

**В. В. Литвин, З. Л. Рибчак, І. І. Завуцак**  
Національний університет “Львівська політехніка”,  
кафедра інформаційних систем та мереж

## МЕТОДИ ТА ЗАСОБИ РОЗВИТКУ ТЕРИТОРІАЛЬНОЇ ГРОМАДИ В НАПРЯМКУ РЕМОНТУ ДОРІГ

© Литвин В. В., Рибчак З. Л., Завуцак І. І., 2018

У статті розглянуто моделювання ремонту доріг територіальної громади за наявності коштів та залежно від стану доріг. Для моделювання запропоновано використати метод пошуку мінімального кістякового дерева на основі модифікації алгоритму Пріма. Наведено приклади використання запропонованого підходу в межах Ходорівської територіальної громади.

**Ключові слова:** територіальна громада, населений пункт, граф, алгоритм Пріма.

The article deals with the modeling of the repair of the roads of the territorial community in the presence of funds and depending on the state of roads. To simulate the proposed search method using the minimum spanning tree algorithm based on modified Prima. Examples of the use of the proposed approach within the framework of the Khodoriv territorial communities are presented.

**Key words:** territorial community, settlement, graph, Prima algorithm.

### Вступ та постановка проблеми

На сьогодні в Україні існує тенденція до децентралізації влади і об'єднання населених пунктів у спроможну територіальну громаду (ТГ). Верховна Рада 5 лютого 2015 року схвалила Закон України “Про добровільне об'єднання територіальних громад” [1], а Урядом, для забезпечення його реалізації, затверджено “Методику формування спроможних територіальних” (постанова КМУ № 214 від 08.04.2015) [2]. Саме ці акти визначають, як має відбуватись об'єднання громад для того, щоб вони стали спроможними.

Здійснюючи розподіл ресурсів між громадами і схвалюючи перспективний план формування спроможної територіальної громади, робочим групам слід керуватись затвердженою методикою формування спроможних ТГ. Таким чином, враховуючи фінансове забезпечення, громада зможе самостійно або через відповідні органи місцевого самоврядування забезпечувати належний рівень надання послуг, зокрема, у сфері освіти, культури, охорони здоров'я, соціального захисту, житлово-комунального господарства [2]. Об'єднання ТГ дає змогу заощадити бюджетні кошти шляхом скорочення держапарату на місцях [1]. В Україні створено вже ряд територіальних громад, зокрема у Львівській області станом на осінь 2018 – 35 діючих громад, та ще 5, у яких мають відбуватись вибори. В межах територіальної громади є адміністративні будівлі для розміщення органів управління місцевого самоврядування, органу правопорядку, пожежної частини, пункту швидкої допомоги, центру надання адміністративних послуг, державного казначейства тощо. Такі будівлі зазвичай розміщуються в центрі територіальної громади.

Складовою територіальних громад ( $ТГ$ ) є населений пункт ( $НП$ ), тобто  $ТГ = \{НП_1, НП_2, \dots, НП_N\}$ . Виникає проблема дорожнього зв'язку між центром  $ТГ$  та її  $НП$ . Очевидно, що окремі  $НП$  зв'язані між собою дорогами (у цій роботі будемо лише говорити про автомобільні дороги), однак на даний час стан 95 % доріг України є незадовільним [3]. У 2017 році було відремонтовано лише 10 % автомобільних доріг, у 2019 році планується аналогічний відсоток [4]. Тому виникає завдання ефективного розподілу коштів для ремонту доріг на кількарічний період.

### Аналіз останніх досліджень і публікацій

Під час проведення адміністративно-територіальних реформ у різних країнах виникають свої специфічні задачі. Тому проблему нашого дослідження ще ніхто не вирішував. При обласних адміністраціях України були сформовані громадські організації, які мали виробити методіку формування територіальної громади. Не вирішеною на сьогодні є задача моделювання плану ремонту доріг. Задачу ефективного розподілу коштів для моделювання плану ремонту дороги можна вирішити модифікувавши алгоритм Пріма. Дослідженнями оптимізації та модифікації алгоритму Пріма займалися Макконелл Дж., Євстігнєєв А., Свамі М., Копилова В., Титенко С., Бартіш М. та інші [8].

