

УДК 629.3.03:62-837:62-531.7  
С.А. ТАЯНОВ, Р.В. ЧУБИК\*Національний університет “Львівська політехніка”,  
кафедра автоматизації та комплексної механізації машинобудівної промисловості,  
\*Прикарпатський фінансово-економічний коледж,  
кафедра основи виробництва**АНАЛІЗ КРИТЕРІЇВ ДЛЯ КЕРУВАННЯ АДАПТИВНИМИ  
ВІБРАЦІЙНИМИ ТЕХНОЛОГІЧНИМИ МАШИНАМИ**

© Таянов С.А., Чубик Р.В., 2009

*Подано математичні моделі котрі дозволяють встановити зв'язок між прямокутною широтно-імпульсно модульованою циклічною вимушуючою силою електромагнітного віброприводу із швидкістю та прискоренням робочого органу адаптивної вібраційної технологічної машини (АВТМ). Показано, що за критерій оцінки резонансного режиму роботи АВТМ слід брати зсув фаз, між швидкістю робочого органу та прямокутною широтно-імпульсно модульованою циклічною вимушуючою силою електромагнітного віброприводу.*

*Mathematical models are given which allow to set connection between rectangular latitudinal impulsive modulated cyclic by force electromagnetic vibrodrive with speed and acceleration of working organ of adaptive vibration technological machine (AVTM). It is shown that for the criterion of estimation of the resonance mode of work of AVTM it follows to take the change of phases, between speed of working organ and rectangular latitudinal impulsive modulated cyclic by force electromagnetic vibrodrive.*

**Постановка проблеми.** Із розвитком вібротехнологій та підвищенням вимог до якості віброобробки відповідно зростають і вимоги до керованих вібромашин. Один із багатьох критеріїв якості керування вібраційною технологічною машиною є час, за котрий адаптивна екстремальна система керування реагує та приймає певне рішення по корекції зовнішнього впливу “параметричне збурення” (для вібромашин це зміна приведені маси [1]  $M$  коливної механічної системи котра обумовлюється зміною маси робочого органу). У адаптивних вібраційних технологічних машин в яких екстремальна адаптивна система керування віброприводом базується на покроковому принципі [2] пошуку екстремуму на амплітудно-частотній характеристиці (АЧХ) вібромашини даний критерій є суттєво великим [3]. Це обумовлено тим: що коли коливна механічна система працювала у резонансному режимі на вершині АЧХ і через параметричне збурення  $M$  на протязі певного часу  $t_1$  змінилася значення амплітуди коливань робочого органу до нового значення в усталеному режимі, по величині даного приросту можна визначити на скільки система відійшла від резонансу, але неможливо визначити напрям зміни положення резонансної точки АЧХ АВТМ. Тому така система робить пробну корекцію і по реакції на неї визначає напрям зміни [3] положення резонансної точки АЧХ АВТМ і затрачає на це час  $t_2$ . І лишень на протязі часу  $t_3$  екстремальна адаптивна система керування віброприводом виводить АВТМ на новий резонансний режим роботи. Час  $t_1$ ,  $t_2$  залежать від інерційних та дисипативних характеристик АВТМ і по суті рівні тривалості перехідного процесу у вібромашині. Як видно із аналізу, час усунення розрегулювання викликаного параметричним збуренням у покрокових АВТМ складається із трьох складових  $t = t_1 + t_2 + t_3$  та є суттєвим. Завдяки цьому АВТМ перебуває більше часу при нерезонансних режимах роботи, котрі енергетично не вигідні та при параметрах вібраційного поля, що відрізняються від заданих

технологічно оптимальних. Зважаючи на те, доцільно розробити нові підходи та критерії до пошуку та оцінки екстремальної частоти АВТМ в процесі її роботи.

**Аналіз останніх досліджень.** Як показують дослідження [4] розвиток керованих вібротомашин із електромагнітним віброприводом веде початок від магніто-індукційних пристроїв до тиристорно-симісторних, а останні витіснили вібротомашини на базі високочастотних транзисторних комутаторів. Поєднання високочастотних транзисторних комутаторів із зворотнім зв'язком та екстремальною системою керування, дозволило створити адаптивні вібраційні технологічні машини, що мають властивість самостійно в процесі роботи адаптуватися до постійного резонансного режиму роботи. З точки зору енергозбереження, АВТМ мають переваги над іншими керованими вібротомашинами, що обумовлює їх розвиток та впровадження у виробництво. В силу простоти виконання та функціонування екстремальної адаптивної системи керування широкого розвитку набули покровкові [3] АВТМ. Для покращення якісних характеристик керованих АВТМ слід перейти від пошукових алгоритмів роботи екстремальної системи керування до слідкуючих, що дозволить скоротити до мінімуму час на реакцію та прийняття рішення екстремальною системою керування віброприводом.

