустима нев'язка $fh_{дон}$, мм
		η_h , мм	σ_h , мм	
1	Прецизійне нівелювання коротким променем ($d_{\max} = 25$ м)	0.063	0.006	$0.09\sqrt{n}$
2	Прецизійне нівелювання ($d_{\max} = 50$ м)	0.107	0.008	$0.15\sqrt{n}$
3	Нівелювання I класу коротким променем ($d_{\max} = 25$ м)	0.092	0.006	$0.13\sqrt{n}$
4	Нівелювання I класу ($d_{\max} = 50$ м)	0.237	0.008	$0.3\sqrt{n}$
5	Точне нівелювання II класу ($S_{\max} = 75$ м)	0.631	0.016	$0.9\sqrt{n}$

Похибки геометричного нівелювання поділяють на три групи:

1. Приладові похибки.
2. Похибки, викликані впливом зовнішнього середовища.
3. Особові похибки.

Детально похибки розглянуто у [71]. Розглянемо найвагомші із них.

I. Приладові похибки

а) Похибка у перевищення $m_{\text{пер.зai}}$ викликана негоризонтальністю променя візування (похибка за кут i).

Лінійну величину похибки за негоризонтальність променя візування (похибка за кут i) $\Delta_{h.\text{зai}}$ можна розрахувати, згідно (3.12), (3.10), за формулою:

$$\Delta_{h.\text{зai}} = (\Delta i_A - \Delta i_B) = \frac{i''}{\rho''} (d_A - d_B), \quad (3.14)$$

де d_A і d_B - довжини відповідних пліч нівелювання.

Для зменшення впливу похибки за негоризонтальність променя візування, як видно з (3.14) для високоточних нівелювань, потрібно робити плечі однаковими $(d_B - d_A) < 0.5\text{м}$, а кут $i'' < 10''$. Підставивши величини допусків у

$$(3.14), \text{отримаємо: } (\Delta i_A - \Delta i_B) = \frac{10''}{206265''} (500\text{мм}) = 0.025\text{мм}.$$

У цифрових нівелірах ця похибка може бути вилучена автоматичним уведенням поправок безпосередньо у відліки за вимірними горизонтальними проєкціями ліній спостережень (довжинам пліч). Для цього кут i'' необхідно визначити у лабораторних умовах на спеціальних стендах (бажано в барокамері) із вилученням впливу вертикальної рефракції. Під час нівелювання слід дотримуватись умов інструкцій, не перегрівати прилад і захищати його від прямого сонячного нагрівання.

б) Похибка у перевищення $\Delta_{h.zaR}$ викликана кривиною Землі за нерівність пліч.

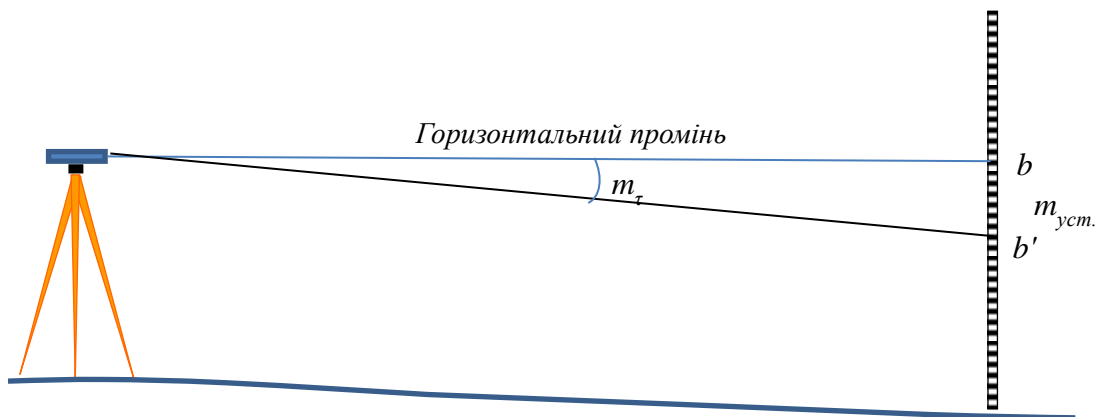
Розрахуємо лінійну величину похибки за кривину Землі, викликану нерівністю пліч $\Delta_{h.zaR}$. За аналогією попереднього розрахунку, прийнявши, що довжини пліч $d \leq 50\text{м}$:

$$\Delta_{h.zaR} = (\Delta R_A - \Delta R_B) = \frac{d_A^2}{2R} - \frac{d_B^2}{2R} = \frac{(d_B - d_A)(d_B + d_A)}{2R} = \frac{(0.5\text{м})(100\text{м})}{2 \cdot 6380\text{км}} = 0.004\text{мм},$$

$$\text{Для II класу} - \Delta_{h.zaR} = \frac{(1\text{м})(150\text{м})}{2 \cdot 6380\text{км}} = 0.012\text{мм}.$$

У цифрових нівелірах ця похибка вилучається автоматичним уведенням поправок за кривину Землі вмиканням спеціальної функції.

в) Похибка установлення візирної осі $\Delta_{уст.}$ горизонтально.



Похибка за установлення візирної осі горизонтально залежить від точності контактного рівня або чутливості компенсатора.

Рис. 3.3 До визначення похибки установлення візирної осі у горизонтальне положення

Для рівневих нівелірів точність установлення бульбашки у нуль пункт m_τ неозброєним оком залежно від ціни поділки рівня τ приймають $m_\tau = 0.15\tau$.

Якщо, бульбашку рівня установлюють на середину за допомогою оптичної системи (у контакт кінців бульбашки), яка має збільшення $\Gamma^x = 5$ разів і ціна поділки рівня для високоточних нівелірів - $\tau = 10''$, то відповідно:

$$m_{\tau} = \frac{0.15\tau}{\Gamma^x} = \frac{0.15 \cdot 10''}{5} = 0.3''.$$

Для 50 м ця величина дорівнює 0.07 мм, а для 75 м – 0.11 мм (див. рис. 3.3):

$$\Delta_{уст.} = \frac{m_{\tau}}{\rho''} d = \frac{0.3}{206265} 50\,000\text{мм} = 0.07\text{мм}.$$

У самовстановивних нівелірів устанавлення променя візування в робоче положення виконується високоточними компенсаторами з точністю $m_{\tau} = 0.2''$, тому для 50 м пліч:

$$\Delta_{уст.} = \frac{0.2}{206265} 50\,000\text{мм} = 0.05\text{мм}.$$

У перевищенні, яке виміряне на станції, ця похибка буде у $\sqrt{2}$ більше. Тому прийmemo похибку у виміряне перевищення за устанавлення променя візування для рівневих : $m_{h.уст.} = \Delta_{уст.} \sqrt{2} = 0.07\text{мм} \sqrt{2} = 0.10\text{мм}$, а для самовстановивних - $m_{h.уст.} = \Delta_{уст.} \sqrt{2} = 0.05\text{мм} \sqrt{2} = 0.07\text{мм}$.

Похибка устанавлення візирної осі горизонтально може бути зменшена підвищенням точності компенсатора або одночасного спостереження задньої і передньої рейок.

г) *Похибка через похибки нанесення поділок на шкали рейок.*

Згідно з інструкцією з нівелювання [35], похибки метрових і для всієї рейки поділок рейок не мають перевищувати 0.05 мм для нівелювання I класу в гірській місцевості. Визначають ці похибки компаруванням рейок.

Похибку різниці висот п'яток рейок вилучають нівелюванням парною кількістю станцій, або введенням у результати нівелювання поправки за цю різницю.

Похибка нанесення поділок може бути зменшена введенням результатів компарування для відліку в пам'ять комп'ютера нівеліра для автоматичного її врахування.

Нами розглянуто поширений частковий випадок, коли профіль рельєфу під час геометричного нівелювання апроксимується лінійною функцією (прямою) залежною від висоти приладу та відліку рейки (див. рис. 3.4.). Напишемо цю залежність так:

$$h_j = i - \frac{i-b}{d} l_j, \quad (3.17)$$

де i - висота нівеліра над підстильною поверхнею; b - відлік шкали рейки.

Таке припущення, на наш погляд, для геометричного нівелювання є справедливим із точністю шорсткості рельєфу для ліній спостережень до 50 м і тому, що нівелювання виконують уздовж доріг на рівно нахилених профілях.

Розв'язок означеного інтегралу, з таким припущенням, дає просту залежність [99]:

$$h_e = \frac{2}{d^2} \left(\frac{2id^2 + bd^2}{6} \right) = \frac{2}{3}i + \frac{1}{3}b. \quad (3.18)$$

Представлення профілю рельєфу лінійною функцією для геометричного нівелювання дало можливість отримати залежність еквівалентної висоти від висоти приладу та відліку рейки. Аналіз залежності (3.18) показує, що інтегральна висота залежить на 2/3 від висоти приладу і 1/3 від відліку рейки.

Це у свою чергу, підтверджує припущення про більший вплив атмосферної зони, розташованої біля приладу спостереження, на відлічування шкали рейки.

Отримана нами залежність еквівалентних висот від висоти приладу та відліку рейки [87, 99], дозволяє розрахувати величину систематичного впливу вертикальної рефракції на зтяжних схилах і автоматизувати процес розрахунку поправок у реальному часі під час виконання вимірювань.

Розрахуємо максимальні еквівалентні висоти для нівелювання на рівно нахиленому профілі. Нехай максимальний відлік рейки 2.7 м, а висота нівеліра – 1.5 м тоді, згідно з (2.18): $h_e^1 = \frac{2 \cdot 1.5 + 2.7}{3} = 2.07 \text{ м}$, а для мінімального відліку

рейки 0.5 м (якщо довжина променя візування менше 25 м) відповідно –

$$h_e^1 = \frac{2 \cdot 1.5 + 0.5}{3} = 1.17 \text{ м}.$$

Розрахуємо вплив вертикальної рефракції на виміряні перевищення [119, 87]. Різниця відлічування рейок матиме вплив аномальної складової вертикальної рефракції і в лінійній величині $\Delta r = \frac{r'' d}{\rho''}$ для $d = 50 \text{ м}$, $P = 986 \text{ mbar}$,

$T = t^\circ \text{C} + 273,15^\circ \text{K} = 288 \text{ K}$ дорівнюватиме :

$$\Delta r = \frac{8.134}{206265} \frac{P}{T^2} d^2 \left(\frac{c}{h_{eCA}} - \frac{c}{h_{eCB}} \right) = 0.04688 \cdot 10^{-5} d^2 c \cdot (0.37 \text{ м}) = 0.00043 \cdot c.$$

Для максимального аномального градієнта температури $t \ c = 0.5 \text{ град/м}$ величина некомпенсованого впливу вертикальної рефракції на виміряне перевищення на станції дорівнюватиме: $\Delta r = 0.0043 \text{ м} \cdot 0.5 = 0.2 \text{ мм}$.

Навіть, для коротких пліч нівелювання $d = 30 \text{ м}$, на зтяжних схилах накопичення недокомпенсації вертикальної рефракції під час геометричного нівелювання може сягати суттєвих величин. Розрахункові формули для середніх градієнтів температури $c = 0.3 \text{ град/м}$ показують:

$$\Delta r_{(\Sigma h)} = 0.02 \cdot h(\text{м}) = 2 \text{ мм}/100 \text{ м}.$$

Як видно із виконаних розрахунків, похибка за недокомпенсацію вертикальної рефракції носить систематичний характер і суттєво може впливати на результати нівелювання на зтяжних схилах і тільки частково може бути зменшена прокладанням прямого і зворотного ходів, якщо градієнти температури мають різні знаки для прямого і зворотного ходів.

е) *Похибки за коливання поділок рейки викликаних турбулентністю атмосфери.*

Похибки за коливання візирних цілей пов'язані з аномальною складовою вертикальної рефракції.

Розрахуємо похибки за коливання поділок рейки викликаних турбулентністю атмосфери скориставшись формулою для розрахунку аномального складової кута вертикальної рефракції із (3.15):

$$r''_{a50} = 8.134 \frac{P}{T^2} \frac{c}{h_e^b} d = 2.0'',$$

де для розрахунку прийняли $P = 986 \text{ mbar}$; $T = 288 \text{ K}^\circ$; $c = 0.5 \text{ град/м}$; $h_e^1 = 1.23 \text{ м}$; $d = 50 \text{ м}$.

Лінійну максимальну величину похибки за аномальну рефракцію на віддалі 50 м розрахуємо за формулою $\Delta h_{50} = \frac{r''_{a50} d}{\rho''} = \frac{2.0 \cdot 50 \text{ 000}}{206265} = 0.48 \text{ мм}$.

Максимальну амплітуду коливань знайдемо, як подвійну величину аномальної рефракції і вона дорівнюватиме $A_{50} = 0.97 \text{ мм}$. С.к.п. відлічування за даних умов турбулентності буде дорівнювати одній третій від максимальної амплітуди коливань зображень і дорівнюватиме $m_{\text{турб.50}} = 0.32 \text{ мм}$.

Для перевірки наших розрахунків скористаємось емпіричною формулою для розрахунку лінійної величини коливань зображень для віддалі 75 м отриманою Куккамькі:

$$A_{75} = 0.66 - 1.42 \Delta t, \quad (3.19)$$

де A_{75} - максимальна амплітуда коливань зображень для віддалі 75 м;

Δt - різниця температури повітря на висотах 0.5 м і 2.5 м.

Градiєнту $c = 0.5 \text{ град/м}$ відповідає різниця температур рівна $\Delta t = 1^\circ$ на різниці висот у 2 м, тоді амплітуда дорівнюватиме 2.08 мм, а середня квадратична похибка відлічування в турбулентній атмосфері – відповідно 0,69 мм. Для віддалі 50 м перерахуємо максимальну амплітуду коливань зображень пропорційно квадрату віддалі і отримаємо: $A_{50} = 0.92 \text{ мм}$ і $m_{\text{турб.50}} = 0.31 \text{ мм}$.

Нами виконані дослідження для вивчення нівелірної рефракції у нічний період доби [24]. Тут застосовувався метод визначення амплітуди коливань зображень з використанням цифрової кінокамери [42, 43] та одночасним відлічуванням шкал рейок цифровим нівеліром. Дослідження у нічний період

показали переважний вплив динамічної турбулентності над термічною. Тут же, за результатами експерименту, була запропонована формула обчислення поправки за вертикальну рефракцію у нічний період за виміряною максимальною амплітудою коливань зображень $\Delta r = 0.03 \times A_{\max} \frac{d^2}{h_{\text{екв}}^2}$, яка була отримана на підставі формул для тригонометричного нівелювання у нічний період [84, 85].

За отриманими результатами досліджень зроблено припущення, що врахування вертикальної рефракції за коливаннями зображень для нічних спостережень, дозволяє зменшити вплив диференційної вертикальної рефракції майже у чотири рази [24].

За теоретичними і експериментальними дослідженнями приймемо величину с.к.п. за вплив вертикальної рефракції у перевищення $m_{h, \text{турб.50}} = 0.2 \text{ мм}$.

III. Особові похибки.

Особові похибки у цифрових нівеліра зведені до мінімуму, або взагалі відсутні.

Розглянемо похибку відлічування для рівневих і цифрових нівелірів.

ж) *Похибка у відлік через роздільну здатність зорової труби.*

Відомо, що точність відлічування залежить від збільшення зорової труби Γ^x і записується залежністю:

$$m_{\text{розд. здатн.}} = \frac{60'' d}{\rho'' \Gamma^x} \quad (3.20)$$

Розрахуємо величину похибки відлічування за даними нівелювання I класу: $\Gamma^x = 44^x$ і для $d = 50 \text{ м}$ величина $m_{\text{розд. здатн.50}} = 0.33 \text{ мм}$. Використовуючи плоско паралельну пластину з відліковим барабаном і бісектором сітки штрихів, точність відлічування зростає у 10 раз. Ціна поділки відлікового барабана 0.05 мм [15]. Гранична похибка роздільної здатності відповідно дорівнюватиме $m_{\text{гран. розд. здатн.50}} = 0.066 \text{ мм}$.

За дослідженнями [8], цифрові нівеліри забезпечують таку ж саму точність зчитування рейки $m_{\text{відл.50}} \cong 0.0014 \cdot d(\text{м}) = 0.07 \text{ мм}$.

На основі розглянутих величин похибок геометричного нівелювання ємо збірну таблицю для визначення точності геометричного нівелювання на 1 км ходу. Розрахунки проведемо для оптико-механічних та цифрових нівелірів.

Таблиця 3.3

Розрахунок точності геометричного нівелювання на 1 км подвійного ходу

Назва основних похибок	Величини похибок для типів нівелірів (мм)			
	Оптико-механічні нівеліри		Цифрові нівеліри	
	m_h	$(m_h)^2$	m_h	$(m_h)^2$
$m_{\text{кута } i}$	0.025	0.00063	0	0
$m_{\text{установл.}}$	0.1	0.01000	0.07	0.00490
$m_{\text{рефракції}}$	0.2	0.04000	0.2	0.04000
$m_{\text{відліку}}$	0.03	0.00090	0.01	0.00010
$m_{\text{поділок}}$	0.005	0.00003	0	0
Σ		0.052		0.045
$m_h = \sqrt{\Sigma}$	0.227		0.212	
$m_{1 \text{ км}} = m_h \sqrt{10} / \sqrt{2}$	0.510		0.474	
$m_{\text{гран. подв. ходу } 1 \text{ км}} = \frac{3}{\sqrt{2}} \cdot m_{1 \text{ км}}$	1.077		1.006	

У табл. 3.3 наведені основні джерела похибок геометричного нівелювання та розрахунок граничної точності геометричного нівелювання на 1 км подвійного ходу. Зазначимо, що на сьогоднішня найбільша похибка в геометричному нівелюванні, як видно із таблиці 3.3, є вертикальна рефракція, яку наперед врахувати неможливо. Вертикальну рефракцію треба враховувати або компенсувати безпосередньо в процесі вимірювань в реальному часі.

Для врахування вертикальної рефракції у геометричному нівелюванні нами розроблений спосіб двостороннього геометричного нівелювання “вперед-назад”.

3.3. Спосіб двостороннього геометричного нівелювання “вперед-назад”

Інструкція [35] накладає жорсткі обмеження на виконання високоточного нівелювання. Це передусім періоди доби й атмосферні умови, коли дозволено виконувати вимірювання, довжини та нерівність пліч нівелювання, висота візирного променя над землею поверхнею, а також строге дотримання методики нівелювання – по двох парах костилів і виконання нівелювання в зворотному напрямі.

Однією з основних вимог геометричного нівелювання [35] для досягнення високої точності визначення перевищень є застосування методу нівелювання із середини, який усуває вплив негоризонтальності променя нівелювання (за умови його стабільності) та частково компенсує дію вертикальної рефракції [71, 126].

Перевищення по лінії АВ під час нівелювання “з середини” (рис. 3.2) представимо на основі (3.11) формулою:

$$h_{AB} = a_A - b_B = a'_A - b'_B + d_{CA} \operatorname{tg}(i_A) - d_{CB} \operatorname{tg}(i_B) + \frac{d_{CA}^2}{2R} - \frac{d_{CB}^2}{2R} - \frac{k_{CA} d_{CA}^2}{2R} + \frac{k_{CB} d_{CB}^2}{2R}. \quad (3.21)$$

За умови рівності пліч нівелювання рівняння (3.21) напишемо так:

$$h_{AB} = a'_A - b'_B + (i''_A - i''_B) \frac{d_{CA}}{\rho''} - (k_A - k_B) \frac{d_{CA}^2}{2R}. \quad (3.22)$$

Виконуючи аналіз (3.22), зазначимо, що досягнення точності відлічування 0.01 – 0.07 мм сучасними нівелірами не вирішує проблем високоточного нівелювання, оскільки нестабільність установа променя нівелювання в горизонтальне положення буде впливати в процесі нівелювання згідно залежності

$(i''_A - i''_B) \frac{d}{\rho''}$. Виконані вище розрахунки точності показують, що для сучасних

нівелірів, за точності встановлення візирного променя в горизонтальне положення 0.2" – 0.5" і для довжин пліч нівелювання – 50 м, лінійна величина похибки дорівнює 0.05 – 0.07 мм, а похибка за різницю коефіцієнтів вертикальної рефракції на станції може сягати похибки 0.2 мм.

Запропонований нами спосіб двостороннього геометричного нівелювання “вперед-назад” [73, 10, 88, 89] передбачає подвійні вимірювання перевищень способом “вперед” з кінців лінії нівелювання (прямо і зворотно) (рис. 3.5).

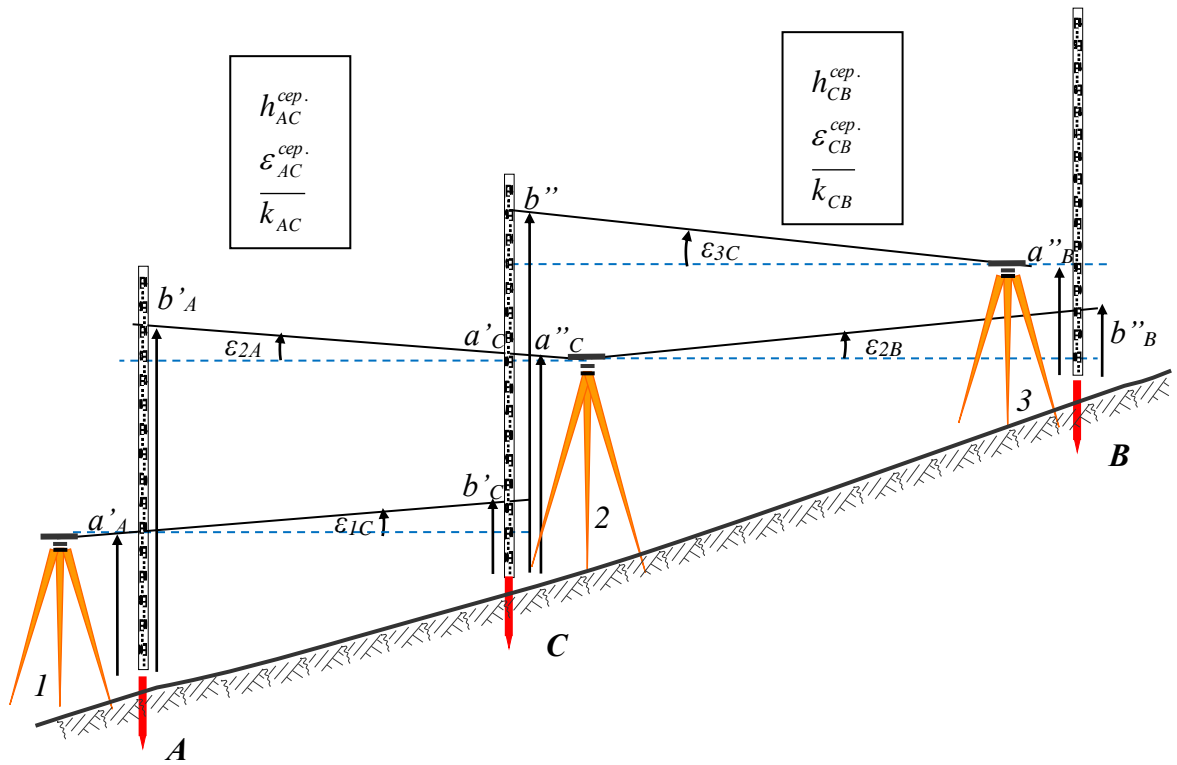


Рис.3.5 Спосіб двостороннього геометричного нівелювання “вперед – назад”

Як відомо, перевищення h_{AC} способом “вперед” визначають за формулою (3.4). Напишемо систему рівнянь визначення прямого і зворотного перевищення способом “вперед” спростивши (3.21) для спостереження короткого плеча:

$$\left. \begin{aligned} h_{AC} &\cong a'_A - b'_C + d_{1C} \operatorname{tg}(i_{1C}) + \frac{d_{1C}^2}{2R} - \frac{k_{1C} d_{1C}^2}{2R} + \Delta_{\text{периф}} \\ h_{CA} &\cong a'_C - b'_A + d_{2A} \operatorname{tg}(i_{2A}) + \frac{d_{2A}^2}{2R} - \frac{k_{2A} d_{2A}^2}{2R} + \Delta_{\text{периф}} \end{aligned} \right\}, \quad (3.23)$$

де a'_A, b'_C – відлічування рейок з першої станції встановлення нівеліра, відповідно ближньої та дальньої рейок, які встановлені у точках А і С; b'_A, a'_C – відлічування рейок з другої станції встановлення нівеліра, відповідно дальньої та ближньої рейки, які встановлені у точках А і С; $d_{1C} \cong d_{2A} = d$ – горизонтальні віддалі між нівеліром і дальніми рейками; $\Delta_{\text{периф}}$ – поправка за перефокусування (поправка

суттєвого впливу давати не буде, оскільки ставиться умова рівності пліч відповідною методикою спостережень); k_{1C}, k_{2A} – коефіцієнти вертикальної рефракції відповідно вздовж ліній d_{1B} і d_{2A} для станції 1 та станції 2.

Визначимо середнє перевищення з вимірювань прямого та зворотного перевищення по аналогії із двостороннім тригонометричним нівелюванням. Враховуючи те, що під час спостережень встановлюють однакові плечі $d_{1B} \cong d_{2A}$, то середнє значення перевищення по лінії АС відповідно до (3.12) обчислюють за формулою:

$$h_{AC}^{сер.} = \frac{h_{AC} - h_{CA}}{2} \cong \frac{a'_A - b'_C - a'_A + b'_A}{2} - (k_{1C} - k_{2A}) \frac{d_{1C}^2}{4R}. \quad (3.24)$$

Аналіз формул (3.22) і (3.24) вказує на підвищення точності компенсації вертикальної рефракції по лінії.

Диференціюємо формули (3.22) і (3.24) та перейдемо до середніх квадратичних похибок, при цьому задаймося похибками зміни коефіцієнта вертикальної рефракції $m_{\Delta k}$ за різними плечами нівелювання:

$$m_{h_{AB} з\ середини}^2 = 2m_{відл}^2 + m_{\Delta k}^2 \left(\frac{d_{1C}^2}{2R} \right)^2, \quad (3.25)$$

$$m_{h_{AC} вперед-назад}^2 = m_{відл}^2 + m_{\Delta k}^2 \left(\frac{d_{1C}^2}{4R} \right)^2. \quad (3.26)$$

Враховуючи, що нівелювання “із середини” по лінії АВ складається з двох пліч АС і СВ двостороннього нівелювання “вперед-назад”, то (3.26) напишемо:

$$m_{h_{AB} вперед-назад}^2 = 2m_{відл}^2 + m_{\Delta k}^2 \left(\frac{d_{1C}^2}{2R} \right)^2. \quad (3.27)$$

Як бачимо, точність визначення перевищення по лінії АВ методом “із середини” (3.25) та способом “вперед-назад” (3.27) практично однакові.

Підвищення точності можна досягнути збільшивши точність врахування вертикальної рефракції. Аналогічно з двостороннім тригонометричним нівелюванням (2.16) запропонуємо:

$$h_{AC}^{\text{дв.згор.}} = \frac{h_{AC}^{\text{вум.}} - h_{CA}^{\text{вум.}}}{2} - \left(\frac{q-1}{q+1} \right) \left(\frac{h_{AC}^{\text{вум.}} + h_{CA}^{\text{вум.}}}{2} \right), \quad (3.28)$$

де $q = \frac{h_{e2A}}{h_{e1C}} = \frac{m_{h_{AC}}}{m_{h_{CA}}}$ коефіцієнт рефракційного співвідношення, який розраховують за співвідношеннями еквівалентних висот $\frac{h_{e2A}}{h_{e1C}}$ або за флуктуаціями вимірних перевищень прямого $m_{h_{AC}}$ і зворотного $m_{h_{CA}}$ напрямів.

Задавшись кількістю прийомів відлічування шкали рейки у цифрових нівелірах можна отримати с.к.п. відлічування та за ним порахувати с.к.п. осередненого перевищення. Коефіцієнт рефракційного співвідношення можна визначити за еквівалентними висотами зворотного напрямку до прямого. Еквівалентні висоти пропонується розраховувати за відлічуванням шкал рейок (3.18) $h_{e1C} = \frac{2a_A + b'_C}{3}$, $h_{e2A} = \frac{2a_C + b'_A}{3}$ (див. рис. 3.5).

Таке підвищення точності, коштуватиме спостерігачу подвоєнню кількості станцій нівелювання, але запропонована нами методика спостереження на станції нівелювання дозволяє скоротити час на встановлення рівності пліч нівелювання і висоти променя (мінімального відліку по шкалі рейки). Окрім того, можна відмовитись від виконання зворотного нівелірного ходу, оскільки нівелювання на зв'язковій лінії передачі висот виконують в прямому і зворотному напрямках.

Додавши два рівняння системи (3.23), отримаємо:

$$h_{AC} + h_{CA} = a'_A - b'_C + a'_C - b'_A + (i''_{1C} + i''_{2A}) \frac{d}{\rho''} + \frac{d^2}{R} - (k_{1C} + k_{2A}) \frac{d^2}{2R} = 0. \quad (3.29)$$

Сумарний середній кут $\bar{\varepsilon}''$ визначають (3.3), беручи до уваги середньо інтегральне значення кута рефракції \bar{r}'' , середній кут негоризонтальності променя візування \bar{i}'' та вплив кривини Землі $\frac{\psi''}{2}$ на момент і віддаль спостереження:

$$\bar{\varepsilon}'' = \bar{i}'' + \frac{\psi''}{2} - \bar{r}'' = \bar{i}'' + (1 - \bar{k}) \frac{d\rho''}{2R} = -\frac{1}{2} (h_{\text{прямо}}^{\text{вум}} + h_{\text{зворот}}^{\text{вум}}) \frac{\rho''}{d}, \quad (3.30)$$

де $h_{\text{прямо}}^{\text{вим}} = a_A - b'_C$ і $h_{\text{зворот}}^{\text{вим}} = a_C - b'_A$ – виміряні перевищення по лінії в прямому і зворотному напрямках; \bar{k} – середнє інтегральне значення коефіцієнта вертикальної рефракції.

Значення середнього кута вертикальної рефракції \bar{r}'' можна отримати за умови визначення кута негоризонтальності променя візування \bar{i}'' у лабораторних умовах [75, 89]:

$$\bar{r}'' = -\bar{\varepsilon}'' + \bar{i}'' + \frac{\psi''}{2} = \frac{1}{2}(h_{\text{прямо}}^{\text{вим}} + h_{\text{зворот}}^{\text{вим}}) \frac{\rho''}{d} + \bar{i}'' + \frac{\rho'' d}{2R}, \quad (3.31)$$

і середнє інтегрального значення коефіцієнта вертикальної рефракції \bar{k} – відповідно [75, 89]:

$$\bar{k} = \bar{i}'' \frac{2}{\rho''} \frac{R}{d} + (h_{\text{прямо}}^{\text{вим}} + h_{\text{зворот}}^{\text{вим}}) \frac{R}{d^2} + 1 = (\bar{i}'' - \bar{\varepsilon}'') \frac{2}{\rho''} \frac{R}{d} + 1. \quad (3.32)$$

Середнє значення кута негоризонтальності променя візування нівеліра \bar{i}'' визначають у лабораторних умовах із вилученням вертикальної рефракції або в періоди спокійних зображень, коли $\bar{k} \approx 0.14 - 0.16$:

$$\bar{i}'' = \bar{\varepsilon}'' - \frac{\psi''}{2} + \bar{r}'' = -\frac{1}{2}(h_{\text{прямо}}^{\text{вим}} + h_{\text{зворот}}^{\text{вим}}) \frac{\rho''}{d} + (\bar{k} - 1) \frac{d\rho''}{2R}. \quad (3.33)$$

Стабільність положення візирного променя в процесі нівелювання контролюють за зміною величини сумарного кута негоризонтальності променя візування нівеліра і кутом рефракції:

$$\sum(\bar{r}'' - \bar{i}'') = \frac{\psi''}{2} - \bar{\varepsilon}'' = \frac{d\rho''}{2R} + \frac{1}{2}(h_{\text{прямо}}^{\text{вим}} + h_{\text{зворот}}^{\text{вим}}) \frac{\rho''}{d}. \quad (3.34)$$

Нами запропоновані формули обчислень для виконання двостороннього геометричного нівелювання способом “вперед назад” із урахуванням усіх довжин пліч нівелювання та кута негоризонтальності променя візування:

$$h_{AC} = \frac{(a'_A - b'_C) - (a'_C - b'_A)}{2} - \frac{(d_{1A}^2 - d_{1C}^2) - (d_{2C}^2 - d_{2A}^2)}{4R} + \frac{(d_{1A}^2 - d_{1C}^2)k_1 - (d_{2C}^2 - d_{2A}^2)k_2}{4R} - \frac{i''}{2\rho''} \left((d_{1A} - d_{1C}) - (d_{2C} - d_{2A}) \right); \quad (3.35)$$

$$\bar{k} = 1 - \frac{2R \left((a'_A - b'_C) + (a'_C - b'_A) \right) \cdot \rho'' - \left((d_{1A} - d_{1C}) + (d_{2C} - d_{2A}) \right) \cdot i''}{\rho'' \left((d_{1A}^2 - d_{1C}^2) + (d_{2C}^2 - d_{2A}^2) \right)}; \quad (3.36)$$

$$\sum (\bar{i}'' - \bar{r}'') = \frac{\rho'' \left((a'_A - b'_C) + (a'_C - b'_A) \right) \cdot 2R - \left((d_{1A}^2 - d_{1C}^2) + (d_{2C}^2 - d_{2A}^2) \right)}{2R \left((d_{1A} - d_{1C}) + (d_{2C} - d_{2A}) \right)}. \quad (3.37)$$

Формули (3.35 – 3.37) дають можливість автоматизації способу нівелювання “вперед-назад” шляхом програмування їх у пам’яті цифрового нівеліра для обчислення перевищення та контролю спостережень за кутом ε'' , а також визначення інтегрального коефіцієнта вертикальної рефракції за умови визначеного у лабораторних умовах кута i'' та введеного у пам’ять нівеліра. Це стало можливим за появи цифрових нівелірів, які крім автоматизованого відлічування положення горизонтального променя візування на шкалі рейки, визначають і віддаль до неї та ще обладнані достатньо потужними портативними комп’ютерами.

Так, як і в класичному нівелюванні “із середини”, для контролю просідання костилів і нівеліра, нівелювання способом двостороннього геометричного нівелювання “вперед-назад” пропонується виконувати по двом парам костилів в одному напрямі.

Теоретичні напрацювання по способу двостороннього геометричного нівелювання нами були експериментально апробовані, результати апробації розглянемо в наступному параграфі.

3.4. Експериментальні дослідження точності способу двостороннього геометричного нівелювання “вперед-назад”

У 2009 році нами проведено експериментальні дослідження способу двостороннього геометричного нівелювання “вперед-назад” із використанням електронного нівеліра DiNi22 та комплекту кодових складуваних рейок [10].

Нівелювання виконували способом “вперед-назад” із трьох станцій. Віддалі між станціями 1–2 і 2–3 становили по 50 м. Точне перевищення по лініях А-С і С-В, визначене з нівелювання короткими плечами (6 м), і склало відповідно - 0.71767 м і -0.75930 м.

Перевищення вимірювали за різних погодних умов: сонячно, перемінно і похмуро. Найнижча точка візування на рейку була 0.7 м, а найвища – 2.3 м. Застосовуючи методику [73, 10] спостережень способом “вперед-назад” визначали середні перевищення (3.24) між точками С і А та С і В. Перевищення між точками В і А знаходили як суму із середніх перевищень. Загалом виконано 26 вимірювань перевищень по лінії А-В, що відповідає довжині 2.6 км нівелірного ходу.

Станцію 2 використовували як основну для спостереження способом “із середини” для визначення перевищення між точками В і А, зі сторонами пліч 50 м. Не змінюючи висоти нівеліра, додатково відлічували рейку на короткому плечі – 3 м, що була встановлена на точці В. Це дало змогу використовувати результати вимірювань на станції 2 і для способу “вперед-назад”. Таким чином ми намагались якнайбільше синхронізувати періоди спостережень двома способами.

Контроль положення променя візування нівеліра в процесі нівелювання виконували шляхом обчислення значення сумарного кута негоризонтальності $\sum(\bar{r}'' - \bar{i}''')$ за формулою (3.34). Величина середнього значення сумарного кута за весь період спостережень склала $\sum(\bar{r}'' - \bar{i}''') = -1.76''$, а середнє квадратичне відхилення від середнього значення – 0.73''.

Порівнюючи перевищення, визначені способом “із середини” і способом “вперед-назад”, за період експериментальних спостережень слід зазначити, що отримані результати практично однакові: середня абсолютна похибка в визначенні перевищення склала 0.39 мм, а середнє квадратичне відхилення – 0.29 мм, систематичні накопичення для ходу (2.6 км) склали 10 мм.

У 2010 році на експериментальному полігоні виконані порівняльні дослідження способів геометричного нівелювання “з середини” і “вперед-назад” [88, 11]. Прокладені три нівелірні ходи, що утворили зімкнутий полігон. Оскільки використовували цифровий нівелір DiNi 22 і комплект кодових складальних рейок, то застосовували методику і допуски інструкції [35] для нівелювання III класу. Результати нівелювання наведені в табл. 3.4 і 3.5.

Таблиця 3.4

Результати нівелювання способом “із середини”

Назва ходу	Довжина ходу L м	К-сть станцій n	Сума перевищень за ходом прямо $\Sigma h_{\text{прямо}}$ М	Сума перевищень за ходом зворотно $\Sigma h_{\text{зворотно}}$ М	Різниця перевищень прямо і зворотно Δh м	Середнє перевищення за ходом $\Sigma h_{\text{сер}}$ М
PG29- PG25	162.04	5	8.55330	-8.55257	0.00073	8.55293
PG25- PG54	241.79	7	-12.28780	12.28763	-0.00017	-12.28772
PG54- PG29	236.64	4	3.73573	-3.73553	0.00020	3.73563
Σ	640.47	16	0.00123	-0.00047	0.00077	0.00085
					$m = 0.00045$	

Таблиця 3.5

Результати нівелювання способом “вперед–назад”

Назва ходу	Довжина ходу L м	К-сть станцій n	Сума перевищень за ходом прямо $\Sigma h_{\text{прямо}}$ м	Сума перевищень за ходом зворотно $\Sigma h_{\text{зворотно}}$ м	Різниця перевищень прямо і зворотно Δh м	Середнє перевищення за ходом $\Sigma h_{\text{сер}}$ м
PG29-PG25	162.25	9	8.55255	-8.55245	0.00010	8.55250
PG25-PG54	244.22	12	-12.28823	12.28852	0.00028	-12.28838
PG54-PG29	238.39	8	3.73555	-3.73542	0.00013	3.73548
Σ	644.86	29	-0.00013	0.00065	0.00052	-0.00039
					$m = 0.00010$	

Виконання нівелювання цифровим нівеліром вносить свої корективи в методику спостережень на станції. Так, нівелювання способом “із середини” виконували без зміни висоти приладу, але з вимірюванням довжин пліч та обчислення їх накопичення.

