

УДК 528.93

ІНВАРІАНТИ ПТК ЯК КРИТЕРІЇ КАРТОГРАФІЧНОЇ КОРЕКТНОСТІ АРХІВНИХ ТОПОКАРТ

В. Мельник, Н. Муляр, В. Расюн

Східноєвропейський національний університет імені Лесі Українки

Ключові слова: інваріантність, ПТК, індикатриса Тіссо, ГІС, нелінійна деформація, афінне перетворення, поліноми.

Постановка проблеми

У сучасних умовах потрібно, щоб міська топографічна мережа відповідала сучасному стану території [1, 2]. Топографічна основа створюється (оновлюється) переважно із використанням топографічних карт, створених 20–30 років тому [3, 4]. Для того, щоб створювана міська ГІС мала достовірну і повну топографо-геодезичну інформацію, необхідно здійснити оцінку змісту архівного картматеріалу. Одним із методів є створення планів твердих (стійких, стабільних) контурів.

Виклад основного матеріалу проблеми

План твердих контурів (ПТК) – контурний спеціалізований топографічний план, що створюється у цифровому вигляді, точність якого відповідає точності топографічного плану масштабу 1:500.

На основі ПТК можна отримувати кількісні інваріантні характеристики стабільності або динаміки досліджуваних територій. Такі характеристики мають особливе значення для малих міст та районних центрів, які, здебільшого, не мають достатньо коштів для переходу на цифрові технології.

Аналіз останніх досліджень та публікацій, які стосуються вирішення цієї проблеми

Відповідні дослідження актуальні та своєчасні. За винятком [5] у літературі відсутні публікації з цієї теми.

Невирішені частини загальної проблеми

Одним із можливих методів аналізу архівних топоматеріалів є створення ПТК. У випадку зіставлення контурів доцільне застосування математичного апарату середньоквадратичного прогнозу Колмогорова–Вінера.

Постановка завдання проблеми

Теоретично обґрунтувати інваріантні оцінки ПТК; на конкретному прикладі отримати значення величин деформації внаслідок растрового сканування; проілюструвати методику аналізу архівних картографічних матеріалів і можливості її використання у сучасному геодезичному виробництві.

Виклад основного матеріалу проблеми

1. Інваріантні визначення. Аналізуючи різночасові карти, важливо коректно оцінювати деформації (спотворення) [6, 7]. Для цього пропонуємо модифікований варіант розрахунків індикатрис Тіссо.

У літературі детально розглянуто методику визначення параметрів індикатрис Тіссо за результатами картометрії картографічної сітки [6]. У випадку спотворення і трансформації цифрових карт така методика має істотні обмеження.

Трансформування, тобто перетворення зображень в іншу систему координат з урахуванням можливих похибок вихідних матеріалів, які виникають під впливом нелінійної деформації основи вихідного матеріалу (папір, фотопапір, пластик тощо) і похибок сканування, є головними операціями під час складання карт.

Для опису кількісних співвідношень параметрів деформаційного поля використовуємо оператор трансляції (зміщення) у тензорній формі на площині:

$$T = \begin{vmatrix} \frac{\partial r_x}{\partial x} & \frac{\partial r_x}{\partial y} \\ \frac{\partial r_y}{\partial x} & \frac{\partial r_y}{\partial y} \end{vmatrix}. \quad (1)$$

Елементами тензора T є коефіцієнти лінійних співвідношень

$$dr_x = \frac{\partial r_x}{\partial x} dx + \frac{\partial r_x}{\partial y} dy; \quad dr_y = \frac{\partial r_y}{\partial x} dx + \frac{\partial r_y}{\partial y} dy, \quad (2)$$

які є проєкціями вектора зміщень r на осі координат.