**Постановка задачі.** Розробити критерії котрі б дозволяли чітко та однозначно робити висновок про місцезнаходження робочої тачки адаптивної вібраційної технологічної машини (АВТМ) на робочій ділянці амплітудно-частотної характеристики вібротомашини при збуренні її прямокутною широтно-імпульсно модульованою циклічною вимушуючою силою.

**Виклад основного матеріалу.** Відомо [5], що частковий розв'язок диференційного рівняння котре описує закон руху робочого органу АВТМ при використанні апроксимованої двополярної прямокутної широтно-імпульсно модульованої (ШІМ) циклічної сили  $F(t)$  для збурення АВТМ має наступний вигляд:

$$\begin{aligned}
 x(t) = & \frac{1.29 \cdot F \cdot e^{\left(\frac{-tb}{M}\right)}}{\pi \cdot \sqrt{b^2 - 4 \cdot k \cdot M}} \times \int_0^t \arctan \left( \frac{K_{apr} \cdot \left( \omega \cdot t - 2 \cdot \pi \cdot \text{floor} \left( \frac{\omega \cdot t - \pi}{2 \cdot \pi} \right) - 2 \cdot \pi \right)}{\omega} \right) \times \\
 & \times \left[ \arctan \left( \frac{K_{apr} \cdot \left( \omega \cdot t - 2 \cdot \pi \cdot \text{floor} \left( \frac{\omega \cdot t}{2 \cdot \pi} \right) - \pi \right)}{\omega} \right) \right] \cdot e^{\left( \frac{1}{2} \left( \frac{b - \sqrt{b^2 - 4 \cdot k \cdot M}}{M} \right) \cdot \tau \right)} d\tau \cdot e^{\left( \frac{1}{2} \left( \frac{b + \sqrt{b^2 - 4 \cdot k \cdot M}}{M} \right) \cdot t \right)} \\
 & - \int_0^t \arctan \left( \frac{K_{apr} \cdot \left( \omega \cdot t - 2 \cdot \pi \cdot \text{floor} \left( \frac{\omega \cdot t - \pi}{2 \cdot \pi} \right) - 2 \cdot \pi \right)}{\omega} \right) \times \\
 & \times \left[ \arctan \left( \frac{K_{apr} \cdot \left( \omega \cdot t - 2 \cdot \pi \cdot \text{floor} \left( \frac{\omega \cdot t}{2 \cdot \pi} \right) - \pi \right)}{\omega} \right) \right] \cdot e^{\left( \frac{1}{2} \left( \frac{b + \sqrt{b^2 - 4 \cdot k \cdot M}}{M} \right) \cdot \tau \right)} d\tau \cdot e^{\left( \frac{1}{2} \left( \frac{b - \sqrt{b^2 - 4 \cdot k \cdot M}}{M} \right) \cdot t \right)} \right], \quad (1)
 \end{aligned}$$

де  $M$  – приведена маса АВТМ,  $b$  – коефіцієнт в'язкого демпфування,  $k$  – жорсткість пружної системи АВТМ,  $x(t)$  – амплітуда коливань робочого органу АВТМ,  $F$  – максимальне амплітудне значення апроксимованої циклічної ШІМ вимушуючої сили електромагнітного віброприводу,  $\omega$  – частота апроксимованої циклічної ШІМ вимушуючої сили електромагнітного віброприводу.

