УДК 621.382.33:681

Б.А. Мандзій, І.Я. Казимира
Національний університет "Львівська політехніка",
кафедра теоретичної радіотехніки та радіовимірювань

АНАЛІЗ ОСОБЛИВОСТЕЙ ОПТИМІЗАЦІЙНИХ МОДЕЛЕЙ У ЗАДАЧАХ ПАРАМЕТРИЧНОЇ ОПТИМІЗАЦІЇ ІС

Проаналізовано особливості оптимізаційних моделей у задачах параметричної оптимізації ІС на основі розгляду складових оптимізаційної моделі, основною з яких є критерій оптимальності. Визначено особливості критеріальних функцій у практичних задачах параметричної оптимізації. Особливу увагу приділено тим особливостям задач оптимізації ІС, які необхідно враховувати в процесі автоматизованого схемотехнічного проектування.

The specific features of ICs optimization models have been analysed. We consider all the components of optimization model, i.e. optimality criterion, constraints, optimization variables. The identified specific features of ICs optimisation models are mainly determined by the optimality criteria. The specific features of objective functions in practical optimization problems of ICs are analysed as well. Special attention is paid to those features, which should be taken into account during computer aided design of ICs.

Незважаючи на багаторічний досвід проектування ІС та багаторічну розробку САПР ІС, проектування інтегральних схем і сьогодні часто відбувається за методикою "спроб і помилок", перепроектування. Цей процес може бути тривалим і дорогим і не завжди наближеним до оптимального проектування. Оптимальне проектування складається з багатьох різноманітних етапів, серед яких обов'язковим є побудова математичної моделі (ММ) проектованого об'єкта та визначення за допомогою ММ таких параметрів об'єкта, які б задовольняли всі висунуті до нього вимоги. Тобто якщо процес проектування претендує бути оптимальним, то в ньому обов'язково треба ставити і вирішувати оптимізаційні задачі.

Розглянемо, які проектні процедури автоматизованого проектування ІС належать до процедур оптимального проектування та зводяться до задачі прийняття оптимальних рішень. Передовсім, це процедури параметричної оптимізації в номіналі: забезпечення заданих номінальних значень вихідних параметрів і характеристик схеми $X^{(0)}_{вих\,зад}$ шляхом цілеспрямованої зміни параметрів елементів $X_{внE}$ під управлінням процедури детермінованої оптимізації [1]. По-друге, це процедури оптимального проектування, що враховують статистичний характер об'єкта проектування, а саме статистичні закони розподілу виробничих похибок параметрів елементів схеми $X_{внE}$ та наявність кореляційних зв'язків між ними, а також імовірнісний характер параметрів вхідних інформаційних сигналів $X_{вх}$ та параметрів навколишнього середовища $X_{зв}$. До таких процедур належать процедури статистичної оптимізації, оптимального призначення допусків, центрування, забезпечення максимального виходу працездатних схем, забезпечення технологічної відтворюваності, забезпечення теплоелектричної сумісності тощо.

Розв'язання будь-якої задачі прийняття оптимальних рішень у процесі автоматизованого проектування (за наявності моделі об'єкта) передбачає розробку оптимізаційної моделі [2, 3]. Вона включає: а) розробку (визначення) критерію чи критеріїв оптимальності (функцій мети, функцій якості, цільових функцій); б) формування з множини внутрішніх параметрів схеми $X_{вн}$ змінних параметрів оптимізації $X_{опт}$; в) визначення системи функцій обмежень на основі вимог та умов проектування $X_{ТЗ\,вих}$, $X_{ТЗ\,зовн}$, $X_{ТЗ\,вх}$, $X_{ТЗ\,вн}$, заданих відповідно до ТЗ; г) формалізація задачі у вигляді задачі лінійної, нелінійної, квадратичної, детермінованої, статистичної чи іншого виду оптимізації.

Залежно від виду формалізованої задачі виконується відповідна процедура, що реалізує той чи інший алгоритм оптимізації. Ефективність процедури пошуку оптимального рішення визначається як ефективністю самого алгоритму оптимізації, так і особливостями оптимізаційної моделі, а саме особливостями критеріальних функцій та системи функцій обмежень.

1. Особливості оптимізаційних моделей у задачах параметричної оптимізації ІС

Оптимізаційна модель *($M_{опт}$)* у задачах оптимального проектування має свою канонічну форму [2]. В загальному випадку така форма може бути представлена так.