У вересні 2011 р. проведено експериментальні дослідження способу нівелювання “вперед-назад” із використанням електронного нівеліра DNA 03 фірми Leica та комплекту кодових двометрових інварних рейок [23].

Згідно з програмою досліджень, нівелювання способом “вперед-назад” виконували з двох станцій (див. рис. 3.6). Плечі між станціями нівеліра 1 і 2 та рейками, що були встановлені та утримувались у вертикальному положенні за допомогою спеціальних тримачів на костилях в точках А і В, дорівнювали по $d_{AB} = 49.8$ м. Експериментальні вимірювання виконано за сонячної погоди.

Перевищення вздовж лінії А-В, визначене з нівелювання короткими плечами (≈ 6 м), склало $h_{\text{вперед}}^{\text{теор.}} = -0.71429$ м. Загально виконано 102 вимірювання

перевищень способом “вперед” по лініях А-В, В-А що відповідає 2.5 км нівелірного ходу, виконаного за методикою “вперед-назад”.

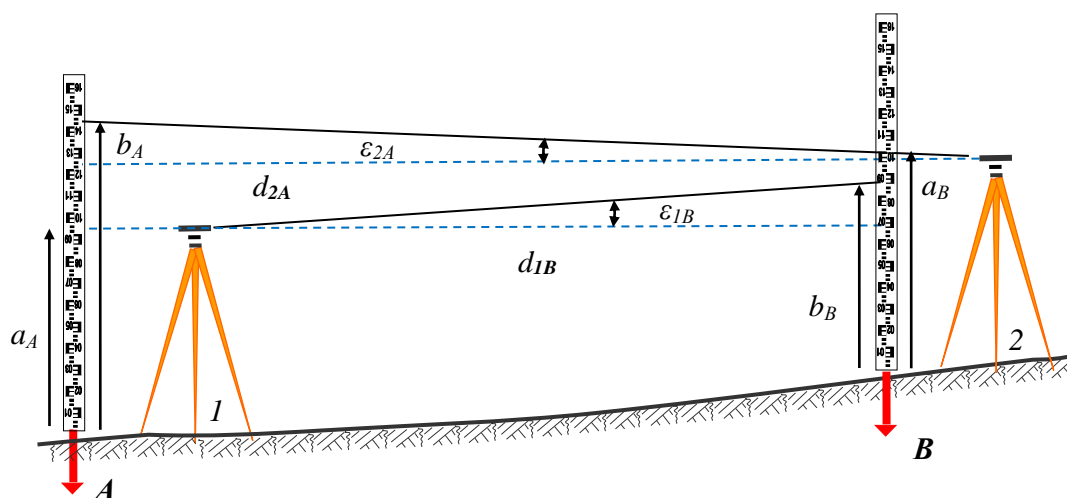


Рис. 3.6 До нівелювання способом “вперед-назад”

Найнижча точка візування на рейку була 0.60 м, а найвища – 1.93 м. Еквівалентні висоти проходження променя візування над асфальтом дорівнювали $h_{екв.АВ} = 1.46$ м і $h_{екв.ВА} = 1.13$ м, $q = 0.774$.

Під час вимірювання перевищень, у відлічування по шкалам рейок автоматично вводились поправки за кривину Землі. Виміряні перевищення способом “вперед” порівнювались з теоретичними та обчислювалась абсолютна похибка вимірювань:

$$\left. \begin{aligned} \Delta h_{вперед} &= h_{вперед}^{вим.} - h_{вперед}^{теор.} \\ \Delta h_{назад} &= h_{назад}^{вим.} + h_{вперед}^{теор.} \end{aligned} \right\}, \quad (3.38)$$

Увівши у відліки поправки за кривину Землі, сумарний кут ε'' буде складатись із осереднених кутових величин \bar{i}'' – кута негоризонтальності візирного променя та \bar{r}'' – кута вертикальної рефракції:

$$\varepsilon'' = \bar{i}'' - \bar{r}'' = -\left(\frac{\sum h}{2}\right) \frac{\rho''}{d_{AB}}, \quad (3.39)$$

де $\sum h = (h_{вперед}^{вим.} + h_{назад}^{вим.})$.

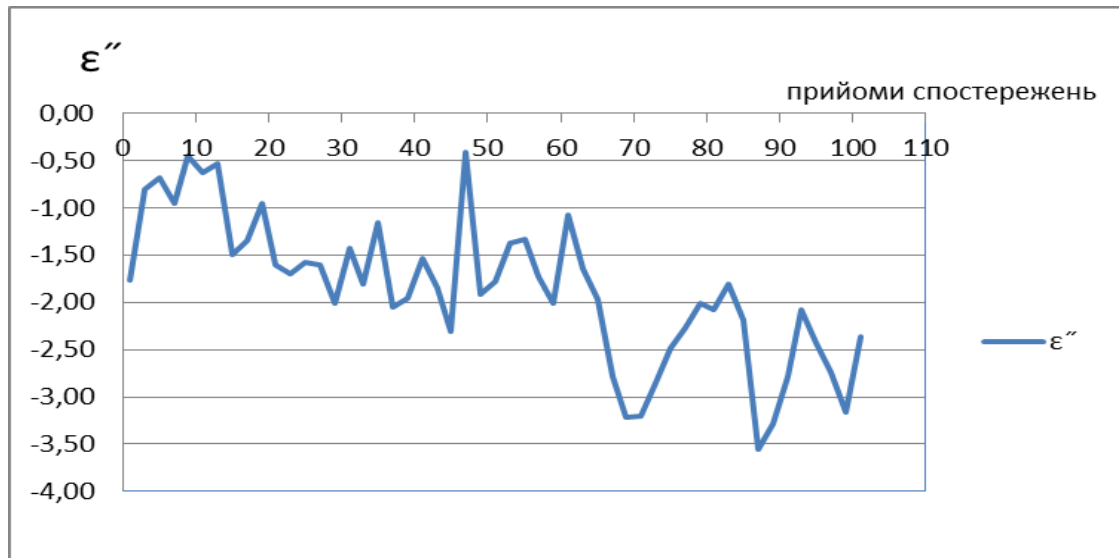


Рис. 3.7 Зміна сумарного кута ε'' за період спостережень

Як видно із рис. 3.7, сумарний кут ε'' не є стабільним за період спостережень і зазнає великих змін через вертикальну рефракцію, оскільки, компенсатор нівеліра гарантує встановлення променя візування в горизонтальне положення з точністю $0.3''$. Так, його середня величина за весь період спостережень дорівнювала $\varepsilon''_{сер.} = \bar{i}'' - \bar{r}'' = -1.86''$, а середнє квадратичне відхилення від середнього його значення – $0.77''$.

Порівнюючи перевищення визначені способом “вперед” і способом “вперед-назад” за період експериментальних спостережень [23] слід відзначити, що отримані результати способом “вперед-назад” у три рази точніші. С.к.п. у визначені перевищення способом “вперед” склала 0.51 мм, а відповідна похибка способом “вперед-назад” дорівнює 0.16 мм.

Величина $\Delta h_{сер.}$ залежить від величини різниці між абсолютними похибками $\Delta h_{вперед}$ і $\Delta h_{назад}$:

$$\Delta h_{сер.} = \frac{\Delta h_{вперед} - \Delta h_{назад}}{2} = h_{вперед}^{сер.} - h_{вперед}^{теор.} \quad (3.40)$$

Оскільки величини пліч під час вимірювання прямого та зворотного перевищення однакові то:

$$\Delta h_{\text{сер.}} = (k_{1B} - k_{2A}) \frac{d_{AB}^2}{4R} = \Delta k \frac{d_{AB}^2}{4R} . \quad (3.41)$$

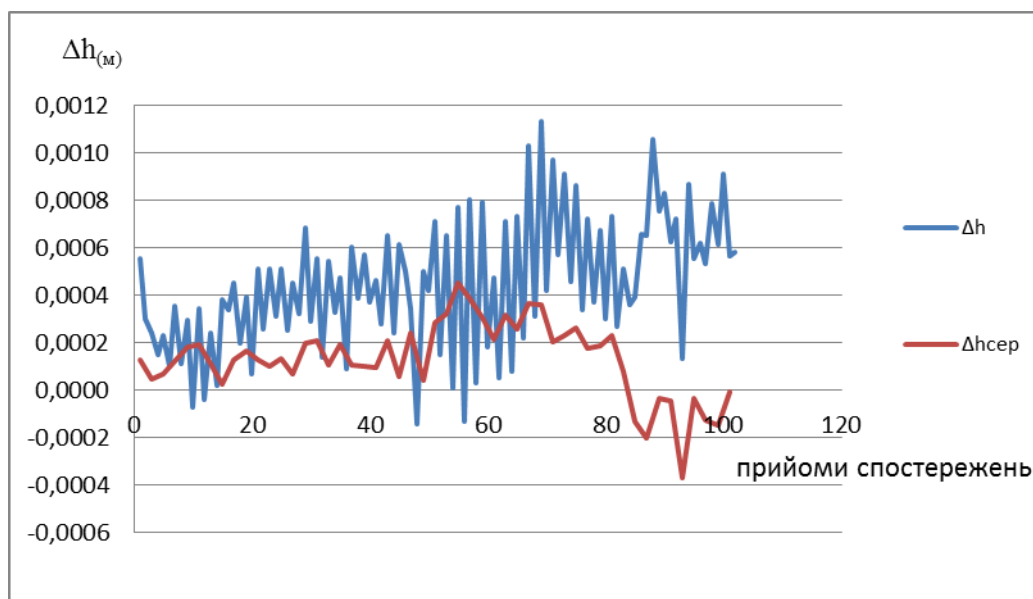


Рис. 3.8 Порівняння абсолютних похибок виміряних перевищень способом “вперед” Δh і способом “вперед-назад” – $\Delta h_{\text{сер.}}$

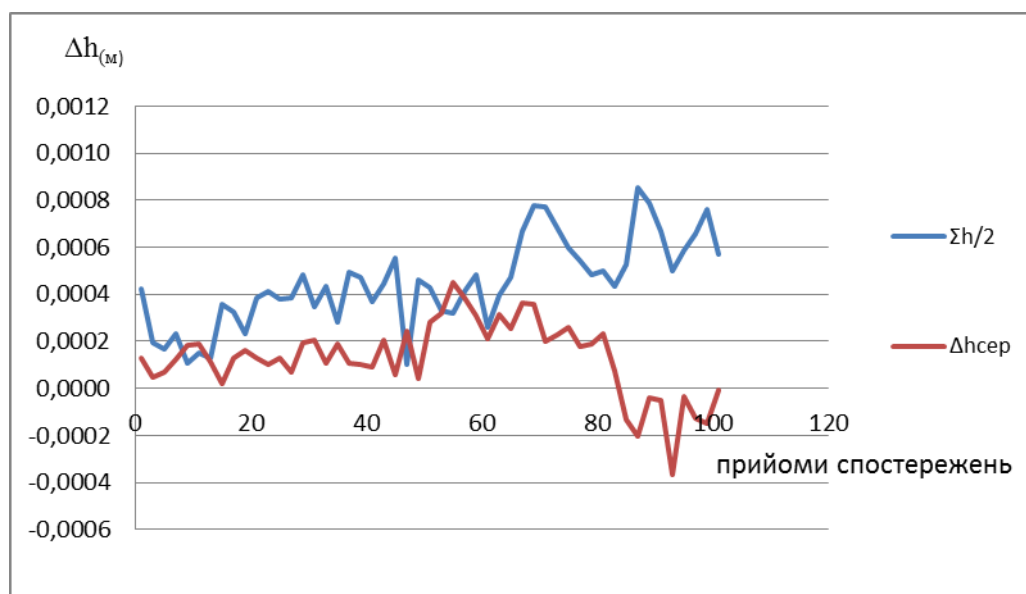


Рис. 3.9 Порівняння абсолютних похибок виміряних перевищень способом “вперед-назад” – $\Delta h_{\text{сер.}}$ та середньою лінійною величиною поправки за

$$\text{вертикальну рефракцію} - \frac{\sum h}{2}$$

Із залежності (3.40) зауважимо, що на абсолютну похибку визначення перевищення способом “вперед-назад” впливає різниця рефракцій прямого і зворотного вимірювань. Під час рівності рефракцій похибка дорівнює нулю (див. рис. 3.8).

$$\frac{\sum h}{2} = \bar{k} \frac{d_{AB}^2}{2R_3} - \bar{i}'' \frac{d_{AB}}{\rho''} , \quad (3.42)$$

де \bar{k} – середнє інтегральне значення коефіцієнта вертикальної рефракції з прямого і зворотного спостереження; \bar{i}'' – середнє значення кута негоризонтальності візирного променя.

Порівняємо значення $\frac{\sum h}{2}$ і $\Delta h_{сер.}$. У величину $\frac{\sum h}{2}$ входять лінійні величини поправок за вертикальну рефракцію $-\bar{k} \frac{d_{AB}^2}{2R_3}$ і за кут негоризонтальності візирного променя $-\bar{i}'' \frac{d_{AB}}{\rho''}$. За стабільності значення кута негоризонтальності або його рівності нулю величина $\frac{\sum h}{2}$ буде відповідати середній лінійній величині поправки за вертикальну рефракцію.

Систематичні накопичення для ходу (2.5 км) склали 6 мм. Це вказує на накопичення похибок систематичного характеру таких, як похибок недокомпенсації вертикальної рефракції, нагрівання рейок, температурного впливу асфальту на костилі та інших чинників.

Для високоточних спостережень способом “вперед-назад” нами запропонована методика виконання вимірювань з метою видалення похибок за перефокусування. Методикою спостережень передбачена послідовність відлічувань шкал рейок. Так, із першої станції установки нівеліра, спочатку спостерігають ближню рейку, а потім - дальню. З другої станції – навпаки, спочатку спостерігають дальню рейку, а потім – ближню. Така послідовність відлічувань дає можливість зменшити вплив перефокусування нівеліра на положення променя візування в просторі.

3.5. Дослідження ходу фокусувальної лінзи нівелірів

Використовуючи спосіб геометричного нівелювання “вперед” візування виконують на рейки, які встановлені на різних віддаль від приладу, тому важливо знати конструктивні особливості нівеліра, а саме правильність ходу фокусувальної лінзи під час фокусування на різні віддалі до рейки. Нівелювання способом із середини [35, 71] вилучає похибки за перефокування зорової труби в процесі нівелювання на станції, під час виконання умови дотримання рівності пліч. Але в деяких випадках виконання нівелювання “із середини” не є можливим. Запропонований спосіб нівелювання “вперед-назад” [73, 88] компенсує похибки за перефокування зорової труби завдяки двостороннім спостереженням із використанням спеціальної методики спостережень.

Дослідження ходу фокусувальної лінзи зорових труб розглянуті в [110, 69], де пропонується створити компаратор на достатньо рівній місцевість радіусом 50 м, що є досить проблематичним вибором. Врахування кута i негоризонтальності візирного променя в [110] не розглядується, оскільки, допускається що він попередньо виправлений. У [69] визначення кута i та похибки ходу фокусувальної лінзи виконують використовуючи спрощений спосіб найменших квадратів із введенням поправок за кривину Землі та нормальної складової вертикальної рефракції.

Величина неправильного ходу фокусувальної лінзи зорової труби впливає на положення осі візування нівеліра (кута i) і в свою чергу на результати відлічувань. Особливо похибки за зміну положення фокусувальної лінзи будуть відчутні в способах геометричного нівелювання де необхідно проводити перефокування зорової труби в процесі визначення перевищення (спосіб нівелювання “вперед”).

Дослідження ходу фокусувальної лінзи в нівелірах полягає в визначенні відхилень між виміряними перевищеннями по різних довжинах пліч нівелювання, використовуючи перефокування зорової труби та із точно визначеними перевищеннями отриманими методом “із середини”, тобто з однаковими плечами, де перефокування не виконується.

На точність досліджень ходу фокусувальної лінзи зорової труби будуть впливати такі фактори: а) точність визначення точних перевищень між закріпленими точками; б) точність відлічування рейки в процесі досліджень; с) точність визначення відстані від нівеліра до рейки.

Для точного визначення контрольних перевищень між закріпленими точками використовують або сам досліджуваний нівелір, або більш високоточний застосовуючи метод нівелювання із середини.

У результаті відлічування шкал рейок треба вносити поправки за кривину Землі та вертикальну рефракцію. Дослідження бажано виконувати в похмуру погоду або в періоди спокійних зображень, коли коефіцієнт вертикальної рефракції відомий або містить тільки нормальну складову. Тоді сумарну поправку за кривину Землі та рефракцію у відлічування шкали рейки розраховують за формулою:

$$a_{\text{випр}} = a_{\text{вим}} + \Delta a_{kr} \quad , \quad (3.43)$$

$$\Delta a_{kr} = -6.583 \cdot 10^{-8} d^2 \quad , \quad (3.44)$$

де $a_{\text{вим}}$ і $a_{\text{випр}}$ – відповідно вимірний і виправлений відлік по рейці; Δa_{kr} – сумарна поправка за кривину Землі та нормальну складову рефракції; d – відповідна горизонтальна віддаль від нівеліра до рейки.

В електронному нівелірі Dini 22 поправки в результат відлічування за кривину Землі та стандартну рефракцію вводять автоматично, включивши для цього відповідну функцію в меню нівеліра.

Точність відлічувань в основному залежить від точності самого відлікового пристрою нівеліра та надійності і правильності встановлювання рейки на контрольних точках. Рейки прямовисно встановлюють по вивіреному рівні та утримують у вертикальному положенні за допомогою спеціальних підпор.

Дослідження ходу фокусувальної лінзи нівеліра Dini 22 проведено на польовому компараторі [92], який було побудовано вздовж проїжджої частини вулиці. Нівелір встановлювали на спеціальному забетонованому

термостатованому трубному пункті, а рейки - на костилях, які забили на різних відстанях від нівеліра. Відстані до костилів визначені електронним тахеометром, а точні перевищення між ними визначені нівеліром DNA 03 методом нівелювання коротким променем “із середини”.

Дослідження ходу фокусувальної лінзи нівеліра Dini 22 виконували із комплектом складальних штрих-кодових рейок.

Перевищення між точками спостереження в процесі досліджень ходу фокусувальної лінзи визначали з одного положення нівеліра в прямому і зворотному напрямках нівелювання. Осереднені різниці перевищень Δh визначених із перефокусуванням і методом “із середини” наведені в табл.3.6.

Таблиця 3.6

Результати дослідження ходу фокусувальної лінзи нівеліра Dini 22

№№ точок	Віддалі до точок (м)	Δh (мм)	$Kd-b$ (мм)	V (мм)
1	2.28	0.00	-0.08	0.08
2	6.00	-0.05	0.01	-0.06
3	9.30	-0.10	0.09	-0.19
4	12.21	0.20	0.16	0.04
5	21.80	0.53	0.39	0.14
6	31.66	0.59	0.63	-0.04
7	41.59	0.92	0.87	0.05
8	51.54	1.24	1.11	0.13
9	62.13	1.19	1.36	-0.17
10	72.73	1.55	1.62	-0.06
11	82.71	2.00	1.86	0.14
12	92.71	2.04	2.10	-0.07

Прийнявши припущення, що відлік на першу точку є безпомилковим, проведемо опрацювання ряду вимірів Δh у залежності від віддалі до точки на яку виконували фокусування, застосували метод найменших квадратів. Для

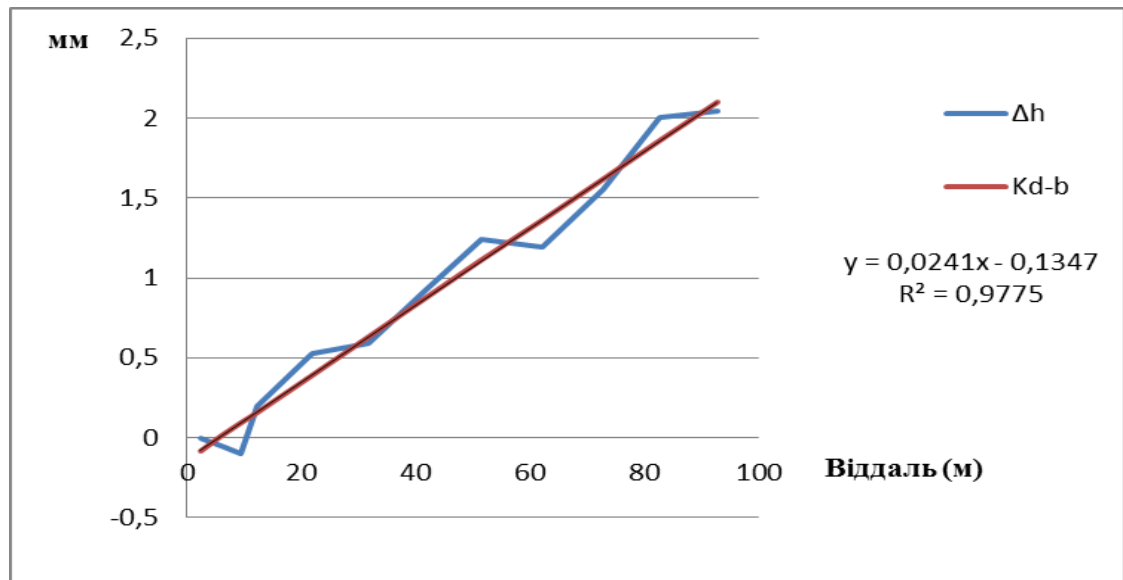


Рис. 3.10 Результати експериментальних досліджень ходу фокусувальної лінзи електронного нівеліра Dini 22 та апроксимація ряду спостережень лінійною функцією за методом найменших квадратів

Знайдемо найімовірніше значення кута i'' :

$$i'' = K\rho'' = 4.97'' , \quad (3.48)$$

а похибки V_i – знаходять, як відхилення від лінії регресії. Вони характеризують вплив рухів фокусувальної лінзи на результати вимірювання перевищень.

Середньо квадратична похибка ходу фокусувальної лінзи за даними табл. 3.6 склала $m_{\text{фок}} = 0.12 \text{ мм}$, що практично відповідає точності відлічування нівеліра Dini 22 по складальних штрих-кодових рейках.

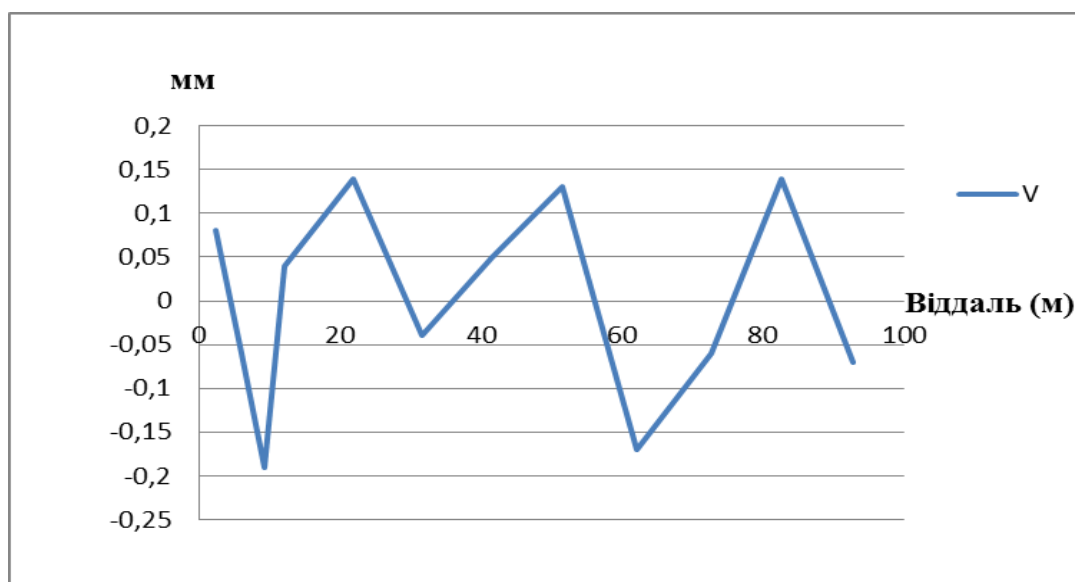


Рис. 3.11 Величини похибок фокусування зорової труби нівеліра Dini 22 в залежності від довжин пліч нівелювання.

Дослідження похибки ходу фокусувальної лінзи цифрового нівеліра Dini 22 показали, що величина похибки практично відсутня і відповідає точності відлічування складуваних штрих-кодових рейок.

Свого часу, була запропонована методика визначення поправки у відліки рейок викликаної перефокусуванням зорових труб по прямій лінії [67].

Нами виконаний експеримент [115, 113] визначення поправок за перефокусування по прямій лінії (рис. 3.12). Для цього створений лінійно-висотний полігон на території “Львівської політехніки”.

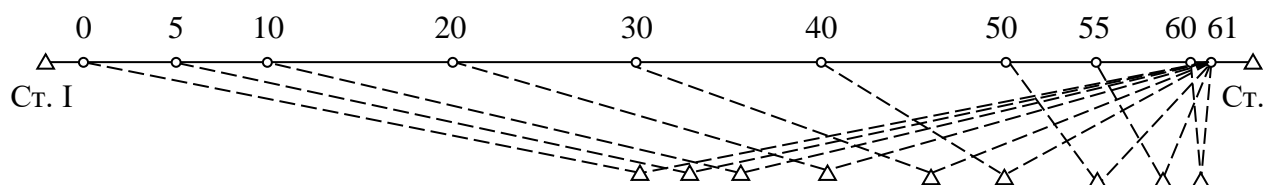


Рис. 3.12 Схема визначення істинних перевищень над точкою 61

Нами запропоновано істинні перевищення визначати із середини так: h_{61-60} , h_{61-55} , h_{61-50} , ..., h_{61-0} , це зменшує накопичення похибок нівелювання за послідовними визначеннями перевищень і досягається рівноточність отриманих перевищень. За цими перевищеннями обчислювали зведені до 61 точки

результати відлічувань зі станції I. Для контролю, вимірювання виконували ще зі станції II, тоді порівнювали результати, що були зведені до 0 точки. Для станції II, істинні перевищення визначали так: h_0-5 , h_0-10 , ..., h_0-61 . Таким чином, на експериментальному полігоні перевищення визначені цифровим нівеліром практично з однією точністю, отже і зведені відліки рівноточні (для побудованих пліч нівелювання 5-35 метрів). Точність визначення істинних перевищень отримана, як середнє значення із прямого і зворотного ходів склала 0.05 мм.

Спостереження виконували різними нівелірами способом “вперед” за вище описаною методикою в прямому і зворотному напрямках [115].

У зведені відліки ввели поправки за кривину Землі. Вільні члени обчислювали шляхом отримання різниці кожного зведеного відліку і відліку контрольної точки (61 точки для I-ої станції і 0 точки для станції II). Таким чином, усі вільні члени знайдені відносно найдовшого плеча, коли лінза фокусування практично розташована у безмежності.

Знаючи віддалі до точок і вільні члени, опрацювання цих вимірювань виконали методом найменших квадратів.

Система рівнянь поправок (3.45) згідно з інструкцією [35] має вигляд:

$$\begin{pmatrix} -d_1 & -1 \\ \dots & \dots \\ -d_{10} & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} K \\ b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \Delta_1 \\ \dots \\ \Delta_{10} \end{pmatrix}. \quad (3.49)$$

Тут K – коефіцієнт впливу кута i та руху фокусуєної лінзи на визначуване перевищення, d_i – віддаль до визначуваних точок, b – постійна величина, Δ_i – вільний член.

Точно розв’язати таку систему, в загальному випадку, неможливо. Її розв’язками зазвичай вважають розв’язки методом найменших квадратів [66, 5]. Увівши позначення для системи (3.49) $Ax = b$ розв’язок можна отримати методом найменших квадратів розв’язавши допоміжну систему:

$$A^T Ax = A^T b, \quad (3.50)$$

де A^T - транспонована матриця A .

Явний вигляд (3.45) у випадку системи (3.49) представимо:

$$\left. \begin{aligned} k \sum d_i^2 + b \sum d_i - \sum d_i \Delta_i = 0 \\ k \sum d_i + 10b - \sum \Delta_i = 0 \end{aligned} \right\}. \quad (3.51)$$

Систему нормальних рівнянь можна розв'язати відомими методами, наприклад Гауса чи Холецького.

Отримавши із розв'язку невідомі k, b , підставимо їх в (3.49) і отримаємо величини нев'язок v_i , за формулами системи (3.45)

$$-kd_i - b + \Delta_i = v_i, \quad (3.52)$$

які характеризують похибки у відліках через похибку руху лінзи фокусування.

Представимо систему рівнянь поправок у відліки, згідно з (3.2), таким чином:

$$\begin{pmatrix} -d_1/\rho'' & d_1^2/2R & -1 \\ \dots & \dots & \dots \\ -d_{10}/\rho'' & d_{10}^2/2R & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i \\ k \\ b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \Delta_1 \\ \dots \\ \Delta_{10} \end{pmatrix}. \quad (3.53)$$

Тут d_i – віддаль до визначуваних точок, i – кут негоризонтальності візирного променя, $\rho'' = 206265''$, k – коефіцієнт вертикальної рефракції, b – якась постійна величина, Δ_i – вільний член. Відповідно після розв'язування цієї системи нев'язка рівняння з номером n буде:

$$\frac{d_n^2}{2R}k - \frac{d_n}{\rho}i + b + \Delta_n = v_n. \quad (3.54)$$

Пояснення, що до знаків поправок у рівняннях типу (3.54) обґрунтуємо з рис. 3.13. За від'ємного коефіцієнта рефракції k відліки будуть більшими від правильних, і для отримання правильних відліків поправку за рефракцію потрібно віднімати, а за додатного коефіцієнта – додавати. Приймаючи, що кут i зростає вверх від лінії горизонту і має знак плюс, то відліки будуть більшими від правильних, тому коефіцієнти при невідомій i матимуть знак мінус.

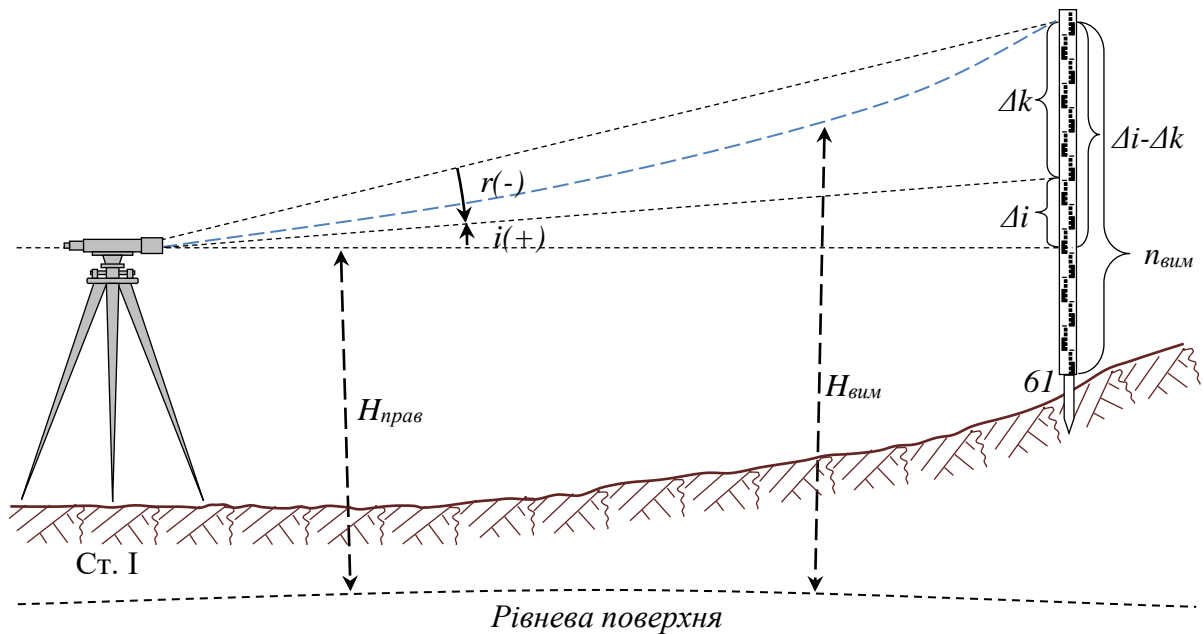


Рис. 3.13 До пояснення знаків коефіцієнтів у рівняннях поправок

Із системи (3.53) отримаємо три нормальні рівняння:

$$\left. \begin{aligned} [aa]k + [ab]i + [ac] + [a\Delta_n] &= 0 \\ [ba]k + [bb]i + [bc] + [b\Delta_n] &= 0 \\ [ca]k + [cb]i + [cc] + [c\Delta_n] &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (3.55)$$

Отримавши із розв'язку нормальних рівнянь (3.55) невідомі (i, k, c) , підставляємо їх у рівняння визначення нев'язок. Отримуємо величини v_n , які характеризують похибки лінзи фокусування.

Важливим є те, що безпосередньо з розв'язку системи рівнянь, отримуємо середнє значення кута i негоризонтальності візирного променя та середнє значення коефіцієнта вертикальної рефракції k для досліджуваних віддалей на час спостережень.

За величинами поправок v_n та відповідними віддальми d_n були розраховані кутові величини відхилення кута “ i ” через перефокусування за формулою:

$$v_i = \frac{v_n}{d_n} \rho'' \quad (3.56)$$

Представимо графіки зміни кута “ i ” (рис. 3.15, 3.17 – зі станції I та станції II), відносно його значення для найдовшої лінії. Як бачимо кут “ i ”, що є

логічним, має значні зміни для віддалей до десяти метрів. Отже, якщо визначати кут “ i ” для класичного нівелювання, то довжина коротких пліч має бути близько десяти метрів. У нашому способі, під час обчислень кута “ i ” для класичного нівелювання, потрібно розв’язувати рівняння поправок без віддалей менших десяти метрів.



Рис. 3.14 Залежність лінійної величини похибки перефокусування від віддалі для DNA 03

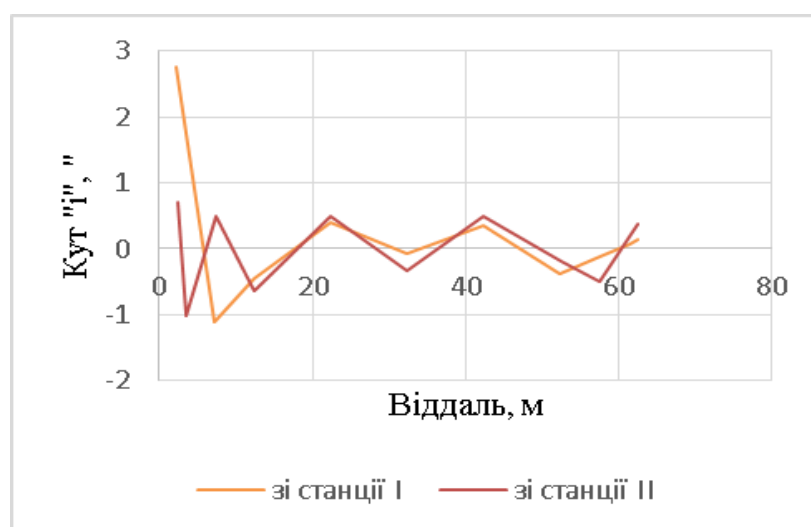


Рис. 3.15 Залежність зміни значення кута “ i ” від віддалі для DNA 03

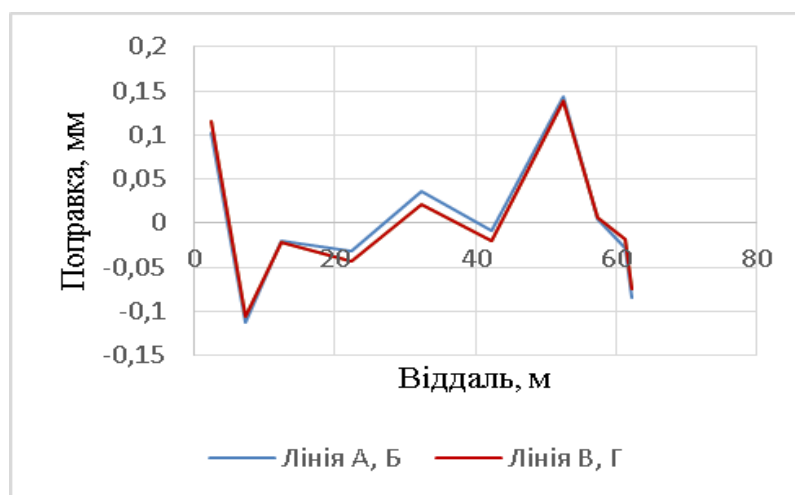


Рис. 3.16 Залежність похибки перефокусування від віддалі для DiNi 03

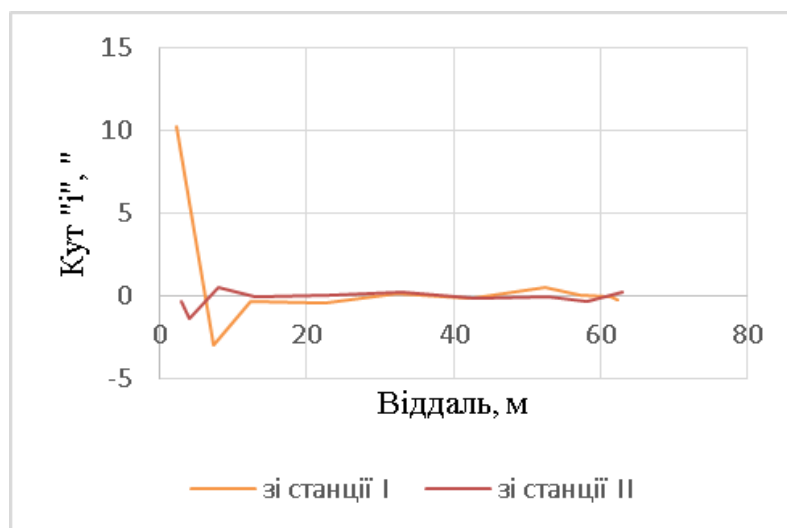


Рис. 3.17 Залежність зміни значення кута "i" від віддалі для DiNi 03

Лінійні величини похибки за перефокусування у залежності від віддалі до рейок для конкретних нівелірів подані на рис. 3.14, 3.16.