Диференціюючи вираз (1) по часу  $t$ , отримуємо зв'язок (2) між апроксимованою двополярною прямокутною ШІМ циклічною силою  $F(t)$ , швидкістю  $V(t)$  та переміщенням  $x(t)$  робочого органу АВТМ на всій ділянці АЧХ вібротурби. За допомогою виразу (2) промодельована робота АВТМ в резонансному режимі  $f_0 = 50 \text{ Гц}$  при наступних параметрах:  $M = 20 \text{ кг}$ ,  $k = 1974000 \text{ Н/м}$ ,  $\alpha = 3.103$ .

$$\begin{aligned}
 V(t) = & \frac{-1.29 \cdot F \cdot b \cdot e^{\left(\frac{-t \cdot b}{M}\right)}}{M \cdot \pi \cdot \sqrt{b^2 - 4 \cdot k \cdot M}} \times \left[ \int_0^t \Psi(\tau) \cdot e^{\left(\frac{1 \cdot (b - \sqrt{b^2 - 4 \cdot k \cdot M}) \cdot \tau}{2 \cdot M}\right)} d\tau \cdot e^{\left(\frac{1 \cdot (b + \sqrt{b^2 - 4 \cdot k \cdot M}) \cdot t}{2 \cdot M}\right)} - \right. \\
 & \left. - \int_0^t \Psi(\tau) \cdot e^{\left(\frac{1 \cdot (b + \sqrt{b^2 - 4 \cdot k \cdot M}) \cdot \tau}{2 \cdot M}\right)} d\tau \cdot e^{\left(\frac{1 \cdot (b - \sqrt{b^2 - 4 \cdot k \cdot M}) \cdot t}{2 \cdot M}\right)} \right] + \frac{1.29 \cdot F \cdot e^{\left(\frac{-t \cdot b}{M}\right)}}{\pi \cdot \sqrt{b^2 - 4 \cdot k \cdot M}} \times \\
 & \times \left[ \frac{\left(b + \sqrt{b^2 - 4 \cdot k \cdot M}\right) \cdot e^{\left(\frac{1 \cdot (b + \sqrt{b^2 - 4 \cdot k \cdot M}) \cdot t}{2 \cdot M}\right)}}{2 \cdot M} \cdot \int_0^t \Psi(\tau) \cdot e^{\left(\frac{1 \cdot (b - \sqrt{b^2 - 4 \cdot k \cdot M}) \cdot \tau}{2 \cdot M}\right)} d\tau - \right. \\
 & \left. - \frac{\left(b - \sqrt{b^2 - 4 \cdot k \cdot M}\right) \cdot e^{\left(\frac{1 \cdot (b - \sqrt{b^2 - 4 \cdot k \cdot M}) \cdot t}{2 \cdot M}\right)}}{2 \cdot M} \cdot \int_0^t \Psi(\tau) \cdot e^{\left(\frac{1 \cdot (b + \sqrt{b^2 - 4 \cdot k \cdot M}) \cdot \tau}{2 \cdot M}\right)} d\tau \right] \quad (2)
 \end{aligned}$$

де  $\Psi(\tau)$  – образ апроксимованої двополярної прямокутної ШІМ циклічної сили, який визначається:

$$\Psi(\tau) = \arctan \left( \frac{K_{apr} \cdot \left( \omega \cdot \tau - 2 \cdot \pi \cdot \text{floor} \left( \frac{\omega \cdot \tau - \pi}{2 \cdot \pi} \right) - 2 \cdot \pi \right)}{\omega} \right) \cdot \arctan \left( \frac{K_{apr} \cdot \left( \omega \cdot \tau - 2 \cdot \pi \cdot \text{floor} \left( \frac{\omega \cdot \tau}{2 \cdot \pi} \right) - \pi \right)}{\omega} \right)$$

Математичне моделювання роботи АВТМ за допомогою виразу (2) при резонансному режимі роботи зображено на рис. 1. Аналізуючи вираз (2) та рис. 1 можна зробити висновок, що при резонансному режимі роботи зсув фаз між апроксимованою двополярною прямокутною ШІМ циклічною силою  $F(t)$  та швидкістю  $V(t)$  робочого органу АВТМ дорівнює нулю ( $\varphi = 0$ ). При вище згаданих параметрах механічної коливної системи промодельовано дорезонансний  $f = 49 \text{ Гц}$  та зарезонансний  $f = 51 \text{ Гц}$  режим роботи АВТМ. Результати такого моделювання зображено на рис. 2, а, б). На основі проведеного аналізу можна зробити висновок, що по зсуву фаз між апроксимованою двополярною прямокутною ШІМ циклічною силою  $F(t)$  та швидкістю  $V(t)$  робочого органу АВТМ можна точно та однозначно зробити висновок про режим роботи АВТМ.