Алгоритм Пріма поступово будує шуканий мінімальний остов, додаючи до нього по одному ребру на кожному кроці. На початку роботи алгоритму результуюче дерево складається з однієї вершини (її можна вибирати довільно). Алгоритм складається з  $N-1$  ітерацій, на кожній з яких до дерева додається рівно одне ребро, не порушує властивості дерева (тобто один кінець додається ребра належить дереву, а інший – не належить). Ключовий момент – з усіх таких ребер щоразу вибирається ребро з мінімальною вагою.

Коли для алгоритму Пріма додати ще один ітераційний процес, мета якого зменшуватиме розмірність початкового графу за рахунок відкидання ребер, про які можна припустити, що вони не будуть відображені у кінцевому дереві. Суттєво перевіряти, щоб у графа при такому відкиданні не з'являлись ізольовані вершини. Складність запропонованого алгоритму в  $n$  разів більша за алгоритм Пріма, оскільки додається ще один цикл, тобто становитиме  $O(n^2 \cdot \ln n)$ .

### Основні результати досліджень

Дорогу між двома різними населеними пунктами ( $НП$ ) розглядатимемо як окрему дорогу. Якщо є розвилки доріг поза межами  $НП$ , то в місці такої розвилки вводитимемо фіктивні  $НП$  ( $\Phi НП$ ). Дороги мають різне підпорядкування та стан. Підпорядкованість визначає за який саме бюджет ця дорога буде ремонтуватись. Зазвичай, існують три бюджети:  $B_1$  – загальнодержавний бюджет,  $B_2$  – обласний бюджет,  $B_3$  – бюджет  $ТГ$ . Нехай за бюджетом  $B_j$  було виділено  $W_j$  коштів. Стан дороги визначає необхідний кошторис на ремонт відповідної дороги. Як правило, є таких п'ять станів:

- 1) видимі незначні дефекти і необхідність ремонту до 5 %;
- 2) шелушіння, окремі нерівності покриття, частково присутні тріщини та невеликі вибоїни, необхідність ремонту до 25 %;
- 3) викрішування, раковини, зсуви, просідання, незначно виражена колійність, руйнування кромки дорожнього покриття, граней бетонного покриття, бордюрів, необхідність ремонту до 50 %;
- 4) вибоїни, проломи, великі ями, значна колійність, місцями пересування значно ускладнено, необхідність ремонту до 75 %;
- 5) базовий тип покриття практично відсутній, явно виражена колійність, пересування значно ускладнено, необхідність ремонту до 100 %. Вартість ремонту доріг також залежить від типу покриття. Розрізняють 6 різних типів покриття: асфальтобетонне, цементно-бетонне, залізобетонне, бруківка, гравійне, ґрунтове.

При розрахунку вартості ремонту доріг визначалась ціна ремонту ста метрів дороги. Врахування стану дороги множиться на певний коефіцієнт. Розроблений нами калькулятор знаходиться за адресою: <http://www.roadcost.96.lt/>. Приклад обчислення вартості доріг наведено на

рис. 1. Розроблений модуль дає змогу фільтрувати вартість ремонту доріг у межах  $TG$  за такими параметрами: тип дороги, тип покриття, стан.