За запропонованою методикою можна визначити не тільки похибки за хід лінзи фокусування, а також кут "i", який буде вільним від впливу вертикальної рефракції, яка спотворює цей кут у процесі його визначення.

Врахувати вплив вертикальної рефракції на визначуваний кут "i" на відкритій місцевості досить но. Для цього потрібно визначати коефіцієнти вертикальної рефракції виконуючи додаткові метеорологічні вимірювання. За запропонованою нами методикою визначення кута "i", таких вимірювань робити не потрібно [115].

Виконавши такі дослідження, величину поправки за перефокусування для різних віддалей до рейки можна вводити у результати спостережень через кутову величину. Пропонуємо, такі величини занести у пам'ять цифрового нівеліра для автоматичного їх розрахунку і введення.

Як бачимо, з проведених досліджень, вертикальна рефракція суттєво впливає на результати геометричного нівелювання. Для визначення рефракції бажано мати портативний прилад для її визначення в реальному часі спостережень. Такі рефрактометри інтенсивно розробляються і надіємося, що у швидкому майбутньому вони будуть застосовуватись під час геодезичних вимірюваннях. Нами запропоновано використати для визначення вертикальної рефракції фізичні закони геометричної оптики розповсюдження світла.

3.6. Вимірювання вертикальної рефракції з застосуванням плоского дзеркального відбивача

Як було показано вище, основним із методів врахування вертикальної рефракції, який на даний час застосовується, є компенсаційний метод або мінімізації її впливу. Інструкція [35] жорстко регламентує як періоди виконання робіт, так і виконання самої методики нівелювання із контролем рівності пліч та висоти відлічування рейки з метою мінімізації атмосферних впливів. Рівність віддалей до передньої і задньої рейок та збільшення висоти променя над підстильною поверхнею дозволяє з більшою вірогідністю прийняти гіпотезу про відповідну рівність рефракцій по спостережуваним напрямках, а це дає часткове вилучення її з вимірюного перевищення.

У [71, 126] детально розписані проблеми високоточного нівелювання і способи врахування атмосферних впливів під час виконання геометричного нівелювання. Одним із перспективних способів визначення вертикальної рефракції відмічається спосіб, що оснований на вимірюванні коливань зображень [70, 20]. Із появою приладів зарядового зв'язку ПЗЗ, точність фіксації коливань зображень значно підвищилась [116], що дало змогу дослідити зв'язок вертикальної рефракції з коливаннями зображень. Величину вертикальної

рефракції пропонується визначати, як половину амплітуди максимальних коливань зображень, використовуючи емпіричну залежність, яка не завжди відповідає необхідній точності.

У роботі [74] було запропоновано спосіб визначення вертикальної рефракції за коливаннями зображень, який полягає в тому, що встановлюють нівелірну рейку або шкалу поряд з нівеліром і на однорідній горизонтальній поверхні, на оптимальній для нівелювання віддалі, встановлюють плоский дзеркальний відбивач, при цьому у нівелірі періодично здійснюють відлічування зображення рейки у відбивачі і за зміною відліків у часі визначають величину вертикальної рефракції. Для визначення вертикальної рефракції цим способом багаторазово відлічують у нівелірі зображення рейки для визначення коливань зображень і приймають, що коливання будуть у два рази більші, тому що візирний промінь пройде атмосферу віддаль двічі.

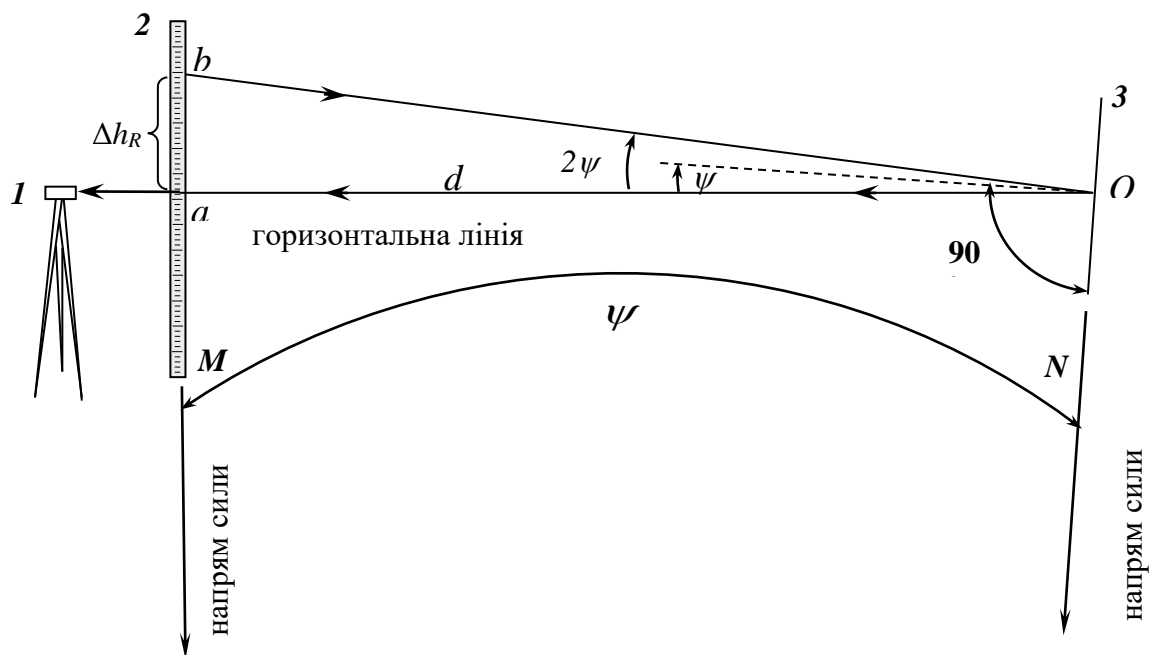


Рис. 3.18 Хід променів від прямовисно встановленого плоского дзеркального відбивача до нівеліра, за умови відсутності вертикальної рефракції

Розглянемо проєкцію зображення прямовисної шкали, яка встановлена в безпосередній близькості біля нівеліра у вільно підвішеному плоскому дзеркальному відбивачі за умови відсутності вертикальної рефракції (рис.3.18).

На рис. 3.18 зображено: 1 – нівелір (прилад, який задає в просторі горизонтальний візирний промінь), 2 – прямовисно розташована відлікова шкала (рейка), 3 - прямовисно встановлений плоский дзеркальний відбивач.

Оскільки шкала рейки та плоский дзеркальний відбивач встановлені прямовисно на віддалі d один від одного, як видно із рис. 3.18, то через кривину Землі вони будуть взаємно розташовані під центральним кутом $\psi'' = \frac{d\rho''}{R}$. На коротких віддалях допускають, що прямовисні лінії збігаються із радіусом R кривини Землі. Тоді візирний промінь, що потрапляє в нівелір (за умови виконання основної умови нівеліра), буде горизонтальний і відіб'ється від плоского дзеркального відбивача під кутом ψ . Загальний кут падіння і відбиття дорівнює 2ψ .

В полі зору нівеліра горизонтальний штрих сітки ниток проєктується в точку b на шкалі рейки, якщо її спостерігати в прямовисному плоскому дзеркальному відбивачі. Лінійна величина зміщення відліку від положення лінії горизонту приладу через кривину Землі дорівнює величині Δh_R :

$$\Delta h_R = 4 \frac{d^2}{2R} = 2 \frac{d^2}{R} . \quad (3.57)$$

Розглянемо рис. 3.19, де зображено шлях світлових променів за наявності додатної вертикальної рефракції (інверсійний стан приземного шару атмосфери), величиною кривини Землі для спрощення викладу на даному етапі – знехтуємо. Промінь попаде у нівелір, що приведений у робоче положення, під кутом $Z_b = 90^\circ$ по дотичній до горизонтальної лінії горизонту приладу DO , але він відіб'ється від плоского дзеркального відбивача не в точці O , а в точці O' , оскільки промінь візування на коротких трасах проходить в атмосфері по світловій кривій радіусу R_c під дією показника заломлення атмосфери.

стягуючу хорду DO' , отримують величину кута падіння на прямокутний встановлений дзеркальний відбивач, що дорівнює подвійному куту вертикальної рефракції $2r$.

Відомо, що кут падіння на плоский відбивач дорівнює куту відбивання $\angle EO'C = CO'B = 2r$, тому, якщо врахувати, що промінь, який рухається від шкали до відбивача так само по світловій кривій радіусом R_c по дотичній до BO' викривиться на таку ж саму величину вертикальної рефракції Δr , тоді горизонтальний штрих нівеліра проєктується в точці A шкали прямокутної встановленої рейки.

Різниця відліків в точках D і A відповідає величині чотирьох лінійних елементів вертикальної рефракції Δr [132,133, 150, 90]:

$$\Delta h_r = D - A = 4\Delta r = 4d \cdot \text{tg}(r) . \quad (2.59)$$

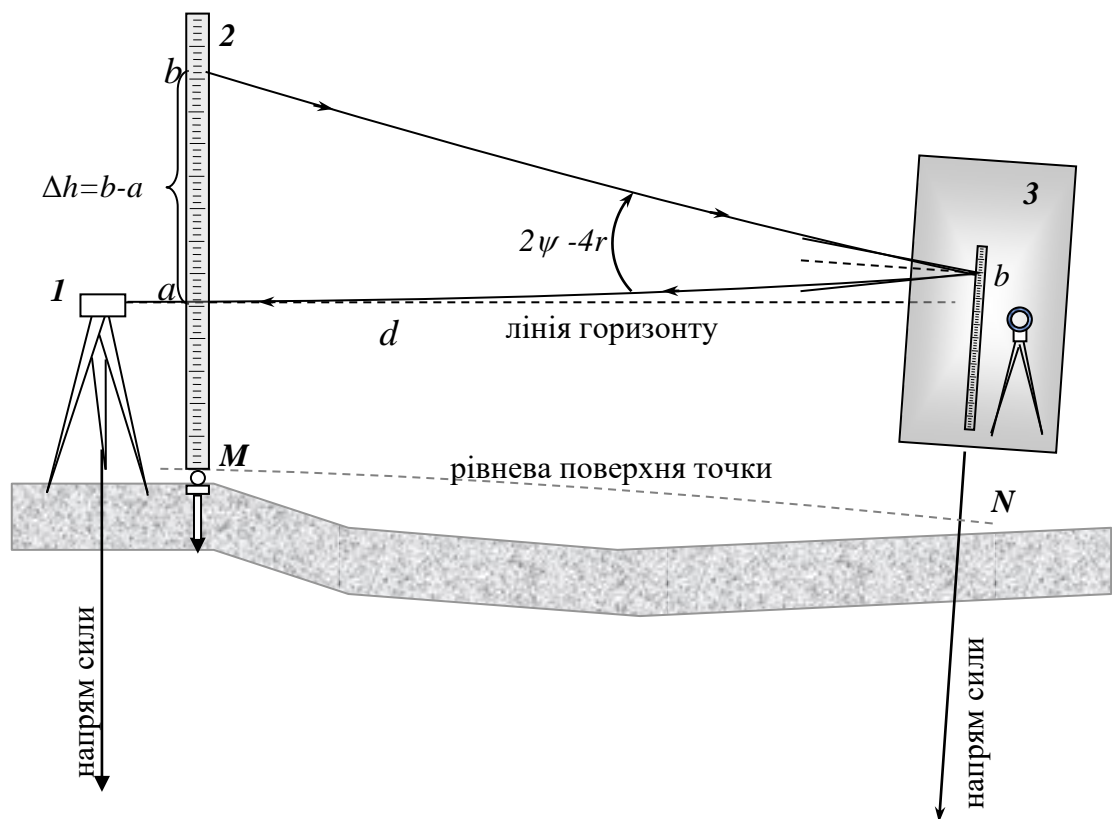


Рис. 3.20 Хід променів від прямокутної встановленої плоского дзеркального відбивача до нівеліра, за умови впливу рефракції і кривини Землі

На рис. 3.20 зображено загальний вплив кривини Землі і вертикальної рефракції на відлічування проєкції горизонтального штриха сітки ниток нівеліра

1 на зображенні прямовисної шкали рейки 2 в прямовисному плоскому відбивачі 3.

Як відомо, лінійна величина вертикальної рефракції Δr пов'язана залежністю з коефіцієнтом вертикальної рефракції k [126]:

$$\Delta r = \frac{kd^2}{2R} \quad , \quad (3.60)$$

де $R \approx 6\,380\,000\text{ м}$ - радіус Землі;

$$k = \frac{R}{R_c} = r'' \frac{2R}{\rho'' d} \quad , \quad (3.61)$$

де R_c - радіус кривини світлової кривої; $\rho'' = 206264.8$.

У загальному, на основі (3.59) і (3.60), величину зміщення положення променя візування через вертикальну рефракцію розраховують [79, 90]:

$$\Delta h_r = \frac{2kd^2}{R} \quad . \quad (3.62)$$

$$\Delta h = b - a = \Delta h_R - \Delta h_r = \frac{2d^2}{R}(1 - k) \quad , \quad (3.63)$$

де a – безпосередній відлік шкали рейки 2 по короткому плечу нівелювання, де дія вертикальної рефракції мінімальна; b – відлік шкали рейки 2 по її зображенню в плоскому дзеркальному відбивачі 3 (по візирному променю, який двічі пройшов атмосферу по лінії $MN = d$).

Із різниці відлічування шкали рейки в плоскому відбивачі і без нього обчислюють сумарну величину зміщення ($\Delta h = b - a$) візирного променя з положення a .

Коефіцієнт вертикальної рефракції k визначають за вимірним значенням Δh [79, 90]:

$$k = 1 - \Delta h \frac{R}{2d^2} \quad . \quad (3.64)$$

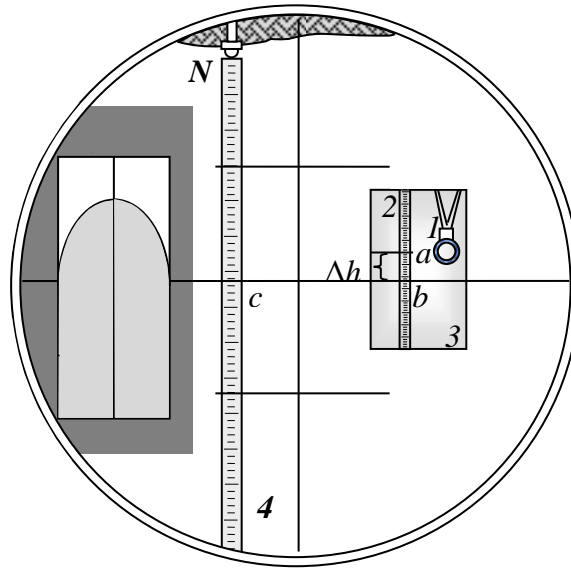


Рис. 3.21 Поле зору нівеліра з зображенням прямовисно встановленого плоского дзеркального відбивача 1 та рейки 4 в точці N

У запропонованому нами способі безпосереднього визначення вертикальної рефракції [79, 90], спостереження виконують, як зображено на рис. 3.20, 3.21. Установлюють нівелір 1 у точці M та приводять його в робоче положення. На віддалі 2–3 м від точки M встановлюють прямовисно шкалу рейки 2.

У точці N по напрямку, для якого визначають вертикальну рефракцію, встановлюють на місцевості прямовисно плоский дзеркальний відбивач 3 так, щоб зображення шкали рейки 2 було видно в нівелір 1. Поряд з відбивачем, в процесі нівелювання, в точці N встановлюють рейку 4 (для визначення вертикальної рефракції це не обов'язково).

Спрямовують трубу нівеліра 1 безпосередньо на шкалу рейки 2 (коротке плече), і відлічують її горизонтальним штрихом сітки ниток нівеліра 1 (відлік a).

Спрямовують трубу нівеліра 1 на дзеркальний відбивач 3, де видно зображення шкали рейки 2 (див. рис. 3.21) та відлічують її горизонтальним штрихом сітки ниток нівеліра 1 (відлік b).

Відлічують рейку, що встановлена в точці N (відлік c) рис. 3.21.

За результатами вимірювань a і b обчислюють різницю проєкцій горизонтального штриха сітки ниток на шкалі Δh . Використовуючи залежність

(3.64), за різницею Δh (3.63) обчислюють коефіцієнт вертикальної рефракції вздовж лінії АС.

Виправлений відлік $c_{\text{прав}}$ за вертикальну рефракцію та кривину Землі обчислюють за формулою [79, 90]:

$$c_{\text{прав}} = c - \frac{b-a}{4} . \quad (3.65)$$

У способі визначення вертикальної рефракції [79, 90], що включає виконання спостережень зображення шкали рейки, яка встановлена поряд з нівеліром, у прямовисному плоскому дзеркальному відбивачі, що установлений на лінії спостереження, по якій визначають вертикальну рефракцію, згідно з винаходом, визначають зміщення зображення шкали рейки, яка встановлена на короткій віддалі, із відображенням цієї ж шкали, отриманому в прямовисному плоскому дзеркальному відбивачі безпосередньо самим нівеліром, і по різниці отриманих відлічувань двох зображень шкали обчислюють коефіцієнт вертикальної рефракції.

Зазначимо, що властивості прямовисно встановленого дзеркального відбивача можна використати для юстування візирної осі нівеліра [77, 91] та виправлення місця нуля (місця зеніту) для приладів, що вимірюють вертикальні кути [90].

На основі розглянутої теорії нами було запропоновано створити експериментальний нівелір рефрактометр геометричного типу.

3.7. Нівелір – рефрактометр

У 1924 р. німецьким геодезистом Небауером запропонований дисперсійний метод вимірювання рефракції, якій пізніше розвивався в роботах Хвостикова І. А.[127], Прилепіна М. Т.[105], Тенгстрома Є.[157]. Метод оснований на залежності показника заломлення від довжини хвилі випромінювання. Так, величина рефракції для інфрачервоного випромінювання менша ніж для видимого діапазону світла. На основі цієї теорії і сьогодні ідуть розробки геодезичного рефрактометра. Реалізація дисперсійного методу досить

на задача, пов'язана з виміром дисперсійного кута, який необхідно знати у 50 раз точніше за необхідну точність визначення рефракції. Найбільшу перепону створення польового рефрактометра вносить турбулентність атмосфери, її миттєві зміни не дають змоги вимірювання дисперсійних кутів і побудови інтерференційних картин [138].

Рефрактометр геометричного типу було запропоновано створити [3] на основі переносного коліматора, який установлювали безпосередньо біля кутомірного приладу та на певній віддалі. Це давало змогу визначати повний кут вертикальної рефракції в одній точці спостереження. Спосіб досить трудомісткий і застосовувався у визначенні рефракцій у астрономічних павільйонах.

У [93] запропоновано створити на основі способу визначення та врахування вертикальної рефракції з застосуванням плоского дзеркального відбивача [79, 90, 94] прилад “нівелір - рефрактометр” геометричного типу [81, 95]. В основу способу покладена побудова зображення в прямовисно встановленому плоскому дзеркальному відбивачі з врахуванням заломлення променя візування через вплив вертикальної рефракції та кривини Землі.

Основною проблемою створення даного рефрактометра є створення портативного дзеркального компенсатора для встановлення плоского дзеркального відбивача в прямовисне положення.

Створений лабораторний зразок “нівеліра - рефрактометра”, проводяться його дослідження та розробляються рекомендації для подальшого його вдосконалення.

“Нівелір - рефрактометр” складається з нівеліра та плоского дзеркального відбивача, який обладнаний пристроєм для встановлення його в прямовисне положення. Додатково для вимірювань, залежно від конструкції нівеліра, встановлюють шкалу (штрих), яку прикріплюють збоку до об'єктива нівеліра (не порушуючи властивостей об'єктива, шкалу чи штрих можна нанести на нього).

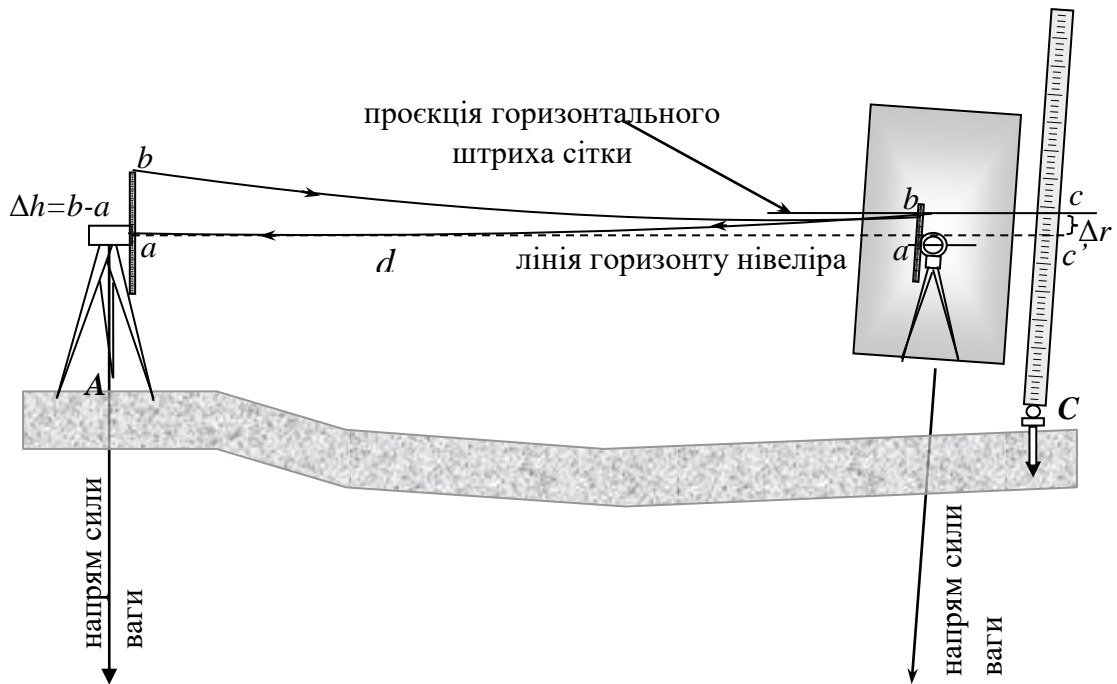


Рис. 3.22 Визначення вертикальної рефракції за допомогою прямовисно встановленого плоского дзеркального відбивача

Вимірювання вертикальної рефракції виконують за відображенням самого центра об'єктива нівеліра або штриха чи додаткової шкали, яка прикріплена до нього, у прямовисно встановленому плоскому дзеркальному відбивачі, який розташовують у кінцевій точці лінії нівелювання. На рис. 3.22 зображено хід променів та відлікової шкали, яка проєктується на горизонтальний штрих сітки ниток зорової труби нівеліра після проходження атмосфери по лінії прямо і зворотно від відбивача.

Відхилення зображення центра об'єктива (штриха), у плоскому, прямовисно встановленому дзеркальному відбивачі, від положення горизонтального штриха сітки ниток можна виміряти за допомогою мікрометра (для нівелірів з плоско-паралельною пластиною) уведенням зображення об'єктива (додаткового штриха) в бісектор. Для нівелірів, не обладнаних мікрометром, відхилення вимірюють, використовуючи горизонтальний штрих сітки ниток нівеліра. Відлічування виконують у точці проєктування горизонтального штриха сітки ниток на зображенні додаткової відлікової шкали,

відображеної у плоскому дзеркальному відбивачі (рис. 3.22). Для цифрових нівелірів необхідно розробляти відповідну штрих - кодову шкалу, (достатньо 30 см).

Відхилення зображення центра об'єктива у вертикально встановленому плоскому дзеркальному відбивачі від проекції горизонтального штриха сітки ниток вивіреного нівеліра (кут негоризонтальності променя візування вилучено) Δh залежить від значення вертикальної рефракції та кривини Землі [93] на відліковій шкалі.

Лінійну поправку за вертикальну рефракцію Δr у відлік по рейці, яка встановлена поряд із відбивачем, можна розрахувати використовуючи (3.63):

$$\Delta r = \frac{kd^2}{2R} = \frac{d^2}{2R} - \frac{\Delta h}{4} . \quad (3.66)$$

За необхідності розрахунку кутової величини вертикальної рефракції r'' , використавши (3.66) і (3.61) напишемо формулу:

$$r'' = \frac{\rho'' d}{2R} - \frac{\Delta h \rho''}{4 d} . \quad (3.67)$$

Вільний від вертикальної рефракції відлік c' обчислюють, використовуючи поправку Δh_r (3.66)

$$c'_r = c + \Delta r . \quad (3.71)$$

Відлік c'_r буде розташований на лінії практично збігається з центром об'єктива, якщо не враховувати правки за кривину Землі.

Створений лабораторний зразок нівеліра-рефрактометра у 2012 р. [93] з вільно підвішеним дзеркалом не знайшов застосування за складністю у погашенні коливань дзеркальної поверхні, яка встановлена у прямовисне положення.

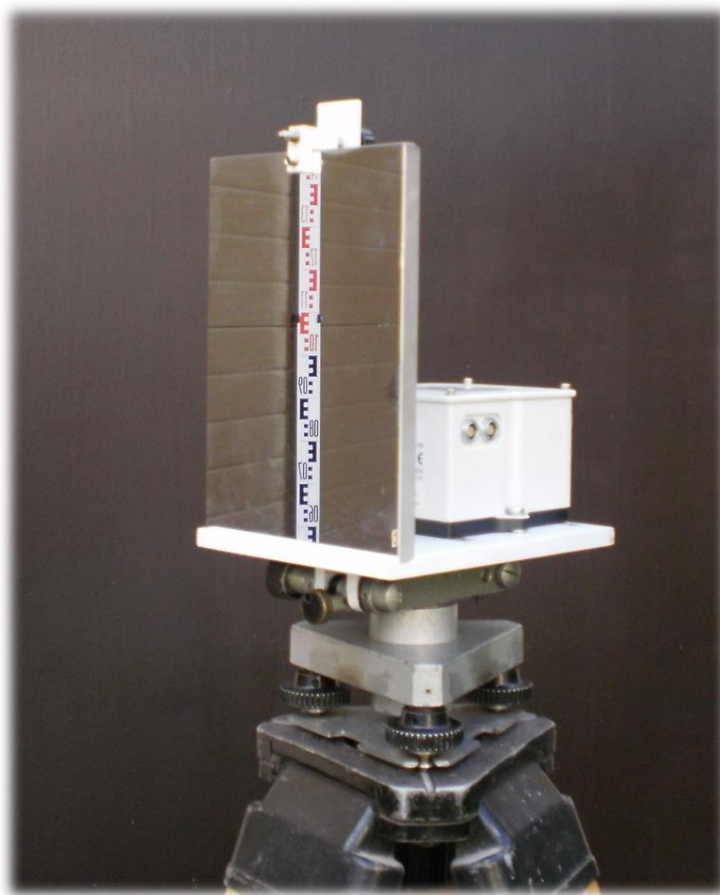


Рис. 3.23 Зображення нівелірної рейки у дзеркальному компенсаторі на базі нівеліра НЗ

На сьогодні розроблений лабораторний зразок дзеркального компенсатора з застосуванням електронного рівня. На базі нівеліра НЗ сконструювали платформу на яку встановили спеціальне плоске дзеркало із зовнішнім нанесенням відбиваючого шару і в якості електронного рівня застосували інклінометр NIVEL210 фірми Leica [125] (рис. 3.23, 3.24). Як видно, із рис. 3.23, у дзеркальному компенсаторі є підймальні, закріпний, навідний і елеваційний гвинти нівеліра для приведення його у робочий стан.

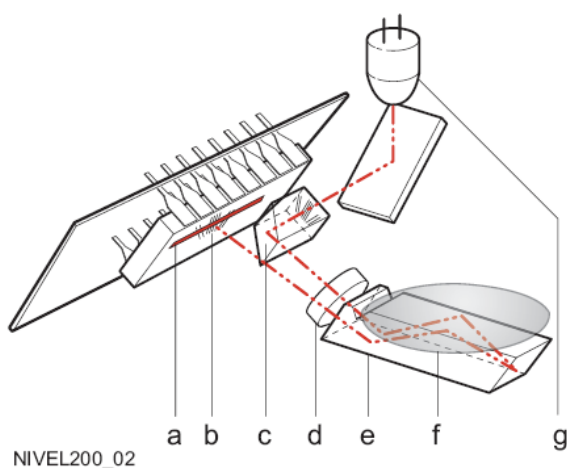
Плоский дзеркальний відбивач кріпиться до платформи спеціальним пристроєм із навідним і закріпним гвинтом, а інклінометр до платформи закріплений надійно трьома гвинтами. Платформа має можливість вертикального переміщення за допомогою елеваційного гвинта для установлення відліку за якого плоский відбивач знаходиться у прямовисному положенні.



Рис. 3.24 Вид зверху дзеркального компенсатора з виправними гвинтами дзеркального відбивача

Юстування дзеркального компенсатора виконували у лабораторії, де відсутні атмосферні впливи за допомогою виправних гвинтів відбивача (див. рис. 3.24).

Як було вказано раніше, у якості електронного рівня нами взято інклінометр NIVEL210 фірми Leica. Технічні характеристики і принцип роботи наведені у керівництві [125].



NIVEL200_02

- a) – Матриця ПЗЗ (Прилад с зарядовим зв'язком)
- b) – Проекція штрихів
- c) – Призма, с нанесеними на неї штрихами
- d) – Система лінз
- e) - Призма
- f) – Поверхня рідини
- g) – Світодіод

Рис. 3.25 Будова інклінометра NIVEL210 фірми Leica [125]

Принцип роботи інклінометра, зображено на рис. 3.25, полягає у відлічуванні штрихів (цифрового коду), які нанесені на призму (с) та

підсвічуються світлодіодом (g). Підсвічені штрихи через систему лінз і рідини проєктуються на ПЗЗ матрицю. Поверхня рідини, у певних межах, завжди залишається горизонтальною незалежно від нахилу самого інклінометра. Кут нахилу поверхні, на якій стоїть інклінометр, відповідає куту між поверхнею рідини і поверхнею основи інклінометра.

Таблиця 3.7

Діапазони роботи інклінометра NIVEL210 та його точність

Діапазон	Величина діапазону				Точність вимірів	
	Від		До		кутів нахилу	
	Мілірадіан	Секунди	Мілірадіан	Секунди	Мілірадіан	Секунди
А	-1.51	-300"	+1.51	+300"	0.0047	1"
В	-2.51	-500"	+2.51	+500"	0.0141	3"
С	-3.00	-600"	+3.00	+600"	0.0471	10"

Інклінометр NIVEL210 вимірює кути нахилу у двох взаємно перпендикулярних площинах в Мілі радіанах (1мрад=206.265"). Дискретність відлічування даним пристроєм 0.001 мрад = 0.2". Інклінометр NIVEL210 може працювати у трьох діапазонах зміни кута нахилу. Від величини змін кута нахилу залежить точність приладу. У таблиці 3.7 наведено дані про діапазони роботи інклінометр NIVEL210.

3.8. Експериментальні дослідження нівеліра-рефрактометра

Експериментальні дослідження нівеліра-рефрактометра проведено на експериментальному лінійному базисі у м. Дублянах. На кінцях 30 м ділянки базису встановлювали високоточний нівелір Dini 03 (рис. 3.26) і нівелір-рефрактометр.

Прилади були установлені на спеціальних геодезичних металевих знаках трубного типу із обсадними трубами для усунення температурних впливів на пункти та стабільного положення приладів. Поряд із приладами, за допомогою спеціальних кронштейнів, встановлювали прямовисно штрих-кодові шкали, які

нулем (п'яткою) опирались на металеву кульку у спеціальному гнізді. Прилади і пункти базису захищали від прямої сонячної радіації геодезичними парасолями.



Рис. 3.26 Установлений нівелір Dini 03 на трубному пункті експериментального базису №15

Перевищення між знаками №1 і №15 визначили способом нівелювання із середини, використавши пункт №8 для установлення нівеліра, віддаль до якого рівна 15 м. Перевищення визначене по кульках, на які потім установлювали шкали рейок.



Рис. 3.27 Установлений нівелір-рефрактометр на початковому трубному пункті №1 експериментальному базису

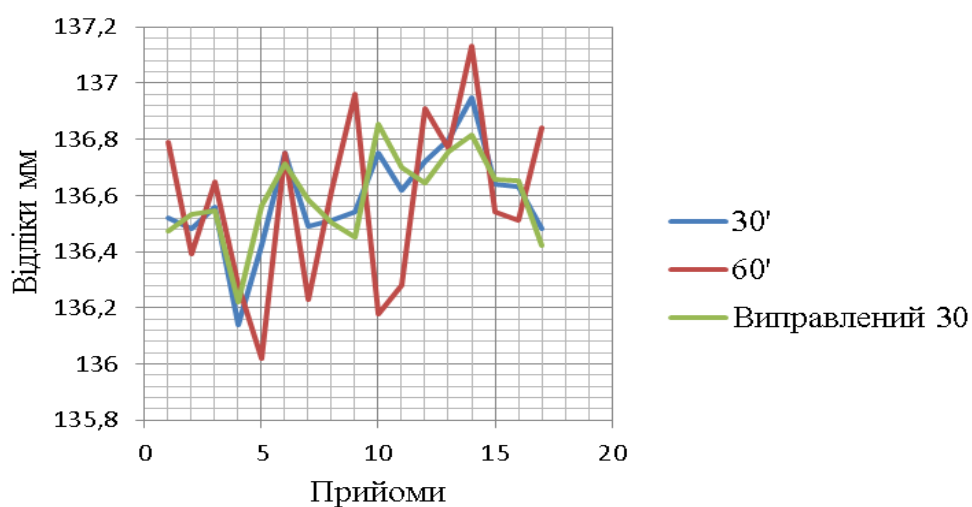


Рис. 3.28 Флуктуації відліків отриманих цифровим нівеліром Dini 03 за I програмою спостережень

Відпрацьовували дві програми спостережень. Перша програма полягала у почерговому спостереженню рейки на віддалі 30 м і рейки спостереженої у дзеркальному відбивачі на віддалі 60 м. За період експерименту виконано 17

прийомів вимірювань. На рис. 3.28 зображено хід зміни відліків цифровим нівеліром Dini 03 впродовж однієї години (13,30-14,30).

Коефіцієнт кореляції між вимірами виконаними по рейкам у дзеркальному відбивачі і без нього дорівнював 0.49, що вказує на суттєвий зв'язок вимірів. С.к.п. вимірів за даний період склали $m_{h30} = 0.18\text{мм}$ для 30 метрової траси, $m_{h60} = 0.31\text{мм}$ - для 60 метрової.

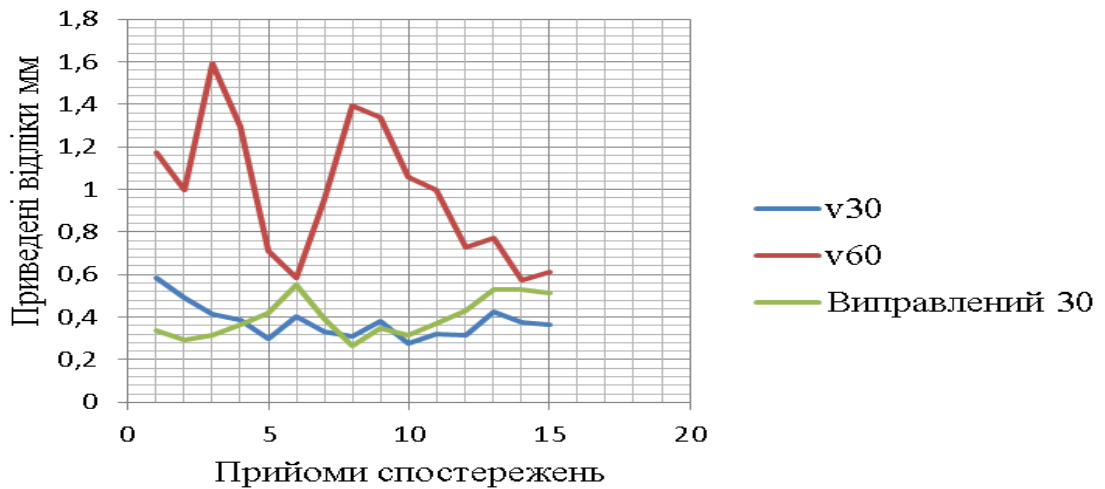


Рис. 3.29 Флуктуації відліків отриманих цифровим нівеліром Dini 03 за II програмою спостережень

Друга програма спостережень виконувалась за допомогою функції моніторингових спостережень. Прийом складався із 10 відліків на рейку, що розташованій на 30 м віддалі і 10 відліків – на рейку у дзеркальному відбивачі (60м). Програмою нівеліра передбачено відлічування через 1 хвилину. На рис. 3.29 наведено хід осереднених відліків із виконаних прийомів спостережень.

Коефіцієнт кореляції між вимірами виконаними по рейкам у дзеркальному відбивачі і без нього по другій програмі спостережень дорівнював 0.66, що підтверджує суттєвий зв'язок вимірів.

Основним недоліком даних вимірів вважаємо не синхронність відлічування двох рейок, що за дії турбулентності має суттєвий вплив на результати вимірювань.

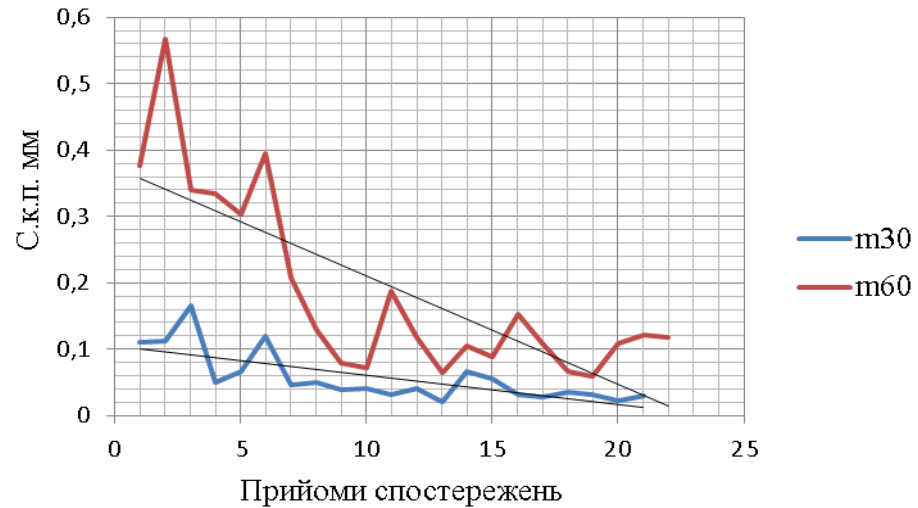


Рис. 3.30 Зміна с.к.п. під час спостережень II програми

Проаналізуємо с.к.п. відліків у прийомах, хід яких представлено на рис. 3.30. На ньому відображені зміни с.к.п. m_{h30} для 30 м віддалі і m_{h60} - для 60 м. Загальні, отримані із всього ряду спостережень с.к.п. отримали такі величини: $\bar{m}_{h30} = 0.08$ і $\bar{m}_{h60} = 0.32$, що 4.022 рази більше у порівнянні із флуктуаціями на 30 м трасі. Це відповідає теорії нівеліра рефрактометра.