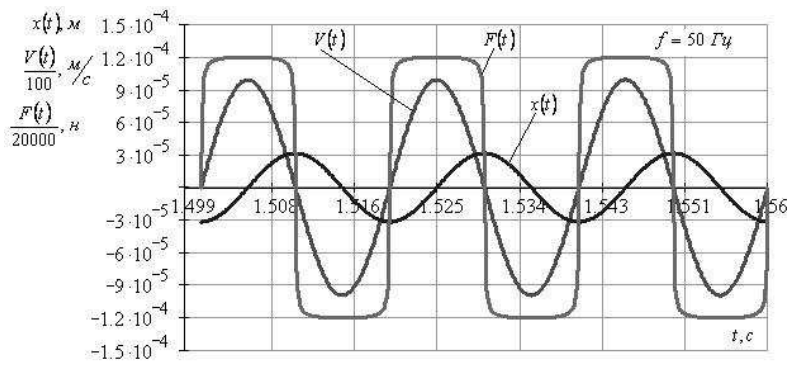


Рис. 1. Процеси в електромеханічній системі АВТМ збудженні вібрацією апроксимованою двополярною широтно-імпульсно модульованою силою (резонансний режим роботи АВТМ)

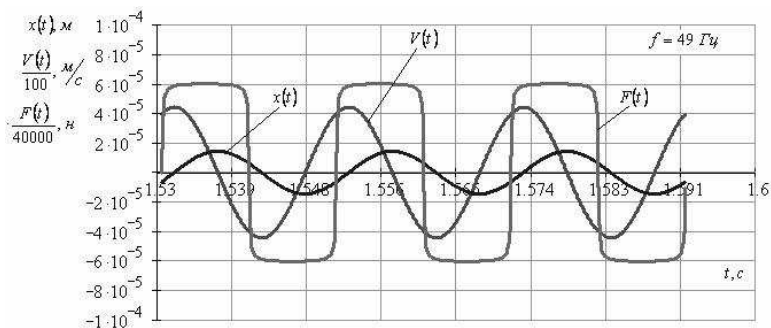
Як очевидно із рис. 1 вимушене коливання відстає від апроксимованої двополярної прямокутної ШІМ циклічної сили на  $\pi/2$ , а швидкість випереджає на  $\pi/2$  переміщення робочого органа. Зсув фаз між циклічною вимушуючою силою  $F(t)$  та вимушеними коливаннями робочого органа визначається таким виразом [1, 5, 6]:

$$\varphi^{F \leftrightarrow X} = \arctan\left(\frac{2 \cdot \omega \cdot \alpha}{\omega_0^2 - \omega^2}\right), \quad (3)$$

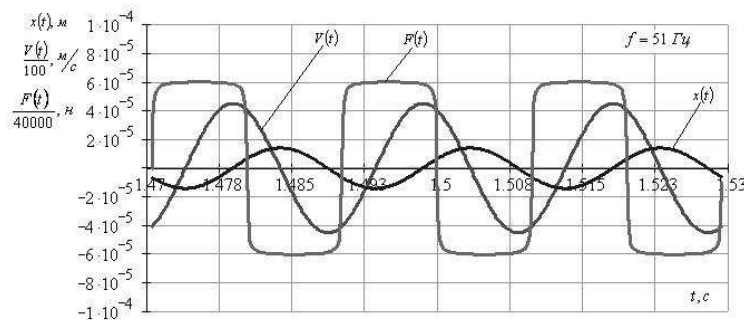
де  $\alpha$  – коефіцієнт загасання АВТМ,  $\omega_0$  – власна резонансна частота АВТМ,  $\omega$  – частота апроксимованої двополярної прямокутної ШІМ циклічної сили  $F(t)$ . Опираючись на вираз (3) та аналіз рис. 1 та рис. 2 зсув фаз між циклічною вимушуючою силою  $F(t)$  та швидкістю  $V(t)$  робочого органа АВТМ можна записати так:

$$\varphi^{F \leftrightarrow V} = \frac{\pi}{2} + \arctan\left(\frac{2 \cdot \omega \cdot \alpha}{\omega_0^2 - \omega^2}\right) \quad (4)$$

Беручи до уваги вираз (4) та рис. 1 та рис. 2, можна зробити висновок: якщо утримувати зсув фаз ( $\varphi^{F \leftrightarrow V} = 0$ ) постійно таким, що дорівнює нулю, то можна забезпечити резонансний режим роботи АВТМ.