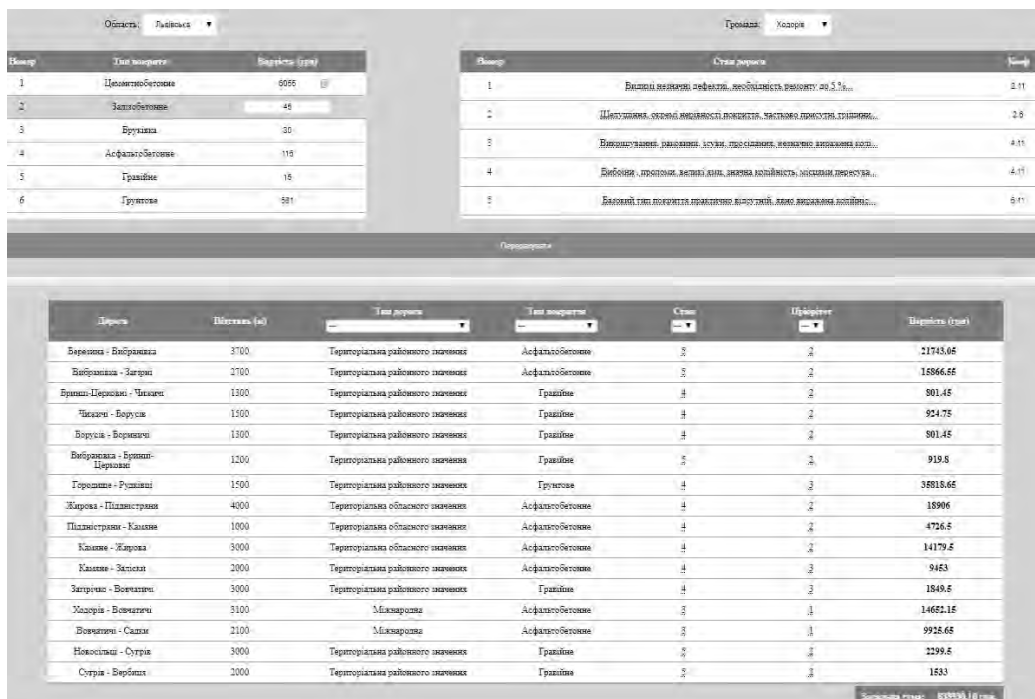


Рис. 1. Модуль обчислення вартості ремонту доріг у межах територіальної громади

Отримуємо зважений граф  $G=(HP, E)$ , вершинами якого є  $HP$  та  $\Phi HP$  (надалі всі позначатимемо  $HP$ ), а ребра  $E = \{e_1, e_2, \dots, e_n\}$  задають кошторис  $w(e_i)$ , необхідний на ремонт дороги між відповідними  $HP$  [5-6]. Тобто маємо  $N$   $HP$ , які необхідно об'єднати дорогами. Очевидно, що для цього достатньо відремонтувати  $N-1$  доріг між  $HP$ . Виникає задача: як об'єднати  $HP$  між собою в межах  $TG$ , щоб сумарна вартість ремонту доріг була мінімальна й вартість ремонту доріг не перевищувала відповідний бюджет. Тобто всі ребра поділимо на 3 підмножини залежно від виду бюджету  $E = E_1 \cup E_2 \cup E_3$ ,  $E_j = \{e_1^j, e_2^j, \dots, e_n^j\}$ ,  $j = 1, 2, 3$ .

Тобто задача полягає в знаходженні такого зв'язаного ациклічного підграфу  $T \subset G$ , який містить усі вершини, щоб сумарна вага всіх його ребер була мінімальною при умові, що сумарна вага ребер, які належать до одного бюджету не перевищуватиме розміру цього бюджету.

Оскільки  $T$  зв'язаний й не містить циклів, він є деревом й називається остовним деревом (spanning tree) [7-9]. Остовне дерево  $T$ , в якого сумарна вага його ребер  $w(T) = \sum_{e_i \in T} w(e_i)$  мінімальна, називається мінімальним остовним деревом (minimum spanning tree). Частина дерева  $T$ , що містить ребра з підмножини  $E_j$  позначатимемо  $T_j$ ,  $T = T_1 \cup T_2 \cup T_3$ . Тим самим отримаємо таку математичну модель задачі: знайти  $T \subset G$ , щоб

$$w(T) = \sum_{e_i \in T} w(e_i) \rightarrow \min \quad (1)$$

$$w(T_j) = \sum_{e_i^j \in T_j} w(e_i^j) \leq W_j, j = 1, 2, 3 \quad (2)$$

Щоб знайти мінімальне кістякове дерево, використовуються алгоритми Пріма або Крускала [6-7]. Для розв'язування задачі (1)-(2) модифіковано алгоритм Пріма. Модифікація полягає в ітераційному використанні алгоритму Пріма, поки не виконається умова (2). Якщо умова (2) не виконується, то із початкового графа  $G$  вилучаємо ребро із максимальною вагою серед підмножини ребер, для яких не виконується (2) із максимальною різницею між необхідним коштами на ремонт доріг й наявним б

юджетом. Ребро вилучаємо із умовою, що граф  $G$  залишається зв'язним, тобто не має ізольованих вершин. Якщо такого ребра немає, то задача (1)-(2) не має розв'язку.

