

Національний університет “Львівська політехніка”  
Міністерство освіти і науки України

Національний університет “Львівська політехніка”  
Міністерство освіти і науки України

Кваліфікаційна наукова  
праця на правах рукопису

**Демків Любомир Ігорович**

УДК 007: 681.516.4 681.511.4  
681.5.011 681.513.6 681.513.5

## **ДИСЕРТАЦІЯ**

**Аналіз та синтез нечітких регуляторів динамічних систем**

05.13.03 – системи та процеси керування

Подається на здобуття наукового ступеня доктора технічних наук

Дисертація містить результати власних досліджень. Використання ідей, результатів і текстів інших авторів мають посилання на відповідне джерело

Л.І.Демків

Наукові консультанти:

д.т.н., професор **Лозинський Андрій Орестович** (Україна)

д.т.н., професор **Ванцевіч Володимир Володимирович**

(Vladimir V. Vantsevich) (США)

Львів – 2018

## АНОТАЦІЯ

*Демків Л.І.*. Аналіз та синтез нечітких регуляторів динамічних систем. - Кваліфікаційна наукова праця на правах рукопису.

Дисертація на здобуття наукового ступеня доктора технічних наук за спеціальністю 05.13.03 – системи та процеси керування. – Національний університет «Львівська політехніка», Львів, 2018.

У дисертаційній роботі проведено дослідження підходів до синтезу динамічних систем з використанням теорії нечітких множин. Проведено дослідження систем з нечітким регулятором які забезпечують перемикання між системами в яких корені характеристичних поліномів лежать в лівій півплощині. Доведено теорему, що визначає умови стійкості такої системи. Показано переваги застосування системи з нечітким регулятором у порівнянні з класичними підходами. Особливу увагу у роботі приділено випадку коли одна з підсистем сімейства динамічних систем є нестійкою внаслідок дії синтезованого регулятора. Показано, що такий підхід дозволяє надати загальній системі нових властивостей та підвищити швидкодію перехідних процесів не спричиняючи недопустимих перерегулювань проміжних та вихідної координати. Показано, що загальна система залишається стійкою. Сформульовано критерій стійкості для систем з нестійкою підсистемою, що дозволяє проаналізувати стійкість системи в залежності від значення функції належності. Проведені аналітичні дослідження повністю підтверджують теоретичні припущення та результати моделювань. В роботі досліджено також вибір параметричних та непараметричних ступенів свободи нечіткого регулятора, що забезпечують бажану поведінку системи.

Для оптимізації розміру бази правил нечіткого регулятора проведено фазифікацію лише вихідної координати системи. В такому випадку база правил нечіткого регулятора є суттєво меншою, а динамічні процеси в

системі не значно відрізняються від випадку, коли фазифікують усі компоненти вектора станів системи.

Запропоновано підхід до синтезу регулятора, що забезпечує керований коливний режим в околі робочої точки, який можна, при потребі, зупинити. Амплітуда та частота коливань, в такому випадку, залежать від параметрів нечіткого регулятора.

У роботі запропоновано підхід до формування траєкторії руху коренів бажаної форми. При цьому було використано стандартні лінійні форми для формування розподілу коренів стійких підсистем, а форма траєкторії забезпечувалась лише вибором значень функції належності. Такий підхід дозволив покращити динаміку перехідних процесів в системі, однак він призводить до суттєвого ускладнення формування керуючих впливів.

Було проведено порівняння поведінки динамічної системи з нечітким регулятором і нестійкою підсистемою та систем з регуляторами, що синтезовані методами теорії оптимального керування. Отримані результати свідчать, що застосування нечіткого регулятора не лише дозволяє одержати аналогічну швидкодію системи на початковому етапі її функціонування, але й забезпечити плавне наближення вихідної координати системи до робочої точки.

Для розв'язання задач, де виникає потреба в обмеженні значень проміжних координат вектора станів системи було використано каскадний нечіткий регулятор. Такий регулятор дозволяє не лише обмежити значення згаданих параметрів, а й забезпечити бажану швидкодію системи. При цьому одержується суттєвий вииграш в кількості правил в базі правил нечіткого регулятора.

Для випадку системи зі змінними параметрами показано, що синтезований нечіткий регулятор забезпечує її робастність. При цьому загальна система залишається стійкою. Такий регулятор було застосовано до керування системою автоматичного переміщення електрода дугової

сталеплавильної печі.

Крім того, пропонований підхід до синтезу нечітких регуляторів динамічних систем було застосовано для моделювання поведінки одно- та двомасової системи автоматичного керування переміщення електрода дугової сталеплавильної печі. Порівняння отриманих результатів з випадком застосування до такої системи диференційного регулятора або регулятора з нечітким коректором свідчить про переваги запропонованого підходу у швидкодії та відсутності небажаних коливань в околі робочої точки.

Для випадку врахування нелінійностей в системі, а саме, врахування нелінійності моделі тиристорного перетворювача, було синтезовано нечіткий регулятор, що дозволяє як враховувати нелінійні процеси в моделі системи, так і забезпечувати бажану динаміку цієї системи.

Отримані результати синтезу нечіткого робастного регулятора для дугової сталеплавильної печі свідчать, що пропонований підхід до синтезу регуляторів дозволяє не лише врахувати зміну параметрів системи та забезпечити бажані перехідні процеси, а й має більшу швидкодію за відомі в літературі підходи. При цьому складність синтезу запропонованого регулятора є суттєво меншою.

Ключові слова: динамічні системи, нечітка логіка, нечіткий регулятор, стійкість, каскадний регулятор, нестійка підсистема.

## ANNOTATION

**Demkiv L. I. Analysis and synthesis of fuzzy controllers of dynamical systems. - Qualification scientific work printed as manuscript.**

The thesis for the degree of Doctor of Technical Sciences in speciality 05.13.03 – systems and control processes. – Lviv Polytechnic National University, Lviv, 2018.

In the thesis the investigation of approaches to synthesis of dynamical systems using the fuzzy set theory is carried out. The research of systems with fuzzy controller that prove switching between systems in which the roots of characteristic polynomials lie in the left half-plane are carried out. A theorem is proved that determines the conditions for the stability of such a system. The advantages of using a system with fuzzy controller in comparison with classical approaches are shown. Particular attention is paid to the case when one of the subsystems of the family of dynamical systems is unstable due to the action of a synthesized controller. Such an approach allows to provide the general system with new properties and speed up the transient processes in it without causing inadmissible readjustment of intermediate and output coordinates. The study shows that the general system remains stable. The stability criterion for systems with unstable subsystem is formulated, which allows us to analyze the stability of the system, depending on the value of the membership function. The conducted research fully confirms theoretical assumptions and simulation results. The work also investigates the choice of degrees of freedom (parametric and non-parametric) of a fuzzy controller, which provides the desirable behaviour of the system.

To optimize the size of the rule base of the fuzzy controller, only the initial coordinate of the system is fuzzified. In this case the rule base of the fuzzy controller is considerably smaller, and the dynamic processes in the system do not differ significantly from the case when all the components of the state vector are fuzzified.

The approach to synthesis of the controller is introduced in the thesis. It provides the controlled oscillatory mode in the area of a working point, which can be stopped if necessary. The amplitude and frequency of oscillations in this case depend on the parameters of the fuzzy controller.

The paper proposes an approach to the formation of the roots trajectory of the desired form. In this case, standard linear forms were used to form the distribution of roots for stable systems, and the form of the trajectory was provided only by selecting the values of the membership function. This approach has

allowed to improve the dynamics of transients in the system, but it leads to a significant complication of the formation of management influences.

Comparison between the behavior of a dynamical system with a fuzzy controller and an unstable subsystem and systems with controllers synthesized by methods of optimal control theory is conducted in the research. The obtained results indicate that the use of a fuzzy controller not only allows obtaining a similar system speed at the initial stage of its operation, but also ensures smooth approximation of the system output coordinate to the working point.

To solve problems where there is a need to limit the values of intermediate coordinates of the state vector, a cascade fuzzy controller was used. Such a controller allows not only to limit the value of the above-mentioned parameters but also to provide the desirable system speed. In this case there is a significant gain in the number of rules in the rule base of a fuzzy controller.

Concerning a system with variable parameters, a synthesized fuzzy controller ensures its robustness. In this case the overall system remains stable.

The proposed approach to fuzzy dynamical regulators synthesis was used to simulate behaviour of a single- and two- mass systems for automatic control of an arc furnace electrode movement. Comparison of the results obtained with the application of such a system to a system of controller impedance or fuzzy control indicates the advantages of the proposed approach in terms of performance and the absence of unwanted fluctuations in the vicinity of the operating point.

Taking into account nonlinearities in the system, namely nonlinearity of a thyristor converter model, the fuzzy controller was synthesized, which allows both to figure nonlinear processes in the system and to provide its desirable dynamics.

The proposed approaches were used to synthesize the fuzzy controller of the arc furnace and the fuzzy correction factor for speed smoothing of the electric vehicle.

*Key words: dynamical systems, fuzzy logic, fuzzy controller, stability, cascade controller, unstable subsystem.*

## Список публікацій здобувача:

### *Статті у наукових фахових виданнях України:*

- 1) Лозинський А.О., Демків Л.І. Аналіз стійкості систем з регулятором Такагі-Сугено // Искусственный интеллект. - 2008. - № 4. - С. 545-550.
- 2) Лозинський А.О., Демків Л.І. Аналіз стійкості систем з регулятором Такагі-Сугено-Канга // Вісн. НТУ"ХП", Серія"Електротехніка, електроніка і електродвигун". -2008. Вип. 30. – С.89-90.
- 3) А.О. Лозинський, Л.І. Демків Умовно стійкі системи з фазі-регулятором // Искусственный интеллект. - 2010. - № 4. - С. 415-420.
- 4) А.О. Лозинський, Л.І. Демків Дослідження стійкості систем з нестійкою підсистемою // Електротехніка та електроенергетика. – 2010. - №1. – С. 19-29.
- 5) А.О. Лозинський, Л.І. Демків Дослідження впливу виду функції належності на динамічні показники системи при багатокритеріальній оптимізації // Електротехнічні та комп'ютерні системи. – 2012. – № 5. – С. 137-144.
- 6) А.О. Лозинський, Л.І. Демків Синтез багатокритеріального оптимального керування зі змінними ваговими коефіцієнтами // Радіоелектроніка, інформатика, управління. – 2012. – №1. –С. 144-147.
- 7) Л.І. Демків Дослідження впливу параметрів функції належності на якісні показники функціонування системи з двома коренями в правій півплощині // Вісник НУ "Львівська політехніка". – 2012. – №736. –С. 36-43.
- 8) Л.І. Демків Дослідження двомасової системи,що складається з двох підсистем, при дії зовнішніх збурень // Електромеханічні і енергозберігаючі системи. – 2012. – №3. – С.505-506.
- 9) А.О. Лозинський, Л.І. Демків Дослідження впливу параметрів функцій належності нечіткого регулятора зі сформованою нестійкою підсистемою на прикладі двомасової електромеханічної системи // Електротехніка і Електроенергетика. – 2012. – №2. –С.4-11.
- 10) А.О. Лозинський, Я.С. Паранчук, Л.І. Демків Аналіз структур нечітких регуляторів дугових сталеплавильних печей// збірник ДонНТУ, серія «Електротехніка і енергетика». – 2013. – №1(14), – С.173-177.

- 11) **Демків Л.І.** Дослідження впливу методу дефазифікації на характеристики системи з нечітким регулятором Такагі-Сугено// Вісник НУ “Львівська політехніка”, серія«Електроенергетичні та електромеханічні системи». – 2013. –№763.–С.34-39.
- 12) **Демків Л.І.** Дослідження впливу методу агрегації на характеристики системи з нечітким регулятором Такагі-Сугено// Вісник НТУ “ХП”, серія «Проблеми автоматизованого електроприводу. Теорія і практика». – 2013. – №36(1009). – С.120-121.
- 13) **Демків Л.І.** Дослідження впливу вибору параметрів функції належності, як ступенів свободи нечіткого регулятора, на характеристики динамічної системи // Вісник НУ “Львівська політехніка”, серія «Фізико-математичні науки». – 2013. –№768.–С.105-110.
- 14) **Л.І. Демків** Вплив вибору стандартної лінійної форми на характеристики динамічної системи з нечітким модальним регулятором// Вісник НУ “Львівська політехніка”, серія«Електроенергетичні та електромеханічні системи». – 2014.–№785.–С.20-33.
- 15) **Демків Л.І.** Дослідження впливу розподілу коренів характеристичного полінома на характеристики перехідних процесів в динамічній системі // Вісник НУ “Львівська політехніка”, серія «Фізико-математичні науки». – 2014. –№804.–С.131-141.
- 16) **Demkiv L.I.** Research of dynamic system with unstable subsystem that has one root in the right half-plane // Mathematical modeling and computing, Vol. 1, No. 2, (2014) pp. 156–162.
- 17) Лозинський А.О., **Демків Л.І.** Застосування нечіткої моделі системи при синтезі системи автоматичного керування нелінійними об’єктами // Електромеханічні і енергозберігаючі системи. – 2015. – №2(30). – С.24-30.
- 18) А. Lozynskyy, **L. Demkiv** Synthesis of fuzzy logic controller of nonlinear dynamic system with variable parameters // Computational problems of electrical engineering Vol. 6, No. 2, 2016, p.91-98
- 19) А. Lozynskyy, **L. Demkiv** Analysis of the application efficiency of a fuzzy



controller in two-mass systems with variable moment of inertia of the second mass // Energy engineering and control systems, 2016; V. 2, N. 2: pp. 59 – 68

*Статті у наукових фахових виданнях України, що входять в наукометричну базу даних Scopus:*

20) А.О. Лозинський, Я.С. Паранчук, **Л.І. Демків** Дослідження системи переміщення електродів дугової сталеплавильної печі з нечітким регулятором // Технічна електродинаміка.–2014.–№2.–С.73-77.

21) А.О. Лозинський, **Л.І. Демків** Дослідження впливу каскадного нечіткого регулятора на характеристики системи автоматичного керування переміщення електрода дугової сталеплавильної печі // Науковий вісник НГУ. – 2014. .–№4.–С.32-38.

*Статті у наукових періодичних виданнях інших держав, що входять в наукометричну базу даних Scopus:*

22) A. Lozynskyy, **L. Demkiv** Investigation of multicriteria optimal control with time-variable weight coefficients // Electrical Review. – 2013. –№2a. –С.195-198.

23) Andrew Lozynskyy, **Lyubomyr Demkiv**, “Synthesis of Multicriteria Controller by Means of Fuzzy Logic Approach,” Advances in Fuzzy Systems, vol. 2014, Article ID 758207, 5 pages, 2014. doi:10.1155/2014/758207

24) A. Lozynskyy, **L. Demkiv** Application of dynamic systems family for synthesis of fuzzy control with account of non-linearities // Advances in electrical and electronic engineering, volume 14, number: 5, 2016, p. 543-550.

*Публікації в матеріалах міжнародних конференцій, що в що входять в наукометричну базу даних Scopus:*

25) V. V. Vantsevich, A. Lozynskyy, **L. Demkiv** A wheel rotational velocity control strategy for an open-link locomotion module, 19th International & 14th European-African Regional Conference of the ISTVS, Budapest, Hungary, 25-27 September 2017.

26) Lozynskyy A., Vantsevich V. V., Demkiv L. Enhancement of dynamical characteristics of a fuzzy control system by using unstable subsystem, IEEE Int. Conf. On Fuzzy Systems (FUZZ-IEEE) 2018, Rio de Janeiro, Brazil, 8–13 July

2018, pp 1240–1247.

27) **L. Demkiv**, A. Lozynskyy, O. Lozynskyy and I. Demkiv, "A new approach to dynamical system's fuzzy controller synthesis: Application of the unstable subsystem," 2017 International Conference on Modern Electrical and Energy Systems (MEES), Kremenchuk, 2017, pp. 84-87

28) Lozynskyy A. **Demkiv L.** Stability analysis of dynamical system with variable coefficients and fuzzy controller//CPEE '2015: Proc.Int.Conf. – Lviv, Ukraine, September 2-5, 2015. – P.99-102.

***Інші публікації, що відображають зміст дисертаційної роботи:***

29) **Демків Л.І.** Аналіз стійкості системи з фаззи регуляторами частотними методами //Тематичний випуск «Проблеми автоматизованого електроприводу. Теорія і практика» науково технічного журналу «ЕЛЕКТРОІНФОРМ» – Львів: ЕКОінформ. – 2009. – С.435-436.

30) A. Lozynskyy, **L. Demkiv** Forming of the controlled influence in the system with fuzzy regulator // Comp.Probl. Of Elec.Eng. - Lviv:LPNU, 2011. - Vol.1. - P.27-34.

***Публікації в матеріалах міжнародних конференцій:***

31) V. V. Vantsevich, A. Lozynskyy, **L. Demkiv**, I. Holovach Fuzzy Logic Control of Agile Dynamics of a Wheel Locomotion Module, 25th International Symposium on Dynamics of Vehicles on Roads and Tracks, taking place at Central Queensland University Rockhampton, Queensland, from 14-18 August 2017.

32) Лозинський А.О., **Демків Л.І.** Аналіз стійкості систем з регулятором Такагі-Сугено: Матеріали ІХ Міжн. науково-техн. конф. - Донецьк: ИПИИ "Наука і освіта". - 2008. - Т. 2. - С. 175-178.

33) А.О. Лозинський, **Л.І. Демків** "Умовно стійкі системи з нечітким регулятором", Матеріали Міжн. науково-техн. конф.ИИ2010. - Донецьк: ИПИИ "Наука і освіта". - 2010. - Т. 2. - С. 110-112

34) **Демків Л.І.** Дослідження стійкості систем з нечіткими регуляторами//Автоматика – 2010: Матеріали міжнародної конференції з автоматичного управління. – Харків: ХНУРЕ, 2010 – С. 203-205.

- 35) Демків Л.І. Синтез багатокритеріального оптимального керування зі змінними ваговими коефіцієнтами // Интеллектуальные системы принятия решений и проблемы вычислительного интеллекта: Материалы международной научной конференции. Том 2. - Херсон: ХНТУ, 2011 – С. 59-61.
- 36) Лозинський А.О., Л.І. Демків Синтез оптимальних систем з застосуванням багатокритеріальної оптимізації зі змінними ваговими коефіцієнтами //Автоматика – 2011: Матеріали міжнародної конференції з автоматичного управління. – Львів: НУ”Львівська політехніка”, 2011 – С. 139-140.
- 37) Лозинський А.О., Демків Л.І. Нечітке робастне керування двомасовою динамічною системою//Проблеми енергоресурсозбереження в електротехнічних системах. Наука, освіта і практика. Наукове видання. – Кременчук: КрНУ, 2014.–1/2014(2).–с.338-340.
- 38) Лозинський А.О., Демків Л.І. Застосування нечіткої моделі про синтезі системи автоматичного керування нелінійними об’єктами//Проблеми енергоресурсозбереження в електротехнічних системах. Наука, освіта і практика. Наукове видання. – Кременчук: КрНУ, 2015.–1/2015(3).–С. 28-30.

#### **Апробація основних результатів:**

- Міжнародна науково-технічна конференція «Штучний інтелект. Інтелектуальні системи» - 22–27 вересня 2008р., смт.Кацивелі, Крим, Україна.
- Міжнародна науково-технічна конференція «Штучний інтелект. Інтелектуальні системи» - 20–24 вересня 2010р., смт.Кацивелі, Крим, Україна.
- Матеріали міжнародної конференції з автоматичного управління «Автоматика – 2010», 27 – 29 вересня 2010р., Харків.
- Міжнародна наукова конференція «Інтелектуальні системи прийняття рішень та проблеми обчислювального інтелекту» 16-20 травня 2011р., м.

Євпаторія, Крим, Україна.

- Міжнародна наукова конференції з автоматичного управління «Автоматика – 2011» 28-29 вересня 2011р., м.Львів, Україна.
- Міжнародна науково-технічна конференція "Проблеми енерго-ресурсозбереження в електротехнічних системах. Наука, освіта і практика" 14-16 травня 2014р., Кременчук, Україна.
- Міжнародна науково-технічна конференція "Проблеми енерго-ресурсозбереження в електротехнічних системах. Наука, освіта і практика" 13 – 15 травня 2015 року., м.Кременчук, Україна.
- International conference “Computational Problems of Electrical Engineering”, СРЕЕ'2015, 2 – 5 September, 2015. Lviv, Ukraine.
- International Conference “Modern electrical and energy systems” (MEES 2017) November 15-17, 2017, Kremenchuk, Ukraine.
- 25th International Symposium on Dynamics of Vehicles on Roads and Tracks, 14-18 August 2017, Central Queensland University Rockhampton, Queensland.
- 19th International & 14th European-African Regional Conference of the ISTVS, 25-27 September 2017, Budapest, Hungary.
- наукових семінарах кафедр “Електропривод та автоматизація промислових установок і технологічних комплексів” та “Електричні машини і апарати” Національного університету “Львівська політехніка”;
- науковому семінарі Наукової Ради НАН України "Моделі та методи комп'ютерного аналізу електричних кіл та електромеханічних систем".