Знайти: $$x^* = \{x_1^*, x_2^*, \ldots, x_N^*\}^T, \quad (1)$$

що забезпечує $$\min_{x \in R_{opt}} Q(x) = \{q_1(x), q_2(x), \ldots, q_M(x)\} \quad (2)$$

за умови: $$H_i(x) = h_i(x) = 0, \; i = \overline{1,L}, \quad (3)$$

$$G_i(x) = g_i(x) \geq 0, \; j = \overline{1,K}, \quad (4)$$

де: $x^* = \{x_1^*, x_2^*, \ldots, x_N^*\}^T$ – *N*-вимірний вектор оптимальних значень змінних параметрів оптимізації (параметрів елементів схеми); $Q(x) = \{q_1(x), q_2(x), \ldots, q_M(x)\}$ – *M*-вимірний вектор критеріїв оптимальності; $\{H_i(x) = h_i(x) = 0, \; i = \overline{1,L}, \; G_i(x) = g_i(x) \geq 0, \; j = \overline{1,K}\}$ – система функцій обмежень типу, відповідно, рівності і нерівності, які формують область пошуку оптимальних рішень R_{opt}; $x = \{x_1, x_2, \ldots, x_N\}^T$ – *N*-вимірний вектор змінних параметрів оптимізації (це змінні множини $X_{опт}$, що відповідає множині управління ***U*** і утворюється із змінних множини внутрішніх параметрів елементів схеми $X_{внЕ}$).

У загальному випадку задача (1–4) – це багатокритеріальна багатопараметрична задача нелінійного програмування з обмеженнями [4]. Залежно від типу вектора змінних оптимізації ***x*** (1), критерію оптимальності ***Q(x)*** (2) та системи функцій обмежень ***H(x)*** і ***G(x)*** (2–3), загальна задача оптимізації трансформується у відповідні задачі оптимального пошуку. Наприклад, якщо ***x*** – випадкові змінні, то задача (1-4) є задачею статистичної оптимізації; якщо ***Q(x)*** – скаляр, то це задача однокритеріальної оптимізації; якщо відсутні ***H(x)*** і ***G(x)***, то це задача безумовної оптимізації; якщо ***Q(x)***, ***H(x)*** і ***G(x)*** – лінійні функції, то це задача лінійного програмування; якщо ***Q(x)*** – багатоекстремальна функція, то виникає задача пошуку глобального оптимуму тощо. Відповідно для кожного виду задачі оптимізації розроблені свої методи і алгоритми розв'язання, реалізовані у відповідних процедурах оптимального пошуку. Цілісної класифікації як видів задач оптимізації, так і відповідних методів розв'язання та програмних процедур, на жаль, не існує.

Вибір того чи іншого алгоритму оптимального пошуку, головним чином, визначається видом критерію оптимальності. Тому розглянемо особливості критеріальних функцій у задачах параметричної оптимізації ІС.

2. Особливості критеріальних функцій в задачах параметричної оптимізації ІС

У більшості практичних задач критерій оптимальності – це векторний критерій, що передбачає одночасну оптимізацію декількох цільових функцій:

$$Q(x) = \{q_1(x), q_2(x), \ldots, q_M(x)\} = \{f_1(x), f_2(x), \ldots, f_M(x)\}, \tag{5}$$

де $q_i(x) = f_i(x)$ – це i-й частковий критерій оптимальності.

Багатокритеріальний чи векторний вид критерію оптимальності у задачах оптимального проектування ІС зумовлений природою цих задач. При постановці задачі оптимального проектування ІС, з одного боку, критерій повинен мати конкретний фізичний зміст, з іншого – від нього вимагається якомога повніша і всебічніша характеристика об'єкта проектування – ІС. Але вимогу функціональної повноти важко задовольнити за допомогою лише одного скалярного показника, оскільки він, зазвичай, характеризує конкретну особливість схеми. Тому і доводиться розглядати сукупність показників $\{q_1(x), q_2(x), \ldots, q_M(x)\}$, кожен з яких має конкретну фізичну інтерпретацію і дає змогу оцінити якість оптимального розв'язку x^* з різних поглядів.