Рис. 3.31 Зміна коефіцієнта вертикальної рефракції k під час безперервних спостережень

За результатами експерименту обчислені виправлені зміщення Δh за якими пораховані аномальні значення коефіцієнтів вертикальної рефракції і представлені на рис. 3.31. Великий розмах коливань аномального коефіцієнта

рефракції обумовлений короткою віддаллю спостереження. Гранична точність визначення коефіцієнта вертикальної рефракції за період спостережень дорівнює 0.1.

Результати попереднього експерименту не є остаточними. Необхідно продовжити вдосконалення і дослідження приладу.

Пропонується встановити замість елеваційного гвинта сервомотор, який за допомогою керівного пристрою, пов'язаного з інклінометром, підтримував би його положення на певній відмітці.

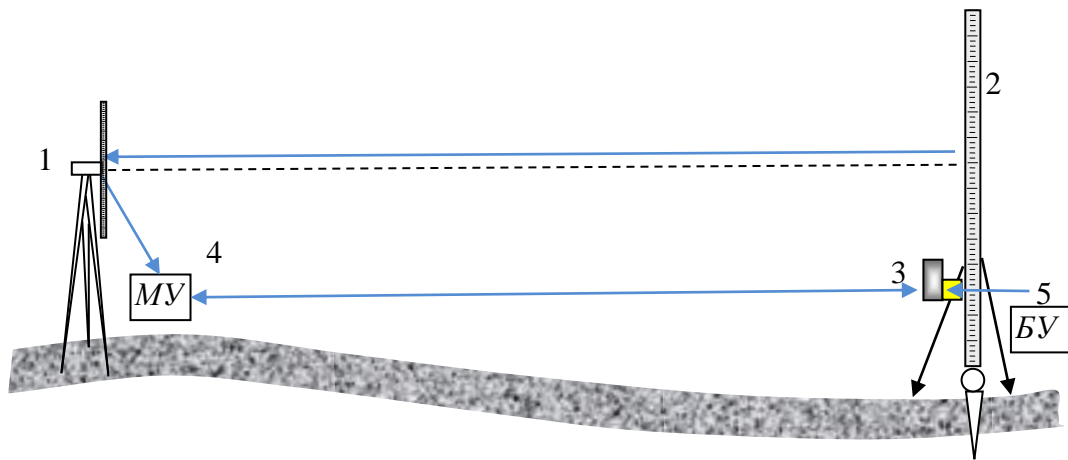


Рис. 3.32 Автоматизований комплекс для виконання нівелювання із застосуванням нівеліра-рефрактометра

У загальному, для застосування нівеліра-рефрактометра під час нівелювання, пропонується створити автоматизований комплекс, який забезпечив би вимірювання і опрацювання отриманих результатів із урахуванням вертикальної рефракції у реальному часі. Для цього необхідно розробити модуль управління 4 (МУ) вимірюваннями (див. рис. 3.32), який мав би отримувати результати вимірювань із цифрового нівеліра 1 рейки 2 та передавати цифрову команду, по бездротовому зв'язку, на блок управління 5 (БУ) нівеліром-рефрактометром.

Цифровий нівелір 1 необхідно обладнати додатковою штрих-кодовою шкалою (30 см), яку будуть спостерігати у дзеркальному відбивачі нівеліра-рефрактометра.

Нівелір-рефрактометр 3 треба встановити на спеціальній рейці 2 із рухомою кареткою, по якій би переміщалася платформа на відповідну висоту. Висоту платформи нівеліра-рефрактометра розраховує 4 (МУ) за вимірами цифрового нівеліра 1 рейки 2.

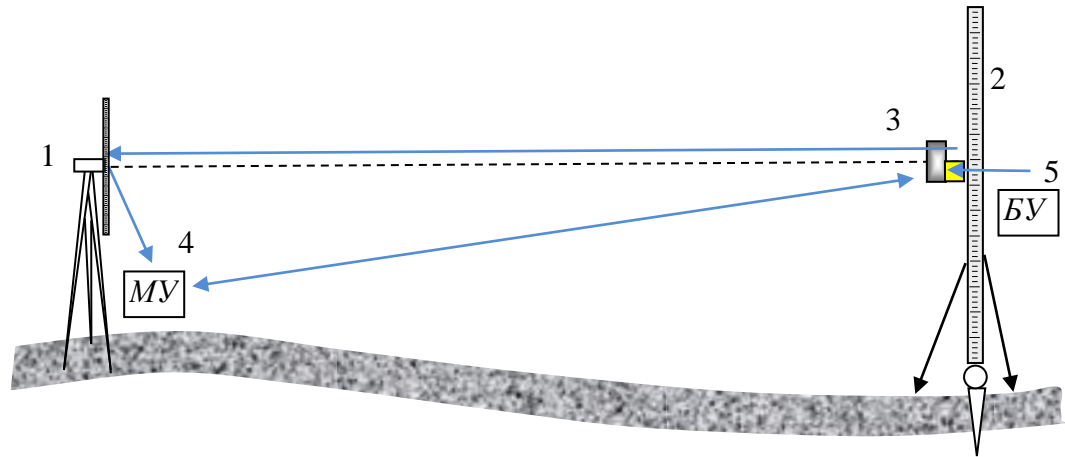


Рис. 3.33 Процес вимірювань у автоматизованому комплексі під час нівелювання із застосуванням нівеліра-рефрактометра

Отримавши команду з (МУ) блок управління 5 за допомогою сервомотора перемістить нівелір-рефрактометр в положення горизонтального променя нівелювання. Після стабілізації та приведення дзеркального відбивача в прямовисне положення цифровий нівелір 1, по команді (МУ) відлічить і опрацює зображення шкали цифрового нівеліра в 3.

Процес вимірювання виконується тільки після відшукування зображення додаткової шкали у плоскому дзеркальному відбивачі і нівелюванням платформи за допомогою електронного рівня (інклінометра) і відповідних сервопристроїв. Після виконання цих процедур, подається команда початку вимірювань (рис. 3.33).

Програма вимірювань може бути різною. Відлічують за допомогою цифрового нівеліра додаткову шкалу у дзеркальному відбивачі, потім відлічують рейку, яка встановлена на спостережуваній точці. Обчислюють і вводять поправку за вертикальну рефракцію у виміри по рейці.

Для нівелювання бажано використовувати дві рейки із спеціальними упорами.

Окрім похибок відлічування самого нівеліра суттєвими є похибки будови і нанесення відлікових шкал. Компарування рейок завжди було трудомістким і дорогим методом визначення поправок. З появою штрих-кодових рейок технологія компарування суттєво змінилася. Розглянемо деякі наші дослідження, які виконані з спрощення і здешевлення способів компарування.

3.9. Застосування фотофіксації зображень і їх опрацювання для компарування штрих-кодових рейок

Відомо, що достовірні результати компарування нівелірних рейок є запорукою одержання правильних результатів нівелювання. Якісне компарування нівелірних рейок, особливо тих які використовують для I та II класів вимагає спеціального обладнання, відповідної методики та значних затрат часу на його виконання.

Похибки поділок та метрових інтервалів шкал рейок, що призначені для нівелювання I, та II класів, відповідно до [35], не мають перевищувати 0.1 мм (в горах 0.05 мм) та 0.2 мм (в горах 0.1 мм). Величина похибки визначення цих інтервалів має бути у два-три рази меншою цих величин похибок, тобто, не бути більшою 0.03 мм, та 0.06 мм, відповідно.

Визначення довжин інтервалів шкал рейок для оптичних нівелірів, що застосовуються у нівелюванні I і II класів, виконують на спеціальних компараторах МК-1.

Визначати довжини інтервалів кодових рейок ніше, через те, що кожна фірма виробник для кожного типу нівелірів має свій набір кодів. Тому невідомо яка має бути віддаль між штрихами і між якими штрихами потрібно виконувати вимірювання контрольним метром чи компаратором МК-1.

За кордоном компарування штрих-кодових рейок виконують на спеціальній автоматизованій установці або за допомогою лазерного інтерферометра Вайсяля [144]. Для цього підвішують прямовисно на спеціальному блоці рейку, яку компарують, і на віддалі декількох метрів від рейки закріплюють інтерферометр Вайсяля та один або два цифрові нівеліри. Інтерферометром з високою точністю

вимірюють віддаль до п'ятки рейки і одночасно відлічують шкалу рейки цифровими нівелірами (рис. 3.34). Рейку переміщують вертикально уверх на потрібну величину і знову вимірюють інтерферометром віддаль і відлічують шкалу рейки нівелірами.

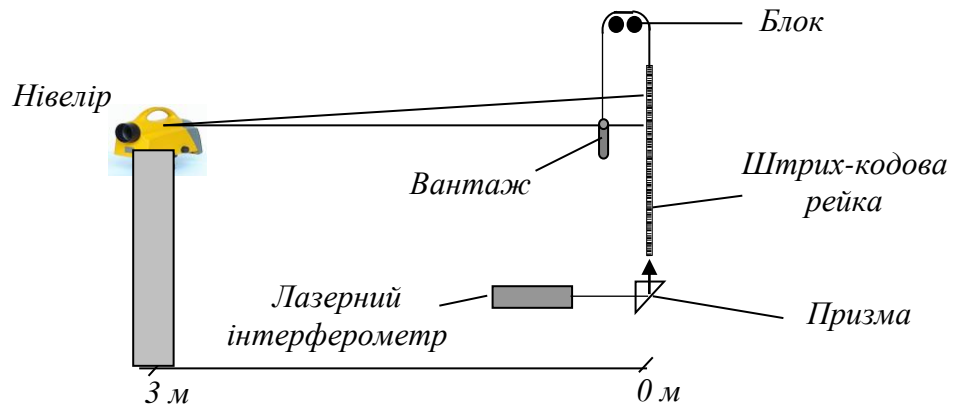


Рис. 3.34 Компарування штрих-кодкових рейок

Похибкою нанесення поділок штрих-кової рейки буде слугувати різниці між різницями виміряних віддалей інтерферометром і різницями відліків шкали рейки, які виміряні цифровими нівелірами.

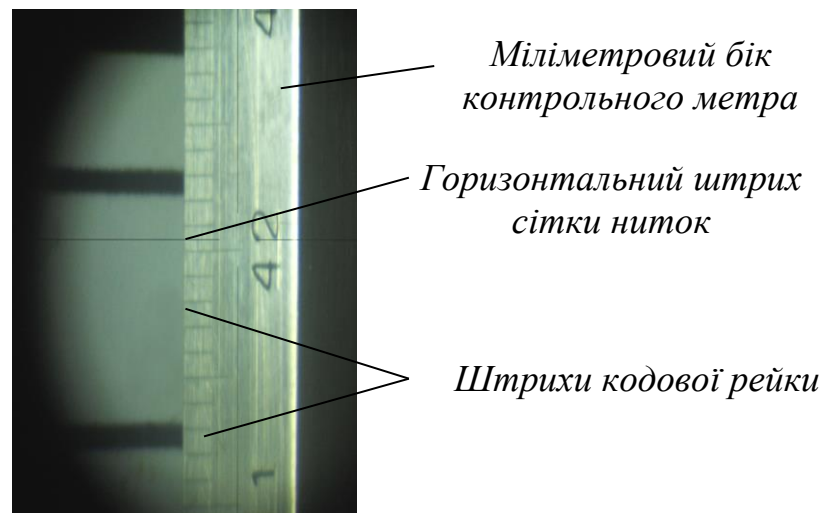


Рис. 3.35 Поле зору нівеліра із штрих-ковою рейкою і повіреним контрольним метром

Компарувати рейки треба до початку сезону польових робіт і по його завершенні, тобто не менше двох разів на сезон. Високоточне компарування штрих-кодкових рейок виконують, зазвичай, на фірмах виробників цих приладів, це створює відповідні труднощі.

Нами запропоновано [76, 45] спосіб компарування штрих-кодових рейок, який включає визначення довжин інтервалів штрих-кодових рейок за допомогою цифрових нівелірів та контрольного метра. Спосіб полягає в тому, що збоку до вертикально розташованої шкали штрих-кової рейки прикріплюють контрольний метр. За окуляром зорової труби цифрового нівеліра встановлюють фіксатор та зберігач відеоінформації, наприклад, цифровий фотоапарат, у якому фіксують зображення утворене у зоровій трубці цифрового нівеліра (див. рис. 3.35).

Одночасно із відлічуванням штрих-кової рейки цифровим нівеліром, записують зображення контрольного метра та горизонтального штриха сітки ниток зорової труби цифрового нівеліра в пам'ять цифрового фотоапарата. Виконують комп'ютерне опрацювання цифрових знімків де вимірюють положення горизонтального штриха сітки ниток відносно найближчих штрихів контрольного метра. Далі, переміщують нівелір або рейку разом з контрольним метром на потрібний інтервал та повторюють вищеописані дії.

Обчислюють різницю відліків отриманих цифровим нівеліром, і цю ж різницю, отриману за допомогою контрольного метра на комп'ютері. Результати порівнюють між собою і прийнявши за істинне значення різницю, яку визначили за цифровим знімком на комп'ютері, обчислюють похибку нанесення поділок рейки.

Віддаль до штрихів визначають у пікселях. Лінійна величина зображення пікселя для цифрового фотоапарата з цифровим нівеліром DiNi 22 на віддалі від рейки 5 метрів становила 0,005 мм. На рис. 3.35 віддаль до рейки біля 3 м, а оптичне збільшення фотоапарата 10^X . Отже, віддаль від сітки штрихів до верхнього штриха (його осі) контрольного метра визначена з граничною точністю у два пікселі – 0.01 мм. Це відповідає вимогам для рейок, які використовують у нівелюванні I класу.

Використовуючи метод опрацювання зображення, запропонований [143], точність визначення положення штриха сітки штрихів зорової труби цифрового нівеліра відносно штриха контрольного метра можна збільшити до 0.1 пікселя,

тобто гранична похибка визначення віддалі від штриха контрольного метра до штриха сітки ниток зорової труби цифрового нівеліра становитиме 0.001 мм.

Середнє квадратичне відхилення результатів повірки вторинного еталона з первинним еталоном на інтерференційній установці для вимірювальних засобів у діапазоні 0.001 м до 50 м (ВЕТУ 01-03-05-98) у Харківському метрологічному інституті [117], не перевищує $(0.08+0.2 \cdot L)$ мкм, де L довжина у метрах. Для довжини одного метра с. к. п. дорівнюватиме 0.0003 мм, а гранична точність, зважаючи на те, що знаходять різницю між двома штрихами, дорівнюватиме 0.001 мм, відповідає вимогам щодо компарування штрих-кодових рейок.

Точність відлічування шкал рейок на віддалі 3-5 метрів у приміщенні цифровим нівеліром DiNi 12, і навіть DiNi 22, отримане як середнє із десяти відліків, не перевищуватиме 0.04 мм, що також відповідає вимогам до компарування рейок, які використовують у нівелюванні I класу.

Гранична точність визначення довжини інтервалу у запропонованому нами методі, навіть без застосування методу R.Deriche [143], дорівнюватиме $\sqrt{0.01^2 + 0.04^2 + 0.001^2} \times \sqrt{2} = 0.04 \text{ мм}$.

Відмітимо, що похибка отриманої величини зміщення рейки за допомогою контрольного метра на комп'ютері є у чотири рази меншою, ніж ця ж величина отримана з використанням цифрового нівеліра.

У польових умовах можна запропонувати виконувати компарування штрих-кодових рейок у порівнянні із раніше еталонованою рейкою. Для цього можна (бажано) створити спеціальний стенд для установлення рейок на відповідних висотах із визначеним кроком [57] і попарно відлічувати дві - три рейки на рівних висотах.

Результати компарування пари рейок бажано було б також занести в пам'ять комп'ютера цифрового нівеліра. На рейки необхідно нанести спеціальний штрих код для їх ідентифікації. Це дало б можливість вводити поправки за компарування безпосередньо у конкретні відліки відповідної рейки у реальному часі вимірів.

Висновки до третього розділу:

1. Вперше запропоновано спосіб двостороннього геометричного нівелювання “вперед-назад” та розроблена теорія і методика його виконання. Перевагами способу полягає у можливості визначення сумарного кута $\overline{\varepsilon}$ негоризонтальності променя візування і вертикальної рефракції, що дозволяє контролювати нестабільність горизонтального положення візирного променя в процесі нівелювання та вносити поправки за вертикальну рефракцію в реальному часі.

2. Теоретично і експериментально підтверджено можливість підвищення точності геометричного нівелювання способом двостороннього геометричного нівелювання “вперед-назад” в $\sqrt{2}$ раз, через врахування вертикальної рефракції.

3. Показано, що величина сумарного кута негоризонтальності візирного променя за період спостережень показала себе нестабільною величиною, а середнє квадратичне відхилення від середнього значення склало – 0.77", тоді як компенсатор нівеліра гарантує установлення променя візування в горизонтальне положення з точністю 0.3". Цей факт вказує на присутність впливу вертикальної рефракції.

4. Розроблено спосіб компарування штрих-кодкових рейок із застосуванням повіреного контрольного метра та фотофіксації відліків, який задовольняє вимогам точності компарування рейок для нівелювання I класу і може суттєво здешевити процес компарування.

5. Вперше створено лабораторний зразок нівеліра-рефрактометра геометричного типу з електронним рівнем, а його експериментальні дослідження підтвердили можливість визначати коефіцієнти вертикальної рефракції з граничною точністю 0.1 на віддалі до 30 м.

6. Теоретично обґрунтована та експериментально підтверджена можливість оперативного та безпосереднього визначення вертикальної рефракції в реальному часі за спостереженнями зображення шкали нівеліра горизонтальним візирним променем у прямовисно встановленому плоскому дзеркальному відбивачі.

7. Розроблена методика та виконані дослідження ходу фокусувальної лінзи цифрових нівелірів із урахуванням вертикальної рефракції. Аналіз результатів вказує на необхідність автоматизованого вилучення цієї похибки.

РОЗДІЛ 4

**ПІДВИЩЕННЯ ТОЧНОСТІ ТРИГОНОМЕТРИЧНОГО
НІВЕЛЮВАННЯ НА ВАЖЛИВИХ ВЕЛИКИХ ПРОМИСЛОВИХ
ОБ'ЄКТАХ**

**4.1. Дослідження кореляційних взаємозв'язків між рефракціями різних
напрямів спостереження**

Виконуючи експериментальні дослідження вертикальної рефракції в береговій акваторії Чорного моря [54, 120, 121] було зроблено підтвердження про наявність кореляційного взаємозв'язку між рефракціями різних напрямів з різними підстильними поверхнями.

Зв'язок між коливаннями зображень і похибками кутів рефракційного походження досліджувались у [128].

Розглядаючи одночасні спостереження зенітних кутів двох суміжних напрямів, можна допустити про їх лінійну залежність і встановити кореляційний зв'язок між ними. Напишемо рівняння лінійної регресії між двома напрямками [66]:

$$Z_2 = \text{corr}_{Z_1 Z_2} \frac{m_{Z_2}}{m_{Z_1}} (Z_1 - \bar{Z}_1) + \bar{Z}_2, \quad (4.1)$$

де Z_1 і Z_2 - ряди виміряних зенітних віддалей відповідно за напрямками 1 і 2;

$\bar{Z}_1 = \frac{\sum_{j=1}^n Z_{1,j}}{n}$ і $\bar{Z}_2 = \frac{\sum_{j=1}^n Z_{2,j}}{n}$ - середні значення зенітних віддалей, отримані із відповідних рядів; m_{Z_1} і m_{Z_2} середні квадратичні флуктуації зенітних віддалей, які розраховуються за формулою Бесселя:

$$m_{Z_i} = \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^n (Z_{i,j} - \bar{Z}_i)^2}{n-1}} = \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^n Z_{i,j}^2 - \frac{\left(\sum_{j=1}^n Z_{i,j}\right)^2}{n}}{n-1}}; \quad (4.2)$$

$corr_{Z_1 Z_2}$ - коефіцієнт кореляції для незміщеної оцінки, який обчислюють за коваріаціями $cov_{Z_1 Z_2}$:

$$corr_{Z_1 Z_2} = \frac{cov_{Z_1 Z_2}}{(n-1)m_{Z_1}m_{Z_2}} = \frac{\sum_{j=1}^n (Z_{1,j} - \bar{Z}_1) \cdot (Z_{2,j} - \bar{Z}_2)}{(n-1)m_{Z_1}m_{Z_2}} = \frac{\sum_{j=1}^n Z_{1,j} Z_{2,j} - \frac{\sum_{j=1}^n Z_{1,j} \sum_{j=1}^n Z_{2,j}}{n}}{n(n-1)m_{Z_1}m_{Z_2}} . \quad (4.3)$$

Як відомо, коефіцієнт кореляції може змінюватись в межах -1 до 1. Зв'язок можна оцінити за критерієм Фішера, або за наявності вимірів, $n \geq 50$ використати середнє квадратичне відхилення коефіцієнта кореляції m_{corr} для критерію, запропонованого В. І. Романовським [106]:

$$m_{corr} \approx \frac{(1 - corr_{Z_1 Z_2}^2)}{\sqrt{n}} , \quad (4.4)$$

і зв'язок рахується установленим, коли виконується така умова:

$$|corr_{Z_1 Z_2}| \geq 3m_{corr} . \quad (4.5)$$

Напишемо рівняння (4.1) так:

$$Z_2 = \frac{m_{Z_2}}{m_{Z_1}} (corr_{Z_1 Z_2} (Z_1 - \bar{Z}_1)) + \bar{Z}_2 . \quad (4.6)$$

За умови сильного кореляційного зв'язку приймемо для спостережуваних напрямів $corr_{Z_1 Z_2} = 1$. Тоді із (4.6) отримаємо залежність:

$$\rho_{Z_2/Z_1} = \frac{Z_2 - \bar{Z}_2}{Z_1 - \bar{Z}_1} \cong \frac{m_{Z_2}}{m_{Z_1}} \cong \frac{\delta r_{a2}}{\delta r_{a1}} = q , \quad (4.7)$$

де $\rho_{Z_2/Z_1} = corr_{Z_1 Z_2} \frac{m_{Z_2}}{m_{Z_1}}$ - коефіцієнт лінійної регресії.

На основі проведених нами досліджень [84], було отримано в лінійному наближенні твердження: “У просторово стаціонарному випадковому полі приземної рефракції відношення математичних сподівань кутів динамічної (аномальної) рефракції, по двом напрямам, пропорційне відношенню дисперсій короткоперіодичних коливань зображень, відношенню еквівалентних висот до довжин ліній, а також коефіцієнту регресії часових процесів зміни рефракцій.

Як бачимо, визначилась єдність теорій метеорологічної, теорії коливань (турбулентної) і кореляційної у визначенні коефіцієнта рефракційного співвідношення.

В подальшому розглянемо експериментальні дослідження і підтвердження даної теорії.

4.2. Застосування кореляційного зв'язку для визначення вертикальної рефракції із двосторонніх спостережень

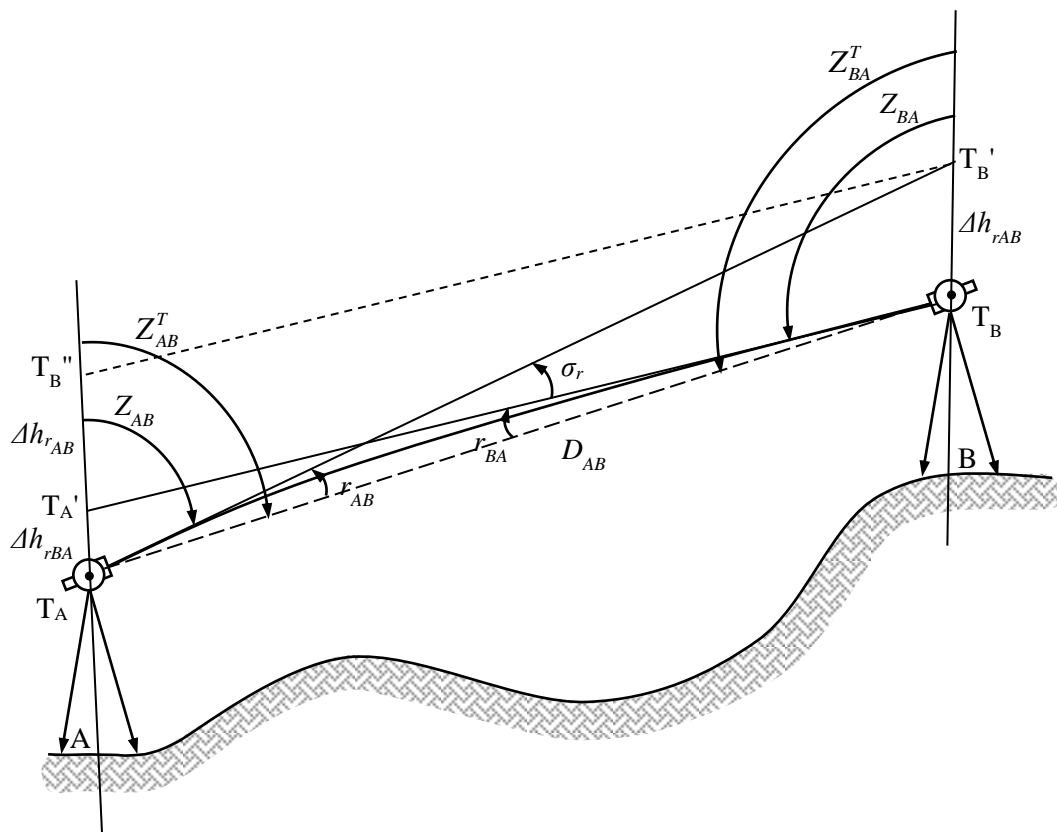


Рис. 4.1 Геометричний зміст двосторонніх спостережень з врахуванням вертикальної рефракції

Відомо, що із двостороннього тригонометричного нівелювання можна визначити сумарний кут вертикальною рефракції [34, 126]

$$\sigma_r = r_{AB} + r_{BA} = 180^\circ - Z_{AB} + Z_{BA} + \rho'' \frac{S_{AB}}{R_3} - \frac{\rho''}{S} [(v_A + v_B) - (i_A + i_B)] + u_B - u_A \quad (4.8)$$

На рис. 4.1 зображено геометричний зміст кута сумарної (повної) рефракції, який утворюється у перетині дотичних до візирного променя. Рисунок 4.1 спрощений через представлення спостережень методом труба в трубу і для однозначності зображено хід променя за додатної рефракції (період інверсії температури). Дотичні проведені в точках спостереження до світлової кривої під кутами вертикальної рефракції до прямої, що з'єднує центри горизонтальних осей тахеометрів.

Із рис. 4.1 видно, що спостерігаючи точку T_B із T_A через дію вертикальної рефракції буде змінена теоретична зенітна віддаль Z_{AB}^T на величину вертикальної рефракції r_{AB} . Точка T_B буде видна під спотвореним вертикальною рефракцією зенітним кутом Z_{AB} . Спроектувавши за цією зенітною віддаллю точку на яку виконували спостереження, отримаємо на прямовисній лінії точку T_B' , яка буде зміщена по висоті на лінійну величину вертикальної рефракції $\Delta h_{r_{AB}}$.

Аналогічно, виконуючи спостереження з пункту B , отримаємо вертикальне зміщення через вертикальну рефракцію $\Delta h_{r_{BA}}$.

Проведемо лінію $T_B'T_B''$ паралельну до $T_B T_A'$ і отримаємо лінійну величину $T_A T_B''$ сумарного впливу вертикальної рефракції на перевищення Δh_r .

$$\Delta h_r = \Delta h_{r_{AB}} + \Delta h_{r_{BA}} . \quad (4.9)$$

Скористаємося системою рівнянь (2.4), яка отримана для визначення перевищення із двостороннього тригонометричного нівелювання, при цьому знехтуємо відхиленнями прямовисних ліній:

$$\left. \begin{aligned} h_{AB} &= h_{AB}^{глм.} - k_{AB} \frac{D_{AB}^2 \sin^2 Z_{AB}}{2R} \\ h_{BA} &= h_{BA}^{глм.} - k_{BA} \frac{D_{BA}^2 \sin^2 Z_{BA}}{2R} \end{aligned} \right\} , \quad (4.10)$$

де нагадаємо: $h_{AB}^{глм.}$ і $h_{BA}^{глм.}$ - розраховані перевищення із урахуванням висот приладів, візирних цілей і кривини Землі за відповідними напрямками спостереження.

Теоретично, взаємно зворотні перевищення по лінії AB рівні і різняться тільки знаками:

$$h_{AB} = -h_{BA} . \quad (4.11)$$

Лінійні величини впливу вертикальної рефракції із (4.10) можна визначити знаючи коефіцієнти вертикальної рефракції:

$$\left. \begin{aligned} \Delta h_{rAB} &= k_{AB} \frac{D_{AB}^2 \sin^2 Z_{AB}}{2R} \\ \Delta h_{rBA} &= k_{BA} \frac{D_{BA}^2 \sin^2 Z_{BA}}{2R} \end{aligned} \right\} . \quad (4.12)$$

Правильні перевищення обчислюють із вимірних увівши відповідні величини лінійних поправок за вертикальну рефракцію:

$$\left. \begin{aligned} h_{AB} &= h_{AB}^{eum.} - \Delta h_{rAB} \\ h_{BA} &= h_{BA}^{eum.} - \Delta h_{rBA} \end{aligned} \right\} . \quad (4.13)$$

Прирівняємо праві частини рівнянь (4.10) і отримаємо:

$$h_{AB}^{eum.} + h_{BA}^{eum.} = \Delta h_r = \Delta h_{rAB} + \Delta h_{rBA} = k_{AB} \frac{D_{AB}^2 \sin^2 Z_{AB}}{2R} + k_{BA} \frac{D_{BA}^2 \sin^2 Z_{BA}}{2R} . \quad (4.14)$$

За умови спостережень $D_{AB} \cong D_{BA}$ і $Z_{AB} \cong 180^\circ - Z_{BA}$ напишемо:

$$h_{AB}^{eum.} + h_{BA}^{eum.} = \Delta h_r = (k_{AB} + k_{BA}) \frac{D_{AB}^2 \sin^2 Z_{AB}}{2R} . \quad (4.15)$$

Із (4.15) знайдемо сумарний коефіцієнт вертикальної рефракції Σk

$$\Sigma k = (k_{AB} + k_{BA}) = \frac{2R(h_{AB}^{eum.} + h_{BA}^{eum.})}{D_{AB}^2 \sin^2 Z_{AB}} . \quad (4.16)$$

Напишемо систему рівнянь аномальних коефіцієнтів рефракцій із двох пунктів спостереження A і B :

$$\left. \begin{aligned} k_{anAB} &= k_{AB} - k_{nAB} \\ k_{anBA} &= k_{BA} - k_{nBA} \end{aligned} \right\} . \quad (4.17)$$

За відповідних умов і враховуючи (4.7) напишемо коефіцієнт рефракційного співвідношення визначений (1.93, 2.17):

$$q_{k_{AB/BA}} = \frac{k_{AB} - k_{nAB}}{k_{BA} - k_{nBA}} = \frac{k_{an AB}}{k_{an BA}} \approx \frac{m_{z_{AB}}}{m_{z_{BA}}}, \quad (4.18)$$

тоді рівняння (4.17) перепишемо:

$$\left. \begin{aligned} k_{AB} - k_{nAB} &= q_{k_{AB/BA}} k_{an BA} \\ k_{BA} - k_{nBA} &= \frac{k_{an AB}}{q_{k_{AB/BA}}} \end{aligned} \right\}. \quad (4.19)$$

Просумуємо два рівняння і отримаємо:

$$\Sigma k - k_{nAB} - k_{nBA} = q_{k_{AB/BA}} k_{an BA} + \frac{k_{an AB}}{q_{k_{AB/BA}}}. \quad (4.20)$$

Враховуючи (4.17) знайдемо часткові коефіцієнти вертикальної рефракції:

$$\left. \begin{aligned} k_{AB} &= k_{nAB} + \frac{q_{k_{AB/BA}}}{q_{k_{AB/BA}} + 1} (\Sigma k - k_{nAB} - k_{nBA}) \\ k_{BA} &= k_{nBA} + \frac{1}{q_{k_{AB/BA}} + 1} (\Sigma k - k_{nAB} - k_{nBA}) \end{aligned} \right\}. \quad (4.21)$$

Прийmemo позначення середнього інтегрального коефіцієнта вертикальної рефракції знайденого з двосторонніх спостережень $\bar{k} = \Sigma k / 2$ та $\bar{k}_n = (k_{nAB} + k_{nBA}) / 2$, після перетворень отримаємо:

$$\left. \begin{aligned} k_{AB} &= \bar{k} + \frac{q_{k_{AB/BA}} - 1}{q_{k_{AB/BA}} + 1} (\bar{k} - \bar{k}_n) \\ k_{BA} &= \bar{k} - \frac{q_{k_{AB/BA}} - 1}{q_{k_{AB/BA}} + 1} (\bar{k} - \bar{k}_n) \end{aligned} \right\}. \quad (4.22)$$

Виконуючи аналіз отриманих систем (4.21) і (4.22), відмітимо, що для визначення часткових коефіцієнтів вертикальних рефракцій k_{AB} і k_{BA} необхідно знати коефіцієнт рефракційного співвідношення $q_{k_{AB/BA}}$. У випадку рівності флуктуацій зенітних віддалей (аномальних коефіцієнтів вертикальної рефракції), коефіцієнт рефракційного співвідношення $q_{k_{AB/BA}} = 1$, що справедливо показує рівність часткових коефіцієнтів вертикальної рефракції середньому інтегральному значенню.

Визначивши часткові коефіцієнти вертикальної рефракції, за їх величинами можемо обчислити і ввести поправки у виміряні зенітні відстані і виміряні перевищення.

Перевищення із двостороннього нівелювання можна визначати із раніше отриманої нами формули (2.16) [98]:

$$h_{AB}^{дв.мп.} \cong \frac{h_{AB}^{онр.} - h_{BA}^{онр.}}{2} - \left(\frac{m_{Z_{AB}} - m_{Z_{BA}}}{m_{Z_{AB}} + m_{Z_{BA}}} \right) \left(\frac{h_{AB}^{онр.} + h_{BA}^{онр.}}{2} \right). \quad (4.23)$$

Застосувавши властивості випадкових похибок вимірювань до двостороннього тригонометричного нівелювання можна отримати аналогічну формулу (4.23). Для цього розглянемо рівняння (4.13), як два результати нерівноточних неодноточних вимірів перевищення.

Якістю результатів і мірою їх надійності, як відомо [66], є ваги вимірів. У геодезії у якості ваг приймають величини обернено пропорційні до квадрату с.к.п.. Величини лінійних поправок у перевищення можна шляхом розподілу нев'язки пропорційно вагам окремих результатів. Ваги обчислених перевищень знайдемо за с.к.п. вимірів зенітних відстаней або самих перевищень.

Нехай маємо с.к.п. виміру зенітної відстані по лінії АВ $m_{Z_{AB}}$, тоді вага вимірів по лінії дорівнюватиме $P_{Z_{AB}} = 1/m_{Z_{AB}}^2$. Для лінії ВА, відповідно - $m_{Z_{BA}}$ і $P_{Z_{BA}} = 1/m_{Z_{BA}}^2$. Величина суми взаємно зворотних перевищень, або сумарного кута рефракції буде знаходитись із вагою:

$$\frac{1}{P_{\Sigma r}} = \frac{1}{P_{Z_{AB}}} + \frac{1}{P_{Z_{BA}}} = m_{Z_{AB}}^2 + m_{Z_{BA}}^2. \quad (4.24)$$

Поправки у результати вимірювань вносять пропорційно оберненим вагам вимірів. Тому, систему (4.13), згідно із теорією похибок, для двостороннього тригонометричного нівелювання перепишемо:

$$\left. \begin{aligned} h_{AB} &= h_{AB}^{глм.} - \frac{m_{Z_{AB}}^2}{m_{Z_{AB}}^2 + m_{Z_{BA}}^2} (h_{AB}^{глм.} + h_{BA}^{глм.}) \\ h_{BA} &= h_{BA}^{глм.} - \frac{m_{Z_{BA}}^2}{m_{Z_{AB}}^2 + m_{Z_{BA}}^2} (h_{AB}^{глм.} + h_{BA}^{глм.}) \end{aligned} \right\}. \quad (4.25)$$

Віднімемо від першого рівняння друге і поділимо на 2 то отримаємо:

$$h_{AB}^{об.тр.} \cong \frac{h_{AB}^{вум.} - h_{BA}^{вум.}}{2} - \left(\frac{m_{Z_{AB}}^2 - m_{Z_{BA}}^2}{m_{Z_{AB}}^2 + m_{Z_{BA}}^2} \right) \left(\frac{h_{AB}^{вум.} + h_{BA}^{вум.}}{2} \right). \quad (4.26)$$

Рівняння (4.26) відрізняється від (4.23) лише квадратами при с.к.п.. Це пов'язано із природою похибок вимірювань. Вертикальна рефракція носить систематичний характер похибки. У реальних спостереженнях, випадковий характер коливань спостерігаються за інверсії температури.

4.3 Порівняння застосування двостороннього тригонометричного нівелювання з геометричним під час будівництва геодезичної основи Бескидського тунелю

У 2013 році виконано роботи зі створення опорної геодезичної мережі для будівництва Бескидського тунелю [98]. Програмою робіт передбачалось виконання геометричного нівелювання II класу цифровим нівеліром DNA 03 Leica (рис.4.2) з прив'язування пунктів планово-висотної мережі східного і західного порталів тунелю та нівелювання наявного тунелю з метою передачі висот між ними. А також вимірювання у лінійно-кутовій мережі (рис. 4.3) автоматизованим тахеометром TCRP-1201 Leica для визначення планових координат пунктів.