## ЗМІСТ

<b>ВСТУП</b> .....	16
<b>РОЗДІЛ І. АНАЛІЗ ІСНУЮЧИХ МЕТОДІВ СИНТЕЗУ НЕЛІНІЙНИХ СИСТЕМ ТА СИСТЕМ ЗІ ЗМІННИМИ ПАРАМЕТРАМИ З ТОЧКИ ЗОРУ МОЖЛИВОСТІ ФОРМУВАННЯ ДИНАМІЧНИХ ХАРАКТЕРИСТИК</b> .....	24
1.1 Огляд стану проблеми.....	24
<i>1.1.1 Системи з оптимальними регуляторами</i> .....	25
<i>1.1.2. Керування нелінійними системами</i> .....	27
<i>1.1.3 Огляд систем з адаптивними регуляторами</i> .....	29
<i>1.1.4. Робастне керування</i> .....	31
<i>1.1.5. Синтез нечітких регуляторів</i> .....	39
1.2 Формулювання проблематики .....	56
1.3 Висновки .....	58
<b>РОЗДІЛ ІІ. ЗАСТОСУВАННЯ СІМЕЙСТВА ДИНАМІЧНИХ ПІДСИСТЕМ ДО СИНТЕЗУ НЕЧІТКОГО РЕГУЛЯТОРА</b> .....	59
2.1. Синтез нечіткого регулятора системи на основі методів класичної теорії керування.....	59
<i>2.1.1. Формування сімейства динамічних підсистем для синтезу нечіткого регулятора.</i> .....	59
<i>2.1.2. Аналіз стійкості системи з синтезованим регулятором.</i> .....	63
<i>2.1.3. Синтез нечіткого регулятора для формування динаміки окремої підсистеми.</i> .....	72
<i>2.1.4. Аналітичне підтвердження адекватності отриманих результатів.</i> .....	109
2.2. Синтез нечіткого регулятора з нестійкою підсистемою. ....	115

2.2.1	<i>Опис досліджуваної системи.....</i>	116
2.2.2.	<i>Дослідження нечіткого регулятора з нестійкою підсистемою. ...</i>	121
2.2.3.	<i>Порівняння системи з нечітким регулятором та системи з оптимальним керуванням. ....</i>	152
2.2.4.	<i>Аналітичне підтвердження адекватності отриманих результатів. ....</i>	155
2.2.5.	<i>Формування коливних режимів у системі з нечітким регулятором та нестійкою підсистемою .....</i>	157
2.3.	<i>Аналіз стійкості систем з нечітким регулятором та нестійкою підсистемою .....</i>	164
2.4.	<i>Висновки .....</i>	174
<b>РОЗДІЛ III. СИНТЕЗ НЕЧІТКОГО РЕГУЛЯТОРА НА ОСНОВІ АДИТИВНОГО КРИТЕРІЮ ЯКОСТІ ЗІ ЗМІННИМИ ВАГОВИМИ КОЕФІЦІЄНТАМИ ОКРЕМИХ ПІДКРИТЕРІЇВ.....</b>		
3.1.	<i>Удосконалення методів розв'язку задач багатокритеріальної оптимізації.....</i>	178
3.2.	<i>Синтез каскадних регуляторів для врахування обмежень, які накладаються на змінні стану системи. ....</i>	191
3.3.	<i>Застосування сімейства динамічних підсистем при синтезі нечітких регуляторів електромеханічних систем з типовими нелінійностями. ....</i>	195
3.4.	<i>Висновки. ....</i>	210
<b>РОЗДІЛ IV ДОСЛІДЖЕННЯ ЕФЕКТИВНОСТІ РОЗРОБЛЕНИХ ПІДХОДІВ ДО СИНТЕЗУ РЕГУЛЯТОРІВ НА ПРИКЛАДІ ЕЛЕКТРОТЕХНІЧНИХ СИСТЕМ .....</b>		
4.1.	<i>Математична модель дугової сталеплавильної печі (ДСП) .....</i>	212
4.2	<i>Дослідження систем керування ДСП з синтезованими нечіткими регуляторами.....</i>	223

4.2.1 Порівняльний аналіз ефективності роботи корегуючого нечіткого регулятора та запропонованого нечіткого регулятора, синтезованого з використанням стандартних форм розподілу коренів характеристичного полінома.....	223
4.2.2 Аналіз поведінки системи при врахуванні нелінійностей в системі керування переміщенням електрода ДСП .....	228
4.2.3 Каскадний регулятор з обмеженнями .....	233
4.2.4 Синтез робастного регулятора керування рухом електродів ДСП.....	236
4.3 Модель динаміки колеса електромобіля .....	251
4.3.1. Одномасова модель електроприводу колеса електромобіля.....	252
4.3.2 Двомасова модель електроприводу колеса електромобіля .....	257
4.4 Синтез керування електроприводом колеса електромобіля .....	261
4.4.1 Аналіз роботи нечіткого задавача інтенсивності на основі структури нечіткого керування типу Мамдані для одномасової системи з врахуванням поверхні руху колеса .....	261
4.4.2 Аналіз роботи нечіткого задавача інтенсивності на основі структури нечіткого керування типу Такагі-Сугено для двомасової системи з врахуванням поверхні руху колеса .....	270
4.5. Висновки .....	275
<b>ВИСНОВКИ .....</b>	<b>278</b>
<b>СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ .....</b>	<b>281</b>
<b>ДОДАТКИ.....</b>	<b>308</b>
Додаток А Документи, які підтверджують впровадження результатів дисертаційної роботи .....	309
Додаток Б Список публікацій здобувача за темою дисертації та відомості про апробацію результатів дисертації .....	319

## ***ВСТУП***

**Актуальність теми.** Ускладнення структури об'єктів керування, підвищення вимог щодо якості перехідних процесів, поліпшення техніко-економічних показників ставить нові завдання при синтезі систем керування. У багатьох випадках традиційні підходи теорії автоматичного керування не забезпечують виконання поставлених вимог, зокрема у випадку нелінійних систем, для яких формальні лінеаризовані в околі робочої точки моделі опису перехідних процесів не повністю враховують усі визначальні чинники, що характеризують процеси, які вони описують, а синтезована на основі такої спрощеної моделі об'єкта система керування відповідним чином працюватиме тільки в певній області простору станів. Окрім того, застосування нелінійної моделі об'єкта, яку успішно використовують для комп'ютерної симуляції режимів його роботи, через її складність є практично непридатною для синтезу систем керування за допомогою класичних підходів. Більшість методів нелінійної теорії автоматичного керування направлена на аналіз стійкості системи, а не на формування відповідних динамічних характеристик. Синтез оптимального керування нелінійним об'єктом вимагає розв'язку задачі ідентифікації стану об'єкта та відповідної адаптації параметрів системи керування. Ця задача істотно ускладнюється, якщо інформація про сам об'єкт та зміну його параметрів у часі не повна.

Перспективним, на нашу думку, шляхом вирішення задачі формування оптимального керування є застосування теорії інтелектуального керування, зокрема теорії нечітких множин. Модель нелінійної системи за такого підходу може бути представлена у вигляді композиції лінійних моделей, до яких можна застосувати класичні методи синтезу керуючих впливів, зокрема керування за повним вектором стану системи, що відповідає структурі нечіткого регулятора виду Такагі-Сугено. Проте для синтезу нечіткого регулятора на основі сформованого сімейства динамічних підсистем на сьогодні немає загальноприйнятих методів. Особливо це стосується



формування бажаних динамічних характеристик при накладених обмеженнях як на вихідну, так і проміжні змінні вектора стану системи. Збільшення порядку керованого об'єкта призводить до ускладнення структури регулятора з погляду і його реалізації, і синтезу керуючих впливів для окремого правила.

Застосування нечіткого керування, синтезованого на основі сімейства динамічних підсистем, дає змогу формувати задачу багатокритеріального керування, як задачу зі змінними ваговими коефіцієнтами окремих критеріїв, що, своєю чергою, потребує нових підходів до її вирішення.

Усе сказане вище підтверджує актуальність розробки нових та розвитку існуючих методів синтезу й аналізу інтелектуальних систем керування технологічними об'єктами, що надійно функціонують в усіх режимах їхньої роботи та забезпечують формування відповідних динамічних та статичних характеристик системи з врахуванням накладених обмежень на її координати та в умовах дії значних параметричних та координатних збурень.

**Зв'язок роботи з науковими програмами, планами, темами.** Дослідження проводилися відповідно до основних напрямків наукових досліджень Національного університету «Львівська політехніка» «Створення математичних моделей електромеханічних перетворювачів і систем автоматизації систем керування технологічними процесами й електромеханічних систем автоматичного керування промисловим обладнанням, їх автоматизоване проектування», а також рекомендованим Вченою радою університету та розробленим згідно зі Законом України «Про пріоритетні напрямки розвитку науки та техніки» від 11 липня 2001 року науковим напрямом інституту енергетики та систем керування «Ресурсозберігаючі технології та інтелектуальні системи керування в енергозабезпеченні об'єктів економічної діяльності».

Проведені дослідження виконувалися за участю автора в науково-дослідних держбюджетних роботах Міністерства освіти та науки України:

ДБ «Еплік» (держреєстрація № 0107U001103), ДБ «Інтелектуал» (держреєстрація 0109U001149), ДБ «FuzzyOpt» (держреєстрація 0111U001230), які виконувалися протягом 2007–2011 рр. Частина досліджень проводилась у рамках гранту NATO SPS MYP G5176 «Agile Tire Mobility for Severe Terrain Environments».

**Мета та завдання дослідження.** Метою роботи є розвиток теорії нечіткого керування, зокрема методу синтезу регулятора Такагі-Сугено з використанням стандартних форм розміщення коренів характеристичного полінома, а також аналіз впливу нестійкої підсистеми на динамічні характеристики об'єкта та стійкість керованої системи.

Для досягнення поставленої мети необхідно розв'язати такі задачі:

- проаналізувати вплив різних форм розподілу коренів характеристичного полінома, параметричних та непараметричних ступенів свободи нечіткого регулятора на динамічні характеристики об'єктів керування;
- проаналізувати стійкість систем із нечіткими регуляторами, синтезованими на основі стандартних форм розподілу коренів характеристичного полінома;
- проаналізувати вплив нестійкої підсистеми за різної кількості коренів у правій півплощині на динамічні характеристики об'єкта керування;
- проаналізувати вплив траєкторій руху коренів з правої у ліву півплощину на динамічні характеристики керованого об'єкта при застосуванні нечіткого регулятора з нестійкою підсистемою;
- розробити критерій стійкості для аналізу стійкості керованого об'єкта при застосуванні нечіткого регулятора з нестійкою підсистемою;
- розробити структуру каскадного нечіткого регулятора, що забезпечує обмеження проміжних координат вектора стану системи;
- проаналізувати можливість використання критеріїв зі змінними в часі ваговими коефіцієнтами для покращення показників функціонування динамічних систем;

- проаналізувати роботу нечітких регуляторів з нестійкою підсистемою та синтезованих на основі стандартних форм розміщення коренів характеристичного полінома у випадку нелінійного об'єкта та об'єкта зі змінними в часі параметрами;
- створити математичні моделі досліджуваних об'єктів.

**Об'єктом дослідження** є динамічні процеси в системах з нечіткими регуляторами, які реалізують керування за повним вектором стану.

**Предметом дослідження** є аналіз та синтез нечітких регуляторів виду Такагі-Сугено з метою отримання бажаних показників динаміки та статички.

**Методи досліджень** В основу досліджень покладено методи класичної теорії автоматичного керування (для аналізу стійкості систем та синтезу оптимальних законів керування), теорії нечітких множин (для структурно-параметричного синтезу нечітких регуляторів), теорії матриць та матрицевих нерівностей (для синтезу систем керування за повним вектором стану та дослідження стійкості), математичне моделювання для створення моделей досліджуваних об'єктів.

**Наукова новизна одержаних результатів** полягає у тому, що:

- вперше в системах керування застосовано методику синтезу нечіткого регулятора, що формує нестійку підсистему, та проаналізовано вплив кількості коренів та траєкторій їхнього руху у ліву півплощину на динамічні характеристики системи, що дало змогу і покращити співвідношення між швидкодією системи та складністю запропонованого регулятора, й уможливило набуття ним нових властивостей (керовані автоколивання, швидкий старт тощо), залежно від структури, та непараметричних характеристик нечіткого регулятора;
- розроблено метод синтезу каскадного нечіткого регулятора, який враховує обмеження проміжних координат вектора стану системи, і водночас дає змогу отримати простішу структуру нечіткого регулятора;

- отримала подальший розвиток теорія нечіткого керування щодо розробки методу синтезу нечітких регуляторів виду Такагі-Сугено з використанням стандартних форм розподілу коренів характеристичного полінома, що дало змогу уникнути розв'язування матрицевих нерівностей для знаходження параметрів регулятора та забезпечило формування бажаної динаміки роботи системи;
- отримала подальший розвиток теорія аналізу стійкості систем із нечіткими регуляторами, зокрема сформовано критерій стійкості для випадку системи з нестійкою підсистемою та проаналізовано стійкість систем із нечітким регулятором, синтезованим на основі стандартних форм розміщення коренів характеристичного полінома;
- отримала подальший розвиток теорія багатокритеріального оптимального керування щодо синтезу регулятора у випадку формування комплексного критерію зі змінними в часі ваговими коефіцієнтами окремих критеріїв, що дало змогу формувати оптимальне керування з врахуванням ділянки траєкторії руху системи.

#### **Практичне значення одержаних результатів:**

- запропонований метод синтезу нечіткого регулятора на основі стандартних форм розміщення коренів характеристичного полінома дав змогу набагато спростити структуру нечіткого регулятора та підвищити показники динаміки системи, забезпечивши при цьому відсутність перерегулювання вихідної координати;
- практичне використання синтезованих нечітких регуляторів із нестійкою підсистемою забезпечило і покращення показників динаміки (на 30-40% порівняно з класичною системою), і дає змогу реалізувати коливні процеси зі заданою амплітудою та частотою і бажану швидкодію за збуренням;
- запропонована структура каскадного нечіткого регулятора, синтезованого з використанням стандартних форм розподілу коренів характеристичного

- полінома, забезпечує і необхідне обмеження проміжних координат, і формування високих показників динамічних характеристик;
- розроблена структура та метод синтезу інтелектуальної системи керування з нечітким задавачем інтенсивності дала змогу зменшити проковзування коліс електромобіля в умовах розгону на різних поверхнях;
  - синтезований на основі запропонованого підходу нечіткий регулятор системи керування контуром переміщення електродів дугової сталеплавильної печі забезпечує задані динамічні характеристики в нелінійній системі і тим самим покращує техніко-економічні показники функціонування дугової сталеплавильної печі.

Отримані результати повністю готові до впровадження. Результати роботи рекомендується застосовувати як при створенні нових, так і модернізації існуючих систем керування технологічними об'єктами.

Результати роботи також використовуються в навчальному процесі в курсах: «Інтелектуальне керування та синтез в електромеханічних системах» та «Інтелектуальне керування транспортними засобами» Національного університету «Львівська політехніка», курсі «Основи робототехніки» Львівського національного університету імені Івана Франка, курсах «Штучний інтелект» та «Мережі Інтернет речей» Українського католицького університету, курсах ME632 та ME732 Autonomous Wheel Power Management Systems, також ME430 та ME530 Vehicle Dynamics університету Алабами в Бірмінгемі. Крім того, результати роботи було використано у Національному університеті «Львівська політехніка» при виконанні держбюджетних науково-дослідних тем, при розробці програмного забезпечення для мобільних роботів у SoftServe Inc. та при розробці програмного забезпечення управління двигуном компанії «Електронпобутприлад».

**Особистий внесок дисертанта.** Усі основні результати дисертаційної роботи, що виносяться на захист, здобувач отримав особисто. У друкованих працях, опублікованих у співавторстві, авторові належать такі результати:

- підхід до аналізу стійкості систем із нечітким регулятором [1, 2, 27, 30, 31];
- методика дослідження стійкості систем з нестійкою підсистемою [4, 5, 32];
- метод синтезу регулятора, що забезпечує формування керованих коливань в околі робочої точки [6];
- підходи до дослідження впливу ступенів свободи нечіткого регулятора на характеристики динамічної системи [7, 11, 19, 21];
- принцип синтезу багатокритеріальних оптимальних регуляторів зі змінними ваговими коефіцієнтами [8, 12, 20, 35];
- синтез регуляторів системи автоматичного керування переміщенням електрода дугових сталеплавильних печей [17–18];
- синтез нечітких регуляторів нелінійних систем [23, 24, 37];
- синтез регулятора для системи зі змінними параметрами [25, 26, 36, 38];
- синтез нечіткого коректора вхідного сигналу системи електроприводу колеса електромобіля [28, 29].

#### **Апробація результатів дисертації.**

Основні положення дисертаційної роботи та результати досліджень доповідалися, обговорювалися та отримали схвальний відгук на:

1. Міжнародна науково-технічна конференція «Штучний інтелект. Інтелектуальні системи» (2008 р., 2010 р., смт Кацівелі, Крим, Україна).
2. Матеріали міжнародної конференції з автоматичного управління «Автоматика – 2010» (27–29 вересня 2010 р., Харків).
3. Міжнародна наукова конференція «Інтелектуальні системи прийняття рішень та проблеми обчислювального інтелекту» (16–20 травня 2011р., м. Євпаторія, Крим, Україна).
4. Міжнародна наукова конференція з автоматичного управління «Автоматика – 2011» (28–29 вересня 2011 р., м. Львів, Україна).
5. Міжнародна науково-технічна конференція «Проблеми енерго-ресурсозбереження в електротехнічних системах. Наука, освіта і практика» (2014 р., 2015 р., м. Кременчук, Україна).

6. International conference «Computational Problems of Electrical Engineering», CPEE'2015 (25 September, 2015. Lviv, Ukraine).
7. International Conference «Modern electrical and energy systems» (MEES 2017) (November 15–17, 2017, Kremenchuk, Ukraine).
8. 25th International Symposium on Dynamics of Vehicles on Roads and Tracks (14–18 August 2017, Central Queensland University Rockhampton, Queensland).
9. 19th International & 14th European-African Regional Conference of the ISTVS (25–27 September 2017, Budapest, Hungary).
10. IEEE International Conference on Fuzzy Systems (FUZZ-IEEE) (8–13 July 2018, Rio de Janeiro, Brazil).
11. На наукових семінарах кафедр електроприводу та автоматизації промислових установок і технологічних комплексів та електричних машин і апаратів Національного університету «Львівська політехніка»;
12. На науковому семінарі Наукової ради НАН України «Моделі та методи комп'ютерного аналізу електричних кіл та електромеханічних систем».

**Публікації.** За результатами виконаних у дисертаційній роботі досліджень опубліковано 38 наукових праць (з них 12 одноосібні), з них 21 стаття у наукових фахових виданнях України; 2 статті у науковому періодичному виданні іншої держави, 8 праць, що включені до наукометричної бази даних Scopus.

**Обсяг і структура роботи.** Дисертаційна робота складається зі вступу, чотирьох розділів, висновків, списку використаних джерел із 275 найменувань на 26 сторінках та 2 додатків. Повний обсяг роботи становить 323 сторінок, з яких 265 сторінки основної частини, 145 рисунків і 26 таблиць.

## **РОЗДІЛ І.**

### ***АНАЛІЗ ІСНУЮЧИХ МЕТОДІВ СИНТЕЗУ НЕЛІНІЙНИХ СИСТЕМ ТА СИСТЕМ ЗІ ЗМІННИМИ ПАРАМЕТРАМИ З ТОЧКИ ЗОРУ МОЖЛИВОСТІ ФОРМУВАННЯ ДИНАМІЧНИХ ХАРАКТЕРИСТИК***

Сучасний стан розвитку електромеханічних систем автоматизації технологічних процесів характеризується створенням систем з високими динамічними показниками, що дає змогу підвищити продуктивність обладнання. Для механізмів, які працюють в повторно короткочасних режимах, чи режимах, які вимагають частої зміни швидкостей при дії різних навантажень, актуальною є задача забезпечення високих динамічних характеристик саме в перехідних режимах.

#### **1.1 Огляд стану проблеми**

Електромеханічні системи автоматизації технологічних об'єктів переважно, за своєю природою, є нелінійними. На практиці досить складно отримати точні математичні моделі більшості фізичних систем як через їхню складність, так і існування в них невизначеностей. Наявність достатньо простої і у той же час адекватної математичної моделі є запорукою успішного застосування методів класичної теорії автоматичного керування. У [50] для лінеаризації нелінійних систем досліджено підхід на основі алгоритму динамічного розширення (dynamic extension algorithm). У статті наведено достатні умови для того, щоб задача лінеаризації була розв'язуваною. Класичні методи синтезу систем, що дозволяють синтезувати регулятори, які забезпечують бажані перехідні процеси в системі, не завжди дають змогу забезпечити техніко-економічні вимоги до функціонування електромеханічних систем автоматизації технологічних об'єктів у всьому діапазоні їх роботи. Адже спрощена лінеаризована модель системи, покладена в основу синтезу систем підпорядкованого чи модального керування [84], не враховує присутніх у системі нелінійностей та обмежень,



що накладено на коефіцієнти. Синтезована, з використанням такої моделі система, забезпечує оптимальне функціонування тільки в околі окремої точки.

Як відомо [104], ПІД-регулятор є фактично промисловим стандартом регулятора для систем керування технологічними об'єктами. Для синтезу коефіцієнтів підсилення регулятора розроблено низку методик, які базуються на реалізації тієї чи іншої форми перехідного процесу. Однак, такі регулятори є чутливими до зміни параметрів системи. У роботі [104] запропоновано синергетичний підхід до синтезу ієрархічного керування технологічними процесами. Проте, в статті більшу увагу приділяється дослідженню стійкості систем з ПІД-регулятором у випадку керування нелінійним об'єктом ніж забезпеченню бажаних перехідних процесів.

### *1.1.1 Системи з оптимальними регуляторами*

На сьогоднішній день для систем автоматизації технологічних процесів пропонують використовувати і підходи, які є досить добре відомі в теорії оптимального керування. Зокрема, метод аналітичного конструювання регуляторів [241], методи максимуму Понтрягіна та динамічного програмування Белмана [142], [274]. Застосовуючи, наприклад, метод динамічного програмування Белмана, можна врахувати різноманітні обмеження, що необхідні для нормального функціонування системи, такі як, наприклад, обмеження на швидкодію, що може бути корисним для систем з люфтами, підіймально-транспортної техніки тощо. При зміні робочої області буде синтезовано інший керуючий вплив, який буде оптимальним для даної точки області станів системи. При цьому для його синтезу можна використовувати модель, отриману шляхом лінеаризації нелінійної системи в даній точці.

Так, у статті [26] досліджено синтез субоптимального регулятора системою, в якій кількість ступенів вільності є більшою за кількість актуаторів. Використовуючи лінійний квадратичний регулятор було синтезовано керуючий вплив, що забезпечує стійкість такої системи в

малому. У статті [161] також було синтезовано субоптимальне керування, але для системи з багатьма входами та багатьма виходами. Для синтезу керуючих впливів було використано принцип максимуму Понтрягіна та множники Лагранжа. В першу чергу, субоптимальність отриманого керування виникає через лінеаризацію досліджуваної системи, адже динаміка лінійної системи лише наближено відповідає динаміці вихідної системи. У роботі [93] принцип максимуму Понтрягіна застосовано до нелінійної динамічної системи з обмеженнями на вхідний сигнал. На нелінійності, що розглядаються в статті, накладено обмеження неперервності другої її похідної. В роботі визначено підхід до знаходження області в просторі станів системи, де виконуються накладені на неї умови.

Спроба адаптації керуючих впливів до стану об'єкта та умов протікання технологічного процесу шляхом формування систем з перемиканням та забезпечення ковзних режимів вздовж заданих траєкторій приводить до можливого виникнення автоколиваний або до, так званої, надкерованості. Питання синтезу оптимального керування системами зі змінною структурою досліджено, зокрема, в роботах [233, 234].

У роботі [87] застосовано принцип оптимального керування до нелінійних систем з перемиканнями. В ній запропоновано алгоритм, де на кожному кроці розв'язуються крайова задача для знаходження градієнта цільової функції, що в свою чергу дозволяє ітеративно обчислювати значення функції керування системою. У одній з наступних робіт [179] автори досліджували синтез оптимального керування для системи з кусково лійними обмеженнями на вхідний сигнал. Припускаючи, що функція керування належить до простору інтегрованих з квадратом функцій, автори модифікували принцип максимуму Понтрягіна щоб зможти синтезувати бажане керування.