Отримаємо такий алгоритм визначення доріг, які необхідно відремонтувати в межах  $ТГ$ :

1) Утворити граф  $G$ , вершинами якого є  $НП$   $ТГ$ , а ребра задають вартість ремонту доріг між  $НП$   $ТГ$ . Відомі кошти, які закладені у бюджетах на ремонт доріг  $W_1, W_2, W_3$ .

2) Запустити алгоритм Пріма для графу  $G$ :

2.1. Утворимо дерево  $T_1$  з одним ребром:

– виберемо його вершиною  $НП_0$  центр  $ТГ$ ;

– виберемо ребро  $e_1$  з найменшою вагою серед тих, що мають вершину  $НП_0$ ;

– покладемо  $k = 1$ .

2.2. Якщо існують вершини початкового графа  $G$  зовні останнього побудованого дерева  $T_k$  з ребрами  $e_1, e_2, \dots, e_k$ , то робимо таке:

– вибираємо ребро  $e_{k+1}$  з найменшою вагою серед тих, у яких одна вершина належить до  $T_k$ , а інша вершина не належить;

– утворюємо дерево  $T_{k+1}$  долученням до  $T_k$  вибраного ребра  $e_{k+1}$  і його вершин;

– збільшуємо величину  $k$  на 1;

2.3. Якщо всі вершини початкового графа  $G$  належать до дерева  $T_k$ , то припиняємо побудову мінімального остовного дерева, інакше переходимо на пункт 2.2

3) Для дерева  $T_k$  знаходимо вартості ремонту доріг за 3-ма підмножинами:  $w(T_j) = \sum_{e_s^j \in T_j} w(e_s^j)$ ,

$j = 1, 2, 3$ .

4) Обчислюємо значення  $\Delta_j = W_j - w(T_j)$ ,  $j = 1, 2, 3$ .

5. Якщо всі  $\Delta_j \geq 0$ , то дерево (план ремонту доріг) знайдено, інакше серед множини  $E_l$ , де  $l = \arg \max_{\Delta_j < 0} |\Delta_j|$ , вилучаємо ребро з максимальною вагою серед підмножини ребер  $E_l$ , після вилучення яких граф  $G$  залишається зв'язним й переходимо до п. 2. Якщо ребер, після вилучення яких граф  $G$  залишається зв'язним, немає, то плану ремонту доріг для таких початкових значень не існує. Необхідно збільшувати бюджети для яких  $\Delta_j < 0$ .

Тобто в алгоритм Пріма додано ще один ітераційний процес, мета якого зменшувати розмірність початкового графу за рахунок відкидання ребер про які можна припустити, що вони не будуть відображені у кінцевому дереві. Суттєво перевіряти, щоб у графа при такому відкиданні не з'являлись ізольовані вершини, бо інакше в  $НП$ , який задає така вершина, добратись буде неможливо.

Складність запропонованого алгоритму в  $n$  разів більша за алгоритм Пріма, оскільки додається ще один цикл, тобто становитиме  $O(n^2 \cdot \ln n)$ .

### **Приклад моделювання плану ремонту доріг у межах Ходорівської територіальної громади**

Розглянемо приклад територіальної громади та роботу запропонованого алгоритму. 17 серпня 2016 року у Львівській обласній державній адміністрації підписали розпорядження про створення *Ходорівської територіальної громади*. Добровільно у цю громаду входить 1 місто та 41 село: м. Ходорів, с. Бортники, с. Буковина, с. Демидів, с. Молотів, с. Вербиця, с. Вовчатичі, с. Садки, с. Сугрів, с. Вибранівка, с. Березина, с. Борусів, с. Бринці-Загірні, с. Бринці-Церковні, с. Чижичі, с. Грусятичі, с. Ліщини, с. Дев'ятники, с. Калинівка, с. Ятвяги, с. Юшківці, с. Жирова, с. Бородчиці, с. Городище, с. Заліски, с. Загірочко, с. Добрівляни, с. Молодинче, с. Новосільці, с. Підліски, с. Черемхів, с. Отиневичі, с. Городищенське, с. Дуліби, с. Піддністряни, с. Рудківці, с. Кам'яне, с. Чорний Острів, с. Бориничі, с. Голдовичі, с. Дроховичі, с. Лучани.

Граф доріг цієї ТГ наведено на рис. 2. Дороги належать до 3 підмножин:  $E_1$  – загальнодержавного підпорядкування,  $E_2$  – обласного підпорядкування,  $E_3$  – районного підпорядкування.