Коефіцієнти лінійних співвідношень відношень (2) відповідають коефіцієнтам афінного перетворення 2D так, що

$$\frac{\partial r_x}{\partial x} = a_1; \frac{\partial r_x}{\partial y} = a_2; \frac{\partial r_y}{\partial x} = b_1; \frac{\partial r_y}{\partial y} = b_2. \quad (3)$$

Тензор T згідно із (3) має вигляд:

$$T = \begin{vmatrix} a_1 & a_2 \\ b_1 & b_2 \end{vmatrix}. \quad (4)$$

Тензор T можна розкласти на симетричну і косиметричну частини [8]. Симетричний (деформаційний T_{def}) тензор має вигляд:

$$T_{def} = \begin{vmatrix} a_1 & \frac{1}{2}(a_2 + b_1) \\ \frac{1}{2}(a_2 + b_1) & b_2 \end{vmatrix}, \quad (5)$$

а кососиметричний (тензор повороту) відповідно:

$$T_{rot} = \begin{pmatrix} 0 & -\frac{1}{2}(b_2 - a_1) \\ \frac{1}{2}(b_2 - a_1) & 0 \end{pmatrix}. \quad (6)$$

Власні значення T_{def} знаходять з розв'язку лінійних рівнянь

$$\begin{vmatrix} a_1 - I_1 & \frac{1}{2}(a_2 + b_1) \\ \frac{1}{2}(a_2 + b_1) & b_2 - I_2 \end{vmatrix} = 0. \quad (7)$$

Відповідно

$$I_1 = \frac{a_1 + b_2}{2} + \frac{\sqrt{(a_1 + b_2)^2 + (a_2 + b_1)^2 - 4a_1b_2}}{2};$$

$$I_2 = \frac{a_1 + b_2}{2} - \frac{\sqrt{(a_1 + b_2)^2 + (a_2 + b_1)^2 - 4a_1b_2}}{2}, \quad (8)$$

де I_1 і I_2 – власні значення симетричного тензора, які є коефіцієнтами стиснення (розтягу) вздовж головних осей деформації та залишаються взаємно ортогональними.

Орієнтація головних осей деформації визначається кутом φ , який є кутом між напрямком головної осі з віссю абсцис:

$$\operatorname{tg} 2\varphi = \frac{a_2 + b_1}{a_1 - b_2}. \quad (9)$$

За матрицею T_{rot} обчислюють кут повороту ω головних осей деформації:

$$w = \frac{1}{4}(b_1 - a_2)^2. \quad (10)$$

Вказані параметри є інваріантними характеристиками якості архівних картматеріалів.

Метод інваріантів широко застосовується у геодинаміці [8, 5]. Суть методу така. Нехай маємо деяку ділянку з каталогом координат x_i і y_i , приростами dx і dy . Проекції кожного вектора на осі координат можна записати у вигляді системи рівнянь:

$$\begin{cases} u_i = e_{11}x_i + e_{12}y_i + a_1 \\ v_i = e_{21}x_i + e_{22}y_i + a_2 \end{cases}, \quad (11)$$

де величина l_{ij} є тензором деформації

$$T = \begin{vmatrix} e_{11} & e_{12} \\ e_{21} & e_{22} \end{vmatrix}. \quad (12)$$

Рівняння (11) має шість невідомих, для обчислення яких потрібно мати, як мінімум, три такі системи.

Отже, найпростішим елементом-симплексом у двовимірному просторі є трикутник, з розв'язку якого можна отримати максимальний зсув γ , дилатацію ρ та кут повороту ω усієї досліджуваної ділянки [8]:

$$g_m = \sqrt{g_1^2 + g_2^2};$$

$$w = \frac{1}{2}(e_{12} - e_{21});$$

$$r = \frac{e_{11} + e_{22}}{2}, \quad (13)$$

де $g_1 = e_{11} - e_{22}$ і $g_2 = e_{12} + e_{21}$.

Якщо точок більше ніж три, то розв'язання можна здійснювати за МНК:

$$\begin{cases} u_1 = e_{11}x_1 + e_{12}y_1 + a_1 \\ v_1 = e_{21}x_1 + e_{22}y_1 + a_2 \\ u_2 = e_{11}x_2 + e_{12}y_2 + a_1 \\ v_2 = e_{21}x_2 + e_{22}y_2 + a_2 \\ u_3 = e_{11}x_3 + e_{12}y_3 + a_1 \\ v_3 = e_{21}x_3 + e_{22}y_3 + a_2 \end{cases}. \quad (14)$$

Для досліджуваного трикутника

$$C = \begin{vmatrix} u_1 \\ v_1 \\ u_2 \\ v_2 \\ u_3 \\ v_3 \end{vmatrix}; E = \begin{vmatrix} e_{11} \\ e_{12} \\ I_1 \\ e_{21} \\ e_{22} \\ I_2 \end{vmatrix}; A = \begin{vmatrix} x_1 & y_1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & x_2 & y_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & x_3 & y_3 & 1 \end{vmatrix}, \quad (15)$$

де A – матриця, в яку входять числові значення перших похідних вектора C :

$$C = \bar{A}E;$$

$$A^{-1}C = A^{-1}\bar{A}E;$$

$$A^{-1}C = E. \quad (16)$$

У табл. 1 наведено конкретні значення параметрів деформації для трьох суміжних симплексів досліджуваного картматеріалу.