Розглянемо конкретні види критеріїв оптимальності, які найчастіше використовуються при постановках задач оптимального проектування ІС. Графічна інтерпретація критеріальних функцій, що розглядаються, показана на рис. 1.

1. Найзручнішим і таким, що найчастіше використовується, є векторний критерій оптимальності, в якому i-й частковий критерій є квадратом відхилень вихідного параметра схеми чи сумою квадратів відхилень вихідної характеристики від заданих у ТЗ значень. Наприклад:

$$q_i(x) = \left(x_{вих_i}(x) - x^{(0)}_{вих\ зад_i}\right)^2, \quad i = \overline{1, M} \tag{6}$$

для i-го вихідного параметра схеми чи:

$$q_i(x) = \frac{1}{K}\sum_{k=1}^{K}\gamma_k\left(x_{вих_i}(x, x_{вх_k}) - x^{(0)}_{вих\ зад_i}(x_{вх_k})\right)^2, \quad i = \overline{1, M} \tag{7}$$

для i-ї вихідної характеристики схеми $x_{вих_i}(x, x_{вх})$ як функції від вхідного параметра (частоти, часу тощо) чи $x_{вих_i}(x, x_{зовн})$ як функції від параметра зовнішнього середовища (температури, радіації тощо), де K – кількість точок дискретного набору заданої у ТЗ вихідної характеристики ІС; γ_k – коефіцієнти важливості діапазону зміни вхідного чи зовнішнього параметра.

Вид часткового критерію (6–7) забезпечує мінімум функції невідповідності (помилки) між заданим у ТЗ номінальним значенням вихідного параметра чи заданою у ТЗ формою і значенням вихідної функціональної характеристики та реальними їх значеннями для схеми, що проектується. Іншими словами, частковий критерій оптимальності (6–7) відображає ступінь близькості параметра чи характеристики, які оптимізуються, до бажаних значень. Мінімізація функцій (6–7) забезпечує близькість характеристик за середнім квадратичним відхиленням, а їх максимізація може бути використана при аналізі на найгірший випадок [5]. Графічна інтерпретація часткового критерію (7) показана на рис. 1.а. Конкретним прикладом використання такого критерію може бути постановка задачі забезпечення заданих умов функціонування схеми. Наприклад, при розрахунку електронної схеми за постійним струмом треба визначити такі значення резисторів, що забезпечили б заданий режим роботи N_Q транзисторів схеми. У цьому випадку часткові критерії оптимальності визначаються як сума квадратів неспівпадіння робочих точок транзисторів, тобто струму колектора i_K та падіння напруги колектор-емітер u_{KE} із заданими режимами роботи транзисторів i_K^{T3}, u_{KE}^{T3}. Якщо виразити робочі точки через вузлові напруги, то отримаємо такий критерій:

$$min\ q(x) = \left\{ \left(i_{K_j} - i_{K_j}^{T3} \right)^2, \left(u_{KE_j} - u_{KE_j}^{T3} \right)^2, j = \overline{1, N_Q} \right\}. \quad (8)$$

