УДК 621.382

Р.А. Мельник
Національний університет "Львівська політехніка",
кафедра програмного забезпечення

НАКЛАДАННЯ МАКРОМОДЕЛЕЙ НА КОЛОВІЙ МОДЕЛІ В ЗАДАЧАХ РОЗМІЩЕННЯ, РОЗБИТТЯ ТА ПАКУВАННЯ НВІС

Розглянуто підхід до розв'язування задачі розбиття та пакування макромоделей на основі алгоритмів укладання та розміщення графів на лінійці та колі. Описано особливості конструктивних алгоритмів, що базуються на методі накладання макромоделей.

The approach with crossing macromodels on circle model for VLSI placement, partitioning and packaging problems is described. The properties of the constructive algorithms based on the graph linear placement, crossing macromodels and assignment algorithms are considered.

Вступ

Оптимальне укладання графа на лінійці та колі дозволяє отримати оптимальне розбиття за будь-якими кількісними обмеженнями на розміри блоків та найкращі компоненти з точки зору пакування. Одним з можливих способів пошуку оптимального укладання на зазначених моделях є метод накладання макромоделей на колових та лінійних моделях позицій.

1. Лінійна та колова моделі в задачах розбиття та пакування

Розв'язування задач пакування та компонування, як і більш простих задач розбиття, здійснюється, як правило, у просторі вершин та ребер графа без прив'язування до певної конкретної просторової метрики [1, 2]. У роботі [3] для розбиття використана модель впорядкованих вершин на лінійці та колі рівновіддалених позицій та застосуванні алгоритмів послідовного розміщення вершин графа у цих позиціях як для розбиття, так і для пакування. В роботі [3] використано "обернений" підхід, який базується на факті, що оптимальне укладання графа на лінійці дозволяє отримати оптимальне розбиття за будь-якими кількісними обмеженнями на розміри блоків та найкращі компоненти з точки зору пакування. Термін "обернена" означає, що пошук оптимального розв'язку розбиття чи пакування здійснюється на основі оптимального розв'язування похідної задачі – розміщення на лінійних просторах.

Розглянемо передумови використання лінійних моделей розміщення до задач розбиття та пакування. Нехай граф G з рис. 1,а певними алгоритмами укладений на позиціях лінійки.

Функція сумарної довжини провідників укладання графа виражається як

$$F = \sum_{i,j} c_{i,j} \cdot d_{i,j},$$

де c_{ij} - кількість зв'язків між вершинами графа G, а d_{ij} - метрична віддаль ($d_{ii+1}=1$) між цими вершинами. Для укладань графів на рис. 1,б та 1,в вона приймає відповідно значення $F=27$ та $F^{*}=20$.

Наведемо міркування, за яким вірогідність знаходження розбиття графа з кращими показниками (менша сумарна кількість перетнутих ребер, менша кількість фрагментів пакування тощо) є тим більшою, чим менше є значення цільової функції в задачі лінійного розміщення (укладання) графа. Позначимо через G_L^* глобально оптимальне укладання графа G на лінійці, якому відповідає функція F^* . Замінимо укладений на лінійці граф G на граф G_p (“проекцію”), який утворюється заміною кожного з ребер між двома несусідніми на лінійці вершинами, послідовністю ребер, які з’єднують вершини, над якими проходить це ребро. Тоді у функції сумарної довжини з’єднань всі метричні довжини з’єднань стають рівними і виносяться у спільний знаменник. Глобально оптимальне значення функції F^* складається з суми (n-1) зв’язків між вершинами, тобто

$$F^* = c_{12} + c_{23} + c_{34} + c_{45} + c_{56} + c_{67} + \ldots + c_{(n-1)\,n},\ c_{ij} \in C^*.$$

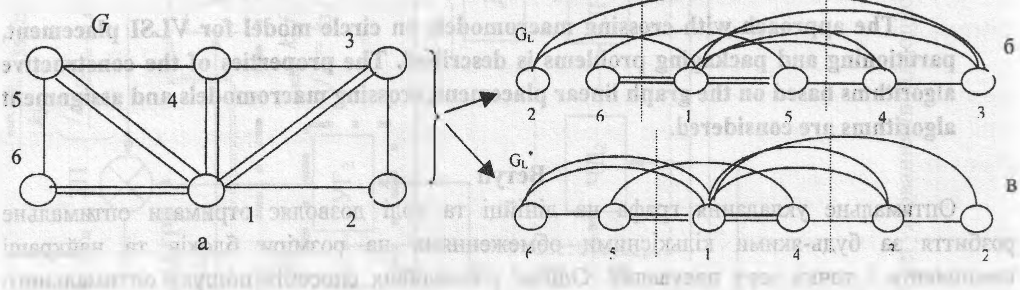

Рис. 1. Приклади укладання графа на лінійці

Зазначимо властивості глобально оптимального укладання графа на лінійці:

1. В межах фрагментів графів (укладених на лінійці) вершини розміщені з глобально оптимальними значеннями функції сумарної довжини (наприклад, на рис. 2,а для вершин 5,1,4,3 виділеного фрагмента маємо $F^* = 11$).
2. Об’єднані фрагменти (без позначення внутрішніх зв’язків та координат зв’язків, що виходять назовні) розміщені на лінійці глобально оптимальним чином (наприклад, на рис. 2,б між виділеними фрагментами маємо $F^* = 9$).
3. Для будь-якого іншого укладання значення цієї суми буде більшим, тобто більшість складових буде більшою.