На графі задана вартість доріг (дані є експериментальними). Взявши, що  $W_1 = 30$ ,  $W_2 = 30$ ,  $W_3 = 22$ , отримуємо запропонований план ремонту доріг, який наведений на рис. 3. Зауважимо, що якщо б не враховувалась те, що підмножини ребер різні, то за алгоритмом Пріма у Садки пропонувався б доїжджати із Вербиці. Однак через обмеження на бюджет, рекомендується ремонтувати дорогу із множини  $E_2$  і у Садки їздити із дороги, що йде на Вовчатичі. Загалом за множинами виходить така вартість ремонту доріг:  $w(T_1) = 0$ ,  $w(T_2) = 28 < 30$ ,  $w(T_3) = 21 < 22$ .

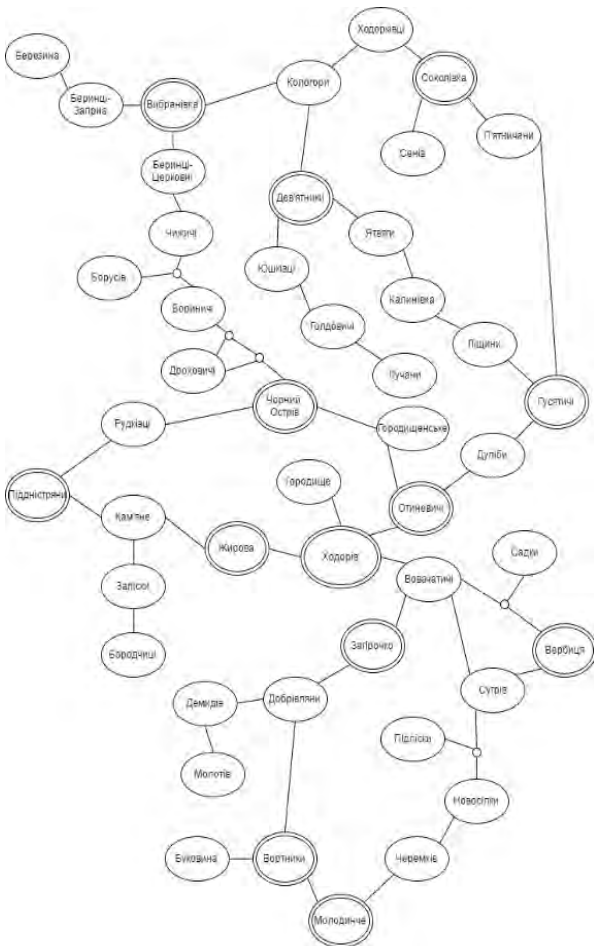


Рис. 2. Граф доріг Ходорівської територіальної громади

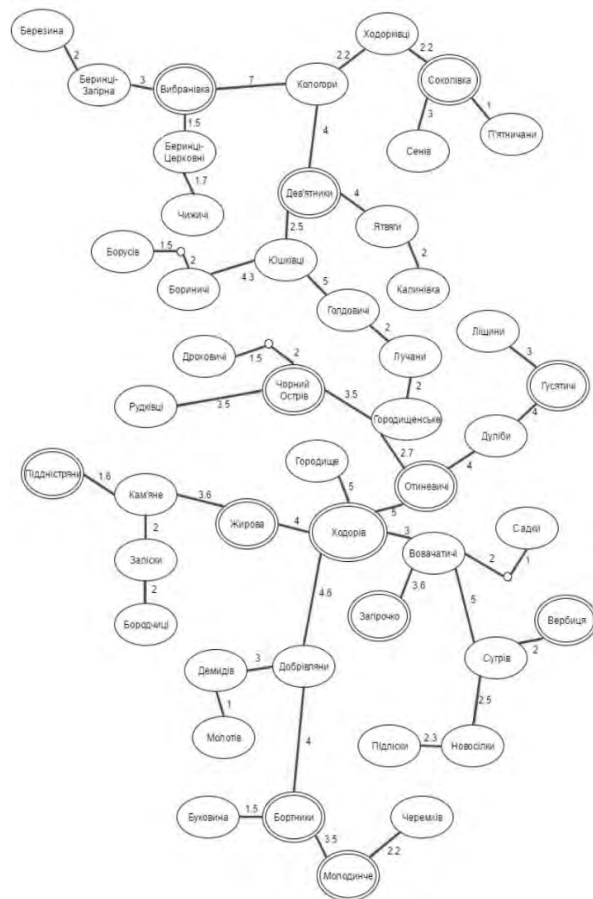


Рис. 3. Пропонований план ремонту доріг Ходорівської територіальної громади

### Висновки

На сьогодні стан доріг в Україні є незадовільним і планування ремонту доріг у територіальній громаді є дуже актуальним. У межах територіальної громади перебувають важливі адміністративні будівлі, лікарні, школи тощо. Тому доїзд до цих закладів у межах громади є суттєвою проблемою. Щоб ефективно використати наявні кошти на ремонт доріг, враховуючи їхній стан та важливість, запропоновано розв'язувати класичну задачу пошуку мінімального остовного дерева з врахуванням специфіки підпорядкування доріг для задачі моделювання планування ремонту доріг у межах територіальної громади. Щоб знайти мінімальне кістякове дерево використовуються алгоритми Пріма  $w(T) = \sum_{e_i \in T} w(e_i) \rightarrow \min$ . Для розв'язування задачі модифіковано алгоритм Пріма.

Модифікація полягає в ітераційному використанні алгоритму Пріма, поки не виконається умова  $w(T_j) = \sum_{e_s^j \in T_j} w(e_s^j) \leq W_j, j = 1, 2, 3$

Наведено приклад використання запропонованого підходу в межах Ходорівської територіальної громади. Розроблений модуль дає змогу фільтрувати вартість ремонту доріг у межах ТГ за такими параметрами: тип дороги, тип покриття, стан, що в підсумку дозволить обрахувати вартість ремонту доріг.