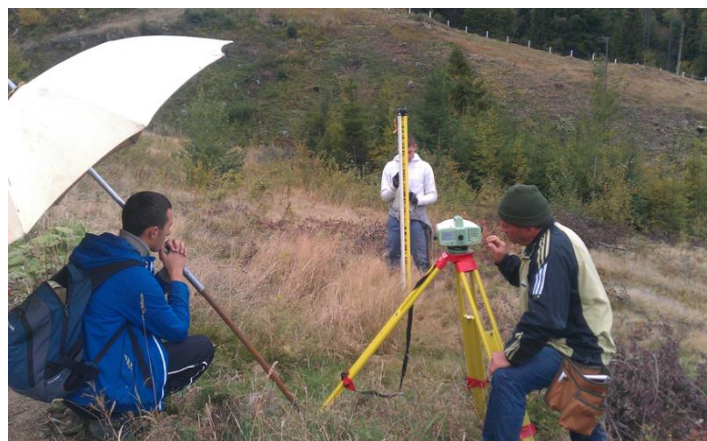


Рис. 4.2 Виконання геометричного нівелювання в гірських умовах

За результатами лінійно-кутових вимірювань, апробована та запропонована можливість застосування неодноразового двостороннього тригонометричного нівелювання взамін геометричного нівелювання II класу на віддаль до 1 км.

Врахування вертикальної рефракції запропоновано виконувати по сумарним її значенням, отриманим із двосторонніх спостережень, шляхом розподілу на часткові із використанням визначених флуктуацій зенітних відстаней.

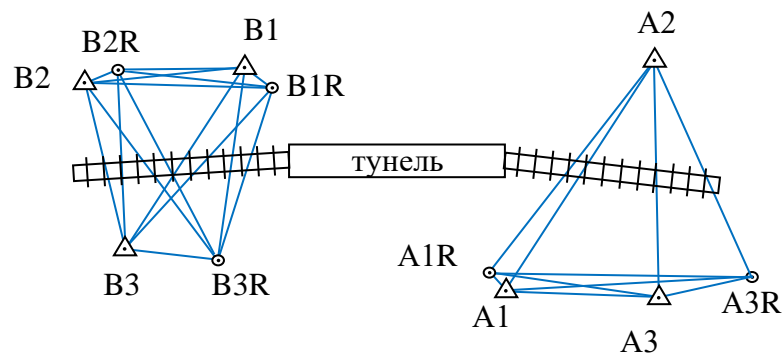


Рис.4.3 Схема лінійно-кутової мережі Бескидського тунелю



Рис. 4.4 Вид з пункту A1 на пункти A2 та A3

Лінійно-кутові вимірювання виконано за програмою, яка складалась із 8 прийомів вимірювання усіх кутів і довжин ліній мережі (рис. 4.3) за двох положень вертикального круга тахеометра. Наведення тахеометра на відбивачі

виконувалось автоматично із застосуванням спеціальної функції тахеометра спостереження на максимум відбитого сигналу. Висоти тахеометра і відбивачів вимірювали з точністю до 0.1 мм. Вимірювання виконані протягом двох днів, окремо для мережі із В (західного порталу) та А (східного порталу) пунктів. Неодночасні спостереження характеризувалися сонячною погодою із встановленою стратифікацією атмосфери та невеликими коливаннями зображень, через велику висоту променя над поверхнею земляного покрову.



Рис. 4.5 Вид з пункту В2 на пункти В1 та В3

Виконано попереднє опрацювання результатів спостережень довжин ліній і кутів. Обчислені середні значення та середні квадратичні похибки вимірних величин із прийомів вимірювань. Уведені поправки у довжини ліній за метеорологічні умови спостережень на момент виконання вимірів та у середні значення зенітних відстаней із урахуванням часткових кутів рефракцій:

$$Z^{випр.} = Z + k \frac{D}{2R} . \quad (4.27)$$

Часткові коефіцієнти вертикальних рефракцій визначені із неодночасних двосторонніх спостережень, за раніше описаною методикою (4.22).

За результатами попереднього опрацювання проведено врівноваження геодезичної мережі у програмному комплексі CREDO DAT.

Таблиця 4.1

**Оцінка планово-висотного положення пунктів опорної мережі
Бескидського тунелю за результатами врівноваження**

Пункт	$M_X (м)$	$M_Y (м)$	$M_{XY} (м)$	$M_H (м)$
A1R	0.0002	0.0015	0.0015	0.0000
A2	0.0016	0.0003	0.0016	0.0001
A3	0.0017	0.0013	0.0022	0.0001
A3R	0.0017	0.0013	0.0021	0.0001
B1	0.0011	0.0017	0.0021	0.0003
B1R	0.0011	0.0017	0.0020	0.0003
B2R	0.0004	0.0014	0.0015	0.0000
B3	0.0003	0.0021	0.0021	0.0002
B3R	0.0006	0.0026	0.0027	0.0003

Результати врівноваження, оцінка планового і висотного положення пунктів наведені в табл. 4.1, там же наведені похибки планових координат положення пунктів M_X і M_Y відповідно по осям X і Y , загальна похибка положення пунктів – M та похибка визначення висот M_H із результатів врівноваження. Виконуючи аналіз оцінки планово-висотного положення врівноважених координат пунктів можна констатувати, що вимірювання у мережах були виконані якісно і результати врівноваження виконані за малими вільними членами нев'язок.

Зокрема відзначимо, що висотне положення пунктів, за результатами врівноваження, на порядок вище за планове. Це стало можливим через уведення поправок у виміряні zenітні відстані за вертикальну рефракцію (4.27). Виконуючи врівноваження без уведення поправок за рефракцію – оцінка висотного положення пунктів погіршується через збільшення величин вільних членів рівнянь, але значення врівноважених висот і перевищень не змінюється.

Таблиця 4.2

Порівняння результатів геометричного і тригонометричного нівелювань в м

Назви ліній		\bar{D}	k	$h^{геом.}$	$h^{дв.тр.}$	$h^{зрівн.}$	$h^{дв.тр.} - h^{геом.}$	$h^{зрівн.} - h^{геом.}$
A1	A1R	5.4		-0.8450	-0.8467	-0.8467	-0.0017	-0.0017
A1	A2	431.5	0.17 0.30	-22.5380	-22.5385	-22.5387	-0.0005	-0.0007
A1	A3	433.6	0.07 0.07	-46.3884	-46.3897	-46.3888	-0.0013	-0.0004
A1	A3R	410.5	0.05 0.00	-46.0115	-46.0125	-46.0123	-0.0010	-0.0008
A1R	A2	432.1	0.17 0.22	-21.6930	-21.6918	-21.6920	0.0012	0.0010
A1R	A3	437.7	0.06 0.00	-45.5434	-45.5421	-45.5421	0.0013	0.0013
A1R	A3R	414.6	0.04 0.03	-45.1665	-45.1654	-45.1656	0.0011	0.0009
A2	A3	332.7	0.17 0.17	-23.8504	-23.8502	-23.8501	0.0002	0.0003
A2	A3R	328.9	0.25 0.18	-23.4735	-23.4732	-23.4736	0.0003	-0.0001
A3	A3R	23.6		0.3769	0.3765	0.3765	-0.0004	-0.0004
B1	B1R	6.9		-2.8738	-2.8730	-2.8745	0.0008	-0.0007
B1	B2	115.9	2.38 2.34	-8.5593	-8.5605	-8.5608	-0.0012	-0.0015
B1	B2R	119.9	3.66 1.14	-9.6760	-9.6773	-9.6766	-0.0013	-0.0006
B1	B3	69.2		-1.9722	-1.9729	-1.9725	-0.0007	-0.0003
B1	B3R	86.8		0.0379	0.0388	0.0377	0.0009	-0.0002
B1R	B2	109.4	0.20 0.21	-5.6855	-5.6867	-5.6863	-0.0012	-0.0008
B1R	B2R	113.4	0.40 0.51	-6.8022	-6.8025	-6.8021	-0.0003	0.0001
B1R	B3	68.8	1.75 1.19	0.9016	0.9022	0.9020	0.0006	0.0004
B1R	B3R	89.4	1.33 0.92	2.9117	2.9125	2.9122	0.0008	0.0005
B2	B2R	4.3		-1.1167	-1.1158	-1.1158	0.0009	0.0009
B2	B3	131.1	0.87 0.75	6.5871	6.5878	6.5883	0.0007	0.0012
B2R	B3	135.4	0.47 1.04	7.7038	7.7033	7.7041	-0.0005	0.0003
B2R	B3R	175.6	0.51 0.84	9.7139	9.7133	9.7143	-0.0006	0.0004
B3	B3R	41.8		2.0101	2.0100	2.0102	-0.0001	0.0001
Середнє							-0.0001	0.0000
с.к.п.							0.0009	0.0008

У табл. 4.2 подані середні довжини ліній \bar{D} , виміряні результати перевищень $h^{geom.}$ - отриманих із геометричного нівелювання, $h^{dv.mpr.}$ - отриманих із двостороннього тригонометричного нівелювання з уведенням поправок за вертикальну рефракцію та $h^{зрівн.}$ - перевищення отримані за результатами врівноваження $h^{dv.mpr.}$ у відповідних мережах. Там же, у табл. 4.2, наведені різниці між перевищеннями $h^{dv.mpr.} - h^{geom.}$ і $h^{зрівн.} - h^{geom.}$ та коефіцієнти вертикальної рефракції k отримані за результатами розрахунків часткових кутів рефракцій за сумарною величиною і флуктуаціями зенітних відстаней (4.23). Коефіцієнти по лінії спостереження наведені двічі (прямо і зворотно). Для коротких ліній коефіцієнти не обчислювались.

Внизу таблиці 4.2 пораховані середні значення різниць і їх середні квадратичні відхилення.

Порівнявши результати геометричного нівелювання із двостороннім тригонометричним нівелюванням із уведенням поправок за вертикальну рефракцію, можемо зробити висновок про їх відповідність. Тобто, неоднчасне двостороннє тригонометричне нівелювання з уведенням поправок на трасах до 1 км відповідає точності геометричного нівелювання II класу.

4.4. Застосування тригонометричного нівелювання для геодезичних моніторингових спостережень на Дністровській ГАЕС

Дністровська гідроакумуюча електростанція (ГАЕС) розташована на річці Дністер Чернівецької обл. Проектна потужність станції становить 2 268 МВт, що є одною з найбільших у світі. ГАЕС входить в Дністровський гідровузол, у який входить ще ГЕС-1 із висотою греблі 45 м, довжиною головного водосховища 220 км і об'ємом 3.0 млрд.м³, експлуатується з 1981 р. та ГЕС-2 - довжиною буферного водосховища 20 км і об'ємом 78,0 млн. м³, експлуатується з 1998 р. Дністровська ГАЕС з об'ємом верхнього водосховища 26.0 млн. м³. знаходиться в стадії завершення будівництва. В 2012 р введено в експлуатацію перший гідроагрегат станції.

Під час будівництва ГАЕС виконано переміщення великих масивів ґрунтів: вийнято 15.3 млн. м³, в тому числі з підземних виробіток 426 тис. м³, а насипано 10.5 млн. м³. Режим роботи гідровузла характеризується сезонними і добовими коливаннями рівня води у водосховищах. Максимальні величини добових коливань згідно з проєктом для буферного водосховища можуть скласти до 9 м, для верхнього до 15 м. Ці фактори приводять до зміни гідродинамічних навантажень та зміни напружено-деформованого стану поверхневих частин земної кори [109]. В зв'язку з цим важливого значення набуває систематичний геодезичний моніторинг за гідротехнічними спорудами ГАЕС та прилеглої території.

Для моніторингу станції була створена опорна геодезична мережа Дністровської ГАЕС, яку можна вважати локальним геодинамічним полігоном. Геометрична конфігурація пунктів опорної геодезичної мережі Дністровської ГАЕС прийнята з урахуванням геоморфологічного будови навколишньої місцевості, а також розташування на ній об'єктів техногенного характеру - будівель, споруд, насипів і т.п.. Пункти мережі представляють собою трубочаті знаки довготривалого зберігання, які дають можливість примусового центрування геодезичних приладів. На рис. 4.6 зображено пункти опорної геодезичної мережі на лівому березі р. Дністер.

В якості основних вимірювальних засобів за горизонтальними зміщеннями пунктів геодезичної мережі використовуються високоточні геодезичні приймачі супутникових сигналів. Вимірювання на пунктах опорної геодезичної мережі ГАЕС виконуються з 2004 року. На даний час виконано 18 циклів спостережень.



Рис. 4.6 Пункти опорної геодезичної мережі Дністровській ГАЕС

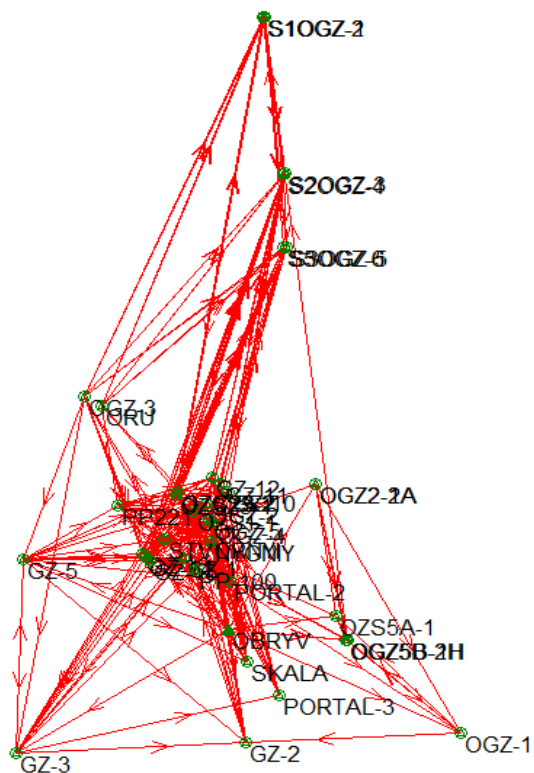


Рис. 4.7а Загальна схема виміру векторів опорної геодезичної мережі Дністровської ГАЕС (жовтень 2012 р.)

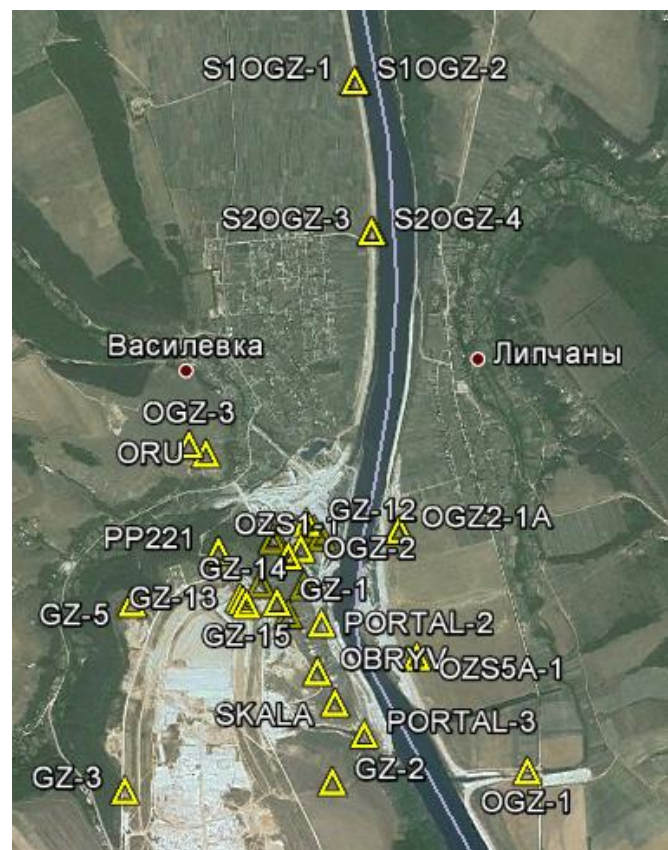


Рис. 4.7б Схема розташування опорних пунктів геодезичної мережі Дністровської ГАЕС на космічному знімку

На рис. 4.7а представлена загальна схема вимірювання векторів опорної геодезичної мережі Дністровської ГАЕС (жовтень 2012 р.); на рис. 4.7б зображена схема розташування опорних пунктів геодезичної мережі на космічному знімку.

Для виконання вимірювань розроблена спеціальна програма робіт, яка враховує конфігурацію опорної геодезичної мережі і мінімізує транспортні витрати при переїздах між пунктами [122, 124, 141]. Згідно програми на кожному з пунктів опорної геодезичної мережі проводяться три незалежні сесії GPS-спостережень по 6 годин різними приймачами супутникових сигналів. Загальний час спостережень на кожному з пунктів триває не менше 18 годин. При виконанні останнього циклу GPS-визначень (жовтень 2012 р.) були задіяні 9 двочастотних GPS-приймачів:

Спостереження виконані на тридцяти восьми пунктах мережі. Довжини вимірних векторів знаходяться в діапазоні від 5 м до 4.2 км.

Опрацювання вимірних векторів виконано в програмному середовищі „Leica Geo Office Combined” («LGO»), з обчисленням поправок за вплив іоносфери за даними спостережень та врахуванням тропосферної рефракції за моделлю Хопфілда. За результатами врівноваження даних GPS-спостережень точність визначення планових координат пунктів не перевищує ± 2 мм. За весь період спостережень вектори горизонтальних зміщень пунктів опорної геодезичної мережі є в межах від 4 до 16 мм при с.к.п. їх визначення ± 3 мм.

Пункти опорної геодезичної мережі в переважній більшості закладені на відкритих ділянках і антени GPS-приймачів приймають якісний супутниковий сигнал. Для спостережень за стійкістю берегових схилів зі сторони правого берега р. Дністер нижче верхнього водосховища планується встановити спеціальні створні знаки для моніторингу за зміщеннями схилів. На цих пунктах закритість небесної сфери з західного напрямку становить 20-30 градусів. Крім того наявність великої кількості насаджень (дерев і чагарників) призводить до багатопроміневості (прийому перевідбитих сигналів). Ці фактори негативно впливають на точність GPS-спостережень.

Під час будівництва ГАЕС від циклу до циклу змінюються умови GPS-спостережень – зменшується відкритість небесної сфери для GNSS - вимірювань, що призводить до виникнення додаткових похибок і втрати точності визначення планових координат опорної геодезичної мережі. З метою підвищення точності визначення координат пунктів з незадовільним прийомом супутникових сигналів нами застосовані наземні прецизійні геодезичних методи.

Проблемними пунктами для проведення GPS-спостережень можна вважати пункти (GZ-10 - GZ-12) встановлені на водовипуску Дністровської ГАЕС. На даних пунктах суттєво утруднений прийом сигналів від супутників систем GNSS. Вони розташовані в безпосередній близькості від технологічних і будівельних конструкцій. Ці фактори негативно впливають на якість фазових GNSS - вимірювань. Визначення координат даних пунктів виконано лінійно-кутовими спостереженнями. За вихідні прийнято пункти опорної геодезичної мережі пункт STVORNYI та пункт OGZ2-1A.

На території полігона Дністровської ГАЕС виконані лінійно-кутові вимірювання з пунктів геодинамічного полігона. Для встановлення можливості застосування наземних світловіддалемірних вимірів в 2012-2016 рр. було виконано високоточні лінійно-кутові вимірювання векторів на пунктах опорної геодезичної мережі. Наземні лінійні спостереження виконано електронним роботизованим тахеометром (Total Station Positioning System TSPS) TCRP-1201 фірми Leica. С.к.п. вимірювання горизонтальних і вертикальних кутів одним прийомом – 1", а вимірювання ліній $\pm(1 + 1.5 \cdot ppm)$ мм. Вимірювання електронним тахеометром проведено в прямому і зворотному напрямі.

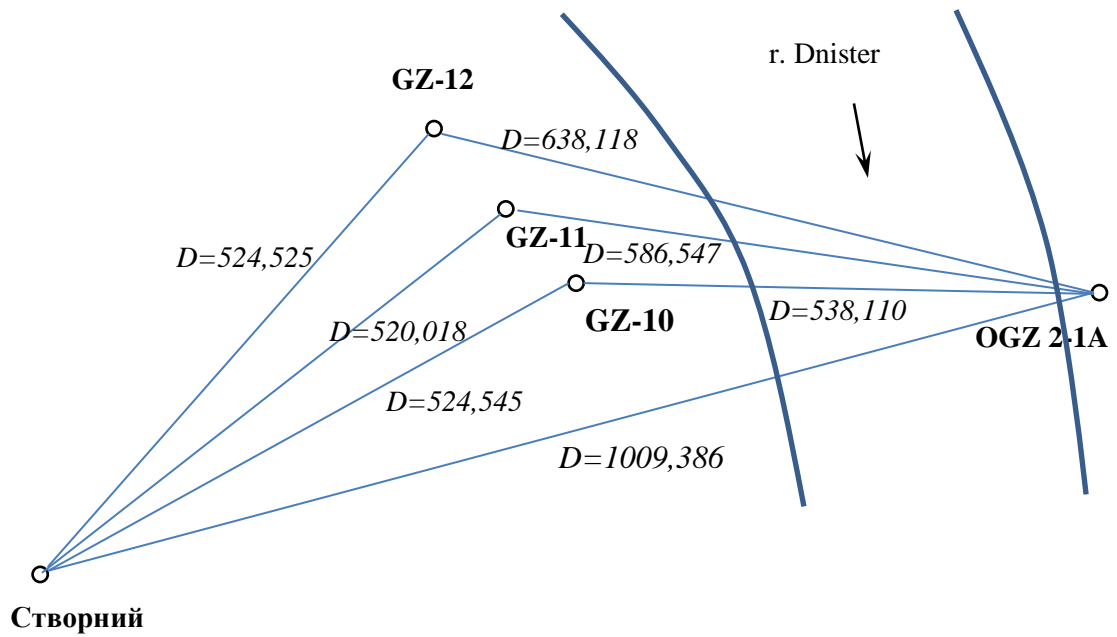


Рис. 4.8 Схема лінійно кутової триангуляції на Дністровській ГАЕС



Рис. 4.9 Спостереження TCRP-1201 на пункті “Створний”

Лінійно-кутові вимірювання виконували на побудованій просторовій мережі у вигляді трикутників, що пов'язують лівий і правий берег Дністра та пункти прийому і випуску водяних мас (рис. 4.8). На рис. 4.8 представлена схема лінійно-

кутових вимірів на Дністровській ГАЕС, на якій наведені нахилені віддалі приведені до центрів знаків спостереження.

Кути і лінії вимірювали в автоматизованому режимі 8 прийомами із записом результатів у пам'ять електронного тахеометра. На рис. 4.9 зображено процес лінійно-кутових спостережень з пункту “Створний”. На знімку видно значний перепад висот між пунктами спостереження, приблизно 130 м. Відмічається, що для того щоб передати висоти по спостережуваним пунктам лінійно-кутової мережі, необхідно було б провести геометричне нівелювання приблизно до 40 км. Для зменшення ходу до 10 км необхідно було б застосовувати методику передачі відмітки через водну поверхню р. Дністер.

Для переміщення між пунктами спостереження застосовували автотранспорт. Весь процес вимірювання просторової мережі (5 пунктів спостереження) із переїздами виконували протягом чотирьох годин. Періоди лінійно-кутових спостережень вибирали за стійкої установленної атмосферної стратифікації (протягом денного періоду доби).

У результаті виконання неодноразових двосторонніх спостережень із введенням поправок за метеорологічні умови (вимірювались температура і тиск на пунктах спостереження) і висот установлення візирних цілей та електронного тахеометра, проведено попередні опрацювання.

За результатами попередніх опрацювань, зробивши припущення про однорідність рефракційного поля на даній території, було виконано врівноваження планово висотної експериментальної мережі у програмному комплексі “МГ Сети” [96]. Оцінка точності положення пунктів подана в табл. 4.3.

Таблиця 4.3

Результати врівноваження планово-висотної мережі за умови однорідного впливу вертикальної рефракції

Назва пункту	Середні квадратичні похибки положення пунктів		
	M_x (м)	M_y (м)	M_H (м)
OGZ 2-1A	0.0006	0.0013	0.0011
GZ-10	0.0014	0.0015	0.0013
GZ-11	0.0014	0.0015	0.0013
GZ-12	0.0016	0.0016	0.0013

Перевищення із двостороннього нівелювання отримували за запропонованою методикою опрацювання результатів двостороннього тригонометричного нівелювання із використанням флуктуацій зенітних відстаней для розрахунку поправок за вертикальну рефракцію, описану в 4.2.

За результатами обчислень перевищень з уведенням часткових поправок за вертикальну рефракцію за запропонованою методикою, проведено повторне врівноваження планово висотної експериментальної мережі у програмному комплексі “МГ Сети”. Результати врівноваження положення пунктів подані в табл. 4.4 [96].

Таблиця 4.4

Результати врівноваження планово-висотної мережі з врахуванням впливу вертикальної рефракції

Назва пункту	Середні квадратичні похибки положення пунктів		
	M_x (м)	M_y (м)	M_H (м)
OGZ 2-1A	0.0006	0.0013	0.0007
GZ-10	0.0014	0.0015	0.0009
GZ-11	0.0014	0.0015	0.0009
GZ-12	0.0015	0.0016	0.0009

Як бачимо, із аналізу табл. 4.3 і табл. 4.4, результати оцінки висотного положення пунктів після уведення поправок у зенітні відстані за вертикальну рефракцію значно покращились.

Таблиця 4.5

Величини поправок у виміряні кути, лінії і перевищення експериментальної мережі

Величини	Величини поправок			
	Горизонтальні кути	Лінії	Відносна похибка	Перевищення
Середньо квадратична величина	0.57''	1.5 мм	1:416 000	0.9 мм
Максимальна величина	0.63''	1.6 мм	1:331 000	0.9 мм

В табл. 4.5 наведені значення середньоквадратичних величин поправок у виміряні кути, лінії і перевищення, які отримані в результаті врівноваження мережі [96]. Величини поправок, як видно з табл. 4.5, знаходяться у межах точності вимірювань.



Рис. 4.10 Становий гвинт для примусового центрування приладів і відбивачів на трубних знаках

Для спостережень на трубних знаках моніторингової мережі, з метою підвищення точності прецизійного центрування приладів застосовувались спеціально розроблені нами станові гвинти рис. 4.10.

Виконано 5 циклів TSPS спостережень у 2012-2016 роках. За запропонованою і виконаною методикою спостережень і їх опрацювання із урахуванням рефракції світлових хвиль одержані такі результати, які подані у таблицях 4.6 і 4.7.

Таблиця 4.6

Обчислені перевищення (м) із пункту спостереження “Створний” за період спостережень 2012-2016 років

Роки	Напрями спостережень із пункту “Створний”					
	OGZ2-1A	GZ-10	GZ-11	GZ-11A	GZ-11B	GZ-12
2012	-117.3870	-128.7971	-128.8068			-128.7990
2013	-117.3917	-128.8033	-128.8124			-128.8018
2014	-117.3884	-128.7986	-128.8097			-128.8032
2015	-117.3957	-128.8028		-128.7817	-128.8245	-128.7996
2016	-117.3951	-128.7989		-128.7801	-128.8263	-128.7969
Середнє	-117.3916	-128.8001	-128.8096	-128.7809	-128.8254	-128.8001
С.к.п.	0.0039	0.0028	0.0028	0.0011	0.0013	0.0024

Таблиця 4.7

Обчислені перевищення (м) із пункту спостереження “OGZ2-1A” за період спостережень 2012-2016 років

Роки	Напрями спостережень із пункту “OGZ2-1A”					
	Створний	GZ-10	GZ-11	GZ-11A	GZ-11B	GZ-12
2012	117.3870	-11.4101	-11.4197			-11.4120
2013	117.3917	-11.4116	-11.4207			-11.4101
2014	117.3884	-11.4102	-11.4213			-11.4148
2015	117.3957	-11.4087		-11.3888	-11.4336	-11.4082
2016	117.3951	-11.4088		-11.3878	-11.4381	-11.4093
Середнє	117.3916	-11.4099	-11.4206	-11.3883	-11.4359	-11.4109
С.к.п.	0.0039	0.0012	0.0008	0.0007	0.0031	0.0026

Представимо графіки відхилень визначених перевищень від середніх значень по напрямках за весь період спостережень із двох пунктів.



Рис. 4.11 Графік відхилень визначених перевищень від середніх значень по напрямках за весь період спостережень із пунктів “Створний”



Рис. 4.12 Графік відхилень визначених перевищень від середніх значень по напрямках за весь період спостережень із пунктів "OGZ2-1A"

С.к.п. зміщень перевищень за досліджуваний період в середньому склали – 4 мм. Зауважимо, що такі величини лежать у межах приладових похибок вимірювань.

Виконані дослідження доказують можливість створення планово-висотної мережі запропонованим методом для спостереження за динамічними рухами на геодинамічних полігонах. Це підтверджується результатами визначення планово-висотних координат опорної геодезичної мережі Дністровської ГАЕС з застосуванням спеціально розробленої програми спостережень. Отримані коливання перевищень між пунктами лежать у межах 4 мм [112].

Уведені поправки за вертикальну рефракцію із використанням результатів неодноразових двосторонніх спостережень і флуктуацій зенітних відстаней значно покращують результати тригонометричного нівелювання.

4.5. Застосування тригонометричного нівелювання для геодезичного моніторингу напірного водопроводу на Теремле-Ріцькій ГЕС

Теремле-Ріцька гідроелектростанція це унікальна інженерна споруда і єдина у світі гідроелектростанція, яка стоїть одночасно на двох річках. Гідроелектростанція розташована у долинах річок Теремлі й Ріки у Хустському районі (Закарпаття). Вона була збудована у 1949-1955 роках. Після спорудження греблі (висота - 46 м, довжина – 153 м) утворилось Вільшанське водосховище об'ємом 23.7 млн м³ із площею водного дзеркала 1.6 км².

Унікальні природні умови району будівництва дозволили народитися незвичайному інженерному рішенню. Дві річки Теремля і Ріка розташовані майже паралельно, з вододілом по Бовцарському хребту, але на різних за висотою рівнях. Таке розташування дало можливість розташувати гідроелектростанцію із використанням природнього перепаду у 210 м: воду із басейну р. Теремлі скидають у басейн р. Ріки, що значно підвищило потужність водного потоку (Рис. 4.13).



Рис. 4.13 Схематичний малюнок принципу роботи Теремле-Ріцької ГЕС

Між річками у скельних породах споруджено під невеликим нахилом дериваційний тунель завдовжки 3.7 км, яким води ріки Теремлі через ГЕС потрапляють до річки Ріка. Тунель закінчується 350 метровою металевією трубою, яка має нахил 37 градусів.

На річці Терєблї збудована гребля висотою 46 м, яка стримує 45 млн м³ води. Через трубу, діаметром 2.2 м із товщиною стінок – 2.5 см, воду подають на три турбіни ГЕС потужністю 27 МВт, яку збудували на р. Рїка. Швидкість течії води у трубї – 18 м³/сек.

У 1957 році ГЕС попала під серйозні випробування землетрусом у 5 балів. Тунель отримав тріщину, із якої вирвалася вода і стала підмивати схил. Аварію було ліквідовано.

Як бачимо, із вище наведеного, унікальна гідроенергетична споруда потребує постійного моніторингу у плановому і висотному положенні. Лабораторія НДЛ-18 протягом 30 років ведеться спостереження за стабільністю напірного водопроводу і греблею ГЕС.

У 2014 році виконані експериментальні спостереження на пунктах напірного водопроводу ГЕС. Комплекс спостережень включав у себе GNSS - спостереження виконаними двох частотними приймачами і високоточні лінійні і кутові вимірювання з застосуванням роботизованого тахеометра TCRP-1201 фірми Leica.

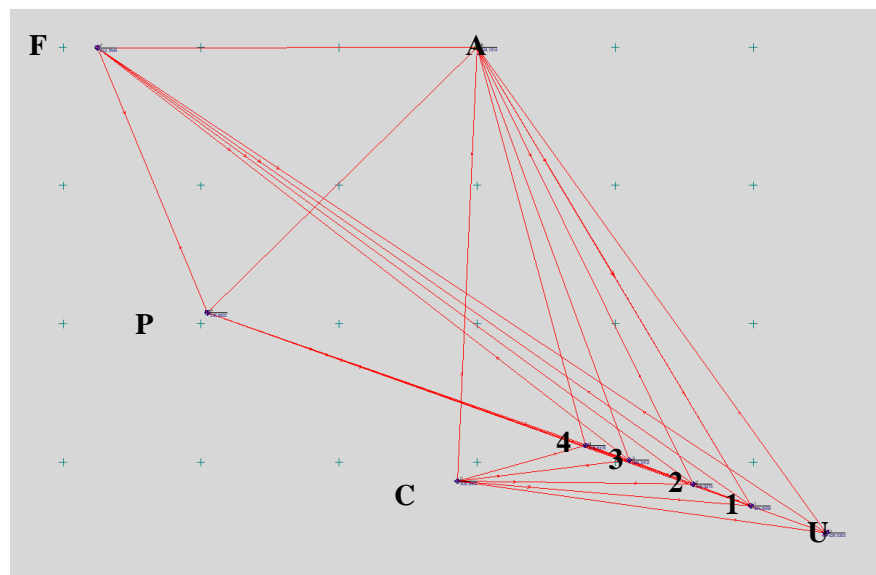


Рис. 4.14 Схема геодезичної моніторингової мережі напірного водопроводу Терєбле-Рїцької ГЕС



Рис. 4.15 Вид з пункту U на пункти мережі



Рис. 4.16 Пункт спостереження 1.
Установлення пристрою для
вимірювання висоти антени



Рис. 4.17 Пункт спостереження 2.
Установлення пристрою для
вимірювання висоти відбивача

Пункти мережі закладені у гірській місцевості і представляють собою трубні знаки з елементами примусового центрування. Пункти 1 – 4 знаходяться на пілонах напірного трубопроводу (рис. 4.15 - 4.17). На верхній плиті трубного знаку закладені латунні підп'ятники із наміченими місцями для установлення

приладів примусового центрування, на які накручувались підставки для встановлення антен GNSS - приймачів, тахеометра і відбивачів рис. 4.16, 4.17.



Рис. 4.18 Вид з пункту 3



Рис. 4.19 Вид з пункту 4



Рис. 4.20 Роботизований тахеометр TCRP-1201 на пункті 4



Рис. 4.21 Фото відлічування пристрою для вимірювання висоти підставки

На рис. 4.16, 4.17, 4.21 зображено розроблений нами пристрій для вимірювання висот підставок, який встановлюється на відповідні перехідники. Знаючи постійні поправки висоти приладу, відбивача перехідника обчислювали висоти антен, приладів і відбивачів на пунктах спостережень. Відлічування пристроєм виконували з точністю до 0.1 мм і застосовували фотофіксацію результатів вимірів, що дозволило контролювати процес вимірів і підвищити точність відлічування завдяки комп'ютерному опрацюванню фотографій (рис. 4.21).

Вимірювання роботизованим тахеометром виконували способом прийомів за двох положеннях вертикального круга із автоматичним наведенням на відбивачі за максимумом відбитого сигналу. Усього на кожному пункті виконано, згідно з програмою, по 10 прийомів спостережень, що дозволило оцінити якість вимірів, і окрім середніх значень вимірів вирахувати їх флуктуації, як середні квадратичні відхилення від середніх величин.

У процесі вимірювань на пунктах спостереження оцінювали і фіксували стан погоди, вітру, атмосферного тиску, температури і вологості, які були введено у результати вимірів вертикальних кутів і довжин ліній.

У довжини ліній поправки розраховували відповідно за рекомендованою фірмою Leica залежністю Барела Сірса (Barrel-Sears)[107]:

$$\Delta D = 286.269 - \left[\frac{0.29528 \cdot P}{1 + \alpha \cdot t^{\circ}} - \frac{4.126 \cdot 10^{-4} h}{1 + \alpha \cdot t^{\circ}} 10^x \right]. \quad (4.28)$$

де ΔD - атмосферна поправка (ppm); P - атмосферний тиск (мбар); $\alpha = 1/273.15$; t° - температура повітря ($^{\circ}\text{C}$); h - відносна вологість повітря (%); $x = (7.5 \cdot t^{\circ} / (237.3 + t^{\circ})) + 0.7857$.

Поправки у виміряні зенітні віддалі вводились із розрахунку часткових кутів за сумарними кутами вертикальної рефракції пропорційно флуктуаціям зенітних відстаней, згідно отриманих раніше залежностей (4.22).

Результати, попередньо опрацьованих виміряних даних врівноважували за допомогою програмного комплексу Credo DAT.

У таблиці 4.8 подана оцінка пунктів мережі за результатами врівноваження та параметри еліпсів похибок.

Таблиця 4.8

**Оцінка точності планово-висотного положення пунктів (м)
геодезичної моніторингової мережі Тербле-Ріцької ГЕС за результатами
врівноваження**

Пункт	M	M _x	M _y	a	b	A	M _H
1	0.0040	0.0023	0.0032	0.0037	0.0015	59°07'47.199"	0.0039
2	0.0040	0.0021	0.0034	0.0038	0.0013	61°51'23.319"	0.0039
3	0.0039	0.0018	0.0034	0.0037	0.0012	66°52'51.182"	0.0039
4	0.0040	0.0019	0.0035	0.0037	0.0015	68°38'10.326"	0.0039
C	0.0039	0.0017	0.0034	0.0034	0.0017	92°42'06.684"	0.0039
F	0.0041	0.0038	0.0016	0.0039	0.0014	11°34'36.988"	0.0043
P	0.0036	0.0028	0.0023	0.0033	0.0016	143°46'43.854"	0.0040
U	0.0065	0.0047	0.0045	0.0062	0.0019	43°38'42.547"	0.0054

Аналіз табл. 4.8 показує, що точність визначення координат лежить у межах 4 мм, один дальній пункт U – 6 мм. Це можна пояснити складною конфігурацією геодезичної мережі. Середня похибка у планово-висотному положенні пунктів досліджуваної геодезичної моніторингової мережі дорівнює 4.2 мм.