У статті [98] оптимальне керування використано для синтезу керування, що мінімізує функціонал та забезпечує стійкість досліджуваної в статті системи. Для вирішення проблеми нелінійності було застосовано розклад в

ряд Тейлора з використанням символу Кронекера. Розклад в ряд Тейлора було використано в роботі [9] для синтезу оптимального керування нелінійною системою другого порядку. Синтезований з допомогою функції Ляпунова регулятор за повним вектором станів допоміг забезпечити стійкість досліджуваної системи. Основну увагу автори присвятили вирішенню задачі усунення коливності, що виникає при дії на досліджувану систему (козловий кран) зовнішніх збурень.

Варто також зазначити, що в теорії оптимального керування основні результати в більшості випадків отримано в формі обмежених програмних керувань, які не є характерними ні для теорії стабілізації, ні для класичної теорії автоматичного керування, що розв'язують свої завдання шляхом уведення зворотних зв'язків за змінними стану системи (саме такий підхід використовується в багатьох електромеханічних системах).

### *1.1.2. Керування нелійними системами*

У випадку синтезу електромеханічних систем автоматизації технологічних процесів нерідко постає задача знаходження координат системи, які неможливо виміряти безпосередньо. Ця проблема, що характерна для систем, в яких використовується модальний регулятор, традиційно вирішується за допомогою підходів, які описані в [243]. Проте неврахування наявних в системі нелінійностей при синтезі спостерігача ще більше ускладнює формування бажаних характеристик системи. Для уникнення застосування спостерігачів у [114] запропоновано метод синтезу адаптивного робастного регулятора для системи з багатьма входами та багатьма виходами, застосування якого потребує лише часткових відомостей про модель та значення похідних компонент вектора станів системи.

Відомі методи аналізу нелінійних систем, що дозволяють перевіряти стійкість системи, не дають можливості синтезувати задані динамічні властивості, формувати якісні показники, зокрема, забезпечувати допустиме перерегулювання проміжних і вихідної координати. До таких методів можна віднести методи систем зі змінною структурою [215], методи на основі теорії

Ляпунова, теорії збурень [37] тощо. Нерідко при дослідженні стійкості нелінійних динамічних систем задача значною мірою ускладнюється через громіздкість всієї системи. Так, у [215] застосовано підходи ієрархічного керування. Нелінійну систему розбивають на рівні абстракції та синтезують каскадне керування для них. Аналогічний підхід використано також для нелінійних систем з заданою точністю керування. Питанням стійкості динамічних систем для випадку механічних об'єктів присвячено роботу [37]. В ній, зокрема, також розглядаються питання синтезу регулятора за повним вектором змінних стану, використовуючи частотний аналіз системи, що записана за допомогою рівняння Ейлера-Лагранжа. Автори також дослідили можливість покращення перехідних процесів в досліджуваній системі завдяки пропонованому ними регулятору. Забезпеченню стійкості нелінійних систем також присвячено роботу [18]. У цій статті використано функцію Ляпунова для синтезу керування за повним вектором станів лінеаризованою системою з перемиканнями.

Враховуючи особливості поведінки нелінійних систем, значного поширення набули методи адаптивного керування, які забезпечують бажану роботу системи в умовах зміни параметрів об'єкта, зміни робочої точки, під дією зовнішніх збурень тощо і які широко використовуються в технічних системах. До таких систем можна віднести і системи, побудовані на основі застосування методу кускової лінеаризації. При такому підході, для кожної підсистеми коефіцієнти, які забезпечують стійку роботу, розраховуються за методом Ляпунова. У роботі [190] запропоновано підхід до синтезу адаптивних регуляторів для систем з невідомими параметрами та систем які перебувають під дією зовнішніх збурень. Запропоновані там регулятори дозволяють на основі функції Ляпунова отримати вихідний сигнал системи, що відповідає еталонному сигналу з достатньою точністю. Досліджувана система представлена сімейством поєднаних нелінійних систем першого порядку. Задачі синтезу адаптивного регулятора для стабілізації нелінійної системи високого порядку присвячена робота [220]. Синтезований у цій

статті регулятор забезпечує обмеженість усіх компонент вектора стану системи. У роботі [204] для класу систем зі змінними параметрами запропоновано адаптивний робастний регулятор, що гарантує стійкість та обмеження на заданому рівні компонент вектора стану системи завдяки застосування функції Ляпунова. У цій роботі розглядається варіант негладкого вхідного сигналу з насиченням. Варто зазначити, що застосування методу Ляпунова вимагає розв'язання задачі вибору відповідної функції, що само по собі є доволі непростою задачею у випадку нелінійних систем та систем зі змінними коефіцієнтами. Зокрема у роботі [36] запропоновано вигляд функції Ляпунова, синтезованої на основі теорії адаптивного керування. Застосування, так званих, бар'єрних функцій Ляпунова, які означені в роботі [73] дозволило авторам трансформувати нелінійну систему з обмеженнями в систему без обмежень, та синтезувати адаптивне керування апроксимуючи невизначеності за допомогою застосування нейронних мереж. Запропонований алгоритм забезпечує необхідне обмеження усіх компонент вектора стану системи.

Серед інших підходів керування нелійними слід виділити енергетичні підходи [162, 163], що трактують систему як сукупність компонент, що мають деякий запас енергії. Така теорія хоч є дуже перспективною, однак потребує подальшого становлення.

### *1.1.3 Огляд систем з адаптивними регуляторами*

Застосування адаптивного керування для нелінійних систем нерідко вимагає знання взаємовпливів та взаємозв'язків між окремими нелійнностями. Так, у роботі [76] для синтезу регулятора застосовано рекурсивні зв'язки. У статті [165] синтезовано адаптивний регулятор за повним вектором стану для нелінійної системи, частина якої є невідомою функцією, яку автори апроксимують використовуючи нейронну мережу з радіальними функціями. У статті [94] досліджено випадок нелінійної системи з невизначеностями та можливістю хибних спрацювань системи керування. Тобто передбачено, що в деякі моменти часу функція керування може

набувати хибних значень. Запропонований адаптивний регулятор дозволяє отримати замкнену систему з обмеженими компонентами вектора станів. Для отримання бажаних результатів на систему накладено численні обмеження. Синтез адаптивного оптимального регулятора, що разом з пропонованим спостерігачем дозволяють розв'язати задачу побудови вихідного сигналу системи відповідно до сигналу еталонної системи розглянуто в роботі [17]. В статті [92] запропоновано ітеративний алгоритм навчання регулятора нелінійної системи, що б забезпечував її глобальну стійкість. Знайдені достатні умови збіжності такого методу. Пропонований алгоритм дозволяє мінімізувати норму розузгодження бажаного сигналу та реального. Для цього в статті використовується ортонормовані базисні функції Чебишева, що разом з численними обмеженнями на досліджувану систему дозволяють автору розв'язати сформовану оптимізаційну задачу в Гільбертовому просторі.

Іншим підходом [82] є застосування теорії адаптивного керування для синтезу коефіцієнтів традиційного ПД регулятора. Наведений у роботі [82] алгоритм синтезу дозволяє забезпечити стійкість досліджуваної нелінійної системи. Забезпечення бажаних динамічних характеристик автори у цій роботі не досліджували. Продовжуючи дослідження, автори у статті [83] запропонували підхід до синтезу параметрів адаптивного ПД регулятора з використанням нейронних мереж з радіальними базисними функціями, що дало змогу адаптувати параметри регулятора до зміни параметрів системи в процесі її роботи, гарантуючи стійкість її роботи. У статті зроблено низку допущень, зокрема про те, що нелінійності задовольняють умові Ліпшиця, і накладені обмеження на значення ваг нейронної мережі тощо, що в свою чергу зменшує клас підсистем, до яких можна застосувати запропонований у роботі підхід.

Значна частина авторів також застосовує нейронні мережі в поєднанні з адаптивними алгоритмами керування. У статті [223] використано методику адаптивного керування з застосуванням нейронних мереж з радіальними

базисними функціями. Такий підхід, за твердженням авторів, дозволяє не тільки гарантувати обмеженість усіх компонент вектора станів, а й вирішити проблему «прокляття розмірності» для даної задачі.

#### *1.1.4. Робастне керування*

Дослідженню стійкості та робастності нелінійних систем з невизначеностями присвячено роботу [135], де синтезовано робастний регулятор на основі теорії керування за повним вектором стану системи. Застосування теорії робастного керування для синтезу регулятора, який забезпечує робастність нелінійної динамічної системи зі змінними параметрами, показано у статті [214]. Одержаний регулятор забезпечує стійку роботу отриманої системи, однак не дозволяє забезпечити бажаний характер перехідних процесів. Подібні питання у випадку енергетичних систем досліджено у роботі [60], де запропоновано підхід до синтезу нелінійного робастного регулятора, основною метою якого є стабілізація досліджуваних систем. У статті [74] запропоновано підхід до синтезу робастного регулятора, який, використовуючи підхід систем зі змінною структурою, враховує невизначеності параметрів системи та вплив зовнішніх збурень. У статті також використано нелінійний спостерігач для визначення компонент вектора станів, які складно виміряти. Оптимальне,  $H_\infty$  робастне керування синтезовано в статті [116] для системи з нелійнностями, що є обмежені в секторі. Так, запропонований у роботі підхід на основі функціонала Ляпунова-Красовського дозволяє забезпечити асимптотично стійку поведінку системи за відсутності зовнішніх збурень, а також суттєво зменшити ефект цих збурень.

Питання стійкості нелінійних систем були досліджені також у [205], де було запропоновано підходи до дослідження систем у частотній області. Синтезу регулятора для забезпечення стійкості нелінійної системи присвячено роботу [8], де для системи з перемиканнями було синтезовано

регулятор, використовуючи метод бісекції простору станів досліджуваної системи.

Застосування систем зі змінною структурою з використанням режиму ковзання надає системі нові позитивні властивості, такі як нечутливість до зміни параметрів системи, зовнішніх збурень та швидкісної динамічної поведінки системи (див., напр., роботи таких авторів: В.І.Уткін [178], J.Guldner [64], К.Аstrom, В. Wittenmark [19], J.Slotin, W.Li [169]).

Використання в об'єктах систем керування зі змінною структурою суттєво покращує динамічні властивості системи, адже дозволяє відносно простими засобами досягти необхідних вимог якості перехідного процесу. Зокрема в [240] досліджено стійкість систем зі змінною структурою за наявності постійно діючих збурень та недосконалоствях в керуючому пристрої на об'єкті. Тут передбачається, що не залежно від комутації система залишається стійкою. В статті [251] досліджено стійкість систем зі змінною структурою для нелінійного та нестационарного об'єкту. Однак в обох цих статтях основним засобом досліджень виступає метод Ляпунова, що робить їх дещо академічними, адже на практиці не завжди вдається знайти таку функції для довільної системи.

У роботі [71] запропоновано використовувати систему з перемиканнями при синтезі регулятора для класу нелінійних систем високого порядку з невизначеностями. Одним з основним результатів роботи є забезпечення стійкості системи та підвищення її робастності. Однак, результати, наведені в статті, свідчать, що вихідний сигнал регулятора в розглянутому модельному прикладі може коливатись (в точках перемикання) в межах  $[-10^8; 10^8]$  що є недопустимим для більшості реальних систем. Варто також зазначити, що коливність сигналу керування при підході до точок перемикання суттєво зростає, і ця особливість є характерною для регуляторів такого типу.



Основним недоліком систем з перемиканнями є так званий ефект гіперперемикань, коли біля лінії перетину гіперплощин перемикань значення вихідного сигналу регулятора змінюється з великою частотою. Це може призвести до пошкоджень механізмів при застосуванні такого регулятора у реальних фізичних системах. У роботі [58] запропоновано підхід до формування площин гіперперемикань, що дозволило зменшити гіперперемикання функції керування, зокрема, запропоновано використовувати форми гіперплощин, що динамічно змінюються в процесі функціонування системи, а також обмежено напрямом можливого перемикання функції керування між гіперплощинами.

Динамічний регулятор за повним вектором станів було синтезовано в роботі [59] однак, як і зазначено в самій роботі, синтез такого регулятора для нелінійної системи вимагає виконання кількох допущень, які наведені в статті, що суттєво звужує клас систем, до яких можна застосовувати отриманий в статті результат.

Регулятор за повним вектором станів, який забезпечує стійкість нелінійної системи, запропоновано в роботі [27]. У цій праці досліджено так звану білінійну систему, тобто систему, в якій або матриця об'єкту або вхідного сигналу є лінійною, але не обидві одночасно. Для такої системи було синтезовано регулятор з використанням нелінійного методу модального керування (pole placement technique). Такий підхід порівнюється з оптимізаційними алгоритмами на основі матрицевих рівнянь та зроблено висновки щодо доцільності його застосуванню залежно від коливності системи в прямому каналі. Питання забезпечення бажаної динаміки системи в роботі залишилося не вирішеним.

Синтез керування для нелінійних систем зі змінною структурою досліджено в [199]. Основну увагу в статті присвячено забезпеченню стійкості таких систем. Для систем з багатьма входами та виходами одержано межі значення матриці коефіцієнтів підсилення зворотних зв'язків, що б забезпечували стійку поведінку досліджуваної системи. Також синтез

керування для узагальнених систем зі змінною структурою було застосовано у [168, 172]. Там були встановлені умови можливості застосування такого підходу до нелінійних систем.

У роботі [48] запропоновано алгоритм синтезу регуляторів для багатозв'язної робастної системи (сімейства динамічних систем) з двома еталонними моделями для локальних підсистем.

Використання функції Нусбаум дозволило синтезувати у роботі [80] регулятор, який забезпечував стійкість нелінійної системи з нелійнностями вищих порядків. Завдяки синтезованому у роботі регулятору за повним вектором станів замкнута система стає рівномірно обмеженою.

Методи синтезу нелінійних систем зокрема *feedback linearization* чи методи геометричної теорії керування [89], через свою складність можуть бути ефективно використані у випадку доволі нескладних систем керування і не набули значного поширення.

У статті [28] для синтезу керування, що б забезпечувало стійкість нелінійної системи, використано підхід *feedback linearization* та добуток Кронекера при формуванні поліноміального керування. У роботі [51] показано застосування системи зі змінною структурою, в якій при синтезі регулятора для лінеаризації застосовано *feedback лінеаризацію*. Як також зазначено у роботі [89], застосування *feedback лінеаризації* на практиці є дуже складним не тільки через складність самого алгоритму, але й через жорсткість умов, накладених на клас розв'язуваних задач, що є необхідними для можливості застосування даного методу. Поряд з цим, як продемонстровано у роботі [2], метод *feedback linearization* може застосовуватися і для дослідження стійкості нелінійних систем та визначення областей їх робастності. Однак, такий підхід вимагає, зокрема, доволі точної моделі досліджуваної системи, що переважно є складним завданням. Питання забезпечення бажаних перехідних процесів авторами у статті не розглядається. У роботі [38] для уникнення нелінійностей автори використали метод *feedback лінеаризації*, а для отриманої лінеаризованої

синтезували оптимальне керування. Для цього було розв'язано дві мінімізаційні задачі з лінійними квадратичними регуляторами. Одна задача – класична, а в іншій було використано так званий компенсатор, що враховував значення вихідного сигналу системи.

Методи геометричної теорії керування [243] на сьогоднішній день також не знайшли достатнього поширення. У роботі [129] для аналізу нелінійних систем застосовано алгебру Лі. Складність застосованого математичного апарату суттєво ускладнює процес дослідження динамічних систем. Для синтезу керування нелінійною системою у роботі [127] застосовано підхід Гамільтона-Якобі-Белмана. Дослідження проводились на прикладі білінійної системи. Задача знаходження керування, яке забезпечує стійкість системи, була успішно вирішена. Проте питання формування бажаних динамічних характеристик системи автори не розглядали. У роботі [209] використано адаптивне динамічне програмування для синтезу регулятора нелінійної динамічної системи. Розв'язок рівняння Гамільтона-Якобі-Белмана отримано за допомогою використання нейронної мережі. Стійкість досліджуваної системи доведена за допомогою теоретичних викладок, використовуючи підхід функцій Ляпунова.

Ще одним відомим підходом, який застосовується для синтезу систем, є теорія керування з передбаченням поведінки об'єкта, яка є розширенням теорії керування на основі зворотних зв'язків за координатами системи. Використання predictive control з додатковим зворотнім зв'язком дозволило забезпечити стійкість та робастність нелінійної системи у [44]. Застосування predictive control з горизонтом прогнозу, що зменшується, дало змогу в [107] синтезувати робастний регулятор, який дозволяє відтворювати сигнал еталонної моделі, для якої виконуються накладені в роботі обмеження. Отриманий у даній статті регулятор, однак, не вирішує питання гіперперемикань, що виникали у досліджуваній системі. Model predictive control регулятор застосовано в роботі [175] для забезпечення стійкості нелінійної системи з обмеженнями. Однак, запропонований метод вимагає

обчислення допоміжної матриці на кожному кроці алгоритму, що є ускладненням при застосування такого підходу до реальних систем.

У статті [99] для нелінійної системи використано рівняння Гамільтона-Якобі для оптимізаційної задачі зі скінченим горизонтом. Основну увагу автори статті спрямували на спрощення процедури розв'язку рівняння Гамільтона-Якобі для досліджуваної ними задачі. Для цього вони модифікували підінтегральний функціонал, використавши функціонал Лагранжа першого типу, що після заміни змінних дозволило перейти до задачі з нескінченим горизонтом. У статті [127] використовується рівняння Гамільтона-Якобі-Белмана для забезпечення керування за повним вектором станів, що б стабілізувало досліджувану нелінійну (білінійну) систему.

У роботі [25] для нелінійної моделі використано підхід лінеаризації Якобіана, що дозволило звести подальший синтез регулятора до синтезу оптимального керування лінійною системою. Використання динамічного програмування для розв'язання рівняння Гамільтона-Белмана-Якобі може призвести до «прокляття розмірності», тому автори використали метод MPC (model predictive control) для синтезу регулятора в поєднанні з розширеним фільтром Калмана для ідентифікації невідомих компонент вектора стану системи.

Для випадку нелінійної системи другого порядку з невизначеностями та такої, що перебуває під дією зовнішніх збурень, у роботі [65] запропоновано синтезувати регулятор за принципом систем зі змінною структурою. На жаль, автори статті обмежились лише другим порядком системи. Крім того, розглядається варіант, коли легко можна відділити лінійну та нелінійну частини системи, остання з яких є обмеженою.

Для системи другого порядку у праці [41] запропоновано використовувати адаптивний регулятор в поєднанні з стійким спостерігачем, що дозволяє досліджувати системи, в яких змінні коефіцієнти системи неможливо виміряти або зробити припущення щодо їх обмеженості.

Стійкість досліджуваної системи забезпечується використанням підходу функції Ляпунова.

Наведений аналіз демонструє яскраву тенденцію застосування систем керування за повним вектором стану у випадку нелінійних систем. Для електромеханічних систем автоматизації технологічних процесів у випадку керування за повним вектором стану для синтезу керуючого впливу традиційно застосовують принцип модального керування [270]. При цьому найчастіше використовують одну з двох відомих стандартних форм розподілу коренів характеристичного полінома: 1) біноміальну стандартну форму; 2) стандартну форму Баттерворта. Такий регулятор одночасно забезпечує як стійкість системи, так і бажані перехідні процеси.

Розгляд процесів в складній системі «електропривід – виконавчий механізм» традиційно зводять до аналізу роботи на основі двомасової моделі [265], для якої в подальшому синтезують регулятор [231, 269]. З метою зменшення порядку досліджуваної системи, при аналізі процесів в двомасовій системі та виконавчому механізмі на основі теорії різнотемпових систем нехтують процесами в електромагнітному контурі [228]. У випадку синтезі модального керування за повним вектором станів для таких систем виникає питання вибору форми розподілу коренів характеристичного поліному.

Як вже зазначалося, коефіцієнти зворотніх зв'язків за змінними стану модального регулятора визначають на основі однієї з стандартних лінійних форм [271]. Застосування біноміальної форми, як відомо, дає змогу формувати керуючий вплив, який забезпечує аперіодичний перехідний процес. При цьому система має гірші динамічні показники, зокрема швидкодію, час входження в п'ятивідсоткову зону у порівнянні з налаштуванням на стандартну форму Баттерворта. Покращенню динамічних властивостей системи при накладених обмеженнях на допустиме перерегулювання присвячено низка робіт. Зокрема, в роботі [228] досліджено використання поліноміального методу для синтезу статичних та астатичних

регуляторів швидкості систем підпорядкованого керування електроприводів постійного струму з пружною кінематикою. Авторами запропоновано способи варіації коефіцієнтів нормованих характеристичних поліномів п'ятого та шостого порядків, що дозволяють забезпечити стабілізацію та бажану динаміку перехідних процесів у системі. В роботі [271] розглянуто основні стандартні розподіли коренів характеристичних поліномів передавальних функцій, запропоновано та проведено різні способи нормалізації цих поліномів, з метою забезпечення можливості порівняння їх впливу на динамічні систему. У роботі [273] запропонована методика синтезу систем підпорядкованого керування методом стандартних поліномів та проведено порівняння впливу деяких з них на динамічні характеристики системи. Дослідженню стандартних поліноміальних функцій присвячена також і робота [232], де для випадку систем підпорядкованого регулювання проведено структурування характеристичних поліномів, що дало можливість знизити порядок системи автоматичного керування. Ще один підхід до синтезу керування розглянуто в роботі [268], а саме синтез електромеханічних систем методом параметричної оптимізації, основною проблемою якого є вибір вагових коефіцієнтів відповідного інтегрального критерію. У згаданій роботі обчислено значення вагових коефіцієнтів для двох стандартних лінійних форм (Батерворта та біноміальної) для порядків від першого до четвертого включно. Також можливим підходом для покращення динамічних характеристик системи та недопущення значних коливань проміжних координат є зміна значення середньгеометричного кореня вибраної стандартної форми.

У роботі [236] характеристичний поліном високого порядку запропоновано реалізувати через добуток стандартних характеристичних поліномів менших порядків. Проведені в цій роботі дослідження свідчать, що такий підхід до формування керуючих впливів дозволяє покращити перехідні процеси в системі у порівнянні з класичним модальним регулюванням при налаштуванні на лінійні стандартні форми Батерворта та біноміальну.

У кожному з описаних підходів автори звертали основну увагу на забезпечення бажаного перехідного процесу вихідної координати. У той же час, практичне використання синтезованого модального регулятора вимагає дотримання і накладених обмежень на проміжні координати. Варто також зазначити, що при синтезі модального регулятора автори використовували лінійну або лінеаризовану в околі певної точки модель системи. Застосування таких регуляторів у нелінійних системах, аналіз впливу нелінійностей на динамічні властивості системи з модальним регулятором, а також характер перехідних процесів вихідної та проміжних координат залишився поза увагою виконаних досліджень.

