УДК 517.948

А.Ф. Обшта, Б.А. Шувар, Р.С. Тарабань
Національний університет "Львівська політехніка",
вул. С. Бандери, 12, 79013, Львів, Україна

АГРЕГАЦІЙНО-ІТЕРАТИВНІ СПОСОБИ ДЕКОМПОЗИЦІЇ І РОЗПАРАЛЕЛЕННЯ ОБЧИСЛЕНЬ ДЛЯ ІНТЕГРАЛЬНИХ РІВНЯНЬ

Використання декомпозиції відкриває перспективи для реалізації числових алгоритмів з організацією паралельних обчислень у багатопроцесорному режимі. Методи ітеративного агрегування поряд з іншими відомими декомпозиційними принципами Данціга-Вулфа, Корнаї-Ліптака і т.п. забезпечують редукцію задач високої розмірності до комбінації задач меншої розмірності. Практична їх ефективність задекларована, зокрема, М.А. Красносельським [1, с. 155-158]. У пропонованому повідомленні йдеться про обгрунтування методів ітеративного агрегування для рівняння вигляду $x = Ax + b$ з оператором $Ax \overset{def}{\equiv} \int_a^b a(t,\xi)x(\xi)d\xi$. Функції $b(t)$ і $a(t,s)$ вважаємо неперервними при $t,\, s \in [a;b]$. Припустимо, що це рівняння записане у вигляді

$$x_s(t) = b_s(t) + \sum_{r=1}^{R} \int_{a_{r-1}}^{a_r} a_{sr}(t,\tau)x_r(\tau)d\tau \quad (s,\, r = \overline{1, R}).$$

Задля цього можна, зокрема, застосувати розбиття сегмента $[a;b]$ на R частин точками $a = a_0 < a_1 < ... < a_R = b$, означивши $a_{sr}(t,\tau)$ так, щоб $a_{sr}(t,\tau) = a(t,\tau)$ при $t \in [a_{s-1};a_s]$, $\tau \in [a_{r-1};a_r]$, а при $t \notin [a_{s-1};a_s]$, $\tau \notin [a_{r-1};a_r]$ прийнявши $a_{sr}(t,\tau) = 0$. Відповідним способом отримуються $b_s(t)$ та $x_s(t)$. Ітераційний процес означимо за допомогою формул

$$x_s^{n+1}(t) = \sum_{r=1}^{R} \int_{a_{r-1}}^{a_r} a_{sr}(t,\tau)x_r^{(n)}(\tau)d\tau + \sum_{r=1}^{R} a_{sr}^{(n)}(t)(y_r^{(n)} - y_r^{(n+1)}) + b_s(t),$$

$$y_s^{n+1}(t) = \sum_{r=1}^{R} \lambda_{sr} y_r^{(n+1)} + \sum_{r=1}^{R} \int_{a_{r-1}}^{a_r} \alpha_{sr}(\tau)x_r^{(n)}(\tau)d\tau - \sum_{r=1}^{R} \int_{a_{r-1}}^{a_r} \varphi_r(t)b_r(t)dt + \sum_{r=1}^{R} \alpha_{sr}^{(n)}(t)(y_r^{(n)} - y_r^{(n+1)})$$

Встановлені умови збіжності алгоритму за певного вибору чисел $\lambda_{sr}, \alpha_{sr}^{(n)}$ та функцій $\varphi_s(t), a_{sr}^{(n)}(t), \alpha_{sr}(t)$. В них не фігурують вимоги про знакосталість $a(t,s)$ і $b(t)$ і вимога про нерівність $\rho(A) < 1$ для спектрального радіуса $\rho(A)$ оператора A.

1. *Красносельский М.А., Лифшиц Е.А., Соболев А.В. Позитивные линейные системы. – М.: Наука, 1985. – 255 с.*
2. *Шувар Б.А., Копач М.І., Ментинський С.М., Обшта А.Ф. Двосторонні наближені методи. – Івано-Франківськ: ВДВ ЦІТ, 2007. – 515 с.*