Таблиця 4.9

**Результати врівноваження тригонометричного нівелювання геодезичної
моніторингової мережі Тербля-Ріцької ГЕС**

Станція	Ціль	Гор. проекція (м)	h середн. (м)	Поправка (мм)	h врівн. (м)
1	C	427.3128	-155.6062	1.4	-155.6048
	A	772.8703	-136.7750	0.6	-136.7744
	F	1155.4465	147.8092	-0.6	147.8087
	P	835.2837	70.7246	1.9	70.7265
	2	89.7176	-48.4284	-0.1	-48.4284
2	P	745.5791	119.1599	-5.0	119.1549
	3	98.4385	-73.2863	0.2	-73.2861
	1	89.7176	48.4284	0.1	48.4284
	C	341.7784	-107.1741	-2.3	-107.1764
	4	165.2662	-105.8955	-0.2	-105.8957
	A	705.0694	-88.3454	-0.5	-88.3460
3	4	66.8377	-32.6096	0.0	-32.6096
	C	251.2106	-33.8910	0.7	-33.8903
	P	647.1548	192.4386	2.4	192.4410
	2	98.4385	73.2863	-0.2	73.2861
	F	974.5173	269.5228	0.4	269.5232
4	2	165.2662	105.8955	0.2	105.8957
	3	66.8377	32.6096	0.0	32.6096
A	2	705.0694	88.3454	0.5	88.3460
	1	772.8703	136.7750	-0.6	136.7744
C	3	251.2106	33.8910	-0.7	33.8903
	2	341.7784	107.1741	2.3	107.1764
	1	427.3128	155.6062	-1.4	155.6048
F	3	974.5173	-269.5228	-0.4	-269.5232
	1	1155.4465	-147.8092	0.6	-147.8087
	U	1267.0804	-86.7342	0.0	-86.7342
P	1	835.2837	-70.7246	-1.9	-70.7265
	2	745.5791	-119.1599	5.0	-119.1549
	3	647.1548	-192.4386	-2.4	-192.4410
U	F	1267.0804	86.7342	0.0	86.7342

Середнє = 0.0
с.к.п. = 1.76 мм

У таблиці 4.9 наведено середні виміряні (попередньо опрацьовані) перевищення по відповідним лініям мережі та поправки і перевищення отримані із врівноваження двостороннього неоднчасного тригонометричного нівелювання моніторингової геодезичної мережі Тербле-Ріцької ГЕС.

С.к.п. величин поправок у перевищення склала 1.8 мм. Максимальні значення отримано по лінії Р-2 – 5.0 мм. Це відкриває можливість заміни геометричного нівелювання II класу неоднчасним тригонометричним із урахуванням сумарних кутів вертикальних рефракцій.

4.6. Врахування атмосферних впливів на результати безперервних автоматизованих геодезичних моніторингових спостережень на Дністровській ГЕС

Одною з найважливіших проблем у сучасній гідроенергетиці є забезпечення постійного моніторингу стану гідротехнічних споруд, на предмет їх просторових рухів. В Україні, протягом останніх років, реалізується проєкт з обладнання системами автоматизованого геодезичного моніторингу чотирьох гідроелектростанцій (Канівська ГЕС, Дністровська ГЕС, Дніпровська ГЕС, Дніпродзержинська ГЕС). Проєкт реалізує компанія Leica Geosystems. Сьогодні системи автоматизованого геодезичного моніторингу встановлено на трьох ГЕС: Канівська ГЕС, Дністровська ГЕС, Дніпровська ГЕС. Об'єктами дослідження послужили дві із створених і діючих мереж автоматизованого геодезичного моніторингу Дністровської ГЕС і Канівської ГЕС.

Систему автоматизованого геодезичного моніторингу поділяють на декілька частин: система давачів, система зв'язку і центр керування. Система давачів складається із геодезичних приладів, встановлених на стаціонарних пунктах, які виконують періодичні вимірювання. Це такі прилади, як роботизовані електронні тахеометри, GNSS - приймачі, інклінометри, відбивачі і інші. Результати вимірювань контрольних точок надсилають на спеціальний сервер за допомогою комп'ютерної мережі. На сервері встановлено спеціалізоване програмне забезпечення, яке здійснює управління давачами, збір,

опрацювання та аналіз результатів вимірювань. За виникнення недопустимих просторових зміщень точок спостережень програма повідомляє про це електронними повідомленнями.

Вихідними матеріалами для опрацювання даних моніторингових спостережень Дністровської ГЕС слугували надані нам замовником архівовані файли формату XML (eXtensible Markup Language) спостережень виконані з електронних тахеометрів Leica TM 30 протягом вересня місяця 2013 року.

Створені нами програми дозволили перетворити отримані дані для опрацювання в програмних комплексах *Excel та Mathcad*.

Отримані дані моніторингових спостережень складаються з почасових спостережень за візирними цілями моніторингової мережі пунктів.

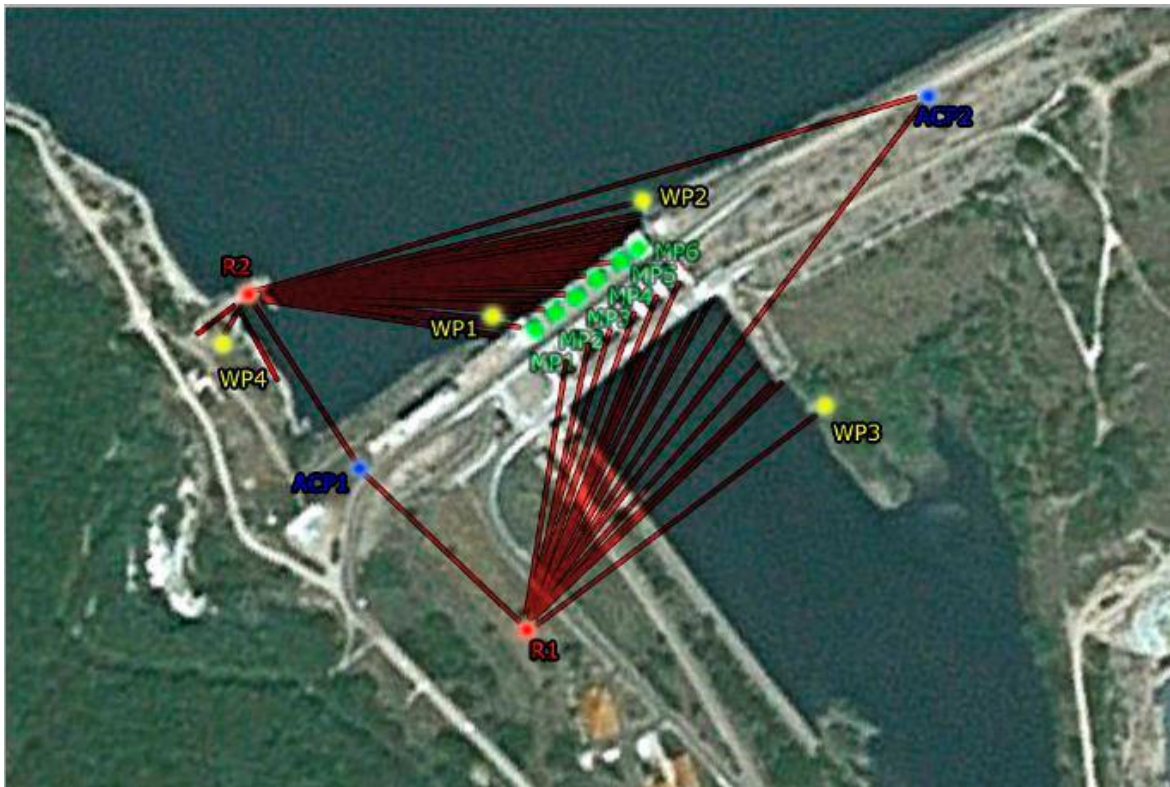


Рис. 4.22 Космічний знімок з нанесеними пунктами спостереження опорної TPS мережі Дністровської ГЕС

На рис. 4.22 відмічені TPS пункти R1 і R2 де встановлені тахеометри Leica TM30 та активні моніторингові пункти ACP1 і ACP2; активні контрольні пункти WP1, WP2, WP3, WP4; моніторингові пункти MP1, MP2, MP3, MP4, MP5, MP6.



Рис. 4.23 Додаткові СР пункти спостереження для тахеометра встановленого в точці R1



Рис. 4.14 Додаткові СР пункти спостереження для тахеометра встановленого в точці R2

Дані, які містились в отриманих файлах, складались із часових спостережень на відповідні цілі з двох тахеометрів одночасно. Часові вимірювання включали в себе горизонтальні і вертикальні кутові відлічування та виміри нахиленої віддалі на ціль при двох положеннях вертикального круга тахеометра.

За даними результатами спостережень обчислені горизонтальні кутові напрямки, колімаційні похибки, зенітні відстані, місце зеніту та середні значення нахилених віддалей до цілей.

Як було розглянуто вище, рефракція виникає через зміну густини атмосфери продовж напрямку розповсюдження ЕМХ і впливає, як на їх швидкість так і на прямолінійність.

Густина атмосфери, так само, у свою чергу залежить від багатьох метеорологічних факторів в основному від температури, тиску та турбулентності. Врахувати всі метеорологічні фактори, виконавши вимірювання метеорологічних величин в багатьох точках розповсюдження ЕМХ є ним завданням і як у цьому випадку, просто неможливим [126].

Виконуючи моніторингові TSPS спостереження, мета яких полягає у контролі стабільності положення спостережуваних точок і виявлення реальних їх зміщень, основним завдання постає введення у результати вимірювань поправок за атмосферну рефракцію.

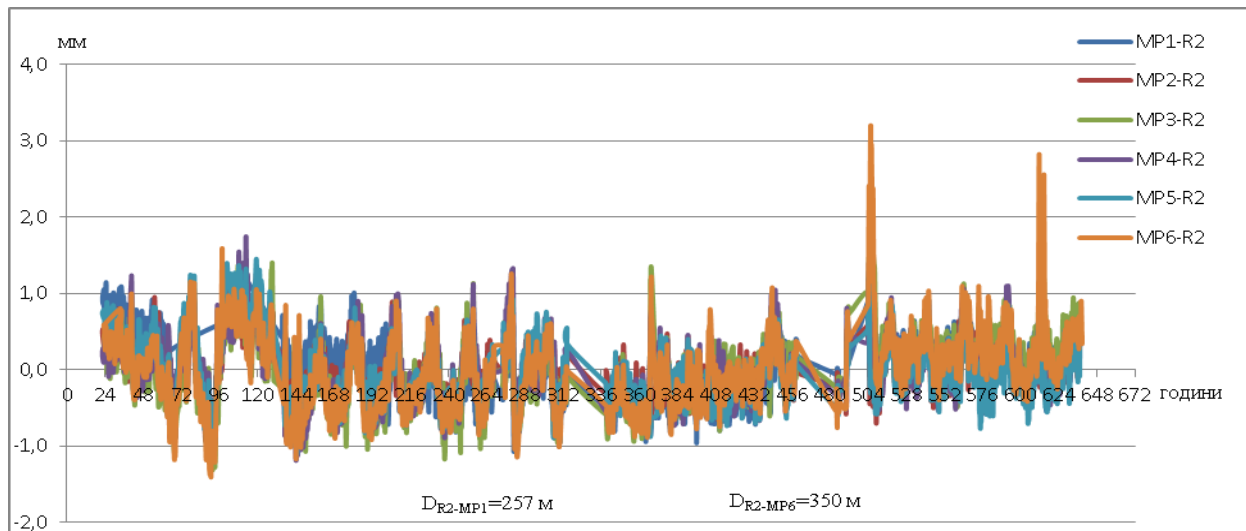


Рис. 4.25 Флуктуації вимірювання нахилених віддалей з пункту R2 по напрямках на пункти MP

Опрацьовуючи дані світловіддалемірних спостережень відмічено добовий хід зміни відстаней від середнього значення. Із рис. 4.26 видно, що коливання вимірів нахилених віддалей лежить в межах ± 1 мм. Максимальні додатні піки відхилень від середнього значення можуть досягати +3.2 мм і вказують на

збільшення довжини спостережуваної віддалі. Від'ємні значення, відповідно - - 1.5 мм - зменшення віддалі.

У результаті світловіддалемірних вимірювань необхідно ввести поправки за метеорологічні параметри атмосфери ΔD_1 [ppm], згідно інструкції для ТМ30. Для цього потрібно отримати дані температури, тиску та вологості повітря вимірюваних безпосередньо біля тахеометра.

Із проведеного аналізу вимірювання горизонтальних напрямів відмічається наявність і горизонтальної рефракції. На поданих графіках видно чітко виражений добовий хід горизонтальної рефракції (див. рис.4.26 - 4.28).

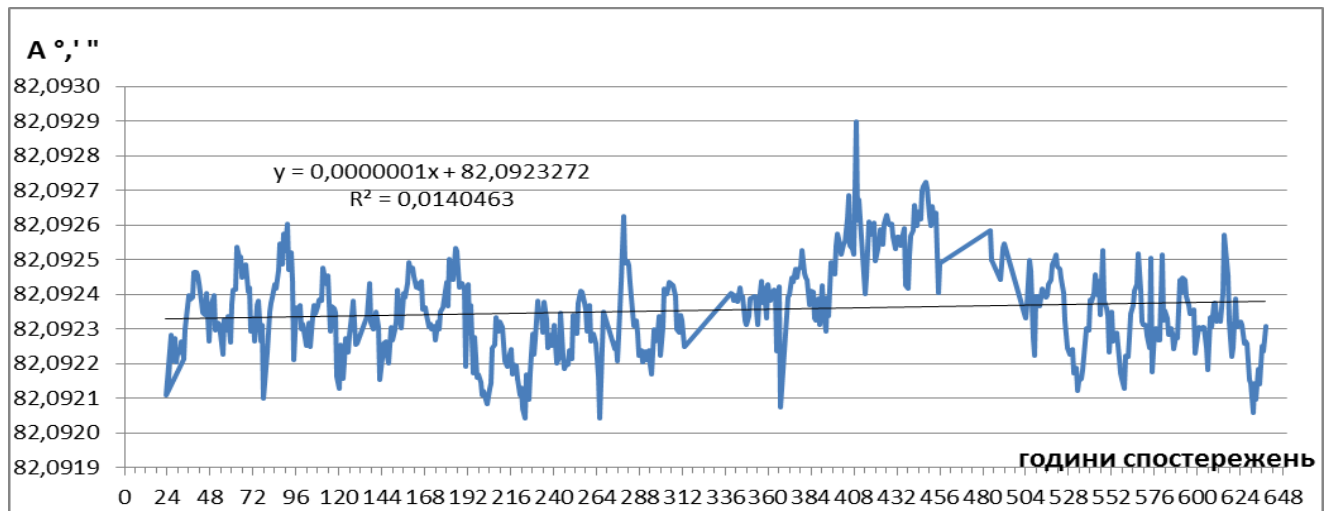


Рис.4.26 Флюктуації горизонтального напрямку R1-АСР2

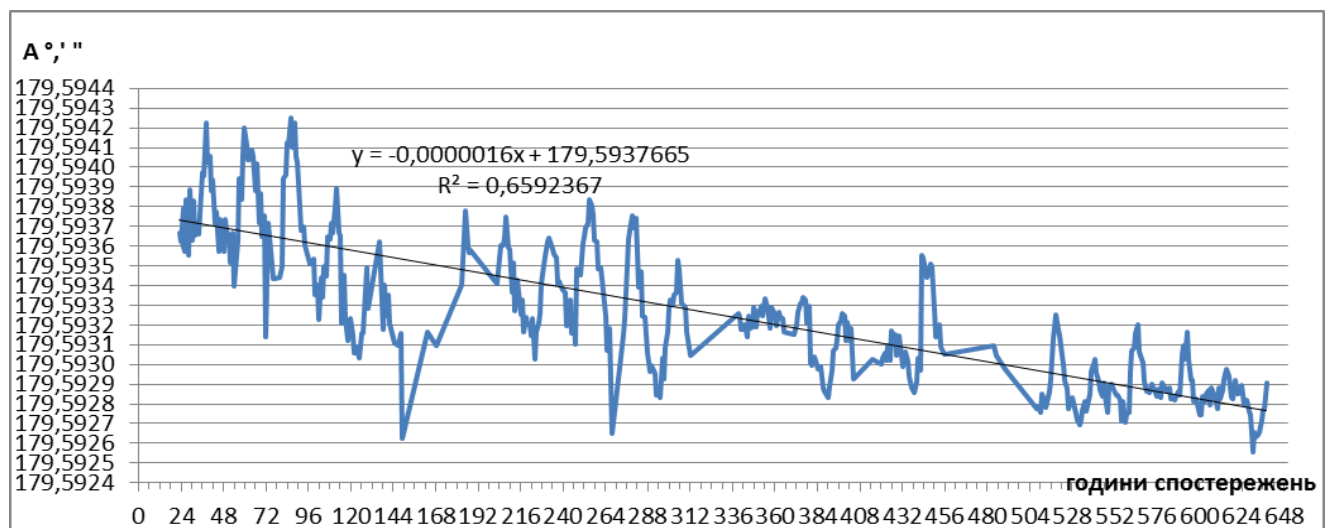


Рис.4.27 Флюктуації горизонтального напрямку R2-АСР2

На рис. 4.27 та рис. 4.28 зображені ходи горизонтальних напрямів спостережень на АСП2 із двох тахеометрів в R1 і R2 одночасно. Відмічається, що розмах флуктуацій із R2 практично у два рази більший ніж з R1. Крім того, у спостереженнях з пункту R2 спостерігається зменшення абсолютного значення напрямку. Лінійна апроксимація характеризується середнім коефіцієнтом - 0.015 "/год. Це означає, що швидкість зміни напрямку відповідає його зменшенню на 1.5" за 100 годин спостереження. Середнє значення напрямку зменшилось на ~10" за 630 годин. Це підтверджується і опрацюванням спостережуваних МР напрямів з R2 (див. рис. 4.28).

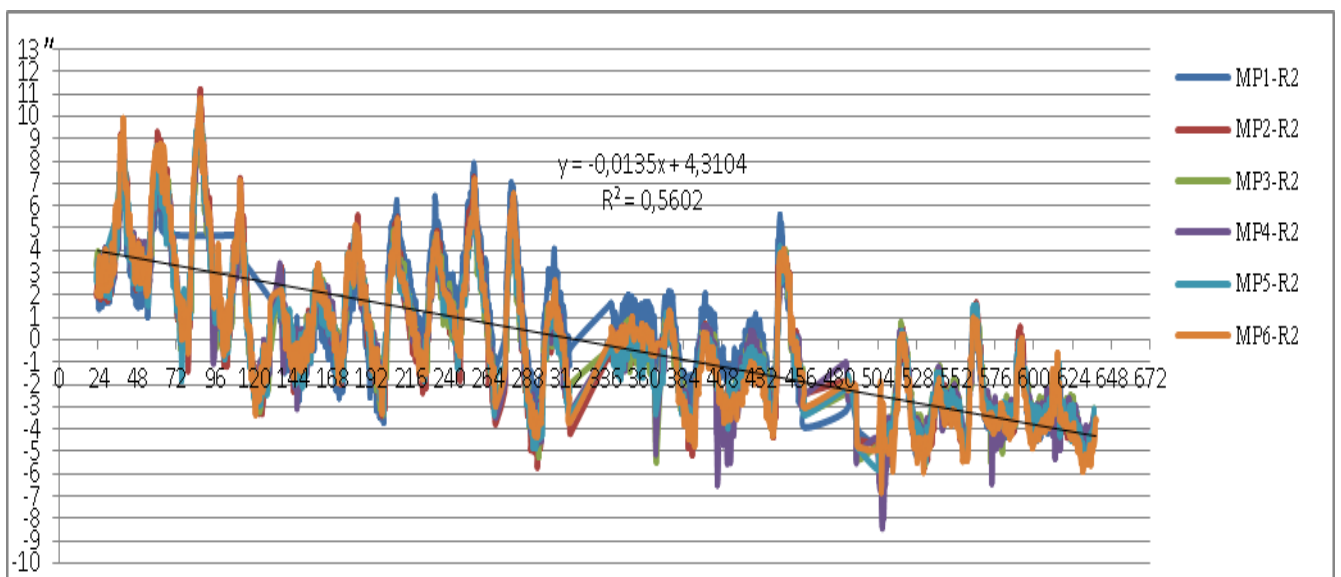


Рис. 4.28 Флуктуації горизонтальних напрямів, які спостерігались з пункту R2 на пункти МР

Флуктуації горизонтальних напрямів корелюють між собою, це видно із рис. 4.28. Це дає впевненість на можливість вилучення впливу горизонтальної рефракції у горизонтальних кутах, оскільки, вони розраховуються за різницею горизонтальних напрямів [126].

Вертикальна рефракція обумовлюється в основному вертикальним градієнтом температури [34, 126, 17]. Сам градієнт температури залежить від підстильної поверхні і висоти проходження променя над нею. Теплообмін між підстильною поверхнею та атмосферним повітрям проходить з утворенням турбулентних потоків і залежить від багатьох чинників, таких як нагрівання

сонцем підстильної поверхні, охолодження, сонячної радіації і т.п. Вертикальна складова просторової рефракції впливає на вертикальні кути (зенітні віддалі, кути нахилу) до спостережуваних цілей.

Як відомо, кут вертикальної рефракції r обчислюють знаючи теоретичну зенітну відстань Z_{AB}^T формулою [34]:

$$r = Z_{AB}^T - Z_{AB} \quad , \quad (4.29)$$

де Z_{AB}^T - теоретична зенітна відстань, Z_{AB} - виміряна зенітна відстань.

Теоретичну зенітну відстань можна розрахувати знаючи точне перевищення h_{AB}^T між точками спостереження (використовуючи високоточне геометричне нівелювання) (3.12):

$$\cos Z_{AB}^T = \frac{h_{AB}^T}{D_{AB}} + \frac{D_{AB} \sin^2 Z_{AB}}{2R} \quad , \quad (4.30)$$

де h_{AB}^T - перевищення між тахеометром і візирною ціллю, D_{AB} - нахилена віддаль між тахеометром і візирною ціллю, R - радіус кривини Землі в точці спостереження.

Нами була виконана прив'язка візирних цілей і тахеометра до існуючої висотної мережі Дністровської ГЕС.

Коефіцієнт вертикальної рефракції можна обчислити за рівнянням (1.87)

$$k = 1 + \left(D_{AB} \cos Z_{AB} - h_{AB}^T \right) \frac{2R}{D_{AB}^2 \sin^2 Z_{AB}} \quad . \quad (4.31)$$

Застосувати ж метеорологічний спосіб визначення вертикальної рефракції не представляється можливим із за відсутності вимірів інтегральних аномальних градієнтів температури повітря на висоті 1 м над підстильною поверхнею, хоча у деяких випадках із наближенням приймають за його значення градієнт вимірянний в точці спостереження. Такі виміри також відсутні.

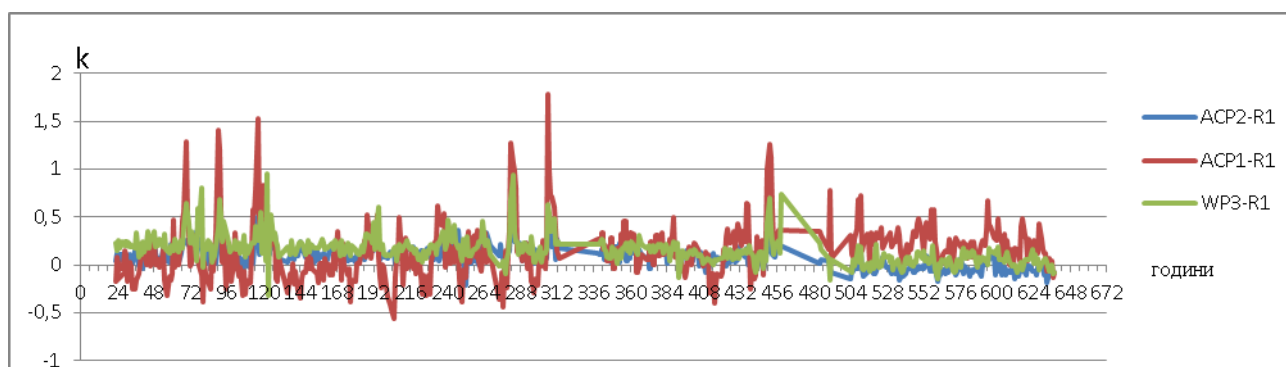


Рис.4.29 Флуктуації коефіцієнтів вертикальної рефракції з пункту R1 на відповідні пункти

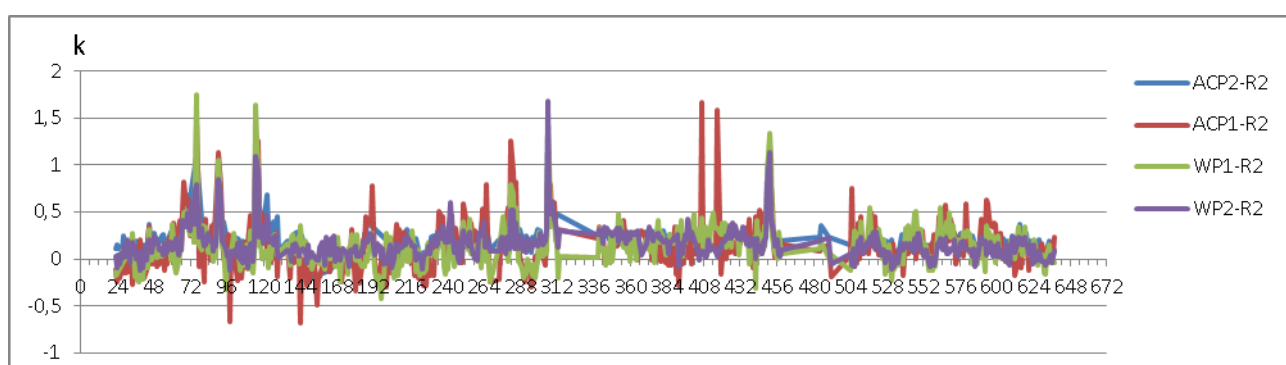


Рис. 4.30 Флуктуації коефіцієнтів вертикальної рефракції з пункту R2 на відповідні пункти

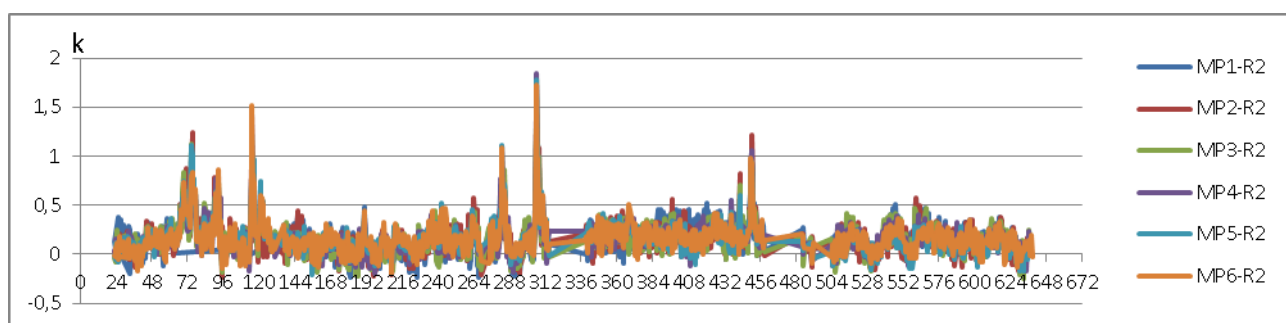


Рисунок 4.31 Флуктуації коефіцієнтів вертикальної рефракції з пункту R2 на відповідні пункти МР

Напишемо формулу для визначення нормального коефіцієнта вертикальної рефракції за метеорологічними елементами (1.78):

$$k_n = 12.27 \frac{P}{T^2} . \quad (4.32)$$

Дослідженнями [22] доведено, що нормальний коефіцієнт вертикальної рефракції для вологої атмосфери в періоди нормальної стратифікації дорівнює $k_n = 0.16$, це відповідає стандартній атмосфері при $P = 1013.25 \text{ мбар}$ і $T = 288.15^\circ \text{K}$. За таких прийнятих параметрів кут нормальної вертикальної рефракції можна розрахувати за спрощеною залежністю:

$$r_n'' = 2.586'' D \cdot 10^{-3}. \quad (4.33)$$

Значення нормального коефіцієнта або кута вертикальної рефракції дає можливість прив'язати дані спостережень зенітних кутів до середнього їх значення, прийнято гіпотезу про рівність коефіцієнта вертикальної рефракції 0.16 на середні значення виміряних зеніток по усіх напрямках, тобто, сумарна аномальна складова вертикальної рефракції прямує до нуля. Так, як в основу спостережень покладена мета відслідковувати зміщення візирних цілей, таке припущення доцільне. Це надає можливість використовувати спостереження зенітних віддалей і без строгої висотної прив'язки візирних цілей та приладу.

Аналіз рис. 4.30 показує збільшення розмаху флуктуацій коефіцієнтів вертикальної рефракції над береговими напрямками (над сушею) ніж над водою. Великі піки додатної рефракції до +2 спостерігаються на початку нічного періоду (20 -21 години).

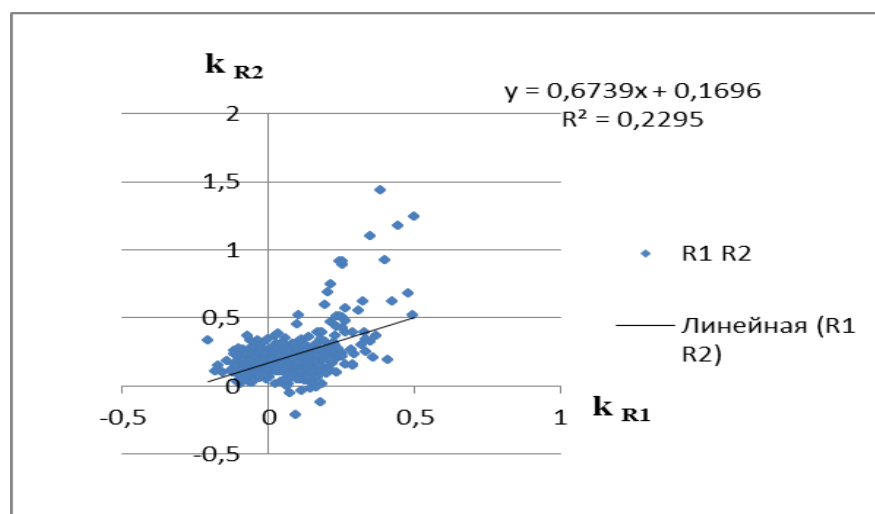


Рис. 4.32 Діаграма розсіювання коефіцієнтів вертикальних рефракцій між спостережуваними напрямками з пунктів R1 і R2 на АСП2 ($corr = 0.48$)

Величина коефіцієнта кореляції вказує на сильний зв'язок незважаючи на різне розташування точок спостереження.

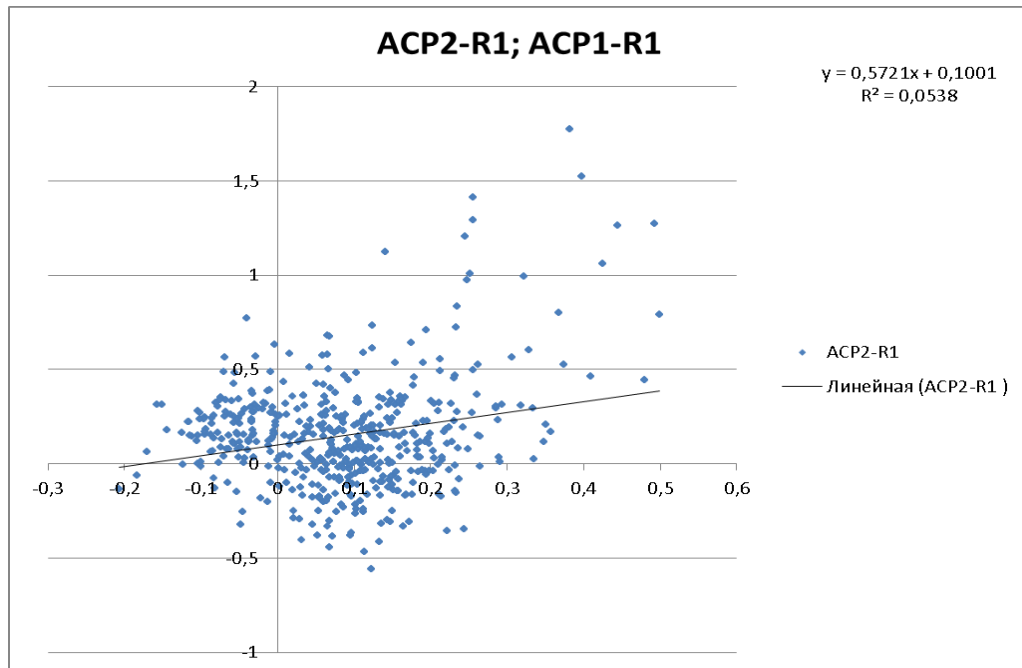


Рис. 4.33 Кореляційний зв'язок ($corr = 0.23$) коефіцієнтів вертикальних рефракцій між спостережуваними напрямками з пункту R1 на ACP1 і ACP2

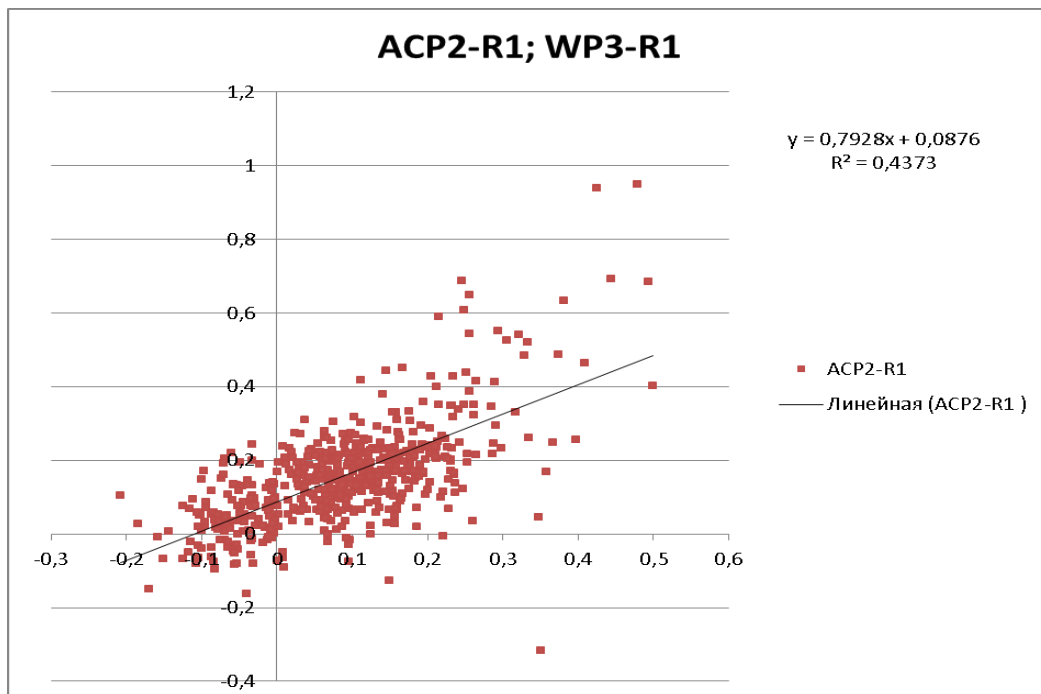


Рис. 4.34 Кореляційний зв'язок ($corr = 0.66$) коефіцієнтів вертикальних рефракцій між спостережуваними напрямками з пункту R1 на ACP2 і WP3

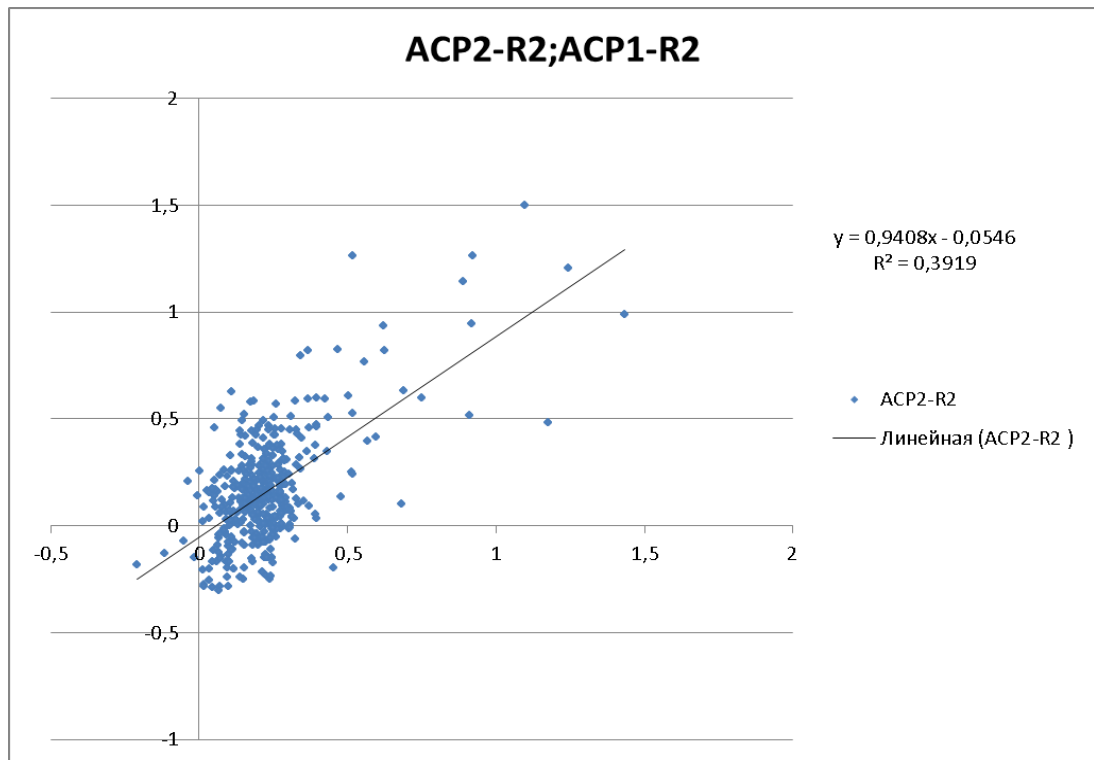


Рис. 4.35 Кореляційний зв'язок ($corr = 0.63$) коефіцієнтів вертикальних рефракцій між спостережуваними напрямками з пункту R2 на ACP1 і ACP2