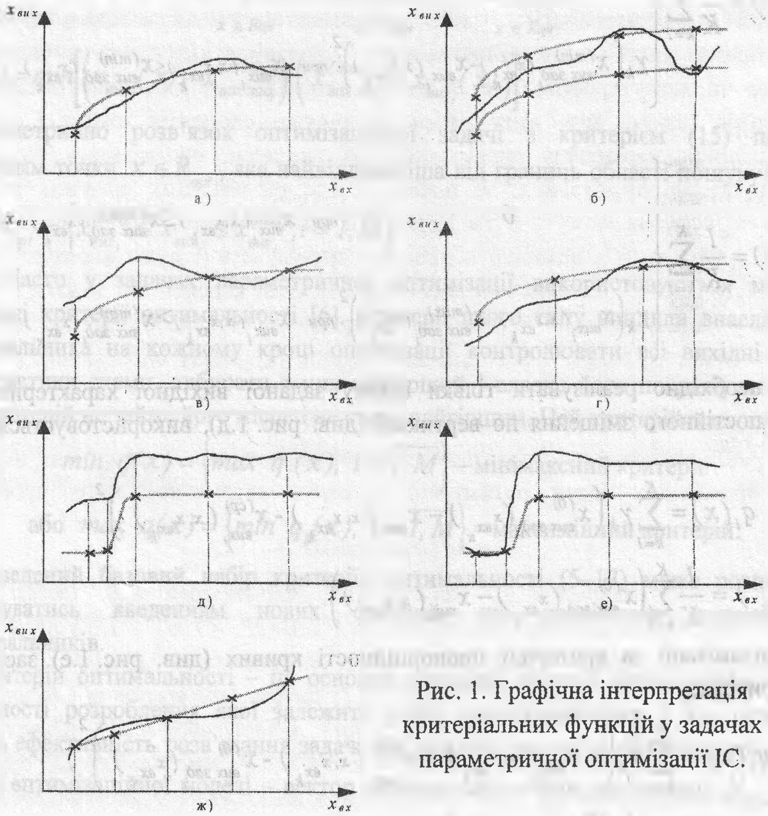

Рис. 1. Графічна інтерпретація критеріальних функцій у задачах параметричної оптимізації ІС.

Якщо до вихідної характеристики не виставлено жорстких вимог щодо номінального значення $x_{вих\ зад}^{(0)}$, а задано лише деяку зону (коридор), позначену верхніми і нижніми допустимими границями $x_{вих\ зад}^{(min)}, x_{вих\ зад}^{(max)}$ (див. рис. 1.б), частковий критерій оптимальності має такий вигляд:

$$q_i(x)=\frac{1}{K}\sum_{k=1}^{K}\begin{cases}0 & \text{при } x^{(min)}_{вих\ зад_i}(x_{вх_к})<x_{вих_i}(x,x_{вх_k})<x^{(max)}_{вих\ зад_i}(x_{вх_к})\\ \gamma_k\left(x_{вих_i}(x,x_{вх_k})-x^{(max)}_{вих\ зад_i}(x_{вх_к})\right)^2 & \text{при } x_{вих_i}(x,x_{вх_k})>x^{(max)}_{вих\ зад_i}(x_{вх_к})\\ \gamma_k\left(x^{(min)}_{вих\ зад_i}(x_{вх_к})-x_{вих_i}(x,x_{вх_k})\right)^2 & \text{при } x_{вих_i}(x,x_{вх_k})<x^{(min)}_{вих\ зад_i}(x_{вх_к})\end{cases} \quad (9)$$

За необхідності забезпечити перевищення вихідним параметром деякого граничного значення $x^{(min)}_{вих\ зад}$ (див. рис. 1.в) чи не перевищення значення $x^{(max)}_{вих\ зад}$ (див. рис. 1.г), частковий критерій оптимальності є таким:

$$q_i(x)=\frac{1}{K}\sum_{k=1}^{K}\begin{cases}0 & \text{при } x_{вих_i}(x,x_{вх_k})\geq x^{(min)}_{вих\ зад_i}(x_{вх_к})\\ \gamma_k\left(x^{(min)}_{вих\ зад_i}(x_{вх_к})-x_{вих_i}(x,x_{вх_k})\right)^2 & \text{при } x_{вих_i}(x,x_{вх_k})<x^{(min)}_{вих\ зад_i}(x_{вх_к})\end{cases} \quad (10)$$

або

$$q_i(x)=\frac{1}{K}\sum_{k=1}^{K}\begin{cases}0 & \text{при } x_{вих_i}(x,x_{вх_k})\leq x^{(max)}_{вих\ зад_i}(x_{вх_к})\\ \gamma_k\left(x_{вих_i}(x,x_{вх_k})-x^{(max)}_{вих\ зад_i}(x_{вх_к})\right)^2 & \text{при } x_{вих_i}(x,x_{вх_k})>x^{(min)}_{вих\ зад_i}(x_{вх_к})\end{cases} \quad (11)$$

Якщо необхідно реалізувати тільки форму заданої вихідної характеристики при ігноруванні постійного зміщення по вертикалі (див. рис. 1.д), використовується критерій зсуву:

$$q_i(x)=\sum_{k=1}^{K}\gamma_k\left(x^{(0)}_{вих\ зад_i}(x_{вх_к})-x_{вих_i}(x,x_{вх_k})-x^{(cp)}_{вих_i}(x,x_{вх_k})\right)^2, \quad (12)$$

де $x^{(cp)}_{вих_i}(x,x_{вх_k})=\dfrac{1}{K}\sum_{k=1}^{K}\left(x^{(0)}_{вих\ зад_i}(x_{вх_к})-x_{вих_i}(x,x_{вх_k})\right)$.