#### *1.1.5. Синтез нечітких регуляторів*

Перспективним залишається використання в системах автоматизації технологічних об'єктів інтелектуальних технологій керування. У той же час застосування інтелектуальних регуляторів в електромеханічних системах автоматизації, зокрема нечітких регуляторів [18, 104], істотно ускладнюється відсутністю стандартизованих методів їх синтезу. На цей недолік було вказано ще в роботі [152]: "... необхідно створити кращі та більш систематизовані методи проектування та аналізу для застосування фаззи-керування. Необхідно чітко сказати, що така універсальна теорія не існує також і в традиційній інженерії керування, так що мусимо починати від кількох окремих завдань, для яких докладно відомо, як проектувати алгоритм фаззи-керування, і доходити до групи подібних проблем та близьких методик проектування. Відсутність спільної та систематизованої методології є причиною поважнішої проблеми, а саме відсутності добре перевірених порадників". Вирішенню цієї проблеми присвячено значну кількість робіт. Дослідженню систем адаптивного керування з нечіткою логікою присвячено роботи [47, 50, 66, 67] та ін. Низка робіт пов'язана з застосуванням методів класичної теорії керування до синтезу керуючих впливів нечіткого регулятора. Дослідженню оптимального керування з елементами нечіткої логіки присвячено роботи Zhu, що ввів і розглядав нечіткі завдання

оптимального управління за допомогою динамічного програмування. Zhu [222] представив критерій оптимальності для нечіткого оптимального керування очікуваним значенням моделі. Критерій забезпечував необхідні умови для існування оптимального керування, а також достатні умови, якщо цільова функція була опуклою або увігнутою. Оптимальне керування може бути отримане з розв'язку рівняння оптимальності. Однак, такий критерій оптимальності, як правило, не має аналітичних рішень, за винятком деяких спеціальних випадків. У роботі [33] для кожної з підсистем синтезовано оптимальний LQR регулятор, перемикання між підсистемами здійснюється за допомогою теорії нечітких множин. В роботі [111] було запропоновано оптимальний алгоритм керування для нечітких систем виду T-S з жорсткими обмеженнями в часовій області, включаючи обмеження на вхідний сигнал регулятора та обмеження на змінні стану.

У роботі [55] використано нечіткий регулятор типу Такагі-Сугено. Його використання для нелінійної моделі з одним входом та одним виходом дало можливість застосувати методи синтезу керуючих впливів для систем зі змінною структурою. Апарат нечіткої логіки використовується як для лінеаризації вихідної системи системи, так і для синтезу регулятора. Налаштування параметрів запропонованого регулятора відбувається завдяки використанню методів навчання досліджуваного регулятора. А саме значення функції керування для кожної з підобластей розбиття змінюється в процесі функціонування системи. Пропонований підхід дозволяє забезпечити стійкість та робастність системи з отриманим регулятором. Також такий підхід дав змогу зменшити ефект гіперперемикань, що притаманний системам зі змінною структурою.

Теоретична можливість застосування нечіткого регулятора, що б забезпечував робастність системи зі змінними параметрами, досліджена у роботі [111]. Задача стабілізації нелінійної динамічної системи розв'язана в [15]. У цій статті автор застосовує нечіткий регулятор Такагі-Сугено, щоб забезпечити робастність отриманої системи та задовольнити накладені на



вхідний сигнал обмеження. Подібний підхід для системи з багатьма входами та багатьма виходами використано в [195], де для апроксимації невизначеностей використано функцію Нусбаум. У праці [4] досліджено використання нечіткого регулятора типу Такагі-Сугено для робастної стабілізації нелінійної системи з обмеженнями. З цією метою в роботі використано функцію Ляпунова для забезпечення стійкості та критерій  $H_\infty$  для забезпечення робастності досліджуваної системи. Подібну задачу, але для випадку коли на вхідний сигнал накладено обмеження було досліджено в [192].

Створенню для нелінійної моделі систем керування з нечітким регулятором та нечітким спостерігачем показано у роботі [72]. Варто зазначити використання різного набору термів для нечіткого спостерігача та регулятора. Застосування функції Ляпунова при синтезі функції висновку в базі правил нечіткого регулятора дозволило забезпечити стійкість системи з пропонованим регулятором.

У статті [110] для системи з еталонною моделлю запропоновано використовувати поєднання підходів синтезу регуляторів для системи зі змінною структурою та апарату нечіткої логіки. Такий підхід дозволив не лише згладити гіперперемикання, що притаманні системам зі змінною структурою, а й забезпечити бажане відслідковування вихідного сигналу еталонної моделі. Так само питання синтезу нечіткого регулятора типу Такагі-Сугено для нелінійної системи з еталонною моделлю досліджено в [170]. У роботі розглянуто випадок, коли шуми спотворюють вимірювання, що необхідні для синтезу регулятора. У цьому випадку запропоновано використовувати нечіткий спостерігач. А у роботі [118] розглянуто поєднання регулятора для систем зі змінною структурою та нечіткого регулятора типу Такагі Сугено. При синтезі такого регулятора важливим є вибір гіперплощини пермикань, яка б забезпечувала бажану поведінку системи. Призначенням нечіткого регулятора, в першу чергу, є лінеаризація

досліджуваної системи. Після чого ми отримуємо множину лінеаризованих систем для кожної з яких синтезують керування, використовуючи принципи керування для систем зі змінною структурою. Для кожної з підсистем, що отримані внаслідок лінеаризації, генерують окрему півплощину перемикачів. Усі отримані в статті гіперплощини проходять через точку початку координат. При синтезі керування для кожної з підсистем також використано функцію Ляпунова.

У статті [54] досліджено поєднання адаптивного керування з нечітким регулятором Такагі-Сугено. Використовуючи функцію Ляпунова, в статті проведено налаштування параметрів як регулятора для систем зі змінною структурою, так і ПІ-регулятора, що використовується в статті в поєднанні з попереднім. Основну увагу в роботі присвячено такому важливому питанню як регулятор, що є толерантним до збоїв в роботі. Слід також зазначити, що отриманий в статті регулятор забезпечує стійкість та робастність систем з багатьма входами на виходами, що знаходяться під дією зовнішніх збурень.

Застосування еталонної моделі для забезпечення бажаної поведінки досліджуваної нелінійної системи, що перебуває під дією зовнішніх збурень, показано у статті [160]. Використана в ці роботі еталонна модель є нечіткою, що дозволяє надати додаткової гнучкості синтезованому регулятору. Для забезпечення стійкості системи в роботі використано функцію Ляпунова. Адаптивну систему з еталонною моделлю для забезпечення бажаної динаміки було використано також в [3]. Такий підхід дозволив забезпечити робастність досліджуваної системи.

Використання кусково-лінійної функції Ляпунова, що б забезпечувала стійкість досліджуваної нечіткої системи типу Такагі-Сугено, продемонстровано у статті [5]. У випадку мультиагентної системи подібні дослідження було проведено в [191].

У статті [81] запропоновано використовувати одразу кілька регуляторів, вплив яких залежить від ступеня невизначеності параметрів системи. Серед цих регуляторів і нечіткий адаптивний та регулятор для

систем з перемиканнями. Поєднання регуляторів дозволило отримати робастну, стійку систему у випадку значних нелінійностей для систем, динаміка яких суттєво змінюється в часі. У роботі [143] запропоновано, для синтезу регулятора нелінійної системи, використовувати систему з перемиканнями, в якій побудова гіперплощини виконується із застосуванням апарату нечіткої логіки.

Враховуючи саме відсутність стандартизованих методик синтезу коефіцієнтів регулятора Такагі-Сугено для вирішення цієї задачі, а також задачі знаходження параметрів функцій належності, використовують метод генетичного алгоритму. Саме такий підхід застосовано в роботі [177] для синтезу оптимального управління для реактора безперервної дії з мішалкою. Отримані результати суттєво перевищують результати при застосуванні традиційного ПІД регулятора та його модифікацій.

Відомим підходом поєднання методів класичної теорії керування та інтелектуальних підходів є і застосування інтелектуальних регуляторів для формування корегуючих впливів, які компенсують параметричні збурення, невідповідності моделі, для якої основний керуючий вплив синтезовано методом класичної теорії автоматичного керування. Синтез таких регуляторів проводять, в основному, з використанням знань експертів та методу перебору.

Останнім часом значна кількість робіт присвячена синтезу керуючих впливів для сімейств динамічних систем. Серед методів синтезу оптимального регулятора слід також згадати “*piecewise Lyapunov function*” method, який полягає в тому, що для сімейства підсистем, для кожної з яких існують функції Ляпунова, котрі, взяті з певними коефіцієнтами, формують узагальнену функцію Ляпунова. Нечітке керування також дозволяє синтезувати керуючі впливи в межах областей, де функціонує система, і забезпечує переходи між областями, а тому можна говорити про синтез керуючих впливів для сімейства підсистем, які разом формують динамічну систему.

Одним з можливих шляхів оптимізації систем є застосування нечіткого регулятора Такагі-Сугено. Виходом цього регулятора є керуючий вплив характерний для систем керування за повним вектором стану. Таким чином для окремого правила, для синтезу керуючих впливів є можливим застосування класичної теорії автоматичного керування. Зокрема, таку техніку застосовано в роботі [133]. При цьому використовують модель об'єкта, яка є лінеаризована в даній області з врахуванням всіх накладених обмежень, які діятимуть в цій області.

У випадку нелінійної системи, методика нечіткого моделювання може бути застосована для лінеаризації системи. Математичний апарат побудови нечіткої моделі запропоновано в роботі [173]. Цікавий підхід запропоновано в роботі [137]. Автори дослідили метод апроксимації нелінійної динамічної системи, коли висновках нечітких правил присутня нелінійна функція, що обмежена в секторі. Такий підхід до формування моделей локальних систем дозволяє не лише забезпечити стійкість досліджуваної системи, а й врахувати обмеження, що на неї накладені. Також нелінійні висновки з правил запропоновано використовувати в статті [210], де показано, що це може суттєво зменшити кількість правил в базі правил. Аналогічний підхід застосовано і у роботі [113]. Для досягнення результатів керування автори запропонували використовувати вектори як висновки з правил нечіткої моделі.

Інший підхід до формування нечітких правил базується на використанні нечіткого полінома [196, 206, 207]. У цьому випадку регулятор Takagi-Sugeno може бути синтезований за правилами, в яких висновками є функції поліноміального виду. Наприклад, в [97] для синтезу керуючих впливів нелінійної поліноміальної нечіткої системи було застосовано MATLAB Sumed Squares (SOS) Toolbox. SOS зазвичай використовується для поліномів другого порядку. Коефіцієнти цих поліномів часто шукають, використовуючи розв'язок задач мінімізації [216] та функції Ляпунова [151, 159].

При використанні нечіткої поліноміальної моделі також застосовують розклад в ряд Тейлора нелінійної системи [69]. У цьому випадку можна сформулювати множину нелінійних систем, які об'єднуються за допомогою нечіткої логіки. У роботі [69] SOS використовувався для синтезу нелінійної функції регулятора. В [68] передбачається, що нелінійність функції керування відома і обмежена сектором. Використовуючи це допущення для поліноміальної нечіткої моделі було розроблено поліноміальний нечіткий регулятор з функцією належності, що використовує для побудови ряд Тейлора. Для забезпечення стійкості моделі з регулятором за повним вектором станів використовували функцію Ляпунова. Для аналізу стійкості в дослідженнях [108, 109] були використані кусково-лінійні функції належності.

Регулятор зворотнього зв'язку, який включає спостерігач збурень для нечіткої поліноміальної моделі, синтезується в роботах [49, 67]. У [67] функція Ляпунова використовується для обчислення коефіцієнтів підсилення зворотного зв'язку. Також для синтезу регулятора була використана функція Ляпунова у [30, 150]. У цих дослідженнях застосовано SOS-підхід, який додатково включає нечіткий регулятор на базі спостерігачів, для поліноміальної нечіткої моделі. Проте слід зазначити, що таке застосування функції Ляпунова може спричинити ускладнення для деяких нелінійних систем, оскільки може не обов'язково бути очевидним, яку функцію вибрати. Цей висновок також справедливий для лінійних систем, в яких, однак, ускладнення можуть бути легко вирішені, як показано в роботах [30, 150].

Проведений аналіз використання у нелінійних системах нечітких регуляторів демонструє, що для синтезу керуючих впливів використовують метод Ляпунова, що вимагає, у свою чергу, знаходження відповідної функції Ляпунова, або методи синтезу керуючих впливів у системах з перемиканням, основною задачею яких є зменшення коливності при переході від однієї області до іншої за допомогою теорії нечітких множин.

Широке застосування методу Ляпунова пояснюється тим, що значна увага приділяється аналізу стійкості системи з нечітким регулятором. Питанню стійкості систем з окремими підсистемами, що характерно для систем з фаззи-керуванням, для випадку квадратичної функції Ляпунова присвячено роботи [58, 127, 165, 204, 220, 223, 236, 263]. У статті [200] для дослідження стійкості нелінійної системи з нечітким регулятором, було запропоновано використовувати нечітку функцію Ляпунова. Для синтезу керування у кожній з підобластей розбиття використано алгоритм паралельного розподіленого компенсування (parallel distributed compensator). У роботі [43] запропоновано використовувати нечіткий регулятор Такагі-Сугено в поєднанні з застосуванням лінійних матричних рівнянь для забезпечення стійкості нелінійної динамічної системи. Застосування додаткової матричної рівності дозволяє набути більшої гнучкості при синтезі регулятора системи, зокрема, в статті обговорюється можливість застосування нечіткої функції Ляпунова а також накладання додаткових обмежень на функціонування системи. Застосування нечіткого регулятора типу Такагі-Сугено для врахування зовнішніх збурень, що діють на систему, було запропоновано в роботі [52]. В цій роботі, для доведення стійкості, було застосовано алгоритми опуклої оптимізації та функцію Ляпунова. Математичний апарат побудови нечіткої моделі було використано, наприклад, в [31, 66], де для дослідження стійкості використовується метод Ляпунова та [123], де використовується коловий критерій.

Більшість сформованих критеріїв стійкості систем представлено у матрично-векторній формі, що дає змогу аналізувати стійкість для заданого розподілу функцій належності при визначених коефіцієнтах нечітких регуляторів, які забезпечують стійку роботу окремої підсистеми, або дають змогу аналізувати стійкість при різних кількостях правил нечіткої моделі і нечіткого регулятора. Питання стійкості систем з нестійкою підсистемою не досліджувалося.

Нерідко при синтезі систем керування технологічними об'єктами постає необхідність розв'язання задачі багатокритеріальної оптимізації. В теорії оптимального керування існує багато методів, що дозволяють ефективно знаходити керуючі впливи в лінійних системах [142, 274]. Одним з важливих питань при багатокритеріальній оптимізації є питання визначення вагових коефіцієнтів впливу кожного з критеріїв. Методика вибору таких коефіцієнтів запропонована, наприклад, в [229]. Але тут, так само як і в [235, 275], дослідження обмежується випадком постійних вагових коефіцієнтів, що погіршує властивості синтезованого регулятора. Крім того, в [275] дослідження обмежене системами другого порядку, що суттєво звужує коло використання результатів, робота [235] присвячена алгоритмам визначення точок множини Парето. У випадку динамічної системи з одним входом та одним виходом у [125] запропоновано використовувати підхід, що для знаходження мінімуму функціонала вимагає розв'язання рівняння Рікати. Стійкість отриманої замкнутої системи забезпечується вибором відповідної функції Ляпунова. У роботі [213] для синтезу оптимального керування нелінійною системою запропоновано використовувати алгоритм reinforcement learning з формуванням оптимальної політики досліджуваної системи на основі рівняння Гамільтона-Белмана-Якобі. У статті [77] для нелінійної системи запропоновано використовувати ітеративний оптимізаційний алгоритм Пауела [203], на основі якого побудовано кусково-лінійний регулятор за повним вектором станів.

Окремі труднощі виникають при необхідності розв'язання багатокритеріальної оптимізаційної задачі при врахуванні обмежень на проміжні координати. Так, у роботі [197] для розв'язання згаданої задачі застосовано модифікацію алгоритму Ньютона пошуку графієнту функції. Автори довели глобальну збіжність такого алгоритму. У статті [155] для розв'язку оптимізаційної задачі було використано авторський чисельний метод. Однак, поки результати, що підтверджені теоретичними викладками, одержано лише для системи другого порядку.

Нові можливості для розв'язку задач багатокритеріальної оптимізації дає застосування теорії нечітких множин. Зокрема, Shin і Chang [166] запропонували підхід глобального критерію на основі нечіткої логіки для отримання розв'язків для багатокритеріального чіткого або нечіткого синтезу регулятора. Loetamonphong [117] вивчав задачі оптимізації, які мають багатоцільові функції з нечіткими обмеженнями типу рівність. Huang [78] запропонував метод нечіткої багатокритеріальної оптимізації прийняття рішень, що може застосовуватись для оптимізації прийняття рішень при двох або більше цілях функціонування системи. Wang і Wang [186] використовували метод розв'язку задач синтезу нелінійного регулятора з нечіткими обмеженнями та чіткими цілями з застосуванням методу рівнів зрізу. Rao [153] використовував явні, неперервні функції належності для нечітких обмежень і нечітких цілей з метою оптимізації систем та синтезу регулятора, а функції належності для цільових функцій і для обмежень, об'єднавши їх в єдину класичну задачу оптимізації. Ху [202] також трансформував задачу з нечіткими обмеженнями в класичну задачу оптимізації у дещо іншій формі - кінцевий розв'язок визначається за допомогою підходу граничної оптимізації. Не зважаючи на значну кількість праць, присвячених нечіткій оптимізації, є небагато досліджень щодо використання теорії нечітких множин для визначення допустимих параметрів в задачах з обмеженнями.

На сьогоднішній день значної популярності набуло застосування апарату теорії нечітких множин (див. [42, 173] [12, 23, 24, 47, 75, 88, 90, 91, 130, 149, 194, 198, 208, 217] ) для синтезу електромеханічних систем. Адже, завдяки поєднанню нечіткої логіки та класичної теорії керування, можна одержати суттєвий вигреш за основними показниками якості та швидкості функціонування (див., напр., [29, 52, 53, 70, 112, 127, 136, 164, 212, 211, 218, 219, 253, 252, 260]). Такий підхід дає змогу врахувати існуючі нелінійності та синтезувати керуючі впливи для різних точок простору станів. Однією з найвагоміших властивостей такого підходу є надзвичайно велика кількість



ступенів вільності, які дозволяють забезпечити належне адаптування системи до різних режимів та умов роботи.

Зокрема, одним з таких ступенів свободи можна вважати вибір нечіткої моделі. Наприклад, при дослідженні електромеханічних систем виявилось, що зручніше застосовувати регулятори типу Такагі-Сугено [56, 173]. Моделі Такагі-Сугено часто розглядають як узагальнення моделі Мамдані (див., напр., [145]). Існують і інші типи нечітких моделей, наприклад, Tsukamoto [176], стандартна адитивна модель [102], проте вони не набули значної популярності.

Крім того, такими ступенями свободи є вибір змінних, для яких виконується фазифікація [20, 124], вибір способу фазифікації, тобто вибір виду функції належності та її параметрів [100, 101, 238, 263, 262], вибір кількості термів для кожної лінгвістичної змінної [7], формування бази правил [128], вибір методів агрегації та акумуляції [7] (максимум, мінімум, добуток тощо), вибір методу дефазифікації [152].

Значна кількість досліджень присвячені вибору типу функції належності (наприклад, [263, 262]), тобто відображення між множиною допустимих значень змінної та інтервалом  $[0, 1]$ . Важливість вибору параметрів функції належності підкреслено також в працях інших авторів, зокрема, J.Dombi [40], Y. Filev [152], D. Driankov [42], A.Piegat [145] тощо, адже якість перехідних процесів визначається як виглядом функцій належності, так і їх параметрами. У промислових застосуваннях найчастіше використовуються стандартні типи функцій належності: трапеційдальна, трикутна сигмоїдальна тощо (див., наприклад, [145]). При використанні таких функцій однією з проблем є проблема вибору параметрів функції належності, які забезпечували б бажані перехідні процеси в системі. Традиційним для визначення невідомих параметрів функції належності є застосування генетичного алгоритму [126], методів кластерного аналізу даних [32]. В статті [126] для визначення оптимальних значень ступенів свободи нечіткого регулятора використано алгоритм оптимізації на основі рою.

Ґрунтуючись на теоремі Стоуна-Веєрштраса, у роботі [148] запропоновано використати нечіткий регулятор для нелінійної динамічної системи. Налаштування ступенів свободи цього регулятора відбувається з використанням методу градієнта найшвидшого спуску.

Як відомо, конструювання бази правил є одним із найтяжчих етапів проектування нечіткого регулятора. І саме тут зосереджена значна частина критики систем керування, побудованих на основі нечіткої логіки. Для більшості випадків необхідна для проектування регулятора інформація може бути отримана або у вигляді даних із вимірювальних пристроїв, або у вигляді знань експерта, представлених у лінгвістичній формі.

Традиційний підхід, що базується на знаннях експерта на першому етапі синтезу призводить до доволі громіздких баз правил, і в більшості випадків структура регулятора вимагає подальшої оптимізації. Одними з широко вживаних підходів є описаний у [187] алгоритм формування бази правил на основі числових даних та використання шаблонної бази правил Mac Vicara - Whelana [128], отриманої в результаті формалізації ПІ- та ПД-регуляторів. Проте ці підходи не розв'язують задачі синтезу для всіх структур fuzzy-logic регулятора, зокрема, і випадку синтезу регулятора Такаґі–Сугено з лінійним виходом, що відповідає формуванню керування за повним вектором стану. Поряд з цим, використання підходу Mac Vicara-Whelan навіть для синтезу ПІ-регулятора веде до отримання громіздкої бази правил. Застосування fuzzy ПД-регуляторів сформованих з використанням похибки, її похідної та інтегралу похибки вимагає визначення значної кількості коефіцієнтів регулятора та вирішення проблеми наінтегровування. Більш детально недоліки таких регуляторів та можливі шляхи їх усунення показано в роботі [20].

Базовим поняттям теорії нечіткої логіки є лінгвістична змінна. Традиційно [42, 145] вважається, що із збільшенням кількості термів цієї змінної, підвищується точність моделі. Однак, з іншого боку, велика кількість термів призводить до великої кількості правил, що робить

застосування нечіткої моделі майже неможливим (у випадку трьох лінгвістичних змінних та п'яти термів в кожній кількості правил становить 125). Громіздкість структури регулятора створює проблеми при його реалізації у системах керування, а також істотно впливає на швидкодію системи. Тому актуальним є створення та розробка нових алгоритмів побудови такого регулятора.

Для застосування в системах керування за повним вектором стану в електроприводі у [225] структуру регулятора Такагі – Сугено змінено наступним чином:

$$\text{якщо } e \in A_k, \text{ тоді } Y = f(u, x_{1k}, x_{2k}, \dots, x_{nk}),$$

де  $e$  – абсолютна похибка між заданим і отриманим значеннями вихідної координати, або інший інформаційний параметр, достатній для визначення необхідної стратегії керування,  $A_k$  - сформовані області належності,  $\bar{x}(t) = [x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t)]^T$ ,  $x_n(t) = x'_{n-1}(t), x_{n-1}(t) = x'_{n-2}(t), \dots$   $\bar{u}(t)$  – вектор керуючих впливів,  $Y$  – вихідний сигнал системи. Тобто при створенні таких регуляторів в [225] пропонується в умові лінгвістичного правила не використовувати змінні стану і тим самим істотно спростити структуру регулятора. Аналогічний підхід, проводити фазифікацію лише за похибкою регулювання, запропоновано в роботі [20] для синтезу ПІД-регулятора.