а



б

Рис. 2 Зв'язок між переміщенням та швидкістю робочого органа АВТМ під час збудження вібрації апроксимованою двополярною широтно-імпульсно модульованою силою

По величині кута  $\Delta\varphi$  (рис. 3) можна чітко визначити чи механічна коливна система відійшла від резонансу і наскільки відійшла від резонансу та в котру сторону. На рис. 3 показано принцип керування резонансним режимом роботи АВТМ. Цей принцип полягає в тому, що усі датчики вібрації є акселерометрами тобто видають інформативний сигнал прямо пропорційний віброприскоренню робочого органа АВТМ. Інтегруючи такий сигнал, по часу можна отримати сигнал пропорційний віброшвидкості  $V(t)$  робочого органа, а порівнюючи цей інформаційний сигнал із сигналом, прямо пропорційним апроксимованій двополярній прямокутній ШІМ циклічній силі  $F(t)$ , можна визначити зсув фаз  $\varphi^{F \leftrightarrow V}$  та підтримувати його таким, що дорівнює нулю. Слідкуючи за приростом  $\Delta\varphi$  (рис. 3) можна виробляти за певним законом керуючий вплив  $\Delta\omega$ , який компенсуватиме параметричне збурення  $M$ , зводячи  $\Delta\varphi \rightarrow 0$ . Інтегруючи вираз (2) по часу отримаємо аналітичну залежність (5) між апроксимованою двополярною прямокутною ШІМ циклічною силою  $F(t)$  та прискоренням  $a(t)$  робочого органа АВТМ, що фіксується давачем вібрації (акселерометром) (рис. 4).

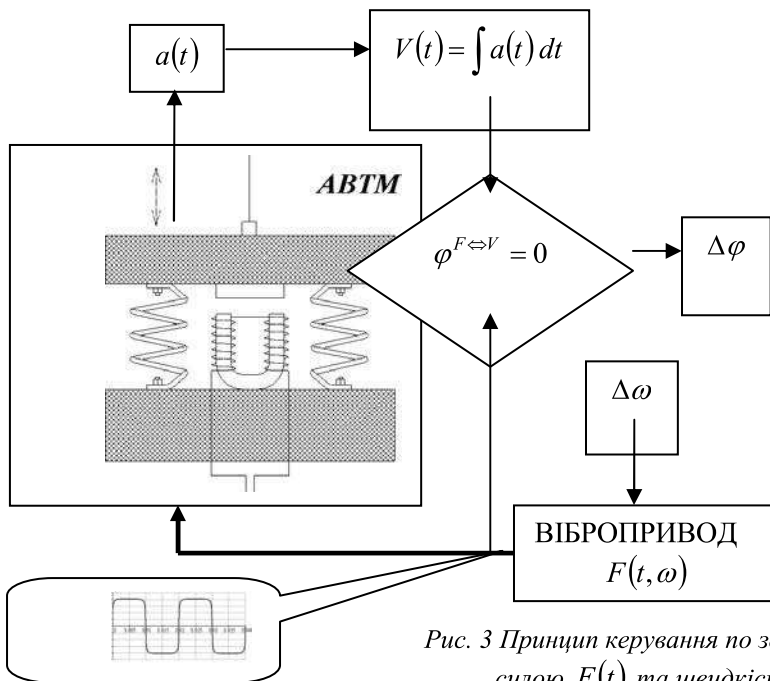


Рис. 3 Принцип керування по зсуву фаз між циклічною вимушеною силою  $F(t)$  та швидкістю  $V(t)$  робочого органа АВТМ

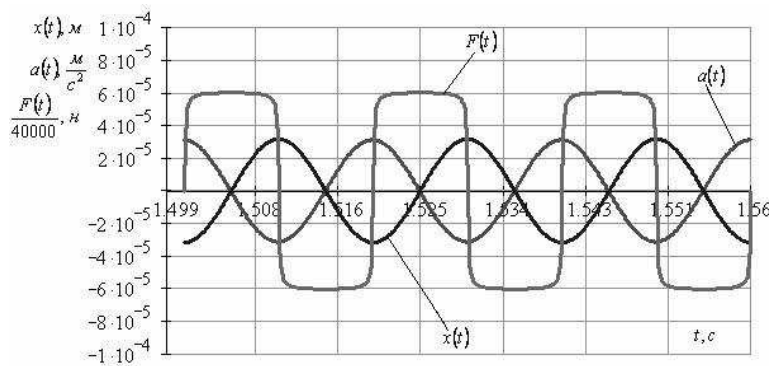


Рис. 4 Зв'язок між вимушеною апроксимованою двополярною широтно-імпульсно модульованою силою та віброприскоренням робочого органа АВТМ (або сигналом на виході акселерометра)