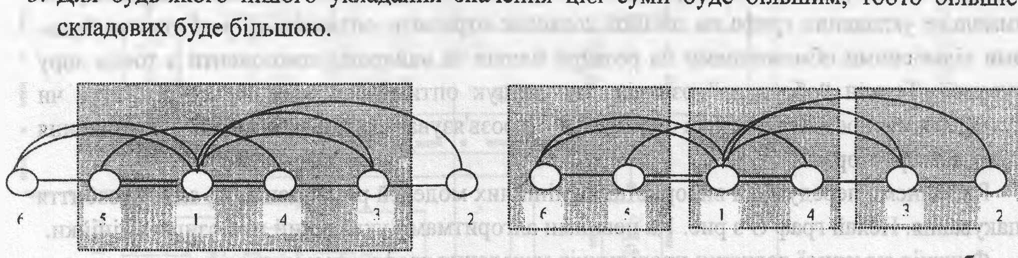

Рис. 2. Приклади виділення фрагментів графа на лінійці

4. Будь-яке переставляння пари вершин приводить тільки до збільшення значень окремих складових цієї суми.
5. Завжди можна утворити підмножину $C^*_{ij} \supseteq C^*$ так, щоб $F^*_{ij} < F_{ij}$.

6. Припустимо, що певними перестановками вершин ми знайдемо таке $F > F^*$, у якому в окремих перетинах $c_{ij} < c^*_{ij}$. Але подібні значення можуть зустрічатися в оптимальному укладанні в іншому перетині. Тобто найменші можливі густини в неоптимальному укладанні повторяться в оптимальному, можливо у іншому за порядковим номером, січенні.
7. Вірогідність знаходження меншої кількості перетнутих ребер при відділенні фрагмента графа (з заданою кількістю вершин у ньому) від лівого чи правого кінця лінійки для оптимального варіанта більша, ніж для неоптимального. Приклад відділення двох вершин в оптимальному укладанні дає в перетині зліва 5 і справа 4 ребер (рис. 1,б). Відповідно, для двох вершин в неоптимальному варіанті маємо 5 і 6 ребер (рис. 1,в).

Наведені міркування не є строгим доведенням, але вони прийнятні для евристичних методів отримання практичних результатів. Модель лінійного укладання використовується для пакування та розбиття. Вона необхідна для розв'язування просторових задач розміщення. Вона є корисною з погляду зменшення складності алгоритмів маніпуляції з даними завдяки ось чому: 1) є свобода вибору алгоритмів укладання графа на лінійці, в тому числі точного чи наближеного, конструктивних чи ітераційних; 2) пошук оптимальних фрагментів розбиття здійснюється алгоритмами одномірного пошуку екстремумів на функції густини перетинів.

Оптимальне укладання графа на лінійці є самостійною задачею і до її розв'язування використовуються точні та наближені методи, зокрема сканування та макромоделювання. Будучи корисною для розв'язування багатовимірних задач розміщення, розбиття і пакування, лінійна модель має недоліки, наприклад, порівняно з коловою моделлю. При пошуку фрагментів можливі випадки, коли фрагмент утворюється з двох частин, що розташовані на краях лінійки. Для їх пошуку потрібні додаткові процедури опрацювання правого і лівого кінців лінійки (перебір варіантів, що містять вершини з різних сторін лінійки). Якщо граф укласти на колі, то пошук фрагментів розбиття здійснюється процедурою виділення суцільного фрагмента, який укладений на колі.

При заміні лінійки на коло приймемо твердження: оптимальне з точки зору сумарної довжини з'єднань укладання на лінійці після згинання та об'єднання протилежних кінців лінійки утворить оптимальне укладання елементів на колі. Більше того, неоптимальне укладання графа на лінійці, отримане з оптимального циклічним перенесенням вершин з одного кінця на другий, також приводять до оптимального колового укладання. Сказане проілюстровано на рис. 3, де з трьох лінійок (перша - з оптимальним укладанням) утворюється одна і та сама послідовність на колі.

Рис. 3. Утворення колового укладання з лінійки

Це означає, що після розв'язання задачі оптимального укладання графа на колі його перетворення в оптимальне укладання на лінійці здійснюється після знаходження точки оптимального розрізання кола. Ця точка після додаткового перерахунку *n-1* значень цільової функції від вершин графа лінійного укладання та їх перебору буде вибрана як найкраща.

2. Побудова та накладання макромоделей для розміщення на колі

До задачі оптимального укладання графа на колі застосуємо принцип накладених макромоделей [1]. Мінімальні порядок розбиття графа на макромоделі є 2×2 , тобто розбиття на дві частини без обмежень і розбиття на дві частини з такими, наприклад, обмеженнями: тільки половина з вершин раніше утворених фрагментів може увійти у фрагмент, що формується підчас другого розбиття. Приклад такого накладання наведено на рис. 4,а. Можлива більша деталізація макромоделей, тобто збільшення їх кількості та зменшення розмірів фрагментів, наприклад, 2×3 (рис. 4,б). Але для трьох і більше макромоделей необхідно розв'язувати задачу лінійного розміщення.