1. Закон України (2015). Про добровільне об'єднання територіальних громад [Електронний ресурс]. – Режим доступу: <http://zakon5.rada.gov.ua/laws/show/157-19.2>. Постанова Кабінету Міністрів України Про затвердження Методики формування спроможних територіальних громад [Електронний ресурс]. – Режим доступу: <http://zakon.rada.gov.ua/laws/show/214-2015-n>

3. Стан укрїнських доріг [Електронний ресурс]. – Режим доступу: [http://censor.net.ua/news/430063/95\\_ukrainskih\\_dorog\\_ostayutsya\\_v\\_neprigodnom\\_sostoyanii\\_otelyan](http://censor.net.ua/news/430063/95_ukrainskih_dorog_ostayutsya_v_neprigodnom_sostoyanii_otelyan)

4. Стан про ремонт доріг в Україні на сьогодні [Електронний ресурс]. – Режим доступу: [http://censor.net.ua/news/430172/ukravtodoru\\_nado\\_organizatsionno\\_pravilno\\_rabotat\\_95\\_dorog\\_nahod\\_yatsya\\_v\\_ujasnom\\_sostoyanii\\_groyisman](http://censor.net.ua/news/430172/ukravtodoru_nado_organizatsionno_pravilno_rabotat_95_dorog_nahod_yatsya_v_ujasnom_sostoyanii_groyisman)

5. В. В. Литвин, Д. І. Угрин, А. М. Фітьо, “Моделювання процесу формування територіальних громад як задачі розбиття графу”, Східно-Європейський журнал передових технологій, № 1/4(79), С. 47–52, 2016.

6. В. В. Литвин, Д. І. Угрин, О. Д. Ілюк, С. В. Білоус, З. Л. Рибчак, “Система оптимізації маршрутів туризму на основі модифікації генетичного та мурашиного алгоритмів”, Вісник НУ ЛП. № 872, С. 210–220, 2017.

7. В. В. Литвин, Д. І. Угрин, А. М. Фітьо “Формалізація задачі формування територіальних громад”, 11 Міжнародна науково-практична конференція “Математичне та імітаційне моделювання систем МОДС” (27 червня – 1 липня 2016). – Жукин. – С. 290–292.

8. Макконелл Дж., “Основи сучасних алгоритмів. – 2-ге допов. вид.”, М.: Техносфера, 2004, 368 с.

9. В. А. Евстигнеев, “Применение теории графов в программировании”, М.: Наука, 1985, 352 с.

10. М. Свами, К. Тхуласираман “Графы, сети и алгоритмы”, М.: Наука, 2014, 256 с.