$$\begin{aligned}
 a(t) = & \frac{1.29 \cdot F \cdot b^2 \cdot e^{\left(\frac{-t \cdot b}{M}\right)}}{M^2 \cdot \pi \cdot \sqrt{b^2 - 4 \cdot k \cdot M}} \cdot \left[ \int_0^t \Psi(\tau) \cdot e^{\left(\frac{1}{2} \left(\frac{b - \sqrt{b^2 - 4 \cdot k \cdot M}}{M}\right) \tau\right)} d\tau \cdot e^{\left(\frac{1}{2} \left(\frac{b + \sqrt{b^2 - 4 \cdot k \cdot M}}{M}\right) t\right)} - \right. \\
 & \left. - \int_0^t \Psi(\tau) \cdot e^{\left(\frac{1}{2} \left(\frac{b + \sqrt{b^2 - 4 \cdot k \cdot M}}{M}\right) \tau\right)} d\tau \cdot e^{\left(\frac{1}{2} \left(\frac{b - \sqrt{b^2 - 4 \cdot k \cdot M}}{M}\right) t\right)} \right] - \frac{2.58 \cdot F \cdot b \cdot e^{\left(\frac{-t \cdot b}{M}\right)}}{M \cdot \pi \cdot \sqrt{b^2 - 4 \cdot k \cdot M}} \times \\
 & \times \left[ \frac{\left(b + \sqrt{b^2 - 4 \cdot k \cdot M}\right) \cdot e^{\left(\frac{1}{2} \left(\frac{b + \sqrt{b^2 - 4 \cdot k \cdot M}}{M}\right) t\right)}}{2 \cdot M} \cdot \int_0^t \Psi(\tau) \cdot e^{\left(\frac{1}{2} \left(\frac{b - \sqrt{b^2 - 4 \cdot k \cdot M}}{M}\right) \tau\right)} d\tau - \right. \\
 & \left. - \frac{\left(b - \sqrt{b^2 - 4 \cdot k \cdot M}\right) \cdot e^{\left(\frac{1}{2} \left(\frac{b - \sqrt{b^2 - 4 \cdot k \cdot M}}{M}\right) t\right)}}{2 \cdot M} \cdot \int_0^t \Psi(\tau) \cdot e^{\left(\frac{1}{2} \left(\frac{b + \sqrt{b^2 - 4 \cdot k \cdot M}}{M}\right) \tau\right)} d\tau \right] + \\
 & \frac{1.29 \cdot F \cdot e^{\left(\frac{-t \cdot b}{M}\right)}}{\pi \cdot \sqrt{b^2 - 4 \cdot k \cdot M}} \times \left[ \frac{\Psi(\tau) \cdot e^{\left(\frac{1}{2} \left(\frac{b - \sqrt{b^2 - 4 \cdot k \cdot M}}{M}\right) t\right)} \cdot \left(b + \sqrt{b^2 - 4 \cdot k \cdot M}\right) \cdot e^{\left(\frac{1}{2} \left(\frac{b + \sqrt{b^2 - 4 \cdot k \cdot M}}{M}\right) t\right)}}{2 \cdot M} + \right. \\
 & + \frac{\left(b + \sqrt{b^2 - 4 \cdot k \cdot M}\right)^2 \cdot e^{\left(\frac{1}{2} \left(\frac{b + \sqrt{b^2 - 4 \cdot k \cdot M}}{M}\right) t\right)}}{4 \cdot M^2} \cdot \int_0^t \Psi(\tau) \cdot e^{\left(\frac{1}{2} \left(\frac{b - \sqrt{b^2 - 4 \cdot k \cdot M}}{M}\right) \tau\right)} d\tau - \\
 & \frac{\Psi(\tau) \cdot e^{\left(\frac{1}{2} \left(\frac{b + \sqrt{b^2 - 4 \cdot k \cdot M}}{M}\right) t\right)} \cdot \left(b - \sqrt{b^2 - 4 \cdot k \cdot M}\right) \cdot e^{\left(\frac{1}{2} \left(\frac{b - \sqrt{b^2 - 4 \cdot k \cdot M}}{M}\right) t\right)}}{2 \cdot M} \\
 & \left. - \frac{\left(b - \sqrt{b^2 - 4 \cdot k \cdot M}\right)^2 \cdot e^{\left(\frac{1}{2} \left(\frac{b - \sqrt{b^2 - 4 \cdot k \cdot M}}{M}\right) t\right)}}{4 \cdot M^2} \cdot \int_0^t \Psi(\tau) \cdot e^{\left(\frac{1}{2} \left(\frac{b + \sqrt{b^2 - 4 \cdot k \cdot M}}{M}\right) \tau\right)} d\tau \right] \quad (5)
 \end{aligned}$$