Таблиця 1

Середні значення параметрів деформації

$x_i, 10^{-7}$	$\lambda_2, 10^{-7}$	γ_1	γ_2	γ_m	ω	ρ
1,0009	1,0003	12,4	-2,1	12,7	-6,3	21,4
1,0007	1,0005	-11,3	20,9	23,8	-5,4	-14,1
1,0028	1,0007	23,5	-24,5	35,4	-20,2	-18,7

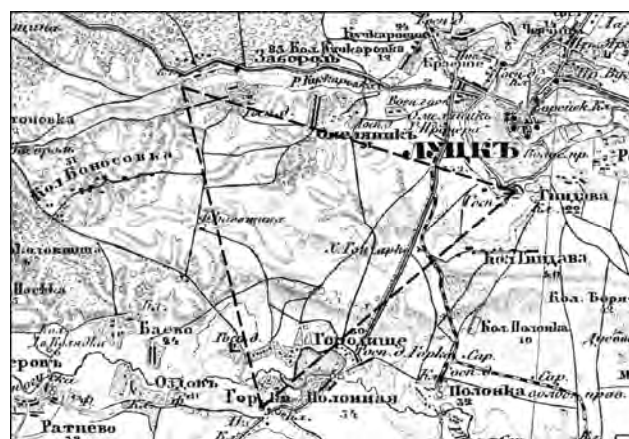


Рис. 1. Контур території на військово-топографічній карті Російської Імперії 1913 р. (1:126 000)

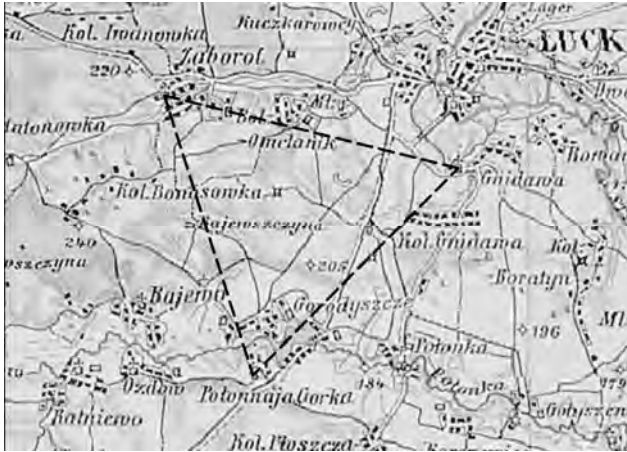


Рис. 2. Контур території на оглядовій військовій карті Австро-Угорщини 1910 р. (1:200 000)



Рис. 3. Контур території на карті Польщі 1925 р. (1:100 000)

Аналогічні результати отримано для 35 контурів досліджуваної території. Встановлено, що 56 % ситуаційних елементів карти – за межею точності, зумовленої сучасними нормативними документами.

2. Трансформування растрових копій архівних топокарт. Дослідження проводили за растровими копіями видавничого оригіналу за допомогою програмного засобу MapInfo. Сканування здійснювали із роздільною здатністю 600 dpi. Вихідними точками слугували кути рамки трапеції, точки її перетину з лініями кілометрової сітки та перехрестя кілометрової сітки [4, 6]. Така кількість вихідних точок дає змогу отримати оцінку точності для різних способів трансформування (афінного та поліноміального).

Основні результати виконаного дослідження такі.

2D конформне подібне трансформування мало-ефективне. Кращі результати отримують у результаті 2D афінного перетворення: $m_x = 106$ мкм, $m_y = 49$ мкм, яке дає змогу підвищити точність у шість разів. Проте похибки m_x та m_y є великими.