У цьому випадку база правил матиме вигляд

$$IF (e \text{ in } B) THEN \bar{u}(t) = f_B(\bar{x}),$$

$$IF (e \text{ in } S) THEN \bar{u}(t) = f_S(\bar{x}),$$

де  $f_B(\bar{x})$  та  $f_S(\bar{x})$  – відповідні функції вектора станів системи.

Такий підхід дає змогу поєднати переваги нечіткої логіки і математичну строгість класичної теорії керування.

Як зазначено вище, ще одним ступенем свободи є вибір методу дефазифікації. Традиційно найбільш поширеними методами дефазифікації вважаються спрощений гравітаційний метод (center of average – COA) та метод середніх максимумів (mean of maximum – MOM), однією з можливих

модифікацій якого є метод середніх мінімумів. У випадку регулятора типу Мамдані існує кілька класичних методів дефазифікації – першого максимуму, середнього максимуму, останнього максимуму, центра мас, тощо. Порівнянню класичних нових методів дефазифікації у випадку регулятора Мамдані присвячено багато робіт [35, 132, 144, 158]. А у випадку регулятора Такагі-Сугено прийнято застосовувати спрощений гравітаційний метод дефазифікації, а інші підходи не достатньо досліджені.

Враховуючи наведене вище, на сьогоднішній день все ще актуальною залишається задача створення ефективних методів синтезу нечітких регуляторів систем керування нелінійними об'єктами.

До таких об'єктів можна віднести і дугові сталеплавильні печі, для яких характерні істотні нелінійності, зміна параметрів у процесі роботи, необхідність формування динамічних режимів з врахуванням допустимих обмежень на координати, а також необхідність вирішення багатокритеріальних оптимізаційних задач внаслідок зміни умов технологічного процесу. Якість роботи та продуктивність дугової сталеплавильної печі багато в чому залежить від ефективності роботи системи автоматичного керування (САК) режимами плавлення. Ієрархічний принцип побудови САК технологічними процесами ДСП передбачає наявність локальних систем керування, зокрема, системи переміщення електродів. Ефективна робота САК переміщення електродів в режимах значних переміщень під час різних технологічних операцій забезпечує підвищення техніко-економічних показників ДСП.

Однією з основних вимог до такої системи є її висока швидкодія, що дає змогу не тільки рівномірно вводити задану потужність у пічний простір, але й швидко відновити роботу печі в заданій точці при дії збурень, зокрема, у разі виникнення технологічного короткого замикання (к.з.) чи обриву дуги. Наявність пружних коливань в елементах механізму та істотних нелінійностей, на думку багатьох фахівців, унеможлиблює застосування швидкодіючих приводів через втрату стійкості системи. Збільшення

коливності вихідної координати системи – довжини дуги також спричинює збільшення дисперсії потужностей дуг та виникнення недопустимих зусиль в елементах кінематичної схеми під час запалювання дуг. Перспективним вважається формування аперіодичного перехідного процесу переміщення електродів з обмеженням проміжних координат системи, що може істотно вплинути на вибір швидкодії синтезованої системи.

Таким чином, задача побудови системи керування полягає в забезпеченні бажаної перехідної функції вихідної координати. Дослідженню таких систем присвячено багато робіт як українських, так і закордонних науковців. Зокрема, в [266] досліджено теоретичні засади багатокритеріального керування режимами ДСП та запропоновано підхід до розв'язання такої задачі за допомогою системи модального керування, що налаштований на бажану стандартну форму розподілу коренів характеристичного рівняння. У [13] досліджено можливість застосування в системі керування ПІД-регулятора. Проте ці дослідження виконані для лінійної системи і не враховували зміну параметрів системи в процесі її роботи.

В [267] запропоновано ієрархічну структуру системи оптимального керування режимами плавлення в дугових сталеплавильних печах за комплексним критерієм продуктивності та модель адаптації такого керування на основі системи нечіткого виводу. В роботі [242] обґрунтовано стратегію вдосконалення систем регулювання потужності дуг дугових сталеплавильних печей на основі методів нечіткого керування та опрацьовано структуру електромеханічної системи регулювання потужності дуг дугової сталеплавильної печі з нечіткою корекцією.

У роботі [134] запропоновано застосувати систему керування з нечітким ПІ-регулятором, синтезовану методом генетичних алгоритмів, яка контролює процес введення енергії в трифазних електричних печах. За використання цих рішень підвищується динамічна точність стабілізації довжини дуги на заданомі рівні. Однак ці результати одержано для ДСП з гідравлічним

приводом, котрі, як зазначено в [270], мають низку недоліків у порівнянні з ДСП з електромеханічним приводом на основі тиристорного перетворювача напруги.

З метою підвищення енергоефективності роботи ДСП у роботах [184, 185] запропоновано застосовувати нечіткий регулятор з самоналаштуванням у поєднанні з ПІД-регулятором, а у роботі [201] ПІД-регулятор з нечітким коректором. Однак база правил в запропонованих підходах є доволі великою та складається з  $3 \cdot 7^2$  правил, що суттєво ускладнює процес синтезу нечіткого регулятора. Таку ж кількість правил запропоновано застосовувати в статті [174]. Ще більшою базою правил ( $5^4$  правил) запропоновано скористатись в [146], де для синтезу регулятора переміщення електроду ДСП запропоновано застосовувати прямий адаптивний робастний нечіткий регулятор. Серед інших підходів до синтезу регулятора системи переміщення електродів ДСП можна виділити також застосування нейронних мереж [57], методи на основі теорії збурень [188, 189], feedback лінеаризацію [193]. У згаданих вище статтях основну увагу приділено формуванню перехідного процесу за довжиною дуги при виході системи на заданий рівень функціонування. Однак, важливою є також поведінка системи при відпрацювання типових ситуацій, що виникають при роботі ДСП – коротке замикання, завал шихти, порожнини в шихті. Також важливим є дослідження значення проміжних сигналів системи: струму якоря двигуна, кутової швидкості обертання його валу, тощо.

Отже, можна стверджувати, що задача синтезу швидкодіючої системи переміщення електродів дугової сталеплавильної печі все ще залишається актуальною.

Ще одним нелінійним об'єктом зі змінними параметрами, якому останнім часом приділяється істотна увага дослідників, є система руху електромобіля, зокрема система електропривід – колесо автомобіля. Проблема мобільності автомобіля, взаємодія колеса з дорожнім покриттям і

відповідне формування керуючого впливу засобами електроприводу є предметом досліджень багатьох авторів [139, 180]. Загальновідомо, що проковзування шини, є однією з основних причин втрати мобільності, Однією з можливостей для покращення руху автомобіля в режимі реального часу є розробка належного регулятора, який може мінімізувати проковзування шини та підтримувати фактичну швидкість, близьку до очікуваної, з врахуванням як компонент вектора системи пересування, так і рельєфу поверхні руху. Серед регуляторів, які забезпечують врахування згаданих взаємозв'язків, можна виділити MPC [21, 46], які, однак, вимагають достатньої кількості обчислень, а також адаптивні регулятори [171], які потребують відповідної функції Ляпунова. У багатьох дослідженнях нечітка логіка була використана для оцінки поверхні руху та керування транспортними засобами, зокрема [167]. Порівняння нечіткого контролера з іншими контролерами було зроблено в роботі [131]. У [11] нечітку логіку разом з оптимізацією методом рою було застосовано для керування активною підвіскою. Детальний аналіз різних систем керування показав, що реалізація запропонованого методу керування в режимі реального часу може бути ускладненою, особливо в жорстких умовах експлуатації транспортного засобу [183].

Синтез керування для системи, що моделює колесо з електроприводом, як правило, стикається з двома основними технічними проблемами, пов'язаними з управлінням проковзуванням шини в умовах поганого зчеплення: 1) Визначення умов поверхні руху; 2) Знаходження відповідного регулятора, що б враховував динаміку шини в режимі реального часу. Для вирішення цих двох проблем були розроблені різні підходи ([139, 154, 180] та ін.). У [96] запропоновано систему зі змінною структурою для контролю тертя шини з дорогою. Однак, проблемою такого підходу є можливість виникнення коливань керуючого сигналу. Перемикання керуючого сигналу також може спричинити небажану динамічну поведінку шини у складних умовах місцевості. Теорія LQC, принцип максимуму Понтрягіна та рівняння

Ріккати були використані для дослідження чотирипривідного автомобіля у [221]. Такий підхід дозволив отримати бажане керування в режимі off-line, але важко адаптувати такий підхід до застосування в режимі реального часу, особливо за умов поверхні руху, що динамічно змінюються.

У роботі [140] розроблена адаптивна стратегія керування стійкістю автомобіля. Використання цього підходу потребує значних обчислень, що може призвести до небажаних часових затримок при застосуванні в реальному часі. В [95] запропоноване каскадне інтелектуальне керування системою автомобіля, а також був застосований дворівневий МРС для обробки розподілу крутного моменту та регулювання швидкості обертання. Нечіткий регулятор використовувався для керування автомобілем у [79]. Було показано, що використання нечіткого контролера в комбінації з ПД-регулятором може поліпшити перехідні процеси при регулюванні ковзання автомобіля.

## **1.2 Формулювання проблематики**

У більшості випадків запропоновані рішення істотно ускладнюють систему керування, а отже, задача формування достатньо простого, але ефективного алгоритму керування залишається актуальною.

Таким чином, виходячи з проведеного огляду доступних джерел, можна стверджувати, що застосування в електромеханічних системах автоматизації технологічних об'єктів систем керування з нечіткими регуляторами вимагає розв'язку чисто теоретичних та методологічних задач, пов'язаних з:

- створенням на основі класичної теорії керування методу синтезу нечіткого регулятора виду Такагі-Сугено, що забезпечує формування бажаних динамічних процесів у нелінійних системах з урахуванням обмежень на проміжні координати, а саме:
  - аналіз впливу різних стандартних форм розміщення коренів та ступенів свободи нечіткого регулятора на характер перехідного процесу та динамічні властивості системи;



- застосування сімейства динамічних підсистем для синтезу нечіткого регулятора нелінійного об'єкту;
- аналізу впливу нестійкої підсистеми та годографу руху коренів на характеристики системи;
- формування ефективних критеріїв аналізу стійкості систем з нечітким регулятором, синтезованим на основі формування заданого розподілу коренів характеристичного поліному окремої динамічної підсистеми при використанні нормального перекриття функцій належності та гравітаційного методу усунення нечіткості:
  - для систем зі стійкими підсистемами на основі матрицевих рівнянь та функції Ляпунова;
  - для системи з нестійкою підсистемою;
- реалізації багатокритеріального керування зі змінними ваговими коефіцієнтами;
- формування каскадних нечітких регуляторів для забезпечення обмеження проміжних координат системи на заданому рівні, що визначається як прийнятим критерієм якості, так і фізичними можливостями системи.

Поряд з цим, в системах керування згаданими технологічними об'єктами залишається актуальним і розв'язування таких традиційних задач як:

- забезпечення відповідних динамічних та статичних характеристик системи при дії випадкових збурень та зміні її параметрів у процесі роботи;
- моделювання типових нелінійностей електромеханічних систем при створенні нечітких моделей досліджуваних систем та синтезі регуляторів;
- дослідження поведінки систем з нечіткими регуляторами, синтезованими з використанням запропонованого підходу.

Враховуючи те, що частина сформованих задач має теоретичний характер, їх розв'язок може стати своєрідним вкладом в розвиток теорії нечіткого керування технологічними об'єктами.

### **1.3 Висновки**

1. Проведено аналіз найпоширеніших підходів до синтезу регуляторів динамічних систем. Проведено аналіз переваг та недоліків розглянутих підходів та розглянуто переваги застосування нечітких регуляторів, що дають можливість поєднати переваги регуляторів на які налаштовані підсистеми між якими відбувається перемикання.
2. Крім того сформульовано проблематику дослідження, що полягає у знаходженні ефективного способу синтезу керування електромеханічними системами автоматизації технологічних об'єктів. Також сформовано перелік задач які необхідно дослідити в роботі.

## РОЗДІЛ II.

### ЗАСТОСУВАННЯ СІМЕЙСТВА ДИНАМІЧНИХ ПІДСИСТЕМ ДО СИНТЕЗУ НЕЧІТКОГО РЕГУЛЯТОРА

#### 2.1. Синтез нечіткого регулятора системи на основі методів класичної теорії керування

##### 2.1.1. Формування сімейства динамічних підсистем для синтезу нечіткого регулятора.

Нелінійну систему (рис. 2.1а), яка в загальному випадку описується диференціальним рівнянням  $n$ -го порядку можна звести до системи диференціальних рівнянь першого порядку

$$\dot{\bar{x}}(t) = f(\bar{x}(t), \theta(t)) + g(\bar{x}(t))\bar{u}(t) + \xi(t),$$

де  $\bar{x}(t) = [x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t)]^T$ ,  $x_1(t) = x(t)$ ,  $x_2(t) = x'(t)$ ,  $\bar{u}(t) \in R^n$  – вектор керуючих впливів,  $\xi(t)$  – зовнішні збурюючі впливи,  $f(\bar{x}(t), \theta(t))$  та  $g(\bar{x}(t))$  – нелінійні функції, описані в області робочих точок системи,  $\theta(t)$  – вектор змінних параметрів, що не залежать від  $x(t)$ .

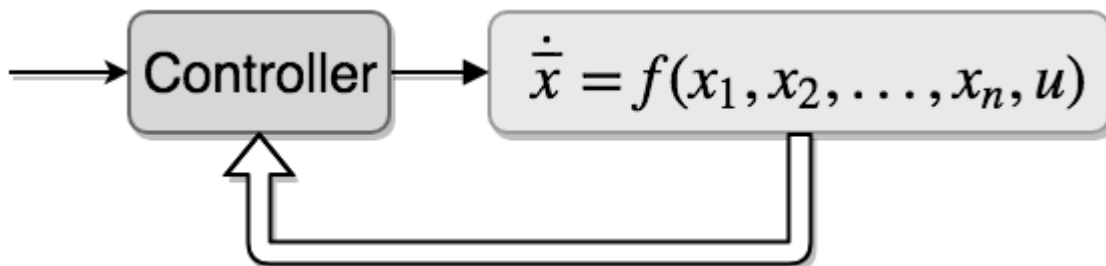


Рис. 2.1а. Структурна схема нелінійної системи з загальному випадку

В теорії класичного керування цю систему, нехтуючи зовнішніми збуреннями та використовуючи перший доданок розкладу в ряд Тейлора по  $x(t)$  правої частини лінеаризують в околі окремої точки простору станів і

формують керуючі впливи на основі отриманої моделі. В теорії fuzzy моделювання для опису нелінійної системи використовують дещо інший підхід [253, 252]. Робочу область розбивають на  $n$  підобластей, відповідно до кількості точок лінеаризації (рис. 2.1б), а загальну модель нелінійної системи утворюють набором  $n$  нечітких правил виду (див [173]):

$$R^i: \text{ IF } x_1 \in M_1^i \text{ and } x_2 \in M_2^i \text{ and } \dots x_n \in M_n^i \text{ THEN} \quad (2.1)$$

$$\dot{\bar{x}}(t) = A_i(\theta) \bar{x}(t) + B_i \bar{u}(t), \quad i = \overline{1, n},$$

де  $R^i$  –  $i$ -те правило,  $M_j^i, N_j^i, i = \overline{1, k}, j = \overline{1, n}$  – області розбиття,  $A_i(\theta), B_i \in R^{n \times n}$  – матриці, що формують модель системи в околі певної робочої точки (локальна модель), відносно деякого  $\theta$ . Для врахування зміни параметру  $\theta$  можливе:

- подальше формування підсистем і знаходження матриць  $A_i = A(\theta_i)$  в окремих точках діапазону  $\theta_i \in [\theta, \theta + \Delta\theta]$ . При цьому модель  $i$ -тої системи можна розглядати у такому вигляді:

$$\dot{\bar{x}}(t) = A_i + B_i u(t). \quad (2.2)$$

- перехід до граничних приростів матриці  $A(\theta + \Delta\theta) = A(\theta) + A(\Delta\theta)$  і формування робастного керування, яке забезпечує стійкість окремої підсистеми зі змінними параметрами. Застосування першого підходу призведе до збільшення кількості підсистем в моделі системи.

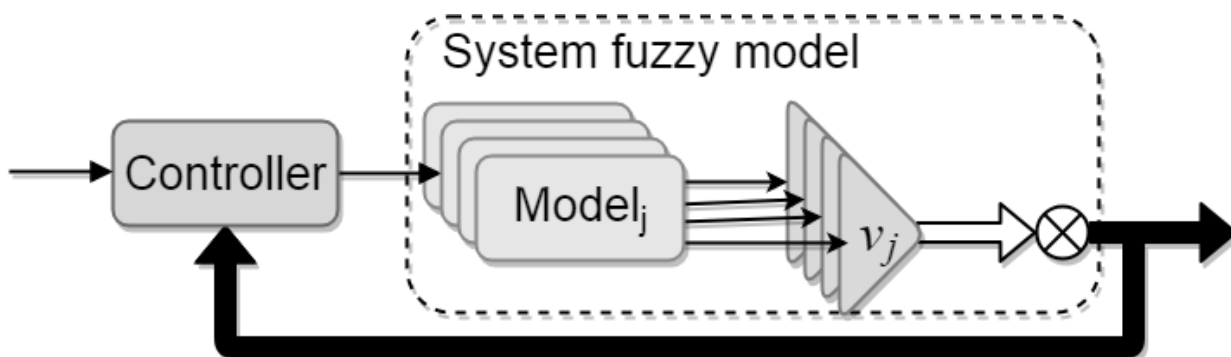


Рис. 2.1б. Лінеаризація нелінійної моделі з використанням нечіткої логіки

І в одному, і в другому випадку модель нелінійної системи можна розглядати як сімейство лінійних динамічних систем, переходи між якими реалізуються на основі теорії нечітких множин. При цьому для синтезу керуючих впливів можливе застосування методів класичної теорії автоматичного керування.

Як показано в [262], для синтезу керуючих впливів для системи (2.1) з врахуванням (2.2) використовують метод керування за повним вектором змінних стану. Регулятор загальної системи одержують за допомогою використання апарату нечіткої логіки;

$$R^i: \text{ IF } x_1 \in N_1^i \text{ i } x_2 \in N_2^i \text{ i } \dots \text{ i } x_n \in N_n^i \text{ THEN } \bar{u}(t) = K_i \bar{x}(t), \quad j = \overline{1, n}, \quad (2.3)$$

де  $K_i \in R^{n \times n}$  - матриці, що визначають налаштування регулятора  $i$ -тої системи на ту чи іншу стандартну лінійну форму

У найбільш загальному вигляді (рис. 2.1в) при застосуванні гравітаційного методу дефазифікації, отримують таку модель загальної системи [262]:

$$\dot{\bar{x}}(t) = \sum_{i=1}^k \nu_i(\bar{x}) \left( A_i + B_i \sum_{j=1}^l \mu_j(\bar{x}) K_j \right) \bar{x}(t), \quad (2.4)$$

$$\text{де } \nu_i = \nu_i(\bar{x}) = \frac{\prod_{j=1}^n M_j^i(x_j(t))}{\sum_{i=1}^k \prod_{j=1}^n M_j^i(x_j(t))}, \quad \mu_i = \mu_i(\bar{x}) = \frac{\prod_{j=1}^n N_j^i(x_j(t))}{\sum_{i=1}^l \prod_{j=1}^n N_j^i(x_j(t))}, \quad M_j^i(x_j(t)),$$

$N_j^i(x_j(t))$  - функції належності  $x_j(t)$  до відповідної області  $M_j^i$  чи  $N_j^i$ ,

$\sum_{i=1}^k \nu_i = 1, \sum_{i=1}^l \mu_i = 1, k$  та  $l$  - кількість областей розбиття для створення моделі

системи та синтезу керуючих впливів, відповідно,  $A_i, B_i$  - матриці, що визначають роботу  $i$ -ї підсистеми,  $\nu_i(\bar{x}), \mu_i(\bar{x})$  - нормовані функції

належності.

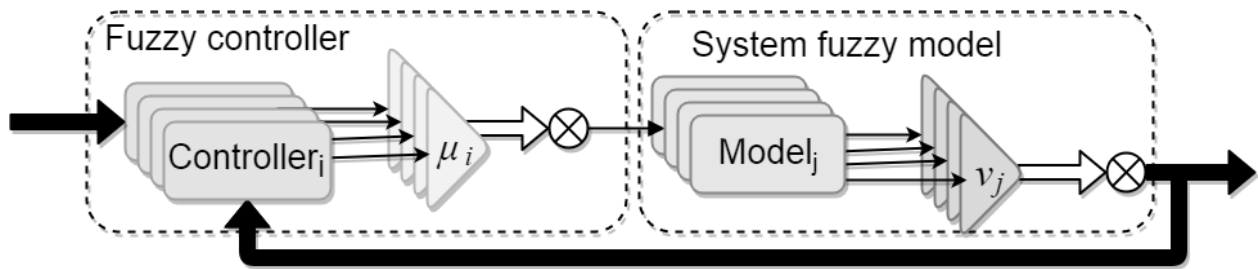


Рис. 2.1в. Структурна схема нечіткої системи з нечітким регулятором

При цьому можливі наступні варіантів:

- 1) кількість синтезованих керуючих впливів менша кількості отриманих підсистем, тобто  $l < k$  (див. рис. 2.1г а));
- 2) кількість синтезованих керуючих впливів відповідає кількості отриманих підсистем, тобто  $l = k$  (див. рис. 2.1г б));
- 3) кількість синтезованих керуючих впливів більша кількості отриманих підсистем, тобто  $l > k$  (див. рис. 2.1г в)).

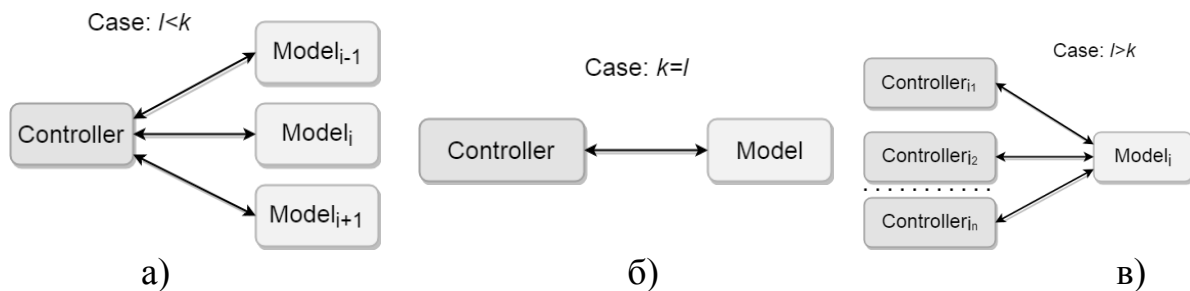


Рис. 2.1г. Співвідношення кількості регуляторів та лінійних підсистем

Таким чином, на відміну від класичної теорії керування, застосування апарату теорії нечітких множин дозволяє синтезувати керуючі впливи, що забезпечують формування траєкторії руху системи як сукупності тректорій її підсистем з бажаними характеристиками.