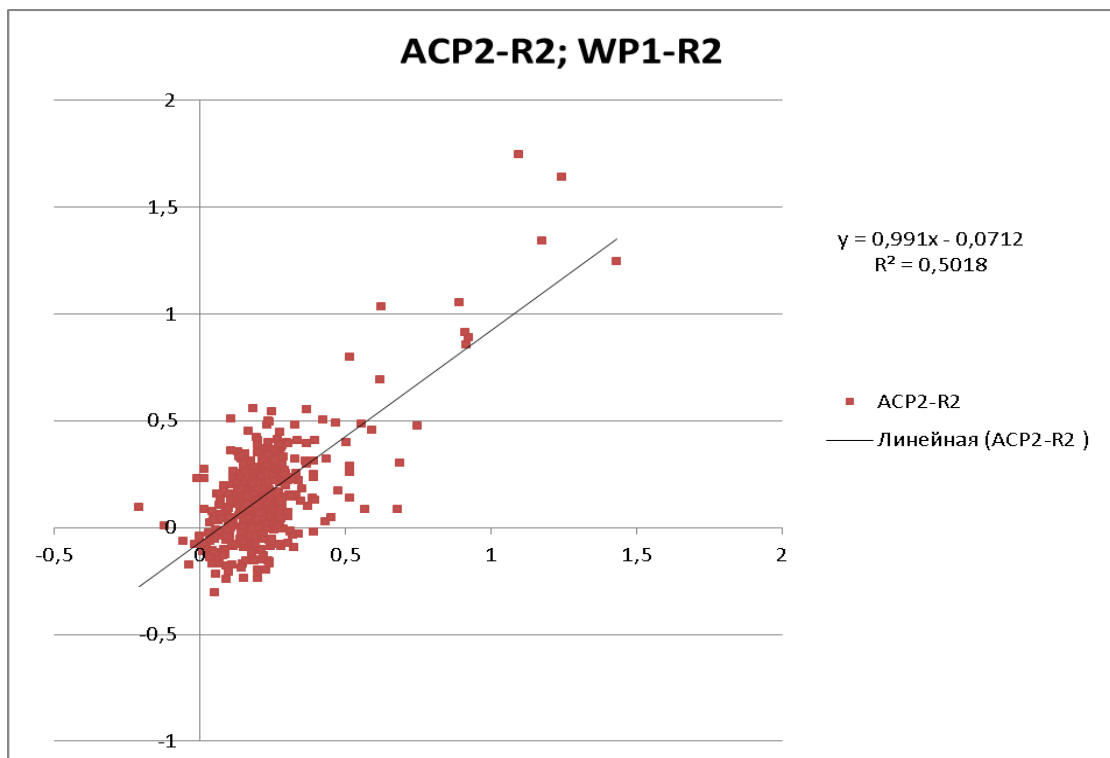


Рис. 4.36 Кореляційний зв'язок ($corr = 0.71$) коефіцієнтів вертикальних рефракцій між спостережуваними напрямками з пункту R2 на ACP2 і WP1

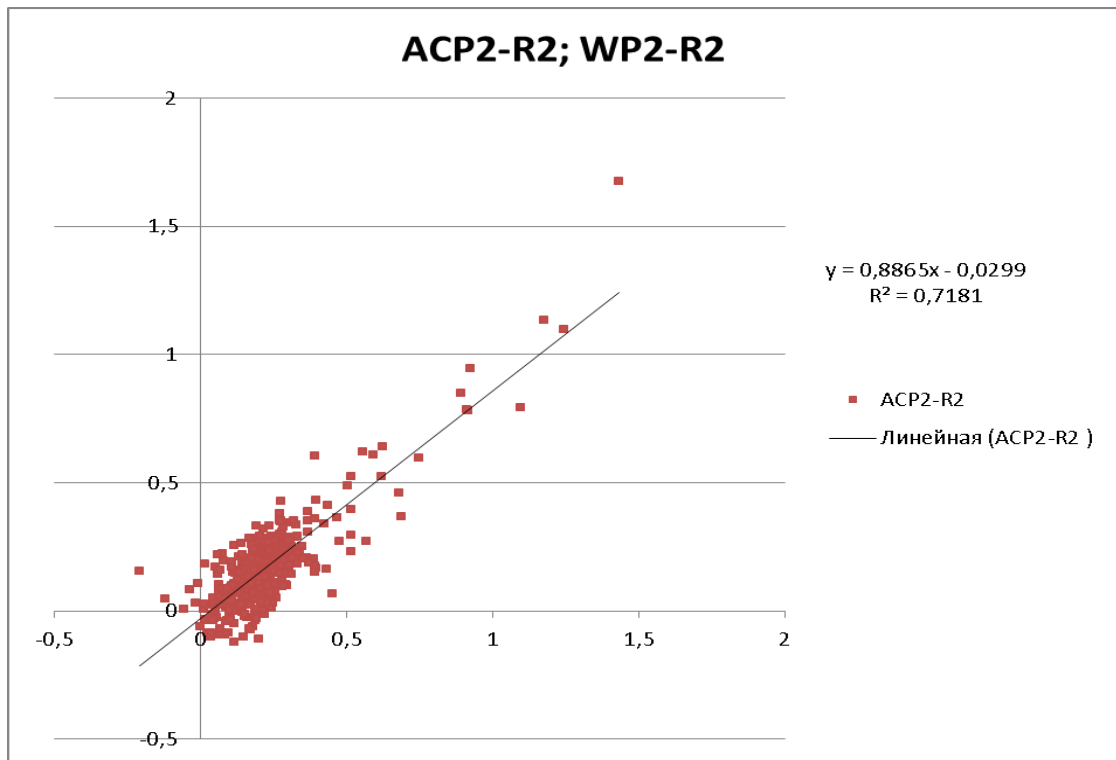


Рис. 4.37 Кореляційний зв'язок ($corr = 0.85$) коефіцієнтів вертикальних рефракцій між спостережуваними напрямками з пункту R2 на ACP2 і WP1

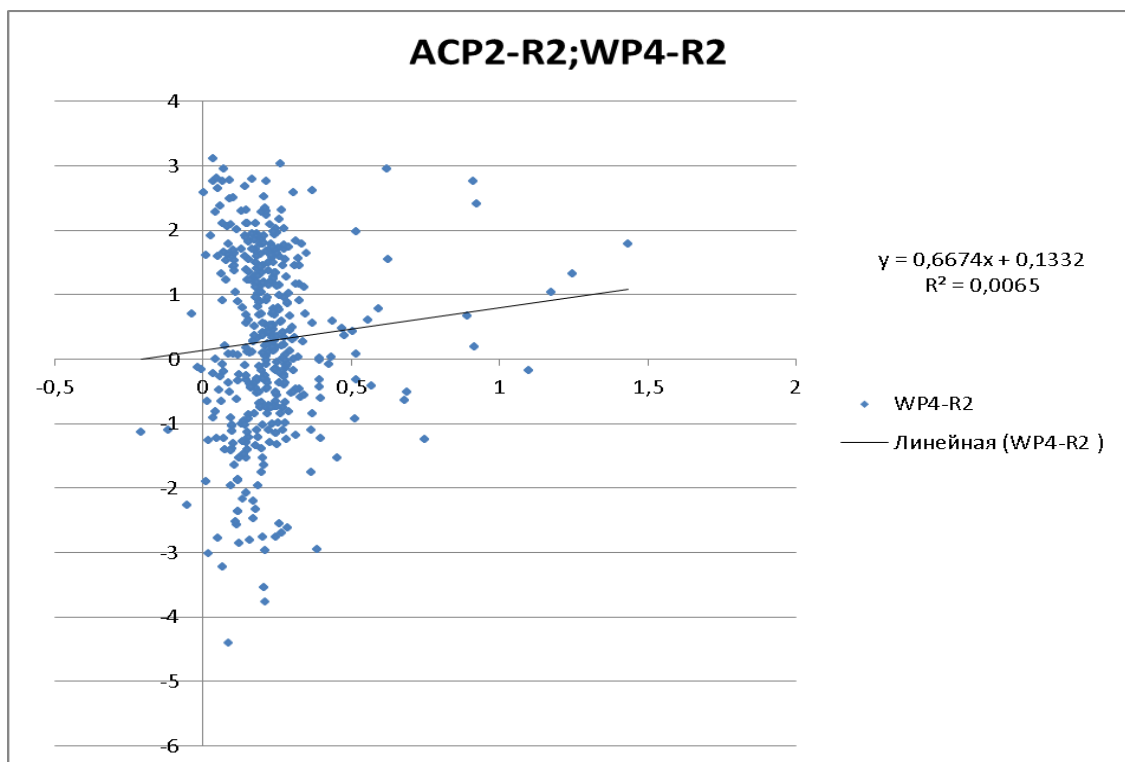


Рис. 4.38 Кореляційний зв'язок ($corr = 0.08$) коефіцієнтів вертикальних рефракцій між спостережуваними напрямками з пункту R2 на ACP2 і WP1

Більш сильніший кореляційний зв'язок спостерігається між сусідніми напрямками спостережених з одного і того ж тахеометра.

Пропонується застосувати для прогнозування вертикальної рефракції на спостережувані візирні цілі метод рефракційного базису. Суть якого полягає у виборі найбільш стабільного і характерного напрямку по якому визначається рефракція і на основі її величини перераховуються на інші напрями:

$$r_i'' = r_{i_n}'' + q(r_b'' - r_{b_n}'') \quad (4.34)$$

де r_i'' - кут вертикальної рефракції i напрямку, r_{i_n}'' - кут нормальної рефракції i напрямку, r_b'' і r_{b_n}'' відповідно кути вертикальної рефракції визначені по базисній лінії, q - коефіцієнт рефракційного співвідношення.

Для визначення коефіцієнта рефракційного співвідношення нами пропонується застосувати емпіричну залежність основану на флуктуаціях зенітних віддалей по даним напрямкам спостереження з урахуванням довжини лінії візування:

$$q = \frac{m_{z_i}^{3/2} D_i^{1/6}}{m_{z_b}^{3/2} D_b^{1/6}} \quad (4.35)$$

де m_{z_i} та m_{z_b} - флуктуації зенітних віддалей відповідно по i та базисному напрямках, D_i та D_b - нахилени віддалі відповідно по i та базисному напрямках.

Наведемо деякі результати прогнозування вертикальних рефракцій застосовуючи в якості рефракційного базису опорні пункти.

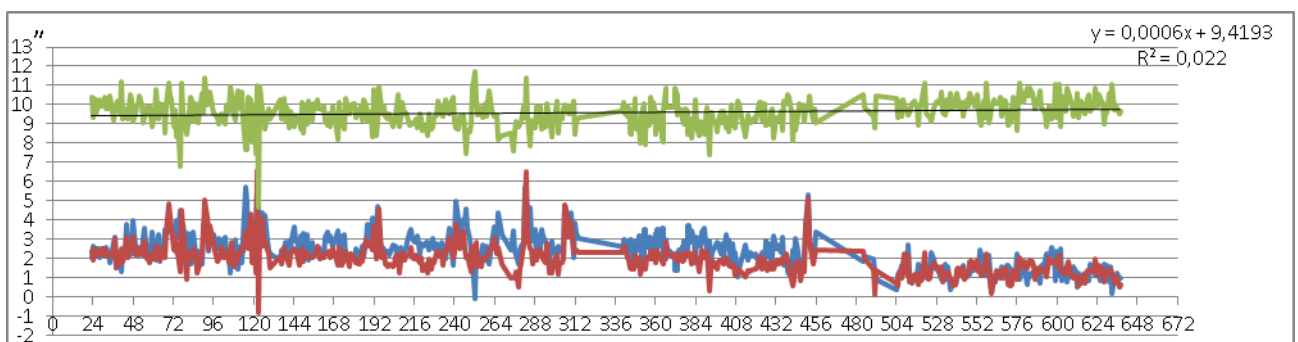


Рисунок 4.39 Розрахунок кутів вертикальної рефракції у напрямі АСР2 за WP3

На рис. 4.39 синім кольором зображено виміряні кути вертикальної рефракції по напрямі АСР2, червоним кольором – розрахункову величину за прийнятим рефракційним базисом по лінії WP3. Зеленим кольором зображено відхилення розрахункового значення від виміряного. Абсолютна величина відхилення зміщена на величину +10" для відокремленого її зображення на графіку. Середня квадратична величина відхилення лежить в межах 1".

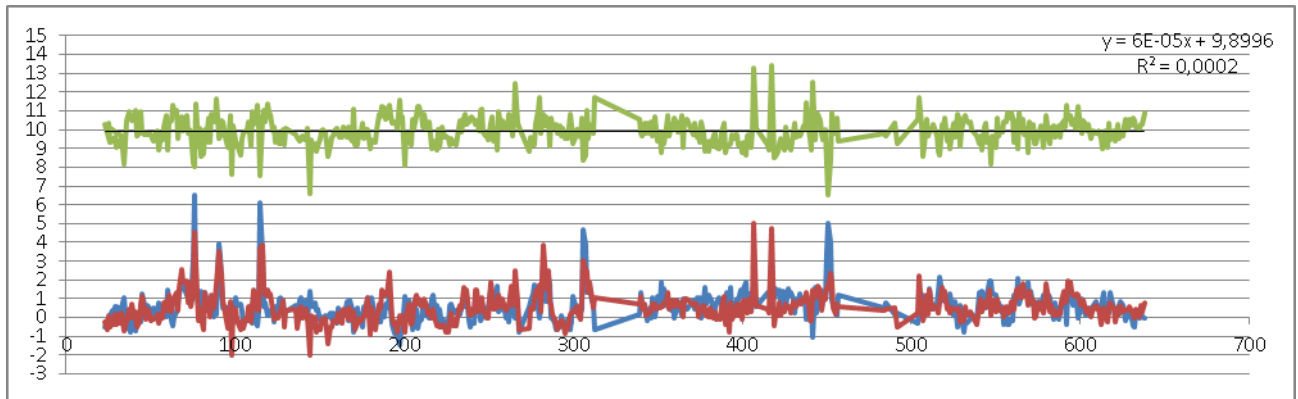


Рисунок 4.40 Розрахунок кутів вертикальної рефракції у напрямі WP3 за АСР1

Середня квадратична величина відхилення розрахованого напрямку WP3 за АСР1 лежить у межах 2"

Розраховані зміщення по висоті отримані за результатами спостережень зенітних відстаней впродовж періоду моніторингу без врахування вертикальної рефракції. Результати зміщень представлені по найдовшим лініям до АСР2 із двох тахеометрів на рис. 4.41.

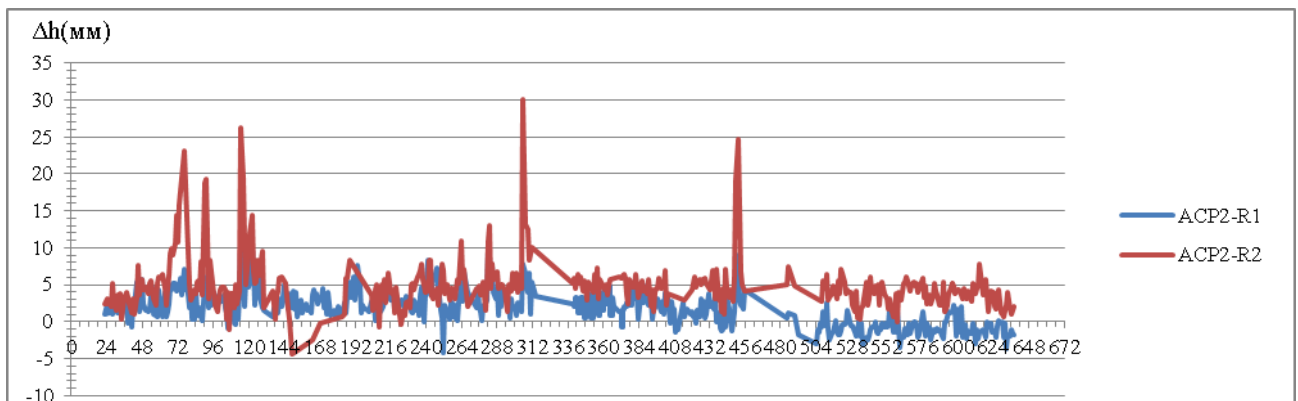


Рис. 4.41 Зміщення у висоті за результатами зенітних спостережень по відповідним напрямом

Як видно з рис. 4.41, величини лінійних зміщень у перевищені, за результатами виміряних зенітних відстаней, лежать у межах 5 мм, хоча в нічний період можуть досягати +30 мм.

У таблиці 4.10 подані осереднені дані із 630 погодинних програм геодезичних моніторингових спостережень. Подані значення осереднених нахилених віддалей $D_{сер.}$, зенітних відстаней $Z_{сер.}$, флуктуацій зенітних відстаней m_z'' , розрахованих теоретичних зенітних відстаней Z_T за результатами прив'язки, обчислених перевищень $h_{сер.}$ і їх флуктуацій m_h .

Таблиця 4.10

Зведені дані опрацювання 630 погодинних геодезичних моніторингових спостережень виконаних двома тахеометрами одночасно

№№	Станція встановлення тахеометра R 1					
	назви точок наведення	$D_{сер.}$ м	$Z_{сер.}$ рад	m_z'' сек.	Z_T рад	$h_{сер.}$ м
АСР-1	197.7757	1.466834	0.89	1.466840	20.5260	1.0
АСР-2	508.9410	1.531983	0.94	1.531992	19.7643	1.8
WP 3	520.3823	1.621063	1.19	1.621077	-26.1330	2.7
	Станція встановлення тахеометра R 2					
АСР-1	213.8428	1.549048	0.93	1.549051	4.6532	0.7
АСР-2	518.0244	1.563310	1.38	1.563317	3.8956	3.6
WP 1	227.3755	1.568222	0.84	1.568224	0.5888	0.8
WP 2	369.8576	1.568232	1.00	1.568237	0.9572	1.0
WP 4	58.4450	1.582451	1.37	1.582451	-0.6809	0.5

Проведений аналіз результатів опрацювань геодезичних моніторингових спостережень, виконаних на Дністровській ГЕС дозволяє стверджувати, що основним чинником у покращенні результатів моніторингових спостережень є врахування атмосферних впливів. Визначення поправок за вертикальну рефракцію із застосуванням способу рефракційного базису суттєво покращує результати вимірювання вертикальних кутів. Величини відхилень розрахункових

значень зенітних відстаней від теоретичних лежать у межах 2", що наближається до приладової точності вимірювань.

Для покращення результатів моніторингових спостережень пропонується покращити метеорологічні вимірювання шляхом введення додаткових метеорологічних вимірювань на самій греблі ГЕС. Створити додатковий термостатований захист кріплень відбивачів (металеві 2 м труби не захищенні від прямої сонячної радіації). Використати кореляційні зв'язки різних напрямів у прогнозуванні і розрахунку рефракційних впливів (буде розглянуто нижче).

4.7. Розробка методів врахування атмосферних впливів на результати безперервних автоматизованих геодезичних моніторингових спостережень на Канівській ГЕС

Канівської ГЕС (рис. 4.42) є однією з наймолодших ГЕС Дніпровського каскаду. Будівництво її було розпочато із листопада 1965. Експлуатується Канівська ГЕС з 1972 року, на повну потужність станція вийшла у 1975 р.



Рис. 4.42 Гребля Канівської ГЕС

Компанія Leica Geosystems встановила на території ГЕС автоматизований комплекс для моніторингу греблі.

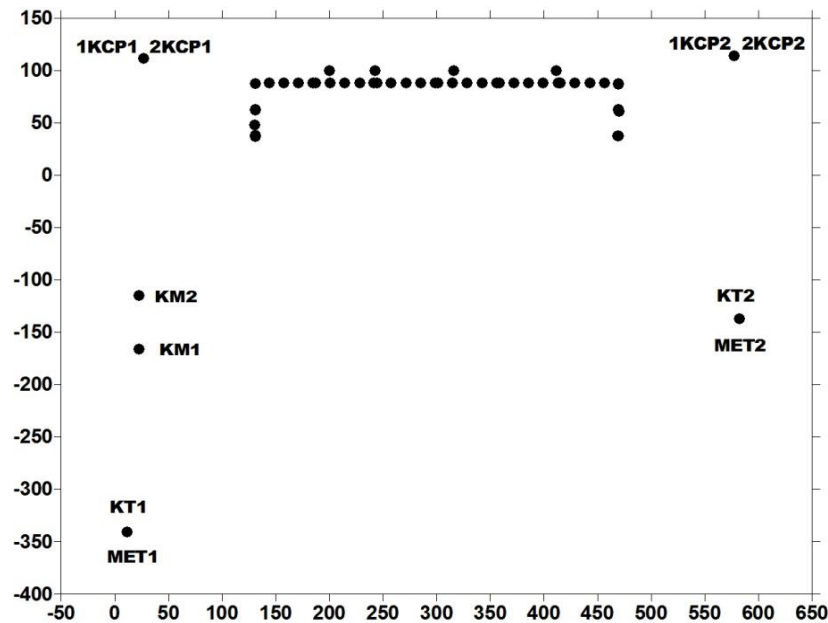


Рис. 4.43. Координатна схема (м) розташування електронних тахеометрів та візирних цілей активної мережі геодезичного моніторингу на Канівській ГЕС.

На рис. 4.43 наведено схему розташування електронних тахеометрів та візирних цілей активної мережі геодезичного моніторингу на Канівській ГЕС. Точки КТ1 та КТ2 відповідають місцям встановлення електронних тахеометрів Leica TM 30 з яких виконуються спостереження на візирні цілі.

МЕТ1 і МЕТ2 – точки встановлення метеостанцій, які призначені для вимірювань атмосферного тиску та температури на моменти спостережень. Зауважимо, що метеостанції розташовані в безпосередній близькості до електронних тахеометрів.

1КСП1 і 2КСП1 – контрольна точка (місце встановлення відбивача). Незважаючи на те, що дана точка має два ідентифікатори вона відповідає унікальному розташуванню. Система двох ідентифікаторів дозволяє розрізнити цей пункт у залежності від того, з якого тахеометра вона спостерігалась. Перша цифра означає номер тахеометра з якого виконувались спостереження.

КМ1, КМ2 – контрольні точки (місця встановлення відбивачів).

Усі, наведені вище точки (1КСП1, 2КСП1, 1КСП2, 2КСП2, КМ1, КМ2), є особливими, оскільки тільки на них виконуються спостереження з двох

тахеометрів. Крім того ці точки можна вважати надійними опорними пунктами, оскільки розташовані поза межами дії деформацій об'єкту досліджень.

На усіх інших візирних цілях (на схемі не підписані) розміщені відбивачі і переважна більшість з них розташована на греблі Канівської ГЕС.

За даними представленими компанією Leica Geosystems проведено попередній аналіз лінійно-кутових спостережень візирних цілей мережі автоматизованого моніторингу Канівської ГЕС за період лютий – вересень 2014.

Спостереження візирних цілей виконані одночасно з двох тахеометрів. Тривалість сесії спостережень (час за який тахеометр спостерігає усі напрями одним прийомом) дорівнює приблизно 15 хвилин. Програма спостережень передбачала почергове наведення на ціль із вимірюванням горизонтального напрямку, зенітної відстані та нахиленої довжини за одним положенням вертикального круга і зворотно за другим, що ало один прийом. На початку спостережень виміри електронними тахеометрами виконувались фактично безперервно – наступна серія вимірів починалась відразу після закінчення попередньої. Станом на вересень місяць виміри виконуються чотири рази на добу з інтервалом у шість годин – 00⁰⁰, 06⁰⁰, 12⁰⁰, 18⁰⁰.

У таблиці 4.11 наведені осереднені дані вимірювань за весь період спостережень після заміни тахеометра.

Метеорологічні вимірювання (вимірювання температури і тиску біля тахеометрів) на початку роботи автоматизованої моніторингової системи записувались з інтервалом у 10 хвилин. З вересня місяця інтервал вимірювання і записування метеоданих кожну годину. Попередній аналіз результатів метеорологічних спостережень показав їхню недостовірність. Так виміри виконувались тільки у двох точках спостереження, давачі температури були закріплені на стінах опорних пунктів спостереження у безпосередній близькості до стін, давачі тиску не були відкалібровані і т.п.

Таблиця 4.11.

Середні значень вимірних TPS величин і їх флуктуації під час моніторингових спостережень на Канівській ГЕС

Напрями спостереження		К-сть	Нахилена відст. D	mD	Гориз. Кут α	m α	Зенітн. віддаль Z	mZ
		n	м	мм	рад.	(сек)	рад.	(сек)
КТ1	1КМ1	535	174.8170	0.35	4.6169537	4.06	1.5858320	2.02
КТ1	1КМ2	533	225.9670	0.49	4.6025504	4.23	1.5832066	2.75
КТ1	1КСР1	2560	452.9323	0.60	4.5884564	3.23	1.5471997	3.20
КТ1	1КМР22	532	453.1614	0.87	4.8823612	3.60	1.5789941	2.47
КТ1	1КМР21	534	457.7270	0.86	4.9106465	3.52	1.5790014	2.44
КТ1	1КМР20	533	462.6550	0.89	4.9383542	3.55	1.5788600	2.37
КТ1	1КМР19	535	463.5560	0.87	4.9430895	3.71	1.5787628	2.29
КТ1	1КМР18	529	468.8060	0.87	4.9696972	3.68	1.5788739	2.30
КТ1	1КМР17	526	474.4704	0.84	4.9960442	3.68	1.5787609	2.36
КТ1	1КРР1	526	479.4963	1.04	4.9586937	3.75	1.5479493	2.02
КТ1	1КМР16	525	480.5807	0.86	5.0223110	3.57	1.5786405	2.29
КТ1	1КМР15	526	486.7793	0.88	5.0469034	3.56	1.5786127	2.34
КТ1	1КМР14	531	487.9873	0.85	5.0516682	3.75	1.5785626	2.30
КТ1	1КМР13	530	494.5114	0.86	5.0754962	3.72	1.5785745	2.21
КТ1	1КРР2	527	497.6740	0.98	5.0368909	3.90	1.5488171	1.94
КТ1	1КМР12	525	501.5655	0.86	5.0995655	3.66	1.5782330	2.23

Продовження Табл 4.11.

Напрями спостереження		К-сть	Нахилена відст. D	m_D	Гориз. Кут α	m_α	Зенітн. віддаль Z	m_Z
		n	м	мм	рад.	(сек)	рад.	(сек)
КТ1	1КМР11	529	508.8109	0.89	5.1226495	3.69	1.5780564	2.29
КТ1	1КМР10	524	516.2060	0.89	5.1447965	3.67	1.5781562	2.26
КТ1	1КРР3	511	535.6345	1.08	5.1590517	3.53	1.5507285	2.03
КТ1	1КРР4	334	595.4302	1.41	5.2919078	3.89	1.5527894	2.43
КТ1	1КМР9	528	598.3066	1.04	5.3264637	3.86	1.5772310	2.22
КТ1	КГ2	2546	606.0239	1.31	5.7830456	2.98	1.5687930	2.14
КТ1	1КМР8	524	608.0169	1.16	5.3427713	3.92	1.5768675	2.25
КТ1	1КМР7	524	617.8685	1.17	5.3585199	3.81	1.5769977	2.29
КТ1	1КСР2	2502	725.8620	2.17	5.4486143	2.97	1.5524988	2.47
Середнє				0.96		3.66		2.32

Напрями спостереження		К-сть	Нахилена відст. D	m_D	Гориз. Кут α	m_α	Зенітн. віддаль Z	m_Z
		n	м	мм	рад.	(сек)	рад.	(сек)
КТ2	2КСР2	1038	251.4207	1.48	0.0900335	3.31	1.5197741	1.17
КТ2	2КМР18	517	280.3594	0.92	5.7548577	1.82	1.5859454	1.18
КТ2	2КМР17	522	281.6248	0.72	5.7488704	1.97	1.5861579	1.12
КТ2	2КМР16	523	290.1161	0.74	5.7109118	1.90	1.5855722	1.14
КТ2	2КРР4	501	292.2210	1.02	5.7696610	2.00	1.5357010	0.99
КТ2	2КМР15	522	299.0267	0.69	5.6749705	1.85	1.5851349	1.14

Продовження Табл 4.11.

Напрямки спостереження		К-сть	Нахилена відст. D	m_D	Гориз. Кут α	m_α	Зенітн. віддаль Z	m_Z
		n	M	мм	рад.	(сек)	рад.	(сек)
КТ2	2КМР14	524	308.2654	0.76	5.6413250	1.79	1.5846333	1.13
КТ2	2КМР12	527	319.1804	0.71	5.6054193	1.94	1.5842455	1.12
КТ2	2КМР11	524	329.1387	0.71	5.5757346	1.93	1.5838073	1.16
КТ2	2КМР10	525	339.3100	0.72	5.5479702	1.87	1.5834023	1.21
КТ2	2КМР9	527	349.6482	0.79	5.5220275	1.83	1.5830404	1.20
КТ2	2КРР3	467	356.6785	0.68	5.5492753	1.97	1.5419870	0.96
КТ2	2КМР8	522	360.0501	0.87	5.4979862	1.86	1.5826650	1.25
КТ2	2КРР2	435	414.5886	1.39	5.4312060	1.89	1.5455680	1.02
КТ2	2КРР1	527	449.8798	1.25	5.3772710	1.86	1.5475173	1.08
КТ2	КМ3	521	488.3707	1.44	5.2108627	2.14	1.5747576	1.45
КТ2	2КМР7	527	492.8786	1.35	5.2968238	1.87	1.5794322	1.50
КТ2	2КМ2	474	560.1630	2.10	4.8611911	2.18	1.5766869	2.22
КТ2	1КМ2	38	560.1647	2.77	4.8611875	2.16	1.5766827	2.38
КТ2	2КМ1	488	560.4087	1.77	4.7697256	1.96	1.5763709	1.69
КТ2	1КМ1	38	560.4102	2.46	4.7697203	1.61	1.5763679	2.33
КТ2	КГ1	1033	605.9903	1.27	4.4791329	2.14	1.5702959	1.70
КТ2	2КСР1	1038	608.6176	1.01	5.2431977	2.14	1.5540504	1.55
Середнє				1.20		2.00		1.38

Аналіз флуктуацій вимірних віддалей і кутів вказує на доволі якісні вимірювання за даний період.

Результати лінійно-кутових вимірів електронних тахеометрів Leica TM 30 за період лютий – вересень 2014 були надані замовником у форматі XML (eXtensibleMarkupLanguage). Методані за вказаний період надавались окремим текстовим файлом.

Для опрацювання цих даних нами було створена спеціальна комп'ютерна програма, яка дозволяє оперативно опрацювати необхідні виміри з формату XML, інтегрувати в них методані, представляти результати вимірів часовими серіями спостережень, а також виконувати їх статистичне опрацювання.

Розглянемо побудову моделі просторового рефракційного поля за даними геодезичних моніторингових спостережень зенітних відстаней.

Нами було запропоновано розраховувати модель рефракційного поля в реальному часі на основі врахування кореляційних взаємозв'язків між напрямками. Для цього ми використали динамічну кореляцію між напрямками. Приймаючи, що статистики випадкових величин приймають надійне значення при кількості вимірів рівній 30. Матриця вимірів постійно поповнюється новими вимірами взамін старших, але не змінює своєї довжини.

На основі опрацювань цієї матриці створюється модель рефракційного поля на момент спостереження, використовуючи зв'язки між напрямками спостережень.

Визначивши коефіцієнти кореляції між напрямками можна судити про їх силу зв'язку. На основі виконаних досліджень прийнято гіпотезу лінійної залежності зміни зенітних відстаней між спостережуваними напрямками. Прогнозовану зенітну відстань отримуємо застосувавши рівняння лінійної регресії:

$$Z_{ij}^{прогн} = corr_{Z_i Z_j} \frac{m_{Z_i}}{m_{Z_j}} Z_j + \left(\bar{Z}_i - \frac{m_{Z_i}}{m_{Z_j}} \bar{Z}_j \right), \quad (4.36)$$

де $\bar{Z}_i = \frac{\sum_{j=1}^n Z_j}{n}$ - середнє значення зенітної відстані за останні моменти

спостереження, коли матриця осереднення складається із останніх 30 спостережень, то $n = 30$.

Таких рівнянь можна записати стільки, скільки напрямів спостережень мінус 1. За остаточне значення прогнозованої зенітної відстані можна прийняти значення, яке враховує всі зв'язки між напрямками, обчислене як середнє вагове, де за нормовані ваги можна використати коефіцієнти кореляції:

$$Z_i^{прогн.} = \frac{\sum_j^{n-1} (Z_j^{прогн.} \text{corr}_{Z_i Z_j})}{\sum_j^{n-1} \text{corr}_{Z_i Z_j}} . \quad (4.37)$$

Оцінку стабільності напрямку спостереження по висоті проводять по відхиленню вимірної зенітної віддалі $Z_i^{вим.}$ від її прогнозованого значення $Z_i^{прогн.}$:

$$Z_i^{вим.} - Z_i^{прогн.} \leq 3m_Z = 1.5'' . \quad (4.38)$$

Кутову величину прогнозованої вертикальної рефракції спостережуваного напрямку знаходимо за формулою (1.3) знехтувавши впливом відхилення прямовисної лінії:

$$r_i^{прогн.} = \bar{Z}_i - Z_i^{прогн.} . \quad (4.39)$$

Величину коефіцієнта вертикальної рефракції розраховуємо згідно з формулою (1.68):

$$k_i^{прогн.} = r_i^{прогн.} \frac{2R}{D_i} . \quad (4.40)$$

Склавши систему лінійних рівнянь залежно від азимуту напрямку A та його зенітної відстані Z та розв'язавши її способом найменших квадратів, отримаємо двох параметричну модель коефіцієнта вертикальної рефракції на момент спостереження:

$$k_i^{модель.} = K_1 A_i + K_2 Z_i + K_3 . \quad (4.41)$$

Виконавши оцінку точності моделі, її використовують для розрахунку виправлених зенітних відстаней та перевищень із урахуванням модельних значень коефіцієнтів вертикальної рефракції.

На основі детального аналізу результатів опрацювання даних запропоновано рекомендації, які дозволять суттєво зменшити рефракційні впливи або спростити процедуру їх врахування на результати спостережень, виконаними електронними тахеометрами.

Висновки до четвертого розділу:

1. Доказана можливість застосування кореляційних взаємозв'язків рефракцій різних напрямів для визначення вертикальної рефракції.

2. Встановлено зв'язок між співвідношенням аномальних складових вертикальної рефракції, метеорологічних елементів, еквівалентних висот, флуктуацій зенітних віддалей і коефіцієнтом лінійної регресії зенітних відстаней між спостережуваними напрямками. Це дає можливість прогнозування вертикальної рефракції по спостережуваних напрямках.

3. Експериментально, на прикладі врівноваження мереж Бескидського тунелю, Дністровської ГАЕС, Тербле-Ріцької ГЕС, доказана можливість застосування неодночасного двостороннього тригонометричного нівелювання із урахуванням вертикальної рефракції за флуктуаціями зенітних відстаней за точністю відповідній точності геометричного нівелювання II класу на лініях спостереження до 1 км.

4. Проведено експериментальні дослідження кореляційних взаємозв'язків спостережуваних напрямів на геодезичних моніторингових мережах Дністровської і Канівської ГЕС. Отримані величини зв'язку дають можливість застосування лінійної регресії для прогнозування поправок у виміряні величини викликані зовнішніми факторами в якості вагових коефіцієнтів.

5. Запропонована методика створення динамічної моделі просторового рефракційного поля побудованої за кореляційними зв'язками між напрямками спостереження. Встановлено, що вона у 2 рази підвищує точність результатів визначень перевищень.

Висновки

У дисертаційній роботі виконано комплекс досліджень, який містить теоретичні розробки та рекомендації направлені на вирішення важливої науково-практичної проблеми підвищення точності тригонометричного та геометричного нівелювання. Це доведено результатами теоретичних і експериментальних досліджень із використанням сучасних приладів і технологій. Напрацювання можуть бути застосовані при створенні державної висотної мережі, виконання наукових досліджень, спостережень за деформаціями і стійкістю унікальних споруд та потужних промислових комплексів.

Основні результати дисертаційної роботи:

1. Теоретично обґрунтовано та експериментально підтверджено використання неодночасного двостороннього тригонометричного нівелювання із урахуванням вертикальної рефракції, в основі якого лежить принцип визначення поправок за дію вертикальної рефракції з використанням визначених флуктуацій зенітних відстаней (с.к.п. визначень перевищень) у момент спостережень. Точність неодночасного двостороннього тригонометричного нівелювання із застосуванням високоточних електронних тахеометрів та врахуванням вертикальної рефракції по лініях спостереження 0.6 км - 1 км, відповідає точності геометричного нівелювання II класу.

2. Виведено формулу для визначення перевищення з двосторонніх спостережень із урахуванням вертикальної рефракції за флуктуаціями зенітних віддалей або визначених перевищень.

3. Експериментально доведена можливість визначення відхилення прямовисних ліній у заданому напрямі із використанням сумісних спостережень: двостороннього тригонометричного нівелювання з врахуванням вертикальної рефракції та GNSS - спостережень на тих самих пунктах. Рекомендовано отримані результати визначень відхилень прямовисних ліній застосовувати для обчислення нормальних висот.

4. Вперше розроблено теорію та апробовано методику виконання способу двостороннього геометричного нівелювання “вперед-назад”. В основі способу лежить принцип двостороннього дистанційного нівелювання. Спосіб підвищує точність нівелювання завдяки запропонованій методиці виконання спостережень, контролю сумарного кута негоризонтальності променя візування та врахуванню вертикальної рефракції по кожній лінії між зв’язковими точками, а також спрощує процес виконання нівелювання з розмічування ліній і контролю віддалей до рейок.

5. Виведено формулу розрахунку еквівалентних висот за результатами відлічувань рейок під час геометричного нівелювання, яка може бути використана для врахування вертикальної рефракції в реальному часі спостережень.

6. Розроблено способи компарування штрих-кодових рейок, які використовують у геометричному нівелюванні III і IV класів, що дозволяють прискорити процес його виконання та знизити вартість робіт. В основі способу лежить принцип порівняння штрих кодових позначок із контрольним компарованим метром або компарованою рейкою із використанням фотофіксації результатів цифровою камерою.

7. Розроблено спосіб дослідження впливу похибок ходу фокусувальної лінзи нівеліра на стабільність положення візирного променя із урахуванням вертикальної рефракції. В основі способу лежить спостереження контрольних перевищень на різних віддальх від нівеліра із подальшим опрацюванням результатів способом найменших квадратів.

8. Вперше розроблено теорію визначення вертикальної рефракції за спостереженням зображення у прямовисно встановленому дзеркальному відбивачі. Рекомендовано виконувати спостереження зображення у прямовисно встановленому дзеркальному відбивачі для юстування геодезичних приладів (теодолітів, тахеометрів, нівелірів). На основі запропонованої теорії сконструйовано нівелір-рефрактометр, який дозволяє безпосередньо визначати вертикальну рефракцію в реальному часі спостережень. Гранична точність

експериментального зразка складала 0.1 коефіцієнта вертикальної рефракції на віддалі 30 м. Запропоновано методику та технологічну схему застосування нівеліра рефрактометра для автоматизації геометричного нівелювання з врахуванням вертикальної рефракції.