Кращі результати забезпечує корекція поліномами другого і третього порядків. Поліноми третього порядку забезпечили корекцію з точністю ± 46 мкм і ± 29 мкм,

тобто давали можливість зменшити вихідні похибки в 16 разів вздовж осі x та в шість разів вздовж осі y .

3. Аналіз планів твердих (стійких) контурів. Одним із можливих методів аналізу архівних топоматеріалів є створення ПТК. Такий спосіб запропонували вчені-геодезисти Московського державного університету геодезії та картографії. Він дає змогу здійснювати повнішу характеристику точності, відповідності растрового зображення сучасному стану території. Проте така методика передбачає необхідність фільтрації грубих і систематичних похибок. У разі зіставлення контурів доцільне застосування математичного апарату середньоквадратичного прогнозу Колмогорова–Вінера [9, 10]. Розглянемо суг цього методу.

Нехай маємо множину випадкових величин – множину l точок контуру, отриманих, наприклад, у разі оновлення топоматеріалів певної території та множину тих самих точок S , отриманих з растрових копій:

$$l = [l_1, l_2, \dots, l_g]^T; \quad (17)$$

$$S = [S_1, S_2, \dots, S_m]^T. \quad (18)$$

Тоді лінійна оцінка вектора S матиме вигляд:

$$\hat{S} = H \cdot l, \quad (19)$$

де H – деяка матриця лінійного перетворення вектора S на вектор l , а вектор похибок:

$$e = \hat{S} - S. \quad (20)$$

Коваріаційна матриця вектора e

$$C_{ee} = (\hat{S} - S) \cdot (\hat{S} - S)^T \quad (21)$$

є коваріаційною матрицею похибок, а її діагональні елементи – дисперсією похибок σ^2 .

Матриця C_{ee} є сумою двох матриць A і B [5]:

$$C_{ee} = A + B, \quad (22)$$

$$A = C_{ss} - C_{sl} \cdot C_{ll}^{-1} \cdot C_{ls}, \quad (23)$$

де A – ступінь взаємної невідповідності масивів l і S .

На головній діагоналі цієї матриці розміщені суми квадратів неузгодженостей по осі x та y .

Ілюстрації такого підходу виконаємо за даними [5].

Для аналізу використано тверді (стійкі) точки капітальної будівлі. Геодезичні роботи виконувались за допомогою електронних тахеометрів. Знімання виконувалась у масштабі 1:500.

Якщо сумістити початки відліків, за які взято центри ваг масивів l і S , отримаємо:

$$l = \begin{pmatrix} -13,47 & -2,96 & 5,94 & 1,74 & 9,29 & 5,88 & -1,42 & -5,01 \\ 9,10 & -17,06 & -13,44 & -3,51 & -0,69 & 7,73 & 4,92 & 12,94 \end{pmatrix};$$

$$S = \begin{pmatrix} -14,36 & -3,24 & 4,91 & 1,43 & 10,97 & 7,42 & -1,80 & -5,34 \\ 9,07 & -16,96 & 13,69 & -4,00 & -0,22 & 8,26 & 4,92 & 12,60 \end{pmatrix} \quad (24)$$

Тоді матриця A матиме вигляд

$$A = \begin{pmatrix} 3,08 & 1,24 \\ 1,24 & 0,75 \end{pmatrix}. \quad (25)$$

З порівняння множин S і \hat{S} визначаються зміщення пунктів ΔS .

$$\Delta S = \begin{pmatrix} 0,19 & 0,83 & 1,07 & 0,34 & 0,68 & 0,54 & 0,45 & 0,36 \\ 0,20 & 0,31 & 0,27 & 0,50 & 0,26 & 0,33 & 0,01 & 0,33 \end{pmatrix} \quad (26)$$

За значеннями ΔS отримують оцінку f , яка є різною залежно від категорії місцевості. Якщо відбрати грубі похибки і повторити аналіз, отримаємо:

$$f_1 = 0,24; 0,58; 0,47; 0,46; 0,55. \quad (27)$$

Значення f несуттєво відрізняються від f , що підтверджує невідповідність контурів растра і плану. Очевидною причиною є похибки у складанні архівного плану.

Висновки

1. Запропонована оригінальна комплексна методика, яка дає змогу всебічно оцінювати старіння архівних топокарт, планів тощо.

2. Інваріантні тензорні чинники картографічної коректності добре відомі в математичній картографії індикатриси Тіссо.