Реалізація першого варіанту синтезу системи керування викликана необхідністю спрощення структури нечіткого регулятора у випадку систем з

великою кількістю змінних стану. Синтез керуючих впливів в більшості випадків проводять з використанням теорії робастного керування.

Для синтезу коефіцієнтів підсилення зворотних зв'язків, тобто коефіцієнтів матриці  $K_i$  з (2.3) було використано підхід з [269]. В такому випадку знаходять характеристичний поліном досліджуваної системи з невідомими значеннями коефіцієнтів  $\bar{k} = (\bar{k}_i), i = \overline{1..n}$ , що є функціями коефіцієнтів зворотніх зв'язків

$$H_{sys}(s, \bar{k}) = s^n + \sum_{i=0}^{n-1} s^i f_i(\bar{k})$$

та прирівнюють до значення відомих коефіцієнтів однієї з стандартних лінійних форм або іншим довільним чином визначають положення коренів характеристичного полінома

$$H_{std}(s) = s^n + \sum_{i=0}^{n-1} a_i s^i.$$

Отримуючи систему рівнянь де кількість рівнянь відповідає кількості невідомих

$$f_i(\bar{k}) = a_i, \quad i = \overline{0..n-1}.$$

## 2.1.2. Аналіз стійкості системи з синтезованим регулятором.

### 2.1.2.1 Стійкість системи з постійними параметрами

Однією з основних задач у випадку синтезу нечіткого регулятора з використанням сімейства динамічних підсистем є аналіз стійкості системи, утвореної з підсистем, для яких синтезовано керуючі впливи, що забезпечують задовільні динамічні та статичні характеристики. При цьому необхідно враховувати непараметричні ступені свободи системи, описаної з використанням теорії нечітких множин. Зокрема, при використанні max- або min- методу дефазифікації ми отримаємо систему з перемиканням і необхідністю аналізувати умови виникнення автоколивних режимів.

Застосування ж групи «гравітаційних» методів дефазифікації дає змогу реалізувати плавний перехід між підсистемами.

Для аналізу стійкості системи (2.4) використаємо другий метод Ляпунова. Нехай кожна з підсистем буде асимптотично стійкою за Ляпуновим, тобто для кожної з них виконується умова:

$$(A_i + B_i K_i)^T P_i + P_i (A_i + B_i K_i) = -Q_i, \quad i = \overline{1, k}, \quad (2.5)$$

де  $P_i$  – розв’язок рівняння Ляпунова для системи (2.2)  $Q_i = Q_i^T > 0$ ,  $P_i = P_i^T > 0$ .

Виконаємо наступні перетворення системи (2.4):

$$\begin{aligned} \dot{\bar{x}}(t) &= \sum_{i=1}^k v_i (A_i + B_i K_i) \bar{x}(t) + \sum_{i=1}^k v_i B_i \left( \sum_{j=1}^k \mu_j K_j - K_i \right) \bar{x}(t) = \\ &= \sum_{i=1}^k v_i (A_i + B_i K_i) \bar{x}(t) + \sum_{i=1}^k v_i B_i \left( \sum_{j=1}^k \mu_j K_j - \sum_{j=1}^k \mu_j K_i \right) \bar{x}(t) = \\ &= \sum_{i=1}^k v_i (A_i + B_i K_i) \bar{x}(t) + \sum_{i=1}^k v_i B_i \left( \sum_{j=1}^k \mu_j (K_j - K_i) \right) \bar{x}(t) = \\ &= \sum_{i=1}^k v_i (A_i + B_i K_i) \bar{x}(t) + \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^k v_i B_i \mu_j (K_j - K_i) \bar{x}(t) = \\ &= \sum_{i=1}^k v_i (A_i + B_i K_i) \bar{x}(t) + \sum_{j=1}^k v_1 B_1 \mu_j (K_j - K_1) \bar{x}(t) + \\ &+ \sum_{i=2}^k \sum_{j=1}^k v_i B_i \mu_j (K_j - K_i) \bar{x}(t) = \\ &= \sum_{i=1}^k v_i (A_i + B_i K_i) \bar{x}(t) + \sum_{j=1}^k v_1 B_1 \mu_j (K_j - K_1) \bar{x}(t) + \sum_{i=2}^k v_i B_i \mu_1 (K_1 - K_i) \bar{x}(t) + \\ &+ \sum_{i=2}^k \sum_{j=2}^k v_i B_i \mu_j (K_j - K_i) \bar{x}(t) = \end{aligned}$$



$$\begin{aligned}
&= \sum_{i=1}^k v_i (A_i + B_i K_i) \bar{x}(t) - \sum_{i=2}^k (K_i - K_1) (v_1 \mu_i B_1 - v_i \mu_1 B_i) \bar{x}(t) + \sum_{i=2}^k \sum_{j=2}^k v_i B_i \mu_j (K_j - K_i) \bar{x}(t) = \\
&= \sum_{i=1}^k v_i (A_i + B_i K_i) \bar{x}(t) - \sum_{i=2}^k (K_i - K_1) (v_1 \mu_i B_1 - v_i \mu_1 B_i) \bar{x}(t) + \sum_{j=2}^k v_1 B_1 \mu_j (K_j - K_2) \bar{x}(t) + \\
&+ \sum_{i=3}^k \sum_{j=2}^k v_i B_i \mu_j (K_j - K_i) \bar{x}(t) = \\
&= \sum_{i=1}^k v_i (A_i + B_i K_i) \bar{x}(t) - \sum_{i=2}^k (K_i - K_1) (v_1 \mu_i B_1 - v_i \mu_1 B_i) \bar{x}(t) + \sum_{i=2}^k v_2 B_2 \mu_i (K_i - K_2) \bar{x}(t) + \\
&+ \sum_{i=3}^k v_i B_i \mu_2 (K_2 - K_i) \bar{x}(t) + \sum_{i=3}^k \sum_{j=3}^k v_i B_i \mu_j (K_j - K_i) \bar{x}(t) = \\
&= \sum_{i=1}^k v_i (A_i + B_i K_i) \bar{x}(t) - \sum_{i=2}^k (K_i - K_1) (v_1 \mu_i B_1 - v_i \mu_1 B_i) \bar{x}(t) - \\
&- \sum_{i=3}^k (K_i - K_2) (v_2 \mu_i B_2 - v_i \mu_2 B_i) \bar{x}(t) + \sum_{i=3}^k \sum_{j=3}^k v_i B_i \mu_j (K_j - K_i) \bar{x}(t).
\end{aligned}$$

У результаті отримуємо систему (2.4) у такому вигляді:

$$\dot{\bar{x}}(t) = \sum_{i=1}^k v_i (A_i + B_i K_i) \bar{x}(t) - \sum_{j=1}^{k-1} \sum_{i=j+1}^k (K_i - K_j) (v_j \mu_i B_j - v_i \mu_j B_i) \bar{x}(t) \quad (2.6)$$

Надалі будемо користуватись означенням несиметричної додатньо-визначеної матриці (див., наприклад, [157]): дійсна матриця називається додатньо-визначеною, якщо  $(Dz, z) > 0$ ,  $\forall z \in R^n, z \neq 0$  або, що еквівалентно,  $z^T D z > 0$ ,  $\forall z \in R^n, z \neq 0$ . Аналогічно вводять поняття несиметричної від'ємно-визначеної матриці. Якщо крім того  $D$  симетрична, то будемо називати її симетричною додатньо-визначеною матрицею. Властивості таких матриць широко розглянуті, зокрема, в [224, 230].

Перш ніж приступити до знаходження функції Ляпунова  $V$  для аналізу стійкості досліджуваної системи, доведемо такі твердження:

**Лема 1.** Якщо матриці  $Z, R, C, D \in R^{n \times n}$  і  $Z = Z^T > 0$ ,  $R = R^T > 0$ ,  $C < 0$ ,  $D < 0$ , то

а)  $C + D < 0$ ;

б)  $Z \cdot R > 0$ ;

в)  $C \cdot Z < 0$ ;

г)  $Z \cdot C < 0$ ;

д)  $C^T < 0$ .

**Доведення.** Нехай  $\bar{z} \in R^n$  - довільний вектор, тоді

а)  $\bar{z}^T (C + D) \bar{z} = \bar{z}^T C \bar{z} + \bar{z}^T D \bar{z} < 0$ , тому  $C + D < 0$ ;

б) Оскільки,  $Z = Z^T$  і  $Z > 0$ , то (див. [224])  $0 < \lambda_{\min}(Z)E \leq Z \leq \lambda_{\max}(Z)E$ , де  $\lambda_{\min}(Z)$ ,  $\lambda_{\max}(Z)$  мінімальне та максимальне значення матриці  $Z$  відповідно,  $E$  – одинична матриця. Тоді

$\bar{z}^T Z R \bar{z} \geq \bar{z}^T \lambda_{\min}(Z) E R \bar{z} \geq \lambda_{\min}(Z) \bar{z}^T R \bar{z} > 0$ , що доводить пункт б) леми;

в) Враховуючи, що якщо  $a, b \in R^1$ ,  $a > b > 0$ , та  $aC < bC$ , то

$\bar{z}^T C Z \bar{z} \leq \bar{z}^T C \lambda_{\min}(Z) E \bar{z} = \lambda_{\min}(Z) \bar{z}^T C \bar{z} < 0$ . Тобто  $CZ < 0$ ;

г) доводиться аналогічно до пункту в);

д)  $\bar{z}^T C^T \bar{z} = (C \bar{z})^T \bar{z}^T = (\bar{z}^T C \bar{z})^T < 0$ , що і слід було довести.

**Лема 2.** Якщо  $Z, R, C \in R^{n \times n}$ ,  $Z = Z^T > 0$ ,  $R = R^T > 0$  та справедлива рівність

$$C^T R + RC = -Z, \tag{2.7}$$

то  $C < 0$ .

**Доведення.** Грунтуючись на результатах леми 1, очевидно, що матриця  $C$  не може бути додатньо-визначеною та може бути від'ємно визначеною. Залишається показати, що вираз  $\bar{z}^T C \bar{z}$  не може набувати різних знаків в залежності від значення вектора  $\bar{z} \in R^n$ .

З рівності одержимо

$$0 > -\bar{z}^T Z \bar{z} = \bar{z}^T C^T R \bar{z} + \bar{z}^T R C \bar{z} > \lambda_{\max}(R) (\bar{z}^T C^T \bar{z} + \bar{z}^T C \bar{z}).$$

Оскільки,  $\lambda_{\max}(R) > 0$ , то  $\bar{z}^T C^T \bar{z} + \bar{z}^T C \bar{z} < 0$ . А, оскільки, з леми 1 випливає, що  $C$  та  $C^T$  мають однакові знаки, то  $C < 0$ , тобто  $\nexists \bar{z} \in R^n : \bar{z}^T C \bar{z} > 0$ .

**Теорема.** Якщо вибрати матриці  $K_i, i = \overline{1, k}$  таким чином, що системи (2.2) стійкі за Ляпуновим та

$$\sum_{j=1}^{k-1} \sum_{i=j+1}^k \left\{ \left[ (K_i - K_j) (v_j \mu_i B_j - v_i \mu_j B_i) \right]^T P + P (K_j - K_i) (v_j \mu_i B_j - v_i \mu_j B_i) \right\} > - \sum_{i=1}^k \bar{Q}_i, \quad (2.8)$$

де  $\bar{Q}_i > 0, i = \overline{1, k}$ , матриця  $P$  пов'язана з усіма системами,  $P = \prod_{i=1}^k P_i$ , то

система (2.4) теж стійка за Ляпуновим.

**Доведення.** Запишемо функцію Ляпунова для системи (2.4) у вигляді

$$V = \bar{x}^T P \bar{x},$$

де  $P > 0$ , а, отже, і  $V > 0$  (див. пункт б) леми). Тоді

$$\begin{aligned} \dot{V} &= \dot{\bar{x}}^T P \bar{x} + \bar{x}^T P \dot{\bar{x}} = \bar{x}^T \left( \sum_{i=1}^k v_i (A_i + B_i K_i)^T - \sum_{j=1}^{k-1} \sum_{i=j+1}^k \left[ (K_i - K_j) (v_j \mu_i B_j - v_i \mu_j B_i) \right]^T \right) P \bar{x} + \\ &+ \bar{x}^T P \left( \sum_{i=1}^k v_i (A_i + B_i K_i) - \sum_{j=1}^{k-1} \sum_{i=j+1}^k (K_i - K_j) (v_j \mu_i B_j - v_i \mu_j B_i) \right) \bar{x} = \\ &= \bar{x}^T \left( \sum_{i=1}^k v_i \left[ (A_i + B_i K_i)^T P + P (A_i + B_i K_i) \right] \right) \bar{x} - \\ &- \bar{x}^T \left( \sum_{j=2}^k \sum_{i=1}^{j-1} \left[ (K_j - K_i) (v_j \mu_i B_j - v_i \mu_j B_i) \right]^T P + \sum_{j=1}^{k-1} \sum_{i=j+1}^k P (K_i - K_j) (v_j \mu_i B_j - v_i \mu_j B_i) \right) \bar{x}. \end{aligned}$$

Оскільки, справедливою є рівність (2.5), то з леми 2 випливає, що  $A_i + B_i K_i < 0, i = \overline{1, k}$ . Тоді, враховуючи результати леми 1 та те, що  $v_i \in [0; 1], i = \overline{1, k}$  можна стверджувати, що вираз в перших дужках

$$\sum_{i=1}^k v_i \left[ (A_i + B_i K_i)^T P + P (A_i + B_i K_i) \right] = - \sum_{i=1}^k \bar{Q}_i, \quad \bar{Q}_i > 0, i = \overline{1, k},$$

тобто для того, щоб  $\dot{V} < 0$  необхідно, щоб виконувалась нерівність (2.8).

**Зауваження 1.** Доведення теореми залишається справедливим, якщо замість  $P$  взяти довільну симетричну додатньо-визначену матрицю або добуток довільної кількості таких матриць.

**Наслідок 1.** Якщо вибрати матриці  $K_i, i = \overline{1, k}$  таким чином, що підсистеми (2.2) стійкі за Ляпуновим,  $v_j \mu_i = v_i \mu_j, i, j = \overline{1, k}$  та  $B_i = B, i = \overline{1, k}$ , то досліджувана система стійка за Ляпуновим.

Доведення, очевидним чином, випливає з доведення теореми.

#### 2.1.2.2 Стійкість системи зі змінними параметрами

Розглянемо систему, що задана у вигляді

$$\dot{\bar{x}} = (A + \Delta A)x + (B + \Delta B)u \quad (2.9)$$

Класичні методи аналізу таких систем не враховують зміни параметрів, тому їх неможливо використати в цьому випадку. Головне питання, яке виникає при динамічному системному аналізі, - це стійкість. Для дослідження стійкості було використано результати з попереднього підпункту.

Розглянемо типову модель двигуна постійного струму

$$\begin{aligned} \frac{dI_a}{dt} &= \frac{1}{L} (k_t u - R_a I_a - C \omega); \\ \frac{d\omega}{dt} &= \frac{1}{J} (k_a \Phi I_a - M_c), \end{aligned}$$

і тому

$$\begin{pmatrix} \dot{I}_a \\ \dot{\omega} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{R_a}{L_a} & -\frac{C}{L_a} \\ \frac{k_a \Phi}{J} & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_a \\ \omega \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \frac{k_t}{L_a} & 0 \\ 0 & \frac{1}{J} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u \\ M_c \end{pmatrix}$$

де  $\omega(t)$  - кутова швидкість на кінці валу двигуна,  $I_a(t)$  - струм якоря двигуна,  $R_a$  - опір якоря двигуна,  $L_a$  - індуктивність якоря двигуна,  $J$  - момент інерції якоря двигуна,  $M_c$  - зовнішні збурення за моментом,  $u$  - функція керування за повним вектором стану,  $\Phi$  - магнітний потік,  $C$  - стала двигуна,  $k_t$  - коефіцієнт лінеаризації тиристорного перетворювача,  $k_a$  - стала двигуна.

Загальновідомо, що в даній системі значення таких параметрів можуть змінюватись в процесі функціонування системи:  $\Delta R$  - опір обмотки якоря через нагрівання двигуна;  $\Delta L$  - індуктивність якоря, коли потік не є постійним;  $\Delta J$  - момент інерції маси на кінці валу.

Розглянемо випадок, коли тільки  $\Delta R$  є змінним. Тоді відповідні матриці матимуть такий вигляд:

$$A = \begin{pmatrix} -\frac{R_a}{L_a} & -\frac{C}{L_a} \\ \frac{k_a \Phi}{J} & 0 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} \frac{k_t}{L_a} & 0 \\ 0 & \frac{1}{J} \end{pmatrix}, \quad \Delta A = \begin{pmatrix} \frac{\Delta R_a}{L_a} & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \Delta B = 0$$

У цьому випадку, згідно з теоремою, досліджувана система є стабільною, оскільки  $\mu_i = \nu_i, i = \overline{1..n}, \Delta B = 0$  і, отже, умови теореми виконуються.

Тепер розглянемо випадок, коли індуктивність  $\Delta L$  змінюється. Тоді

$$A + \Delta A = \begin{pmatrix} \frac{R_a}{L_a + \Delta L_a} & -\frac{C}{L_a + \Delta L_a} \\ \frac{k_a \Phi}{J} & 0 \end{pmatrix}, \quad B + \Delta B = \begin{pmatrix} \frac{k_t}{L_a + \Delta L_a} & 0 \\ 0 & \frac{1}{J} \end{pmatrix}$$

У цьому випадку, коли ми налаштуємо регулятор зворотного зв'язку на біноміальну форму, коефіцієнт підсилення матиме такий вигляд:

$$K^{bin} = \begin{bmatrix} \frac{2L_a \omega - R_a}{k_t} & \frac{JL_a \omega^2 - \Phi c k_a}{k_t k_a \Phi} \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

У випадку налаштування на стандартну форму Батерворта, отримаємо:

$$K^{bat} = \begin{bmatrix} \frac{1.41421\omega L_a + 1.41421\omega \Delta L_a - R_a}{k_t} & \frac{JL_a \omega^2 + J\Delta L_a \omega^2 - \Phi c k_a}{k_t k_a \Phi} \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Без обмеження загальності покладемо  $P_i = \bar{Q}_i = I, i = \overline{1..k}$ . Тоді, враховуючи, що у випадку, коли  $k=2$ , (2.8) має таку форму  $F = I + \Delta K \mu^* \Delta B + (\Delta K \mu^* \Delta B)^T > 0$ .

Відповідно до теореми, умова  $F > 0$  має виконуватись для стійкості досліджуваної системи.

Враховуючи попередні міркування, ми бачимо, що за допомогою запропонованого підходу для аналізу стійкості електромеханічної системи можна визначити інтервал стійкості. Для досягнення цієї мети у випадку системи (2.9) необхідно розв'язати таку нерівність

$$1.171580000 \mu^* \omega L \Delta L - 2.828420000 \mu^* \omega \Delta L^2 + L^2 + L \Delta L \geq 0$$

$$\mu^* = \mu(1 - \mu)$$

Аналітичний розв'язок такої нерівності є можливим у випадку, коли задані параметри об'єкта дослідження. Але, враховуючи, що  $L > 0, \Delta L > 0$ , отримуємо  $\Delta L \leq 0.4L$

Якщо межі зміни параметрів є недостатніми для розв'язання поставленої задачі, можна скористатися запропонованим підходом, щоб визначити такі межі для одного з коефіцієнтів регулятора при заданому  $\Delta L_a$ .

Розглянемо випадки, коли змінюється лише значення моменту інерції  $J$ . У цьому випадку система стає стійкою, оскільки

$$K^{bin} = \begin{bmatrix} \frac{2L_a \omega - R_a}{k_t} & \frac{JL_a \omega^2 - \Phi c k_a}{k_t k_a \Phi} \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$K^{bat} = \begin{bmatrix} \frac{1.41421\omega L_a - R_a}{k_t} & \frac{JL_a\omega^2 + L_a dJ\omega^2 - \Phi ck_a}{k_a \Phi k_t} \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

і тому

$$\tilde{X}F\tilde{X}^T = \left( \tilde{X}_{1,1} (0.58579\mu^*\omega + 1) - \frac{\tilde{X}_{1,2}\mu^*L_a\Delta J\omega^2 \left( \frac{1}{J} - \frac{1}{J+dJ} \right)}{k_a \Phi k_t} \right) \tilde{X}_{1,1} + \tilde{X}_{1,2}^2 > 0$$

Передавальна функція за збуренням має такий вигляд

$$\frac{L_a p + R_a}{JL_a p^2 + L_a \Delta J p^2 + J R_a p + L_a k_{22} p + \Phi ck_a + R dJ p + R_a k_{22} - ck_{21}} I$$

Тепер розглянемо ситуацію, коли всі три досліджуваних параметри змінюються. У цьому випадку відповідні матриці матимуть такий вигляд:

$$A + \Delta A = \begin{bmatrix} -\frac{R_a + \Delta R_a}{L_a + \Delta L_a} & -\frac{c}{L_a + \Delta L_a} \\ \frac{k_a \Phi}{J + \Delta J} & 0 \end{bmatrix} \quad B + \Delta B = \begin{bmatrix} \frac{k_t}{L_a + \Delta L_a} & 0 \\ 0 & \frac{1}{J + \Delta J} \end{bmatrix}$$

Відповідні коефіцієнти підсилення зворотних зв'язків наведено нижче

$$K_{bin} = \begin{bmatrix} \frac{2L_a\omega - R}{k_t} & \frac{JL_a\omega^2 - \Phi ck_a}{k_a \Phi k_t} \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$K_{bat} = \begin{bmatrix} \frac{1.41421L_a\omega + 1.41421\Delta L_a\omega - R_a - \Delta R_a}{k_t} \\ 0 \\ \frac{JL_a\omega^2 + J\Delta L_a\omega^2 + L_a\Delta J\omega^2 + \Delta J\Delta L_a\omega^2 - \Phi ck_a}{k_a \Phi k_t} \\ 0 \end{bmatrix}$$

Для аналізу стійкості системи потрібно розв'язати таку нерівність

$$1.171580000L_a\Delta L_a\tilde{\mu}\omega - 2.828420000\tilde{\mu}\Delta L_a^2\omega + 2\tilde{\mu}\Delta L_a\Delta R + L_a^2 + L_a\Delta L_a \geq 0$$

Аналогічно, як і перед цим, отримуємо  $\Delta L \leq 0.4L$

2.1.3. Синтез нечіткого регулятора для формування динаміки окремої підсистеми.