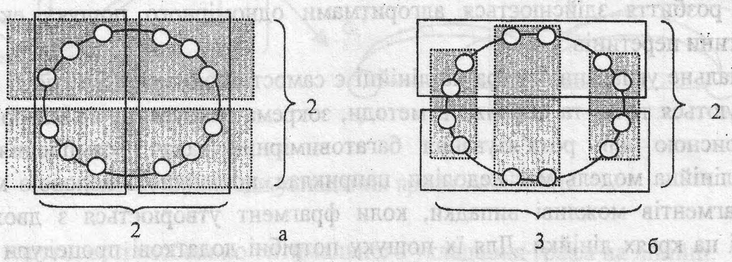

Рис. 4. Утворення перетинів макромоделей на колі

Формування макромоделей, що перетинаються, здійснюються процедурою, яка базується на двократній побудові дерев згортання графів. На рис. 5 компоненти M_1 , M_2 формуються алгоритмами компонування без обмежень на склад вершин у кінцевій компоненті, M^1 , M^2 - з урахуванням попереднього компонування. Певні особливості компонування пов'язані з парністю чи непарністю числа елементів в компонентах. Однак для великих кількостей елементів вплив поділу з точністю до одного елемента в компоненті неістотний.

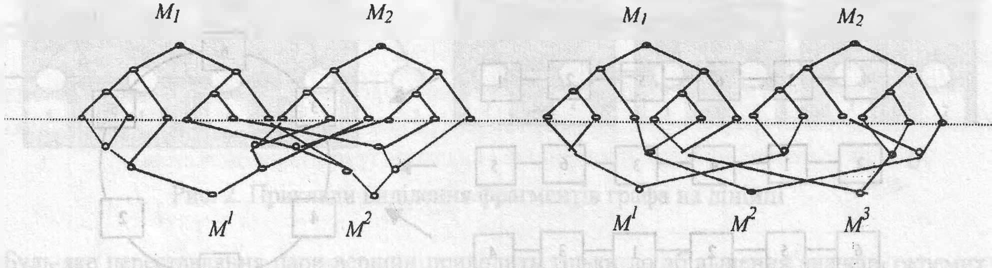

Рис. 5 Побудова перетинів 2×2 і 2×3 макромоделей на колі

Отримані в результаті макромоделювання позиції вершин графа на колі приймаються за початкові для уточнення їх позицій (зменшення цільової функції сумарної довжини провідників) методами локального характеру, в яких здійснються перестановки вершин в межах груп.

3. Експериментальні результати

Приклад залежності функції густини перетинів для мультиграфа на 14 вершин від значення оптимізованої функції показано на рис. 6. Найкраще значення цільової функції отримано за допомогою макромоделювання та розміщення на коловій моделі. Два інші результати отримані різними алгоритмами розміщення на лінійці.

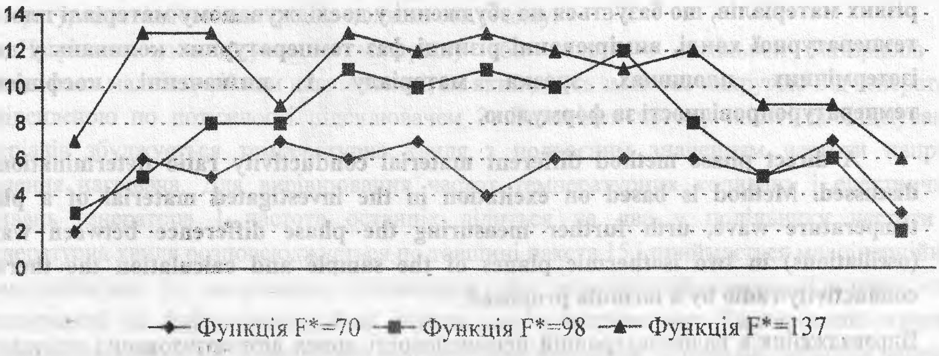

Рис. 6. Функції густини перетинів для різних результатів укладання

Висновок

Реалізовані методи з використанням накладання макромоделей на колових моделях є корисними для розв'язування задач пакування та розміщення інтегральних схем. Отримані результати тестування вказують на можливість отримання компонент тим кращих розбиття та пакування, чим менше значення цільової функції задачі розміщення на лінійних просторах укладання.

1. Мельник Р.А. Алгоритми ієрархічного моделювання просторової та площинної топології НВІС. – Львів, -1999. - 180 с. 2. Мельник Р.А. Тривимірне пакування графів на основі накладання макромоделей // Відбір і обробка інформації. – 1998. - №12 (88). - С.124-129. 3. Мельник Р.А. Розбиття та пакування макромоделей на основі розміщення графів на лінійці // Теоретична електротехніка. - Львів, 2000. - № 55. - С.149-154.