Аналізуючи цей рисунок можна побачити, що прискорення на  $\pi$  випереджає переміщення, тоді зв'язок між фазою прискорення та апроксимованою двополярною прямокутною ШІМ циклічною силою  $F(t)$  можна записати так:

$$\varphi^{F \leftrightarrow a} = \pi + \arctan\left(\frac{2 \cdot \omega \cdot \alpha}{\omega_0^2 - \omega^2}\right) \quad (6)$$

Під час синтезу структурних схем екстремальних адаптивних систем керування АВТМ за цим критерієм оцінки режиму роботи слід також взяти до уваги те, що для амплітуд переміщень максимум настає при частоті  $\omega$ , що дещо менша, ніж  $\omega_0$ , для амплітуд швидкостей при  $\omega = \omega_0$ , для амплітуд прискорень при  $\omega$  дещо більше ніж  $\omega_0$ . Згідно з [5, 6] різниця між положеннями всіх трьох максимумів тим менша, чим менший коефіцієнт загасання  $\alpha$ . Наприклад [6], максимум амплітуд переміщень виникає не при  $\omega/\omega_0 = 1$ , а при  $\omega/\omega_0 = \sqrt{1 - \frac{8 \cdot \alpha^2}{\omega_0^2}}$ . За вищезазначених параметрів механічної коливної системи (АВТМ) максимум переміщень настане при  $\omega/\omega_0 = 0.99997160$ . Враховуючи те, що швидкість випереджає на  $\pi/2$  переміщення і максимум амплітуд швидкостей настає при  $\omega = \omega_0$ . Цей критерій дасть змогу точно знаходити  $\omega_0$  та за часом випереджати зміну амплітуди максимумів переміщення робочого органа АВТМ.

**Висновки.** Розроблено критерій, що дозволяє чітко та однозначно робити висновок про місцерозташування робочої тачки адаптивної вібраційної технологічної машини на робочій ділянці амплітудно-частотної характеристики вібромашини під час збування її прямокутною широтно-імпульсно модульованою циклічною вимушуючою силою електромагнітного віброприводу. Отже критерій доцільно застосовувати під час синтезу адаптивних вібраційних технологічних машин, це дозволить перейти екстремальній адаптивній системі керування від пошукових алгоритмів роботи до слідкуючих. Застосування цього критерію для оцінки режиму роботи вібромашини дасть змогу покращити якість керування, що своєю чергою позитивно вплине на зменшення енергозатрат на вібропривод та дозволить покращити (шляхом стабілізації амплітуди) технологічні характеристики вібромашини.

1. Повідайло В.О. Вібраційні процеси та обладнання. – Львів: Вид-во Нац. ун-ту “Львівська політехніка”, 2004. – 248 с. 2. Куропаткін П.В. Оптимальные и адаптивные системы. – М.: Высш. шк., 1980. – 287 с. 3. Чубик Р. В. Адаптивна система керування режимами резонансних вібраційних технологічних машин: Дис... к-та техн. наук. – Львів, 2007. – 266 с. 4. Берник П.С., Чубик Р.В. Аналіз структурних схем пристроїв для керування віброприводом вібраційних технологічних машин // Вибрації в техніці та технологіях: Всеукр. наук.-тех. журн. – 2005. – № 3 (41). – С. 9–22. 5. Хайкин С.Э. Физические основы механики. – М.: Наука, 1971. – 751 с. 6. Тимошенко С.П., Янг Д.Ж., Уивер У. Колебания в инженерном деле / Пер. с англ. канд. физ.-мат. наук Л.Г. Корнейчука, Под ред. чл.-корр. АН СССР Э.И. Григолюка. – М.: Машиностроение, 1985. – 472 с.