За умови можливості застосування узагальненого параметру на основі якого будується модель системи з використанням апарату нечіткої логіки:

$$R^i : \text{ IF } x_1 \in M_1^i \text{ and } x_2 \in M_2^i \text{ and } \dots x_n \in M_n^i \text{ THEN} \quad (2.10)$$

$$\dot{\bar{x}}(t) = A_i \bar{x}(t) + B_i \bar{u}(t), \quad i = \overline{1, n},$$

де  $R^i$  –  $i$ -те правило,  $M_j^i, i = \overline{1, k}, j = \overline{1, n}$  – області розбиття,  $A_i, B_i \in R^{n \times n}$  – матриці, що формують модель системи в околі певної робочої точки, актуальним стає розгляд і третього варіанту, який значно розширює можливості формування динаміки окремої підсистеми.

При цьому для окремої лінійної підсистеми отримується структура системи керування, показана на рис. 2.2.

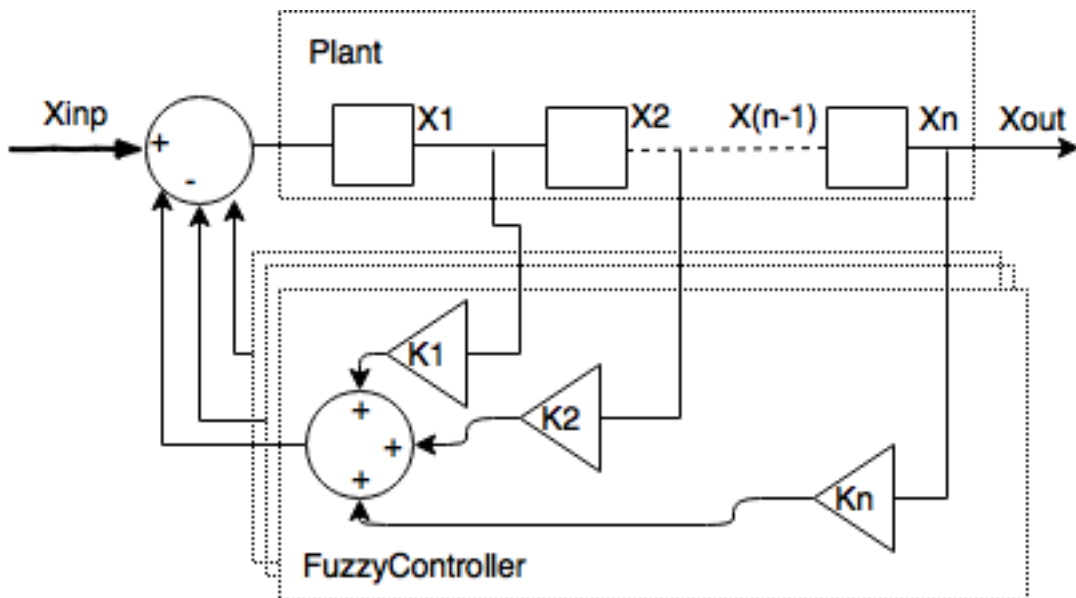


Рис. 2.2 Схема лінеаризованої системи з нечітким регулятором



У класичній постановці розв'язок задачі синтезу керуючих впливів для лінійної системи не складає труднощів. Однак при застосуванні нечіткого керування, система диференціальних рівнянь (2.2) матиме вигляд:

$$\dot{\bar{x}}(t) = \left( A + B \sum_{j=1}^l \mu_j(\bar{x}) K_j \right) \bar{x}(t), \quad (2.11)$$

а її коефіцієнти залежать від параметрів функції належності, яка може бути як лінійною, так і нелінійною.

У роботі [7] показано, що одним з можливих підходів до синтезу нечіткого регулятора є вибір так званої “природної бази правил”. Така база правил передбачає лише два терми для кожної лінгвістичної змінної, що суттєво спрощує її та зменшує розмір, оскільки, порівняно з класичною базою правил, залишаються тільки два полярні правила. Як зазначено в [7], база правил в такому випадку матиме вигляд

$$\begin{aligned} IF (e_i \text{ in } B)_{i=1..m} THEN u = f_B(\bar{x}), \\ IF (e_i \text{ in } S)_{i=1..m} THEN u = f_S(\bar{x}), \end{aligned} \quad (2.12)$$

де  $e_i = e_i(t) = x_{зад,i} - x_i(t) =$  – похибка регулювання;  $\bar{x}$  – вектор станів системи;  $f_B(\bar{x})$  та  $f_S(\bar{x})$  – функції вектора станів системи. У випадку регулятора за повним вектором стану, ці функції мають вигляд:

$$f_i(\bar{x}) = \sum_j k_j^i x_j + u_0, \quad i \in \{B, S\}. \quad (2.13)$$

Характеристичний поліном синтезованої системи прийме вигляд:

$$H_{cm}(p) = \sum_{i=0}^n a_i \omega_0^{n-i} p^i, \quad (2.14)$$

де  $\omega_0$  – значення середньгеометричного кореня,  $a_i$  – коефіцієнти, які залежать як від параметрів функцій належності та синтезованих коефіцієнтів регуляторів.

Таким чином у даному випадку задача полягає у знаходженні таких параметрів регуляторів та функцій належності, які б формували необхідні динамічні характеристики підсистеми.

### 2.1.3.1. Аналіз впливу вибору стандартних форм розподілу коренів характеристичного полінома при синтезі нечіткого регулятора на характеристики динамічної підсистеми.

Для знаходження параметрів регуляторів пропонується застосовувати апарат класичної теорії керування, зокрема синтез на основі стандартних форм розподілу коренів характеристичного полінома, зокрема, наведених у табл. 2.1. За основу приймемо систему третього порядку.

Таблиця 2.1

Стандартні лінійні форми розподілу коренів характеристичного полінома

№ з.п.	Назва стандартної лінійної форми	Коефіцієнти характеристичного полінома $p^3 + a_1\omega p^2 + a_2\omega^2 p + a_3\omega^3$		
		$a_1$	$a_2$	$a_3$
1.	Біноміальна (Бін)	3	3	1
2.	Батерворта (Бат)	2	2	1
3.	Бесселя (Бес)	2.43	2.47	1
4.	Чебишева (Чев)	1.4	1.92	1
5.	Найбільша швидкодія (Ншв)	2.05	2.39	1
6.	Мінімум середньквадратичної похибки (Мпр)	1	2	1

Перехідні процеси в системі третього порядку з традиційним регулятором, синтезованим на основі стандартних форм з табл. 2.1 наведено на рис. 2.3а.

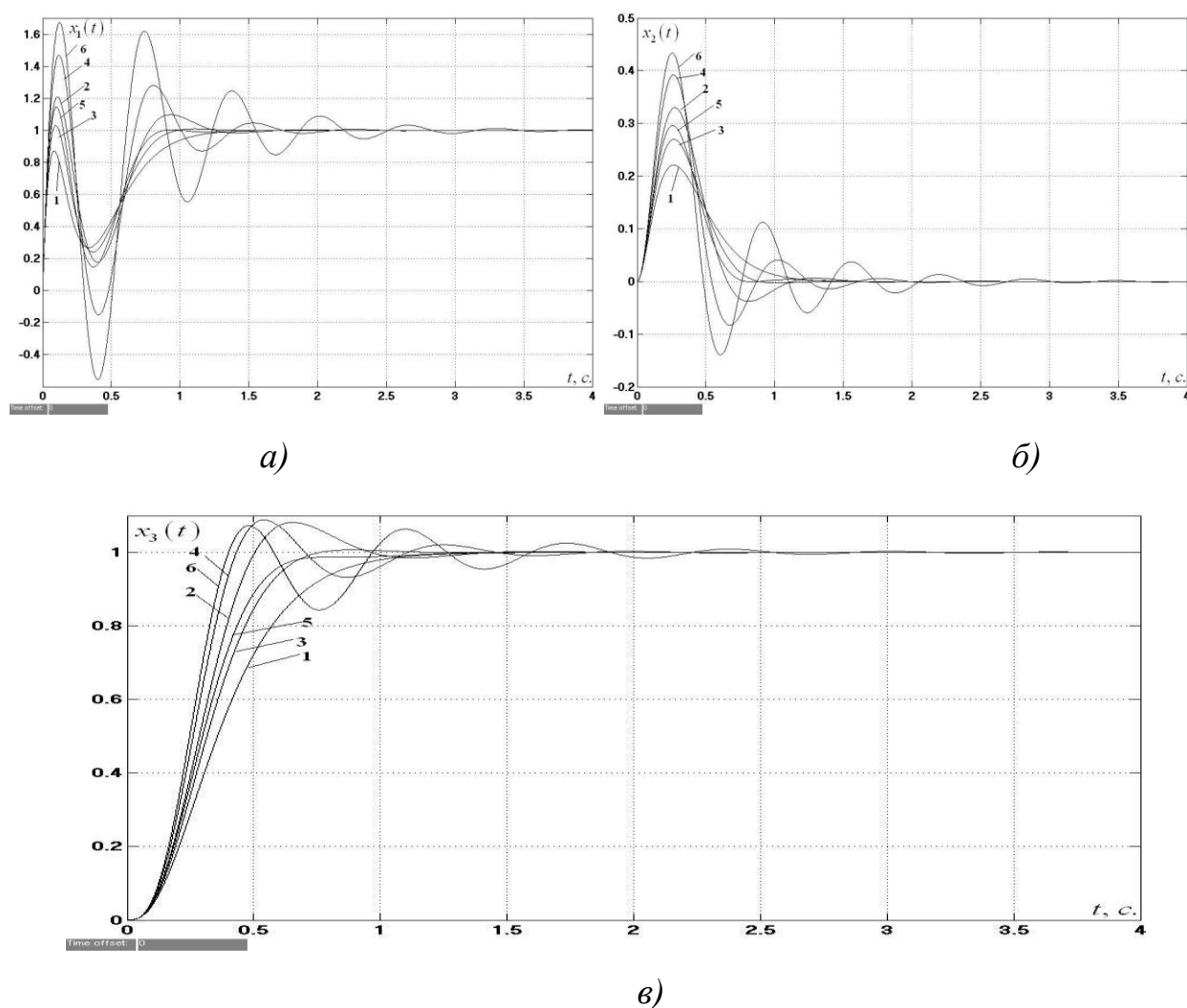


Рис. 2.3а. Результати моделювання системи з регулятором, що налаштований на стандартні лінійні форми з табл. 2.1. а)  $x_1(t)$ , б)  $x_2(t)$ , в)  $x_3(t)$ . Лінії на графіках пронумеровано відповідно до табл. 2.1.

У більшості випадків основна увага дослідників зосереджується на забезпеченні необхідного характеру зміни вихідної координати. У той же час в реальних системах діють обмеження на проміжні координати. Для порівняння впливу розподілу коренів характеристичних поліномів на характеристики досліджуваної динамічної системи з урахуванням проміжних

координат пропонується сформуванню узагальнений інтегральний показник якості у такому вигляді:

$$I^* = 0.97I + 0.03F_{penalty} \quad (2.15)$$

де  $I = 0.5(I_1 + I_2)$ ,  $I_2 = \int_0^T te(t)^2 dt$ ,  $I_4 = \int_0^T |e(t)| dt$ , – класичні інтегральні показники якості (див. [141]),

$$F_{penalty} = \left( \frac{x_1(t)}{x_{1,max}} \right)^2 H \left( \frac{x_1(t)}{x_{1,max}} \right) + \left( \frac{x_3(t)}{x_{3,max}} \right)^2 H \left( \frac{x_3(t)}{x_{3,max}} \right) + \frac{t_{ycm}}{3}$$

$H(\cdot)$  – функція Хевісайда,  $x_{1,max}, x_{3,max}$  – визначені максимальні допустимі перерегулювання і в даному випадку вони становлять 20% та 5% відповідно,  $t_{ycm}$  – час виходу на усталений режим функціонування (його поділено на три для співрозпирності з іншими величинами). Вагові коефіцієнти 0.97 та 0.03 в узагальненому інтегральному показнику якості обрано з міркувань співрозпирності досліджуваних величин між собою.

Результати застосування тієї чи іншої стандартної форми розподілу коренів характеристичного поліному наведено в табл. 2.2:

Таблиця 2.2

Показники якості використання регуляторів, що забезпечують налаштування системи на певну стандартну форму

	$I_2$	$I_4$	$I$	$\max(x_1(t))$	$\max(x_3(t))$	$I^*$	$t_{5\%, c.}$	$t_1, c.$	$t_{ycm}, c.$
Бін	0.04833	0.10667	0.07750	1.00000	1.00000	0.09375	0.83950	1.12100	1.85750
Бат	0.02963	0.06858	0.04911	1.20906	1.08147	0.13322	0.79550	0.49600	2.33050
<b>Бес</b>	<b>0.03605</b>	<b>0.06854</b>	<b>0.05229</b>	<b>1.03110</b>	<b>1.00682</b>	<b>0.06783</b>	<b>0.61400</b>	<b>0.71100</b>	<b>1.71075</b>
Чеб	0.02536	0.07272	0.04904	1.46926	1.08864	0.15681	0.96700	0.42600	3.20150
<b>Ншв</b>	<b>0.03224</b>	<b>0.06510</b>	<b>0.04867</b>	<b>1.14512</b>	<b>1.00000</b>	<b>0.06674</b>	<b>0.57875</b>	<b>1.04150</b>	<b>1.95300</b>
Мпр	0.02667	0.11979	0.07323	1.67263	1.07273	0.15063	1.16450	0.39550	*

\* за час моделювання 4с система не вийшла на усталений режим.

де  $\max(x_1(t))$  – максимальне перерегулювання змінної  $x_1(t)$ ;  $\max(x_3(t))$  – максимальне перерегулювання змінної  $x_3(t)$ ;  $t_{5\%}$  – час входження в 5% зону;  $t_1$  – час першого досягнення заданого значення.

На основі проведеного аналізу отриманих результатів можна стверджувати, що кожна з досліджених форм має свої переваги та недоліки. Ці недоліки можуть бути усунені шляхом комбінації цих форм в нечіткому регуляторі (2.12), параметри якого змінюються в залежності від величини похибки регулювання. Для порівняльного аналізу характеристик динамічної системи з нечітким регулятором проведено дослідження для налаштувань на різні стандартні форми в зонах малих та великих відхилень. Параметри функцій належності та значення середньгеометричного кореня залишалися постійними. Результати проведених досліджень наведено у табл. 2.3.

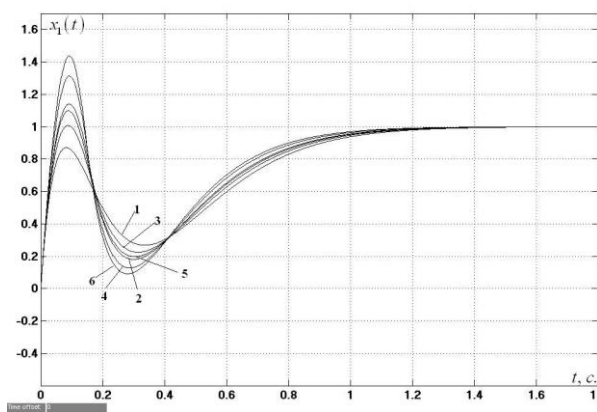
Таблиця 2.3

Показники якості використання регуляторів, у яких система, що функціонує в зоні малих відхилень, налаштована на стандартну біноміальну форму

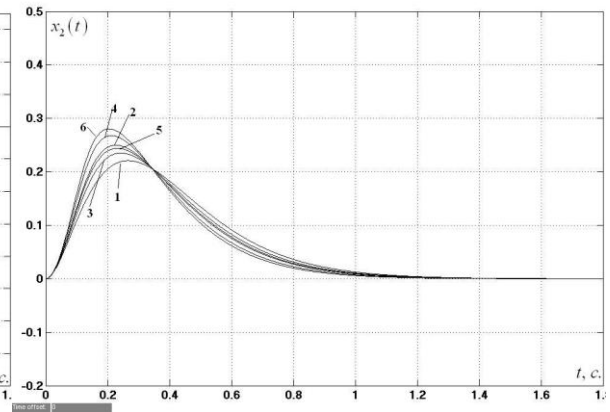
	$I_2$	$I_4$	$I$	$\max(x_1(t))$	$\max(x_3(t))$	$I^*$	$t_{5\%}, \text{с.}$	$t_1, \text{с.}$	$t_{\text{уст}}, \text{с.}$
<b>Бат- Бін</b>	<b>0.03971</b>	<b>0.08985</b>	<b>0.06478</b>	<b>1.14029</b>	<b>1.00000</b>	<b>0.08066</b>	<b>0.77950</b>	<b>1.05450</b>	<b>1.78250</b>
Бес- Бін	0.04356	0.09765	0.07060	1.00814	1.00000	0.08670	0.80950	1.08800	1.82100
Чеб- Бін	0.03563	0.08110	0.05836	1.31353	1.00000	0.10983	0.74250	1.01050	1.72675
Ншв- Бін	0.04098	0.09258	0.06678	1.09852	1.00000	0.08275	0.79050	1.06750	1.79750
Мпр- Бін	0.03315	0.07540	0.05427	1.43682	1.00000	0.11244	0.71600	0.97675	1.67850
Бін- Бат	0.03571	0.07668	0.05620	1.08296	1.06864	0.10927	0.81900	0.54850	2.36875

	$I_2$	$I_4$	$I$	$\max(x_1(t))$	$\max(x_3(t))$	$I^*$	$t_{5\%,c.}$	$t_1, c.$	$t_{ycm}, c.$
Бес- Бат	0.03225	0.07187	0.05206	1.08939	1.07422	0.10537	0.80550	0.52100	2.34800
Чеб- Бат	0.02701	0.06577	0.04639	1.40247	1.09224	0.14156	0.78550	0.46750	2.31200
Ншв- Бат	0.03043	0.06950	0.04997	1.15671	1.07836	0.10348	0.79850	0.50500	2.33650
Мпр- Бат	0.02553	0.06455	0.04504	1.53888	1.10115	0.14903	0.77975	0.44900	2.30075
<b>Бін- Бес</b>	<b>0.04015</b>	<b>0.07558</b>	<b>0.05786</b>	<b>1.00736</b>	<b>1.00577</b>	<b>0.07349</b>	<b>0.64400</b>	<b>0.74700</b>	<b>1.73650</b>
<b>Бат- Бес</b>	<b>0.03281</b>	<b>0.06281</b>	<b>0.04781</b>	<b>1.17302</b>	<b>1.00850</b>	<b>0.06326</b>	<b>0.58550</b>	<b>0.67450</b>	<b>1.68775</b>
Чеб- Бес	0.02944	0.05692	0.04318	1.35655	1.01164	0.09685	0.55100	0.62950	1.66250
<b>Ншв- Бес</b>	<b>0.03386</b>	<b>0.06473</b>	<b>0.04929</b>	<b>1.12653</b>	<b>1.00773</b>	<b>0.06477</b>	<b>0.59600</b>	<b>0.68850</b>	<b>1.69575</b>
Мпр- Бес	0.02743	0.05354	0.04048	1.48667	1.01477	0.10178	0.52750	0.59800	1.64675
Бін- Чеб	0.03328	0.07914	0.05621	1.20515	1.05445	0.14736	0.98200	0.50450	3.23300
Бат- Чеб	0.02770	0.07371	0.05070	1.26515	1.07288	0.14596	0.97200	0.45350	3.21075
Бес- Чеб	0.03007	0.07558	0.05283	1.22344	1.06228	0.14533	0.97600	0.47750	3.22000
Ншв- Чеб	0.02841	0.07404	0.05123	1.23675	1.06826	0.14474	0.97250	0.46200	3.21350
Мпр- Чеб	0.02409	0.07283	0.04846	1.61308	1.10153	0.16619	0.96400	0.40850	3.19575
<b>Бін- Ншв</b>	<b>0.03831</b>	<b>0.07616</b>	<b>0.05723</b>	<b>1.00000</b>	<b>1.00000</b>	<b>0.07529</b>	<b>0.62950</b>	<b>1.05850</b>	<b>1.97750</b>

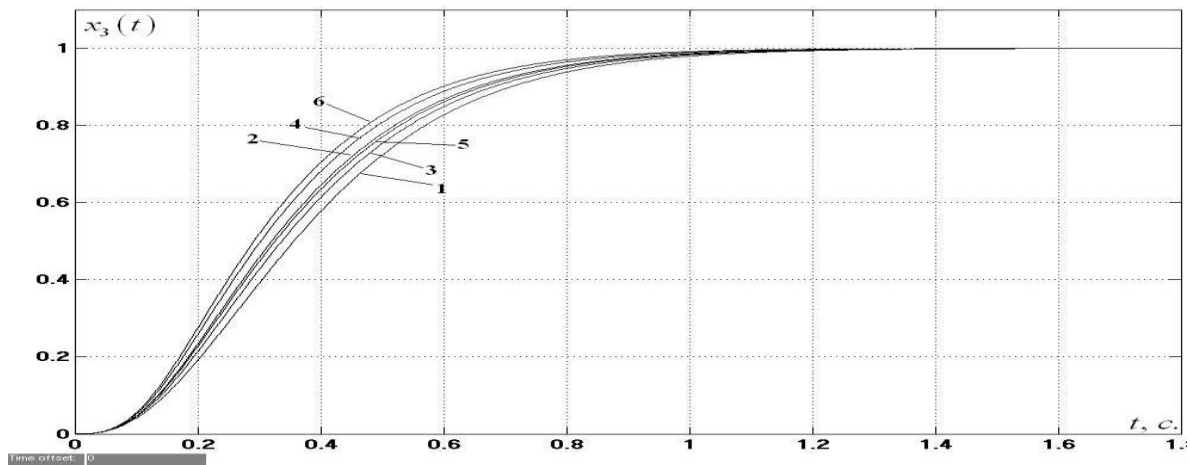
	$I_2$	$I_4$	$I$	$\max(x_1(t))$	$\max(x_3(t))$	$I^*$	$t_{5\%}, \text{с.}$	$t_1, \text{с.}$	$t_{\text{ycm}}, \text{с.}$
<b>Бат- НШВ</b>	<b>0.03123</b>	<b>0.06298</b>	<b>0.04711</b>	<b>1.19495</b>	<b>1.00000</b>	<b>0.06519</b>	<b>0.56750</b>	<b>1.03900</b>	<b>1.94950</b>
<b>Бес- НШВ</b>	<b>0.03435</b>	<b>0.06908</b>	<b>0.05172</b>	<b>1.04637</b>	<b>1.00000</b>	<b>0.06979</b>	<b>0.59800</b>	<b>1.04750</b>	<b>1.96175</b>
Чеб- НШВ	0.02797	0.05613	0.04205	1.38513	1.00000	0.10012	0.52975	0.65950	1.93600
Мпр- НШВ	0.02602	0.05166	0.03884	1.51966	1.00000	0.10506	0.50450	0.59875	1.92775
Бін- Мпр	0.03459	0.11502	0.07481	1.41138	1.04210	0.10406	0.97175	0.50175	—
Бат- Мпр	0.02956	0.11422	0.07189	1.49982	1.05109	0.13666	1.14850	0.44350	—
Бес- Мпр	0.03164	0.11349	0.07256	1.45089	1.04612	0.10424	0.95450	0.47150	—
Чеб- Мпр	0.02762	0.11686	0.07224	1.56718	1.05792	0.14170	1.16175	0.41375	—
НШМ- Мпр	0.03015	0.11343	0.07179	1.47912	1.04898	0.10522	0.94475	0.45350	—



a)



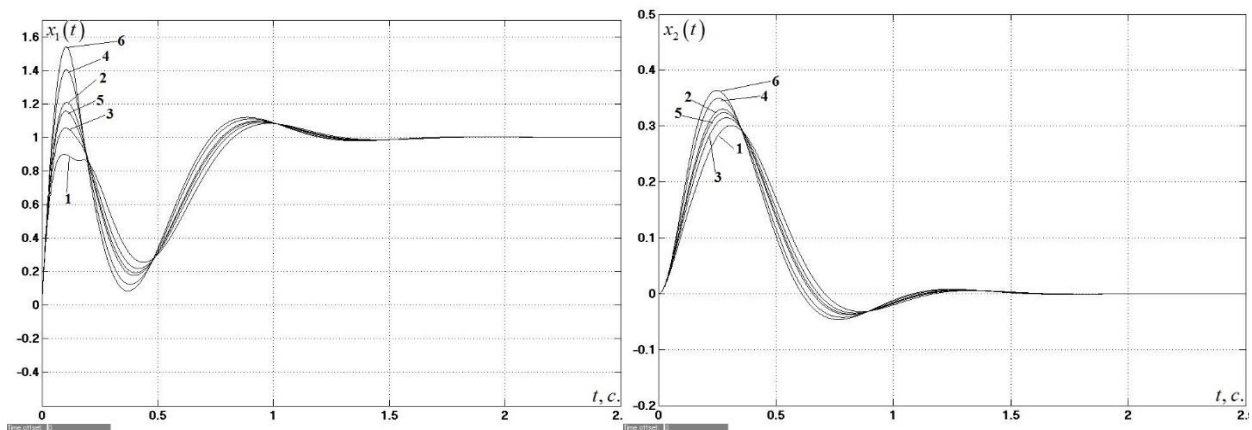
б)



в)

Рис. 2.3б. Результати моделювання системи у випадку коли підсистема, що функціонує в області малих відхилень налаштована на стандартну лінійну біноміальну форму а)  $x_1(t)$ , б)  $x_2(t)$ , в)  $x_3(t)$ .