При оптимізації за критерієм пропорційності кривих (див. рис. 1.е) застосовують такий тип критерію:

$$q_i(x)=\sum_{k=1}^{K}\gamma_k\left(-x_{вих_i}(x,x_{вх_k})\times x^{(cp)}_{вих_i}(x,x_{вх_k})-x^{(0)}_{вих\ зад_i}(x_{вх_к})\right)^2, \quad (13)$$

де $x^{(cp)}_{вих_i}(x,x_{вх_k})=\dfrac{1}{K}\sum_{k=1}^{K}\left(x^{(0)}_{вих\ зад_i}(x_{вх_к})\Big/x_{вих_i}(x,x_{вх_k})\right)$.

При оптимізації за критерієм лінійності за умови нехтування кута нахилу прямої (див. рис. 1.ж) використовується критерій такого вигляду:

$$q_i(x)=\sum_{k=1}^{K}\gamma_k\left(a_0+a_1x_{вх_k}-x_{вих_i}(x,x_{вх_k})\right)^2, \qquad (14)$$

де $b_1=\left(\sum_{k=1}^{K}x_{вх_k}\sum_{k=1}^{K}x_{вих_i}(x,x_{вх_k})-K\sum_{k=1}^{K}x_{вх_k}x_{вих_i}(x,x_{вх_k})\right)\Big/\left(\left(\sum_{k=1}^{K}x_{вх_k}\right)^2-K\sum_{k=1}^{K}x^2_{вх_k}\right)$,

$b_0=\frac{1}{K}\left(\sum_{k=1}^{K}x_{вих_i}(x,x_{вх_k})-b_1\sum_{k=1}^{K}x_{вх_k}\right)$.

2. Наступний тип – це частковий критерій оптимальності, що забезпечує пошук найкращого (з погляду забезпечення технічних вимог) варіанта схеми, що проектується. Якщо на вихідні параметри і характеристики у ТЗ задані допустимі границі $x^{(min)}_{вих\ зад_i}, x^{(max)}_{вих\ зад_i}, i=\overline{1,M}$ без заданих $x^{(0)}_{вих\ зад\ i}$ (аналогічно (11)), критерій оптимальності має такий вигляд [2]:

$$\max_{x\in R_{opt}} q_1(x), \max_{x\in R_{opt}} q_2(x), \ldots\ldots, \max_{x\in R_{opt}} q_m(x), \qquad (15)$$

де $q_i(x)=min\left[\left(x_{вих_i}(x)-x^{(min)}_{вих\ зад_i}\right),\left(x^{(max)}_{вих\ зад_i}-x_{вих_i}(x)\right)\right]$.

Геометрично розв'язок оптимізаційної задачі з критерієм (15) пов'язаний із визначенням точки $x\in R_{opt}$, яка найвіддаленіша від границь області пошуку оптимальних рішень $R_{opt}=\left\{x^{(min)}_{вих_i}\le x_{вих_i}\le x^{(max)}_{вих_i}, i=\overline{1,M}\right\}$.

3. Часто у задачах параметричної оптимізації використовуються мінімаксні чи максимінні критерії оптимальності [6]. Критерії цього типу виникли внаслідок бажання проектувальника на кожному кроці оптимізації контролювати всі вихідні параметри і характеристики схеми, вибирати з них найгірший і власне його покращувати доти, доки інший критерій не займе його місце і не стане найгіршим. Цей критерій має такий вигляд:

$$min\ q(x)=\left\{max\ \ q_i(x),\ i=\overline{1,M}\right\}\text{ – мінімаксний критерій} \qquad (16)$$

$$\text{або } max\ \ q(x)=\left\{min\ \ q_i(x),\ i=\overline{1,M}\right\}\text{ – максимінний критерій.} \qquad (17)$$

Наведений базовий набір критеріїв оптимальності (5–17) може розширюватись і модифікуватись введенням нових функцій, що реалізують додаткові вимоги проектувальників.