3. Встановлено, що растрові копії мають значні похибки. Показано, що оптимальною моделлю їх корекції є поліноми другого та третього порядків.

4. Висока ефективність у відбракуванні грубих похибок підтверджена застосуванням прогнозу Колмогорова–Вінера.

Література

1. Кобзева Е. А. Оценка потенциала снимков КА Pleiades для создания цифровых топографических карт и планов / Е. А. Кобзева // Геопрофи. – 2014. – № 1. – С. 21–25.
2. Alonso M. C. Satellite imagery classification with LiDAR data / M. C. Alonso, J. A. Malpica // International Archives of the Photogrammetry, Remote Sensing and Spatial Information Science. – Vol. 38. – Part 8. – 2010. – P. 30–35.
3. Мельникова Е. Б. Некоторые вопросы создания карт долговременных антропогенных изменений природной среды / Е. Б. Мельникова // Геодезия и кадастр. – 1998. – № 5. – С. 156–166.
4. Вайнаускас В. В. Использование содержания старых планов в компьютерных системах крупномасштабного картографирования / В. В. Вайнаускас, С. А. Каунышине // Геодезия и картография. – 1991. – № 6. – С. 35–38.
5. Рак И. Е. Разработка и исследование методики топографо-геодезических работ для использования ГИС-технологий в средних и малых городах Республики Беларусь / И. Е. Рак // Известия вузов. Геодезия и аэрофотосъемка. – 2008. – № 3. – С. 68–73.
6. Мельник В. М. Основи картографії: навч. посіб. для студентів вищих навч. закладів / В. М. Мельник. – Луцьк: Східноєвроп. нац. ун-т ім. Лесі Українки, 2012. – 212 с.
7. Тадеев А. А. О картографическом смысле инвариантных характеристик деформации земной поверхности / А. А. Тадеев // Геодезия, картография и аэрофотосъемка. – 1986. – № 43. – С. 117–121.
8. Зенкевич О. К. Исследование напряжения в конструкциях и начала метода конечных элементов / О. К. Зенкевич // Математическое моделирование. – М.: Мир, 1979. – С. 93–96.
9. Мориц Г. Современная физическая геодезия / Г. Мориц. – М.: Недра, 1983. – 392 с.
10. Корн Г. Справочник по математике для научных работников и инженеров / Г. Корн, Т. Корн. – М.: Наука, 1974. – 832 с.

Інваріанти ПТК як критерії картографічної коректності архівних топокарт

В. Мельник, Н. Муляр, В. Расюн

Розглянуто питання комплексної оцінки якості архівних топокарт, топопланів тощо. Проаналізовано тензорні чинники картографічної коректності архівних картматеріалів. Виконано оцінювання трансформації растрового й оригінального картматеріалу. Зроблено висновок про доцільність застосування поліноміальної апроксимації другого та третього степенів. Проілюстровано за коректними топографо-геодезичними даними стабільність планів твердих контурів (ПТК). Зроблено висновок про ефективність застосування фільтрації Колмогорова–Вінера.

Инварианты ПТК в качестве критериев картографической корректности архивных топокарт

В. Мельник, Н. Муляр, В. Расюн

Рассмотрены вопросы комплексной оценки качества архивных топокарт, топопланов и т. п. Проанализированы тензорные факторы картографической корректности архивных картматериалов. Выполнена оценка трансформации растрового и оригинального картматериала. Сделан вывод о целесообразности применения полиномиальной аппроксимации второй и третьей степеней. Проиллюстрировано с корректными топографо-геодезическими данными стабильность планов твердых контуров (ПТК). Сделан вывод об эффективности применения фильтрации Колмогорова–Винера.

The invariants of PSC as criteria of cartographic correctness of archival topographic maps

V. Melnyk, N. Muliar, V. Rasiun

In the article there have been examined the issues of complex assessment of the quality of archival topographic maps, topographic plans, and others. The analysis of tensor factors of cartographic correctness of archival map materials has been made. The estimation of transformation of raster and original cartographic material has been executed. There has been made the conclusion about the expediency of applying the polynomial approximation of the second and third degrees. By correct topographic and geodetic data there has been illustrated the stability of the plans of solid contours (PSC). There has been made the conclusion about the efficiency of Kolmogorov–Wiener filtration application.