9. Розроблено методику побудови просторових динамічних рефракційних полів для геодезичних моніторингових спостережень із використанням кореляційних взаємозв'язків спостережуваних напрямів на момент спостережень у реальному часі. Апробація побудованих динамічних моделей просторових рефракційних полів за результатами геодезичних моніторингових спостережень на Дністровській і Канівській ГЕС дозволила підвищити точність результатів спостережень у два рази.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Алексеев А. В. Оптическая рефракция в земной атмосфере (горизонтальные трассы) / А. В. Алексеев, М. В. Кабанов, И. Ф. Куштин. – Новосибирск: Наука, 1982. – 234 с.
2. Апробація методу розвитку планово-висотної основи прокладанням "вільного" полігонометричного ходу / С. С. Перій, І. Я. Покотило, В. Л. Тарнавський [та ін.] // Нові технології в геодезії, землевпорядкуванні, лісовпорядкуванні та природокористуванні : матеріали ІХ Міжнародної науково-практичної конференції, 4-6 жовтня 2018 р., Ужгород - Ужгород :– С. 97 – 99.
3. А. с. 822630 СССР, МПК G 01 N 21/41. Способ определения рефракции в приземном слое / С. С. Перуанский (СССР). - № 2793603 ; заявл. 09.07.79; опубл. 30.08.86. Бюл. № 32, 6 с.
4. Баран П. І. Тригонометричне нівелювання в інженерно-геодезичних роботах / П. І. Баран, Ф. Ф. Соловйов, В. Я. Чорноконь. – К.: Укргеодезкартографія, 1996. – 130 с.
5. Большаков В. Д. Практикум по теории математической обработки геодезических измерений / В. Д. Большаков, Ю. И. Маркузе. – М. : Недра, 1984. – 352 с.
6. Бомфорд Г. Геодезия (переклад з англійської) / Г. Бомфорд. – М. : Недра, 1958. – 418 с.
7. Боровий В. О. Високоточні інженерно-геодезичні вимірювання / В. О. Боровий, В. Г. Бурачек. – Вінниця : ТОВ “Нілан-ЛТД”, 2017. – 236 с.
8. Бурак К. О. Дослідження похибки зчитування відліку під час геометричного нівелювання коротким променем цифровими нівелірами / К. О. Бурак, М. Я. Гринішак // Геодезія, картографія і аерофотознімання. – 2014, – № 80. – С.30-39.
9. Ващенко В. І. Урахування вертикальної рефракції під час створення знімальної основи і тахеометричного знімання / В. І. Ващенко, В. О. Літинський, С. С. Перій // Сучасні досягнення геодезичної науки і виробництва. – 2008. – № 15. – С. 82–85.

10. Ващенко В. І. Спосіб геометричного нівелювання з врахуванням вертикальної рефракції та негоризонтальності візирного променя / В. І. Ващенко, С. С. Перій, В. О. Літинський // Сучасні досягнення геодезичної науки і виробництва. – 2009. – № 17. – С. 116–121.
11. Вдосконалення методів геодезичних робіт та ГІС технологій в землеустрої, кадастрі та моніторингу земель. Монографія / [В. Ю. Андрущенко., О. Ю. Біда, О. І. Бочко, ... С. С. Перій та ін.] за ред. П. П. Колодія, Є. І. Смірнова. - Львів: “Галицька видавнича спілка”, 2016.-168 с.
12. Визначення інтервалів еталонного Бережанського базиса методом фотофіксації / С. С. Перій, О. І. Мороз, І. Я. Покотило, [та ін.] // Науковий вісник Ужгород. ун-ту, Сер Географія. Землеустрій. Природокористування., Ужгород, – 2014. – Вип.3. – С. 93-95.
13. Вильнер Д. Г. Про деякі аспекти проблеми обліку місцевого коефіцієнта вертикальної рефракції при тригонометричному нівелюванні / Д. Г. Вильнер // Геодезия, картография и аэрофотосъемка. – 1976. - № 24. – С. 8-18.
14. Глаголев Ю. А. Справочник по физическим параметрам атмосферы / Ю. А. Глаголев. – Ленинград: Гидрометеиздат, 1970. – 212 с.
15. Геодезичний енциклопедичний словник / [ред.-упоряд. В. Літинський]. – Львів: Євросвіт, 2001. – 668 с.
16. Двудіт П. Д. Фізична геодезія / П. Д. Двудіт. – К.: ВЦП “Експрес”, – 2008. – 256 с.
17. Дементьев В. Е. Рефракция и миражи / В. Е. Дементьев. – М.: ООО “Галлея-Принт”, 2009. – 391 с.
18. Дементьев В. Е. Рефракция в турбулентной атмосфере / В. Е. Дементьев. – М.: ООО “Галлея-Принт”, 2011. – 398 с.
19. Джуман Б. М. Расчет точности измерения зенитных расстояний в периоды спокойных изображений / Б. М. Джуман // Геодезия, картография и аэрофотосъемка. – 1974. – № 20. – С. 6-9.
20. Джуман Б. М. Метод определения нивелирной рефракции / Б. М. Джуман, П. В. Павлив, И. И. Стацишин // Геодезия, картография и аэрофотосъемка. – 1979. – № 30. – С. 66-69.

21. Джуман Б. М. Зависимость амплитуды колебаний изображений от высоты визирного луча / Б. М. Джуман // Геодезия, картография и аэрофотосъемка. – 1983. – № 38, – С. 16-21.
22. Джуман Б. М. Методы учета вертикальной рефракции в геодезических измерениях: автореф. дис. на здобуття наук. ступеня доктора техн. наук: спец. 05.24.01 “Геодезія” / Б. М. Джуман. – Львів: 1990. – 31 с.
23. До питання геометричного нівелювання способом “вперед-назад” з використанням високоточного цифрового нівеліра Leica DNA 03 / С. С. Перій, І. Ф. Рій, О. І. Мороз [та ін.] // Вісник геодезії і картографії. – 2012. - № 4. – С. 5-8.
24. Дослідження впливу нівелірної рефракції у нічний період за допомогою приладів зарядового зв’язку / В. О. Літинський, О. В. Киселик, С. С. Перій [та ін.]. // Геодезія, картографія і аерофотознімання. – 2007. – № 69. – С.94-97.
25. Еремеев В. Ф. Теория ортометрических, динамических и нормальных высот / В. Ф. Еремеев. // Тр. ЦНИИГАиК. – М. : Геодезиздат. – 1951. – Вып. 86.
26. Энтин И. И. Высоточное нивелирование / И. И. Энтин // Тр. ЦНИИГАиК. – М.: Геодезиздат. – 1956. – Вып. 111. – 340 с.
27. Энтин И. И. Анализ результатов нивелирования I и II классов / И. И. Энтин // Тр. ЦНИИГАиК. – М. : Геодезиздат. – 1960. – Вып. 135. – 52 с.
28. Заєць І. М. Щодо проблеми приєднання нівелірної мережі України до об’єднаної європейської нівелірної мережі / І. М. Заєць, О. В. Кучер, Д. О. Марченко // Вісник геодезії та картографії. – 2010. - № 5(68). – С. 8-13.
29. Закатов П. С. Курс высшей геодезии (сфероидическая геодезия с основами гравиметрии и практической астрономии) / П. С. Закатов. – М.: Геодезиздат, 1953. – 405 с.
30. Застосування тригонометричного нівелювання для передавання висот над водними поверхнями / С. Перій, О. Мороз, Т. Корлятович [та ін.] // Сучасні досягнення геодезичної науки та виробництва. – 2017. – Випуск I (33). – С. 65-68.

31. Зилитинкевич С. С. Определение универсальных профилей скорости ветра и температуры в приземном слое атмосферы / С. С. Зилитинкевич, Д. В. Чаликов // Изв. АН СССР. Сер. ФАиО. – 1968. – т.4. № 3. – С. 294-302.
32. Зуев В. Е. Статистические модели температуры и газовых компонент атмосферы / В. Е. Зуев, В. С. Комаров // Монография. Современные проблемы атмосферной оптики. т.1. – Ленинград: Гидрометеиздат, – 1986. – 264 с.
33. Зуев В. Е. Оптика турбулентной атмосферы / В. Е. Зуев, В. А. Банах, В. В. Покасов // Монография. Современные проблемы атмосферной оптики. т.5. – Ленинград: Гидрометеиздат, – 1988. – 270 с.
34. Изотов А. А. Исследование земной рефракции и методов геодезического нивелирования / А. А. Изотов, Л. П. Пеллинен // Тр. ЦНИИГАИК. – М. : Геодезиздат. – 1955. – Вып. 102. – 176 с.
35. Инструкция по нивелированию I, II, III, IV классов. – М.: Недра, 1990. – 175 с.
36. Исимару А. Распространение и рассеяние волн в случайно-неоднородных средах / А. Исимару. – М.: Мир, 1981. – 597 с.
37. Йордан В. Руководство по высшей геодезии. Том 2 / В. Йордан, О. Эггерт, М. Кнейсль. – М.:, 1963. – 264 с.
38. Кафедра геодезії, 145 років / О. І. Мороз, З. Р. Тартачинська, В. Л. Тарнавський, А. Дрбал. – Львів : Вид. Львівської політехніки, 2016. – 200 с.
39. Костецька Я. М. Геодезичні прилади. Частина II. Електронні геодезичні прилади : підручник / Я. М. Костецька. – Львів: ІЗМН, 2000. – 324 с.
40. Лаврішко Є. Моторизоване високоточне геометричне нівелювання / Є. Лаврішко, О. Ванчура // Геодезія, картографія і аерофотознімання. – 2011. – № 74. – С.1-6.
41. Лазерное излучение в турбулентной атмосфере / [А. С. Гурвич, А. И. Кон, В. Л. Миронов, С. С. Хмелевцов.] – М.: Наука, 1976. – 278 с.

42. Літинський В. О. Визначення параметрів коливань зображень візирних цілей / В. О. Літинський, О. В. Кіселик, С. В. Літинський. // Сучасні досягнення геодезичної науки та виробництва: Зб. наук. робіт. Західного геодезичного товариства УТГК – Львів: Вид. НУ ”Львів. політехніка”. - 2005. – С.133-137.
43. Літинський В. О. Врахування нівелірної рефракції з використанням приладів з зарядовим зв'язком / В. О. Літинський, О. В. Кіселик, С. В. Літинський. // Сучасні досягнення геодезичної науки та виробництва. – Львів, 2005. – Вип.ІІ. – С.71 –75.
44. Літинський В. О. Тригонометричне нівелювання в ходах геодезичних мереж згущення / В. О. Літинський, С. С. Перій. // Сучасні досягнення геодезичної науки і виробництва. – Львів, 2006. – № 12. – С. 125-133.
45. Літинський В. Спосіб компарування штрихкодів рейок / В. Літинський, С. Перій. // Сучасні досягнення геодезичної науки та виробництва. – Львів, 2011. – № 21. – С. 77–79.
46. Літинський В. О. Особливості застосування двостороннього тригонометричного нівелювання //В. О. Літинський, С. С. Перій, В. О. Сухоруков. // Вісник геодезії і картографії. – 2013. - № 1. – С. 10-13.
47. Літинський В. До встановлення допусків точного геометричного нівелювання / В. Літинський, І. Тревого, С. Перій // Сучасні досягнення геодезичної науки та виробництва. – 2018. – Випуск І (35). – С. 212–219
48. Літинський В. О. Еталонні бази для електронних тахеометрів / В. О. Літинський, С. С. Перій, А. Й. Віват // Нові технології в геодезії, землевпорядкуванні, лісовпорядкуванні та природокористуванні : матеріали ІХ Міжнародної науково-практичної конференції, 4-6 жовтня 2018 р., Ужгород - Ужгород :- С. 64 – 67.
49. Марущак М. П. Способи тригонометричного нівелювання електронним тахеометром / М. П. Марущак // Вісник геодезії та картографії. - 2010. - № 6. - С. 11-14.

50. Марченко О. М. Референці системи в геодезії / О. М. Марченко, К. Р. Третяк, Н. П. Ярема. – Львів: Вид. Львівської політехніки, 2013. – 216 с.
51. Масліч Д. І. О точности геодезического нивелирования в горных условиях / Д. И. Маслич. – Львів: Вид. Львовский политехнический институт, 1957. – 56 с.
52. Масліч Д. І. О необходимой точности измерения зенитных расстояний / Д. И. Маслич, В. А. Коваленко. // Геодезия, картография и аэрофотосъемка. – 1970. - № 12. – С. 43-48.
53. Масліч Д. І. Расчет точности тригонометрического нивелирования / Д. И. Маслич, Л. С. Хижак. // Геодезия, картография и аэрофотосъемка. – 1970. - № 12. – С. 49-58.
54. Масліч Д. І. Особенности рефракционного поля на морских трассах в прибрежном субтропическом районе / Д. И. Маслич, С. С. Перий. // Геодезия, картография и аэрофотосъемка. – 1984. - № 39. – С. 38-46.
55. Матвеев Л. Т. Курс общей метеорологии. Физика атмосферы / Л. Т. Матвеев. – Ленинград: Гидрометеиздат, – 1976. – 639 с.
56. Мигаль Н. К. Об определении аномалий силы тяжести по астрономо-геодезическим отклонения отвеса / Н. К. Мигаль. // ДАН СССР – 1938. - т. 21, №5 – С. 236-238.
57. Микитчин О. Спосіб компарування штрих-кодів рейок / О. Микитчин. С. Перій, І. Покотило // Матеріали Міжнародної науково-технічної конференції молодих вчених “GeoTerrace-2016” 15-17 грудня 2016 р.”. – Львів: Видавництво НУ «Львівська політехніка». – 2016. — С.79-80.
58. Миронов В. Л. Распространение лазерного пучка в турбулентной атмосфере / В. Л. Миронов. – Новосибирск: Наука СО АН СССР, 1981. – 246 с.
59. Молоденський М. С. Основные вопросы геодезической гравиметрии / Тр. ЦНИИГАИК, – М. : Геодезиздат. – 1945. – Вып. 42. – С.10-60.
60. Молоденський М. С. Методы изучения внешнего гравитационного поля и фигуры Земли / М. С. Молоденський , В. Ф. Эремеев, М. И. Юркина // Тр. ЦНИИГАИК, – М. : Геодезиздат. – 1960. – Вып. 131. – 251 с.

61. Мороз О. І. Закономірності максимальних вертикальних коливань зображень візирних цілей в термічно турбулентній атмосфері і можливості їх практичного використання в геодинаміці / О. І. Мороз, А. Л. Островський. // Геодинаміка. – 1999. – № 1(2) – С. 37-48 с.
62. Мороз О. І. Визначення та врахування вертикальної рефракції під час геодезичних вимірювань / О. І. Мороз. – Львів: Вид. Нац. універ. “ЛП”, 2003. – 224 с.
63. Новий взірцевий геодезичний базис / І. С. Тревого, С. Г. Савчук, О. М. Денисов, П. І. Волчко // Вісник геодезії та картографії. 2004. № 1. – С. 12-16.
64. Обухов А. М. Турбулентность и динамика атмосферы / А. М. Обухов. – Ленинград: Гидрометеоиздат, – 1988. – 412 с.
65. Основні напрямки державної політики забезпечення техногенно-екологічної безпеки України. Постанова Верховної Ради України від 5 березня 1998р за № 188/98-ВР.
66. Основи математичного опрацювання геодезичних вимірювань / [Зазуляк П. М., Гавриш В. І., Євсеева Е. М., Йосипчук М. Д.]. – Львів: Растр-7, 2007. – 408 с.
67. Островский А. Л. К исследованию правильности хода фокусирующей линзы высокоточных нивелиров. / А. Л. Островский, И. Н. Кметко, В. О. Литинский. // Геодезия, картография и аэрофотосъемка. – 1983. – №38, – С. 95–104.
68. Островський А. Л. Розрахунок очікуваної точності геометричного нівелювання та проектування програми робіт на геодинамічних полігонах / А. Л. Островський., П. Г. Черняга. // Геодезія, картографія і аерознімання.– 2001. – № 61. – С. 101–107.
69. Островський А. Л. Геодезія / А. Л. Островський, О. І. Мороз, В. Л. Тарнавський. – Ч. 2. – Львів : Вид. НУ „Львівська політехніка”, 2008. – 564 с.

70. Павлив П. В. Учет влияния рефракции на результаты нивелирования I и II кл. по колебаниям изображений / П. В. Павлив. // Геодезия, картография и аэрофотосъемка. – 1978. – № 28. – С. 96–100.
71. Павлив П. В. Проблемы высокоточного нивелирования / П. В. Павлив. – Львов: Вища шк., Изд-во при Львов. ун-те, 1980. – 124 с.
72. Павлов Н. А. Нивелирование I класса / Н. А. Павлов. // Сб. науч.-технич. и производственных статей по геодезии, картографии, топографии, аэрофотосъемке и гравиметрии. – М.: Геодезиздат. - 1947. – № 28. – С. 50–64.
73. Пат. 41429. – Україна, UA, МПК (2009). – G01C 5/00. Спосіб геометричного нівелювання “Вперед, назад” / Перій С. С.; заявник і патентоутримувач Львів. нац. аграр. унів.– Бюл. № 24. – 25.05.2009. – С. 6.
74. Пат. 85808 - Україна, UA, МПК (2009), - G01C 5/00. Спосіб визначення вертикальної рефракції. / О. І. Мороз, А. Л. Островський, І. В. Петлюк, Т. Г. Шевченко. – Бюл. №4. - 25.02.2009.
75. Пат. 89466. – Україна, UA, МПК (2009). – G01C 5/00. Спосіб визначення середньоінтегрального коефіцієнта вертикальної рефракції / С. С. Перій, В. О. Літинський. – Бюл. № 2. – 25.01.2010. – С. 6.
76. Пат. 93022. – Україна, UA, МПК (2009). – G01C 5/00. Спосіб компарування штрих-кодів рейок / В. О. Літинський, С. С. Перій, С. В. Літинський. – Бюл. № 24. – 27.12.2010. – С. 3.77.
77. Пат. 93341. – Україна, UA, МПК (2011.01), G01C 5/00. Спосіб виконання і юстирування основної перевірки нівеліра / С. С. Перій. – Бюл. № 2. – 25.01.11. – С. 3.107.
78. Пат. 93646. – Україна, UA, МПК (2011.01), G01C 5/00. Спосіб нівелювання / С. С. Перій. – Бюл. № 4. – 25.02.11. С. 3.141.
79. Пат. 93647 Україна, UA, МПК (2011.01), G01C 5/00. Спосіб визначення вертикальної рефракції / С. С. Перій. – № a2010 08167 ; заявл. 30.06.10; опубл. 25.02.11, Бюл. № 4.

80. Пат. 96724. – Україна, UA, МПК (2011.01), G01C 5/00. Спосіб визначення та виправлення місця нуля (місця зеніту) для приладів, що вимірюють вертикальні кути / С. С. Перій, В. І. Ващенко. – Бюл. № 22. – 25.11.2011.
81. Пат. № 102584 Україна, UA, МПК (2013.01), G01C 5/00. Нівелір – рефрактометр / С. С. Перій. – № а2011 10393; заявл. 26.08.2011; опубл. 25.07.2013, Бюл. № 14.
82. Пеллинен Л. П. Исследование уклонений отвеса и вывод квазигеоида на Кавказе / Л. П. Пеллинен. // Тр. ЦНИИГАИК, – М. : Геодезиздат. – 1951. – Вып. 86.
83. Перій С. С. Определение вертикальной рефракции по разности наблюдений на двух высотах/ С. С. Перій. // Геодезия, картография и аэрофотосъемка. – 1988. – Вып. 48, – С. 70-73.
84. Перій С. С. Определение вертикальной рефракции методами рефракционных соотношений / С. С. Перій. // Геодезия, картография и аэрофотосъемка. – 1990. – № 50, – С. 83-87.
85. Перій С. С. Использование скоростей изменения зенитных расстояний для определения частных углов рефракций / С. С. Перій. // Геодезия, картография и аэрофотосъемка. – 1990. – № 51, – С. 83-85.
86. Перій С. С. Використання двостороннього тригонометричного нівелювання у світловіддалемірній полігонометрії / С. С. Перій. // Геодезія, картографія і аерофотознімання. – 2001. – № 61. – С. 112-117.
87. Перій С. С. До визначення вертикальної рефракції при геометричному нівелюванні / С. С. Перій. // Сучасні досягнення геодезичної науки і виробництва. – 2006. – № 11. – С. 146-150.
88. Перій С. Апробація способу геометричного нівелювання “вперед-назад” / С Перій , В. Ващенко, І. Рій. // Сучасні досягнення геодезичної науки і виробництва. – 2010. – № 19. – С. 91–94.
89. Перій С. С. Експериментальні дослідження точності геометричного нівелювання способом “вперед-назад” / С. С. Перій. // Геодезія, картографія і аерофотознімання. – 2010. – № 73. – С. 45–52.

90. Перій С. С. Вимірювання вертикальної рефракції із застосуванням плоского дзеркального відбивача / С. С. Перій. // Геодезія, картографія і аерофотознімання. – 2011. – № 74 – С. 38–43.
91. Перій С. Застосування дзеркального відбивача для юстування нівелірів / С. Перій. // Сучасні досягнення геодезичної науки та виробництва. – 2011. – № 22. – С. 103–105.
92. Перій С. С. Дослідження ходу фокусувальної лінзи нівеліра Dini 22 / С. С. Перій, І. Ф. Рій. // Геодезія, картографія і аерофотознімання. – 2011. – № 75 – С. 58–61.
93. Перій С. С. Перспективи створення нівеліра рефрактометра / С. С. Перій. // Геодезія, картографія і аерофотознімання. – 2012. – № 76. – С. 53-56.
94. Перій С. С. Безпосереднє вимірювання вертикальної рефракції / С. Перій. // “Геоінформаційний моніторинг навколишнього середовища: GNSS і GIS – технології”: Зб. наук. доп. XVII Міжн. наук.-техн. симпоз., верес. 2012 (Алушта). – Л., 2012. – С. 65-68.
95. Перій С.С. Нівелір - рефрактометр / С. С. Перій. // Нові технології в геодезії, землевпорядкуванні та природокористуванні. Зб. наук. доп. VI Міжн. наук.-пр. конф. (Ужгород, жовт. 2012 р.):– Ужгород: 2012. - С.109-111.
96. Перій С. Врівноваження просторової мережі Дністровської ГАЕС з врахуванням вертикальної рефракції у програмному комплексі “МГ Сети” / С. Перій, О. Мороз, І. Сідоров // “Геоінформаційний моніторинг навколишнього середовища: GNSS і GIS – технології”: Зб. наук. доп. XVIII Міжн. наук.-техн. симпоз. (Алушта, верес. 2013). – Л., 2013. – С. 237-240.
97. Перій С. С. Визначення вертикальної рефракції за флуктуаціями вертикальних кутів / С.С. Перій, О. І. Мороз. // Наукові праці Донец. нац. тех. ун-та, Донецьк. Сер.: гірничо-геологічна. – 2013. – Вип. 1(18). – С. 49-55.
98. Перій С. С. Апробація застосування неодночасного двостороннього тригонометричного нівелювання з урахуванням вертикальної рефракції / С. С. Перій // Геодезія, картографія і аерофотознімання. – 2015. – Вип. 82. – С. 19-28.

99. Перій С. С. Визначення еквівалентних висот під час геометричного нівелювання / С. С. Перій, М. М. Фис // Нові технології в геодезії, землевпорядкуванні та природокористуванні : матеріали VIII Міжнар. наук.-практ. конференції, 6-8 жовтня 2016 р. (Ужгород - Синевир) – Ужгород, 2016. – С.107-109.
100. Перій С. С. Застосування тригонометричних ходів для створення висотної основи / С. С. Перій, Т. Ю. Корлятович, І. Я. Покотило // Моніторинг довкілля, фотограмметрія, геоінформатика – сучасні технології та перспективи розвитку: матеріали 8-ї Міжн. наук.-техн. конференції, 14-16 вересня 2017р. (Львів – Східниця) – Львів, Вид. НУ “Львівська політехніка” – 1 електронний оптичний диск (CD-ROM), 2017. – С. 73-78.
101. Перій С. Визначення прямокутних координат уявної точки перетину нормалей до еліпсоїда за даними GNSS спостережень / С. Перій, М. Фис, М. Согор // “GeoTerrace-2017”: матеріали Міжн. наук.-техн. конференції молодих вчених, 14-16 грудня 2017р.”. – Львів, Вид. НУ “Львівська політехніка”. – 2017. – С.76-87.
102. Перша GNSS – компанія у північному регіоні України / Я. Яцків, О. Хода, О. Терещук, ... С. Перій [та ін.] // Сучасні досягнення геодезичної науки та виробництва. – 2012. – № 1(23). – С. 38 – 40.
103. Побудова площини нормального перерізу для виконання тригонометричного нівелювання за просторовими вимірюваннями GNSS / С. С. Перій , М. М. Фис, А. Р. Согор [та ін.] // Сучасні досягнення геодезичної науки та виробництва : збірник наукових праць Західного геодезичного товариства УТГК. – 2018. – Вип. 2 (36). – С. 32–35.
104. Привалов И. И. Аналитическая геометрия / И. И. Привалов // - М. Физматгиз. – 1962. – 272 с.
105. Прилепин М. Т. Инструментальные методы геодезической рефрактометрии / М. Т. Прилепин, А. Н. Голубев. // Итоги науки и техники. Геодезия и аэрофотосъемка. – М. ВИНТИ. – 1979. – Т. 15. – С.92.

106. Романовський В. И. Применение математической статистики в опытном деле / В. И. Романовський. – М.: Гостехиздат, 1947. – 247 с.
107. Руководство по эксплуатации Leica TPS1200 / Версия 5.0. Русская www.leica-geosystems.com . – 250 с.
108. Савчук С. Дослідження точності визначення координат базової GNSS – станції Львівського національного аграрного університету / С. Савчук, В. Петак, С. Перій // Сучасні досягнення геодезичної науки та виробництва. – 2012. – № II(24). – С. 51–56.
109. Сарнавський В. Тектонічна структура і геодинамічний режим масивів порід у зоні взаємодії з гідротехнічними спорудами ГЕС і ГАЕС (на прикладі Дністровського комплексного гідровузла) / В. Сарнавський, М. Овсянніков // Сучасні досягнення геодезичної науки та виробництва. – 2005. – № 10. – С. 193-206.
110. Селиханович В. Г. Геодезія Ч. II / В. Г. Селиханович. – М. : Недра, 1981. – 544 с.
111. Сідоров І. С. Сумісне опрацювання супутникових і наземних геодезичних вимірів високоточної мережі будівництва Дністровської ГАЕС / І. С. Сідоров, К. Р. Третяк // Вісник геодезії та картографії. - 2012. - № 3. - С. 6-9. - Режим доступу: http://nbuv.gov.ua/UJRN/vgtk_2012_3_5.
112. Сідоров І. С. Визначення рухів земної поверхні в районі Дністровської ГАЕС супутниковими та наземними методами / І. С. Сідоров, С. С. Перій, В. Г. Сарнавський // Геодинаміка. – 2015. – № 2 (19). – С. 15-25.
113. Спосіб дослідження похибок за перефокусування та кута “і” нівелірів / В. Паук, С. Перій, В. Літинський [та ін.] // “GeoTerrace-2016” : матеріали Міжнар. наук.-техн. конференції молодих вчених, 15-17 грудня 2016 р. – Львів: Видавництво НУ «Львівська політехніка». – 2016. — С.75-78.
114. Спосіб вимірювання взірцевого базиса 2-го розряду для еталонування електронних тахеометрів / В. Літинський, А. Віват, С. Перій, С. Літинський // Геодезія, картографія і аерофотознімання. – Львів: Вид. НУ «Львівська політехніка». – 2015. – Вип. 81. – С. 59-65.

115. Спосіб дослідження ходу фокусувальної лінзи зорових труб нівелірів / В. Літинський, С. Перій, В. Тарнавський [та ін.] // Сучасні досягнення геодезичної науки та виробництва. – Львів, 2016. – Випуск I (31). – С. 69-73.
116. Спосіб фіксації вертикальних і горизонтальних дрижань візирних цілей / В. Літинський, О. Киселик, С. Перій [та ін.]. // Сучасні досягнення геодезичної науки і виробництва. – Львів, 2010. – № 19. – С. 87–90.
117. Стан і проблеми метрологічного забезпечення лінійних вимірювань в Україні / І. С. Тревого, В. С. Купко, О. Л. Костріков [та ін.] // Нові технології в геодезії, землевпорядкуванні та природокористуванні: Тези доп. V Міжнар. наук.-практ. конф., 28-30 жовт. 2010 р. – Ужгород, УжНУ "Говерла" – 2010. – С. 6 – 11.
118. Татарский В. И. Распространение волн в турбулентной атмосфере / В. И. Татарский. – М.: Наука, 1967. – 548 с.
119. Терещук О. І. До питання впливу вертикальної рефракції в геометричному нівелюванні / О. І. Терещук, С. С. Перій // Зб. наук. пр. Міжнародної науково-практичної конференції "Геодезичний моніторинг, геодинаміка і рефрактометрія на межі ХХІ століття".- Вид. Львівським астрономо-геодезичним товариством. ДУ "Львівська політехніка". – Львів, 1998. – С. 99- 101.
120. Тлустяк Б. Т. Исследование закономерностей изменения земной рефракции в прибрежной зоне больших водных поверхностей // Б. Т. Тлустяк // Геодезия, картография и аэрофотосъемка. – 1974. – № 20. – С. 86-93.
121. Тлустяк Б. Т. Статистическая характеристика рефракции световых лучей на морских трассах // Б. Т. Тлустяк, С. С. Перій // Тез. докл. Всесоюзн. совещ. по рефракции электромагнитных волн в атмосфере. – Томск, 1983. – С. 38-46.
122. Третьяк К. Оптимізація побудови геодезичної мережі Дністровської ГАЕС супутниковими радіонавігаційними технологіями / К. Третьяк, І. Сідоров // Сучасні досягнення геодезичної науки та виробництва.– 2005. – № 10 – С. 207-219.

123. Третьяк К. Р. Розроблення методики розрахунку надійності активних моніторингових геодезичних мереж / К. Р. Третьяк, І. Р. Савчин // Вісник геодезії. і картографії. – 2013. – № 1. – С. 5-10.
124. Третьяк К. Р. Геодезичний моніторинг локального геодезичного полігону Дністровської ГАЕС / К. Р. Третьяк., С. С. Перій, І. С. Сідоров // Наук. праці Донец. нац. тех. ун-та. Сер.: гірничо-геологічна. – 2013. – Вип. 1(18). – С. 61-69.
125. Устройства двухкоординатные для измерения угловых перемещений Leica серии NIVEL 200. Руководство по эксплуатации –37 с.
http://www.gfk-leica.ru/files/catfiles/sensors/Nivel200_User_RU.pdf
126. Учет атмосферных влияний на астрономо-геодезические измерения / [Островский А. Л., Джуман Б. М., Заблоцкий Ф. Д., Кравцов Н. И.]. – М.: Недра, 1990. – 235 с.
127. Хвостиков И. А. Метод определения рефракции при точных геодезических измерениях / И. А. Хвостиков. // ДАН СССР. – 1946.- Т. 54 – С. 343.
128. Хижак Л. С. Связь между колебаниями изображений и ошибками углов рефракционного происхождения / Л. С. Хижак. // Геодезия, картография и аэрофотосъемка. – 1964. - № 1. – С. 13-21.
129. Чеботарев А. С. Оценка точности результатов нивелирования / А. С. Чеботарев. // Тр. ЦНИИГАиК. – М. : Геодезиздат. – 1958. – Вып. 85. – С. 3-37.
130. Цванг Л. Р. Измерение турбулентных, потоков тепла и спектров турбулентных пульсаций / Л. Р. Цванг. // Атмосферная турбулентность. Тр. ИФА АН СССР. – М., 1962. – №4. – С. 137-143.
131. Юзефович А. П. Гравиметрия : учебник / А. П. Юзефович, Л. В. Огородова. – М. : Недра, 1980. – 320 с.
132. Angus-Leppan, P. V. (1969), Surface effects on refraction in precise levelling, in REF-EDM Conference on Refraction Effects in Geodesy & Conference on Electronic Distance Measurement, pp. 74–89, Univ. of N. S. W., Sydney, N. S. W., Australia.

133. Angus-Leppan, P. V. (1985). "Refraction by reflection: test results." Proceedings of Third International Symposium on the North American Vertical Datum, Rockville, Maryland, pp. 275-285.
134. Ayhan Ceylan. Determination of the deflection of vertical components via GPS and leveling measurement: A case study of a GPS test network in Konya, Turkey. Scientific Research and Essay. – Vol. 4 (12), pp. 1438-1444, December, 2009; Available online at <http://www.academicjournals.org/SRE>. – ISSN 1992-2248. © 2009, Academic Journals.
135. Bahnert G. Bestimmung und verwendung vertikalen temperaturgradienten / G. Bahnert. // Vermessungstechnik. – Berlin. – 1972. - P. 172–173.
136. Bahnert G. (1986a), Refraktion und Refraktionskoeffizient / G. Bahnert // Vermessungstechnik. – Berlin. – 1986. - Vol. 34(8), P. 276-279.
137. Bahnert G. (1986b), Zur Genauigkeit der geodätischen Refraktionsbestimmung / G. Bahnert // Vermessungstechnik. – Berlin. – 1986. 34(10). P. 345–348.
138. Bokem B. Development of dispersometer for implementation in to geodetic high – accuracy direction measurement systems / B. Bokem. // Mitt. Inst. Geod. and Fotogram. Eidgenöss. Tech. Hochsch. Zurich. – 2001. - № 73. – P. 1-38.
139. Brunner F. K. Vertical Refraction Angle Derived from the Variance of the Angle-Of-Arrival Fluctuations / F. K. Brunner. // Refractive Influences in Astronomy and Geodesy, Tengström E., Teleki G. (Eds.), 1979. – P.227–238.
140. Brunner F. K. Geodetic Refraction: Effects of Electromagnetic Wave Propagation Through the Atmosphere / F. K. Brunner // Springer Science & Business Media, 2012. – 216 p.
141. Complex High Accuracy Satellite and Field Measurements of Horizontal and Vertical Displacements of Control Geodetic Network on Dniester Hydroelectric Pumped Power Station (HPPS) / K. Tretyak, S. Periy, I. Sidorov, L. Babiy. // Geomatics and Environmental Engineering. - vol. 9. - no. 1. – 2015. - pp. 83–96.
<http://dx.doi.org/10.7494/geom.2015.9.1.83>

142. Chrzanowski A. Implementation of trigonometric height traversing in geodetic levelling of high precision / A. Chrzanowski // Department of Surveying Engineering University of New Brunswick P.O. Box 4400 Fredericton, N.B. Canada E3B5A3, Technical report No. 142. - May 1989. – 104 p. <http://www2.unb.ca/gge/Pubs/TR142.pdf>.
143. Deriche R. Using Canny's criteria to derive a recursively implemented optimal edge detector / R. Deriche. // Int. Journal of Computer Vision. - 1987. - 1(2). - P. 167 – 187,
144. Giniotis V. Calibration of coded levelling staffs / Vytautas Giniotis, Donatas Rekus, Ceslovas Aksamitauskas. // The 7th International Conference "Environmental Engineering" Selected Papers. - May 22-23, 2008. - Vol 3. - P. 1310 – 1313.
145. Heiskanen W. E., Moritz H. (1967): Physical Geodesy. W.H. Freeman and Company, San Francisco, London.
146. Hirt C. Monitoring of the refraction coefficient in the lower atmosphere using a controlled setup of simultaneous reciprocal vertical angle measurements / [C. Hirt, S. Guillaume, A. Wisbar, B. Bürki, H. Sternberg] // Journal of geophysical research, vol. 115, D21102, doi:10.1029/2010JD014067, 2010. 14 P. <http://onlinelibrary.wiley.com/doi/10.1029/2010JD014067/pdf>
147. https://www.ngs.noaa.gov/PUBS_LIB/MotorizedLeveling_at_the_National_Geodetic_Survey_TM_NOS_NGS26.pdf.
148. <http://earth-info.nga.mil/GandG/wgs84/gravitymod/egm2008/>
149. Investigation of refraction field over water surfaces / S. Periy, T. Korliatovych, V. Litynskyu, I. Pokotylo // Геодезія, картографія і аерофотознімання. -2017. – Вип. 86. –С.11-18.
150. Kharaghani G. A. Propagation of refraction errors in trigonometric height traversing and geodetic levelling / G. A. Kharaghani // Department of Surveying Engineering University of New Brunswick P.O. Box 4400, Fredericton, N.B. Canada, E3B5A3, Technical report No. 132- November 1987. – 156 p.

151. Kukkamäki T. I. Refraction in precise leveling / T. I. Kukkamäki. // Oster. Z. Vermessungswesen. – 1967. – №25. – 55 p.
152. Leica TPS1200+ Руководство по эксплуатации. –244 с.
[http://idealtach.ru/images/instrukcii/manual_leica_tps_1200+\(idealtach.ru\).pdf](http://idealtach.ru/images/instrukcii/manual_leica_tps_1200+(idealtach.ru).pdf)
153. Leica TS30/TM30. Руководство по эксплуатации. –205 с.
[http://idealtach.ru/images/instrukcii/manual_leica_ts30_tm30\(idealtach.ru\).pdf](http://idealtach.ru/images/instrukcii/manual_leica_ts30_tm30(idealtach.ru).pdf)
154. Moritz Y. Zur Geometrie der Refraktion / Y. Moritz. // Vermessungswesen. Osterr. Z. – 1962. – №1. – 50 p.
155. Pavlis N. K. (2012) The development and evaluation of the Earth Gravitational Model 2008 (EGM2008) / [N. K. Pavlis, S. A. Holmes, S. C. Kenyon, J. K. Factor] J. Geophys. Res., 117, B04406, doi:10.1029/2011JB008916, 2012. 38 P.
156. Perij S. Investigation of accuracy of methods of trigonometric leveling during the transmission of elevations over water surfaces / S. Perij, I. Pokotylo, T. Korliatovych // Геодезія, картографія і аерофотознімання. -2017. –Вип. 85. –С.18-26.
157. Tengstrom E. Elimination of refraction at vertical angle measurements using lasers of different wavelength / E. Tengstrom. // Oster. Z. Vermessungswesen. – 1967. – №55. Sonderh.25. – P.292-303.
158. Whalen C. T. Trigonometric motorized leveling at the National Geodetic Survey. / C. T. Whalen // Proceedings of the Third International Symposium on the North American Vertical Datum, Rockville, MD, 1985, April 21-26, pp. 65-80.