Критерій оптимальності – це основна складова частина оптимізаційної моделі, від правильності розроблення якої залежить успіх проектувальника, і від складності якої залежить ефективність розв'язання задачі. Не менший вплив на ефективність мають і інші складові оптимізаційної моделі – вектор змінних параметрів оптимізації $X_{опт}$ та система функцій обмежень ***H(x)*** і ***G(x)***. Вплив розмірності вектора $X_{опт}$, яка пропорційна ступеню інтеграції ІС, та розмірності системи функцій обмежень ***H(x)*** і ***G(x)*** на ефективність має експоненційний характер, а тип $X_{опт}$ (детерміновані чи статистичні) і вид області пошуку оптимальних рішень R_{opt}, що утворюється з ***H(x)*** і ***G(x)*** (випукла, увігнута, однозв'язна чи багатозв'язна), ускладнюють розв'язання оптимізаційних задач.

3. Висновки

Узагальнюючи описані характеристики оптимізаційних моделей, виділимо ті особливості задач оптимального проектування ІС, які необхідно враховувати при розв'язанні задач практичної оптимізації схем: 1) висока складність моделі об'єкта оптимізації, що виключає можливість аналітичного описання і пов'язаний з цим великий час аналізу моделі числовими методами; 2) багатокритеріальний характер задачі; 3) велике різноманіття конкретних постановок задач оптимізації і пов'язана з цим складність формалізації оптимізаційної моделі, зокрема, формування критерію оптимальності $Q(x)$; 4) складний багатоекстремальний характер критеріальних функцій $q_i(x)=f_i(x)$, що викликає необхідність застосування складних процедур глобального пошуку; 5) неоднаковий вплив внутрішніх параметрів на вихідні параметри і характеристики, що викликає необхідність застосування спеціальних процедур селекції змінних параметрів оптимізації з множини внутрішніх параметрів елементів; 6) необхідність виконання умов технологічної і схемної (функціональної) відтворюваності, що накладає додаткові умови у задачі оптимізації і збільшує розмірність системи функцій обмежень; 7) наявність класу задач, у яких кінцева ціль (параметр чи характеристика) не задані, а необхідно забезпечити "найкращу"; 8) великий діапазон різниці між величинами параметрів елементів схеми і, очевидно, значеннями змінних параметрів оптимізації, що викликає необхідність застосування спеціальних процедур нормування; 9) початкові (до оптимізації) значення параметрів окремих елементів схеми можуть бути далекі від оптимального; 10) розв'язання задачі параметричної оптимізації в номінали недоцільно отримувати з дуже високою точністю, оскільки параметри мають технологічні відхилення та тісні кореляційні зв'язки між собою (окрім випадку ідентифікації параметрів моделей); 11) необхідність врахування ймовірнісного характеру задачі – статистичних законів розподілу виробничих похибок та кореляційних зв'язків.

Пераховані особливості задач оптимізації ІС чітко відрізняють їх від задач оптимізації інших технічних об'єктів, що і пояснює виникнення специфічних підходів до розв'язання прикладних задач оптимізації у сфері автоматизованого проектування ІС [2,7,8].

1. Брейтон Р.К., Хечтел Г.Д., Санджованни-Винчентелли А.Л. Обзор методов оптимального проектирования интегральных схем // ТИИЭР. – 1981. – Т.69, №10. – С. 180–215. 2. Батищев Д.И. Методы оптимального проектирования. – М., 1984. 3. Koval V.A., Blyzniuk M.B., Kazymyra I.Y. Simplified Models of IC's for the Acceleration of Circuit Design. // Mixed Design of Integrated Circuits and Systems, editors: A.Napieralski et al. – Kluwer Academic Publishers, Boston/Dordrecht/London, 1998. – P.149-155. 4 Химмельблау Д. Прикладное нелинейное программирование: Пер. с англ. – М., 1975. 5 Диалоговые системы схемотехнического проектирования / В.И.Анисимов, Г.Д.Дмитревич, К.Б.Скобельцин и др. / Под ред. В.И.Анисимова. – М., 1988. 6. Батищев Д.И. Поисковые методы оптимального проектирования. – М., 1975. 7. Глориозов Е.Л., Ссорин В.Г., Сыпчук П.П. Введение в автоматизацию схемотехнического проектирования. – М., 1976. 8. Моделирование и оптимизация на ЭВМ радиоэлектронных устройств / Бененсон З.М., Елистратов М.Р., Ильин Л.К. и др./ Под ред. З.М.Бененсона. – М., 1981.