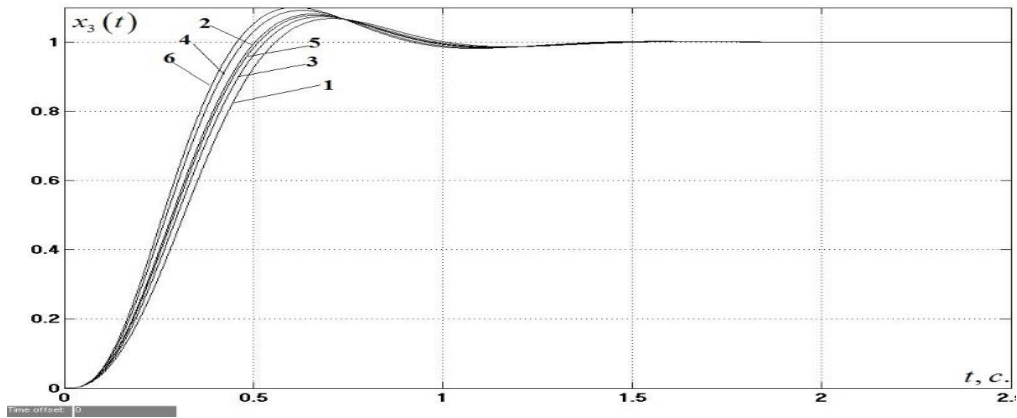
Графіки перехідних процесів для кожної з координат системи третього порядку при налаштуванні нечіткого регулятора на різні стандартні форми у зоні малих та великих відхилень наведено на рис. 2.3-2.8. На наведених нижче рисунках в області великих відхилень траєкторії координат позначено наступним чином: траєкторія системи у випадку коли підсистема, що функціонує в області великих відхилень налаштована на стандартну форму 1 – біноміальну; 2 – Батерворта; 3 – Бесселя; 4 – Чебишева; 5 – що забезпечує найбільшу швидкодію; 6 – що забезпечує мінімум інтеграла від квадрата похибки.



а)

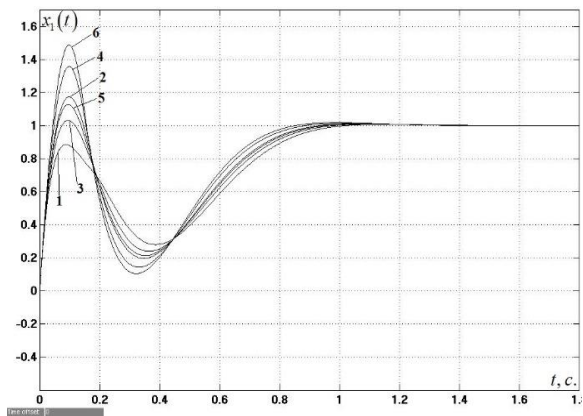
б)



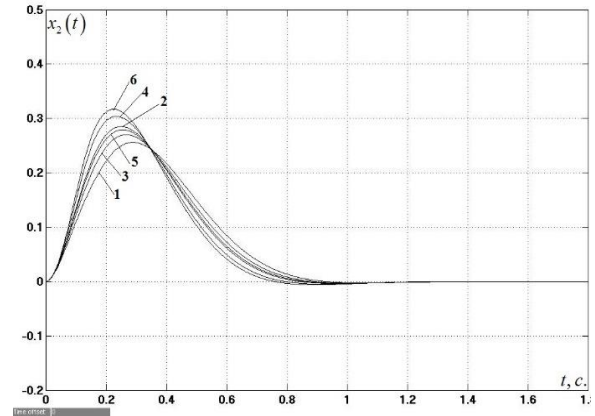


в)

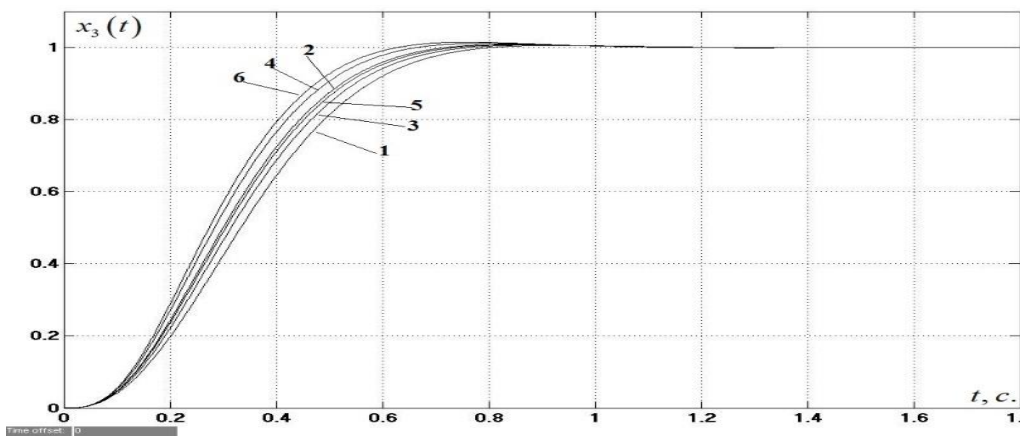
Рис. 2.4. Результати моделювання системи у випадку коли підсистема, що функціонує в області малих відхилень налаштована на стандартну лінійну форму Батерворта а)  $x_1(t)$ , б)  $x_2(t)$ , в)  $x_3(t)$ .



а)

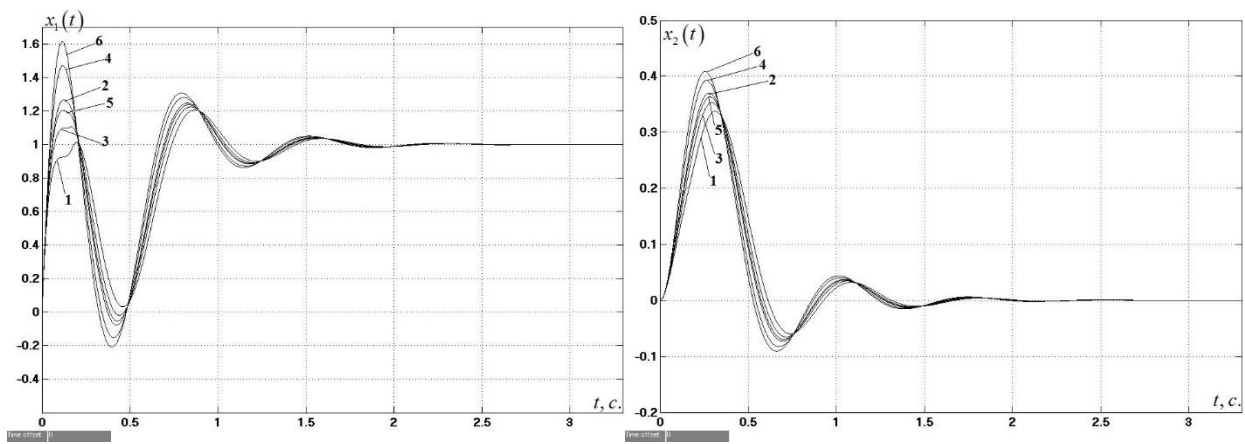


б)



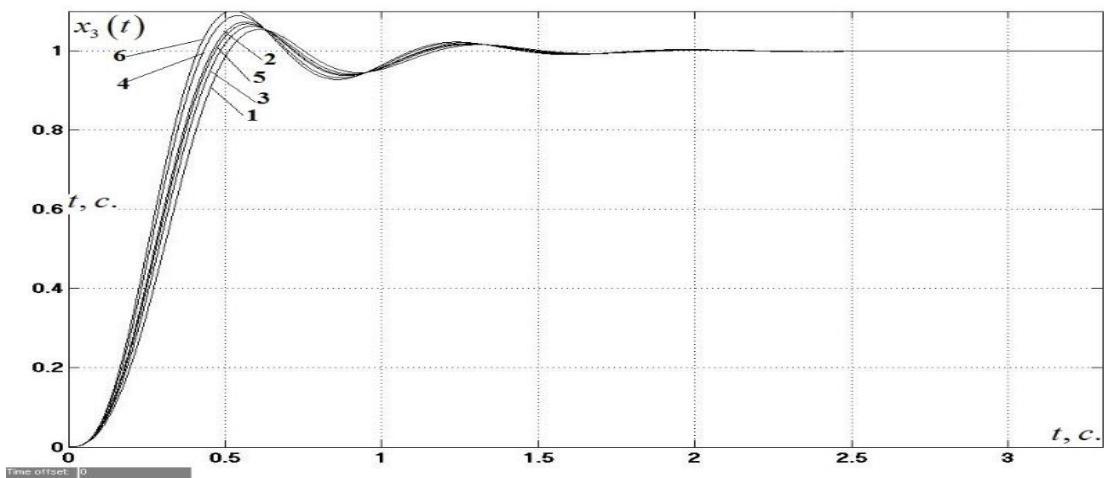
в)

Рис. 2.5 Результати моделювання системи у випадку коли підсистема, що функціонує в області малих відхилень налаштована на стандартну лінійну форму Бесселя а)  $x_1(t)$ , б)  $x_2(t)$ , в)  $x_3(t)$ .



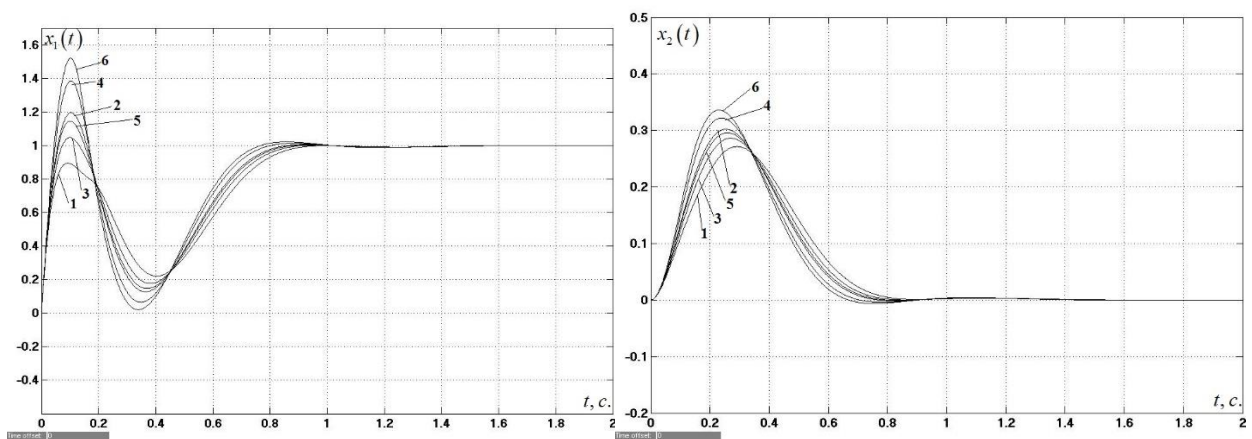
a)

б)



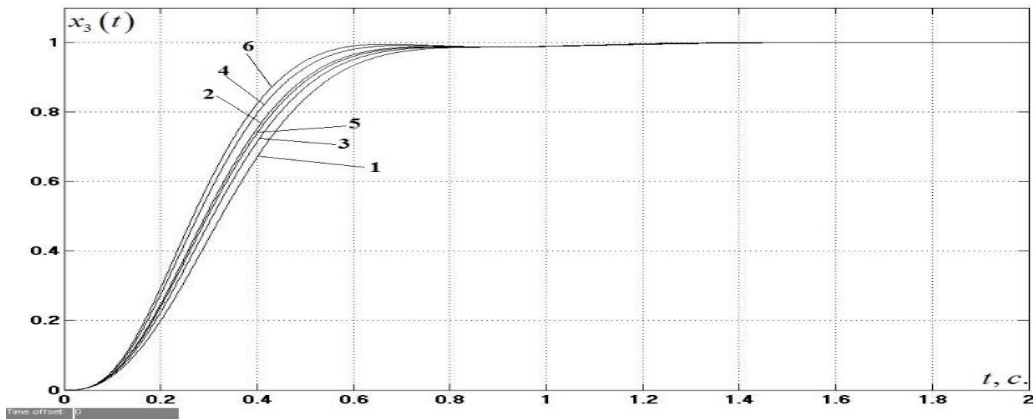
в)

Рис. 2.6. Результати моделювання системи у випадку коли підсистема, що функціонує в області малих відхилень налаштована на стандартну лінійну форму Чебишева а)  $x_1(t)$ , б)  $x_2(t)$ , в)  $x_3(t)$ .



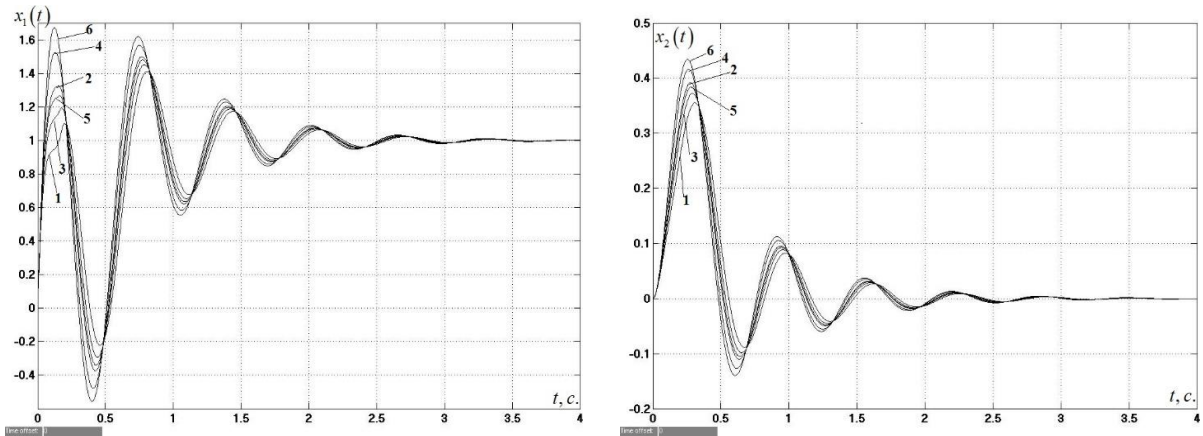
a)

б)



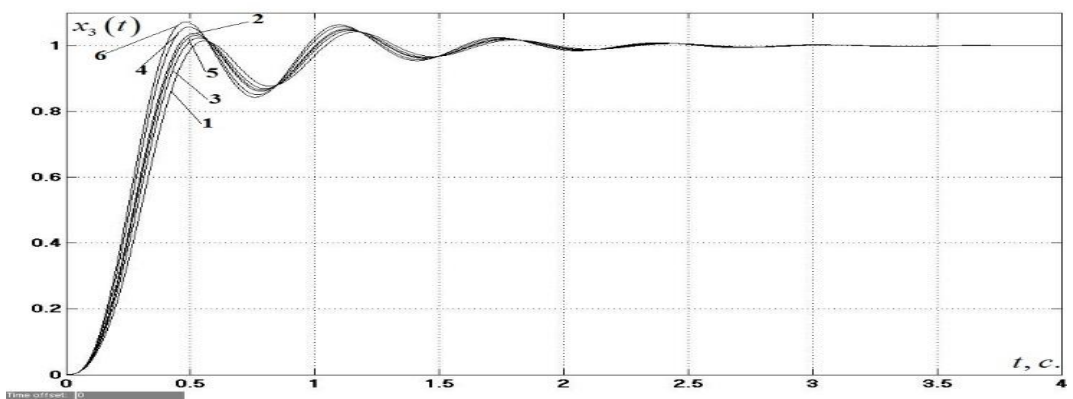
в)

Рис. 2.7. Результати моделювання системи у випадку коли підсистема, що функціонує в області малих відхилень налаштована на стандартну лінійну форму, що забезпечує найбільшу швидкодію а)  $x_1(t)$ , б)  $x_2(t)$ , в)  $x_3(t)$ .



а)

б)



в)

Рис. 2.8. Результати моделювання системи у випадку коли підсистема, що функціонує в області малих відхилень налаштована на стандартну лінійну форму, що забезпечує мінімум від квадрата похибки а)  $x_1(t)$ , б)  $x_2(t)$ , в)  $x_3(t)$ .

Отримані результати дають можливість стверджувати, що оптимальна при сформованому критерії якості поведінка системи буде забезпечена, коли на початковому етапі функціонуватиме підсистема з регулятором, що налаштований на стандартну форму Баттерворта або на стандартну форму, що забезпечує найбільшу швидкодію, а в зоні малих відхилень – стандартну форму Бесселя. Доволі хороші показники забезпечує і поєднання найбільш вживаних при синтезі електромеханічних систем форм налаштування регуляторів – форми Баттерворта та біноміальної.

При цьому в більшості досліджуваних випадків значення  $x_1(t)$  перевищує або наближається до максимально допустимого значення. Це може бути недопустимим для певних технологічних процесів. Тому доцільним є розглянути систему, що складається з трьох підсистем, в якій на початковому етапі діятиме підсистема з малим максимальним значенням  $x_1(t)$ , а на кінцевому (в області малих відхилень) – підсистема, що забезпечуватиме плавне наближення до області робочої точки. Зокрема суттєвого виграшу у швидкодії системи можна досягти, застосувавши на початковому етапі (в області великих відхилень) підсистему з регулятором, що забезпечує найбільшу швидкодію, потім підсистему, що забезпечує мінімум інтеграла від квадрата похибки, а в області малих відхилень – підсистему з регулятором, що налаштована на стандартну лінійну форму Бесселя.

Для порівняння пропонованих підходів, на рис. 2.9 зображено перехідні процеси в досліджуваній системі з регуляторами, що забезпечують мінімальні значення інтегрального показника якості при дотриманні обмежень на проміжні координати. Відповідні значення досліджуваних величин наведено в табл. 2.4.

Таблиця 2.4

Зведена таблиця кількісних оцінок застосування різних стандартних лінійних форм для синтезу нечіткого регулятора

	$I_2$	$I_4$	$I$	$\max(x_1(t))$	$\max(x_3(t))$	$I^*$	$t_{5\%, c.}$	$t_1, c.$	$t, c.$
Бес	0.03605	0.06854	0.05229	1.03110	1.00682	0.06783	0.61400	0.71100	1.71075
Ншв	0.03224	0.06510	0.04867	1.14512	1.00000	0.06674	0.57875	1.04150	1.95300
Бат-Бес	0.03281	0.06281	0.04781	1.17302	1.00850	0.06326	0.58550	0.67450	1.68775
Ншв-Бес	0.03386	0.06473	0.04929	1.12653	1.00773	0.06477	0.59600	0.68850	1.69575
Бат-Ншв	0.03123	0.06298	0.04711	1.19495	1.00000	0.06519	0.56750	1.03900	1.94950
<b>Ншв- Мпр- Бес</b>	<b>0.03066</b>	<b>0.05466</b>	<b>0.04266</b>	<b>1.14512</b>	<b>1.00325</b>	<b>0.05704</b>	<b>0.52350</b>	<b>0.60575</b>	<b>1.56550</b>

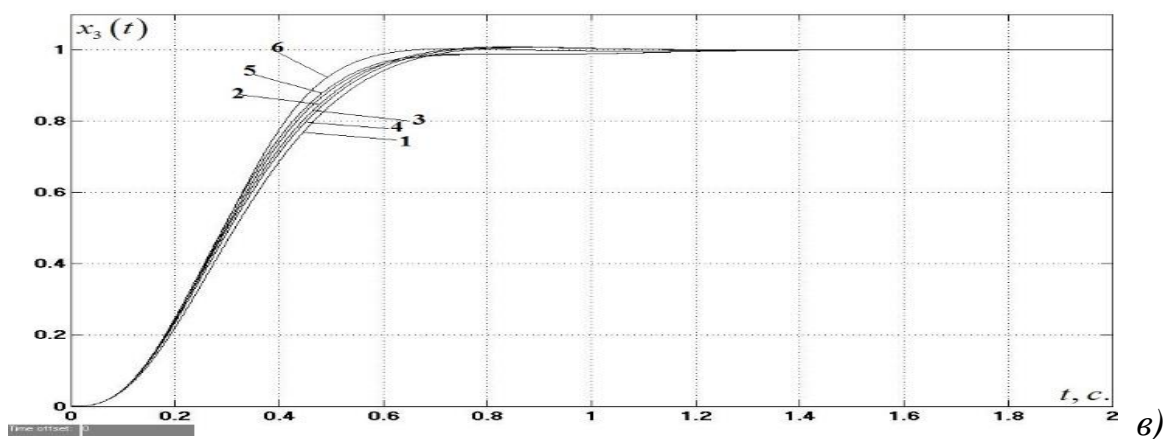
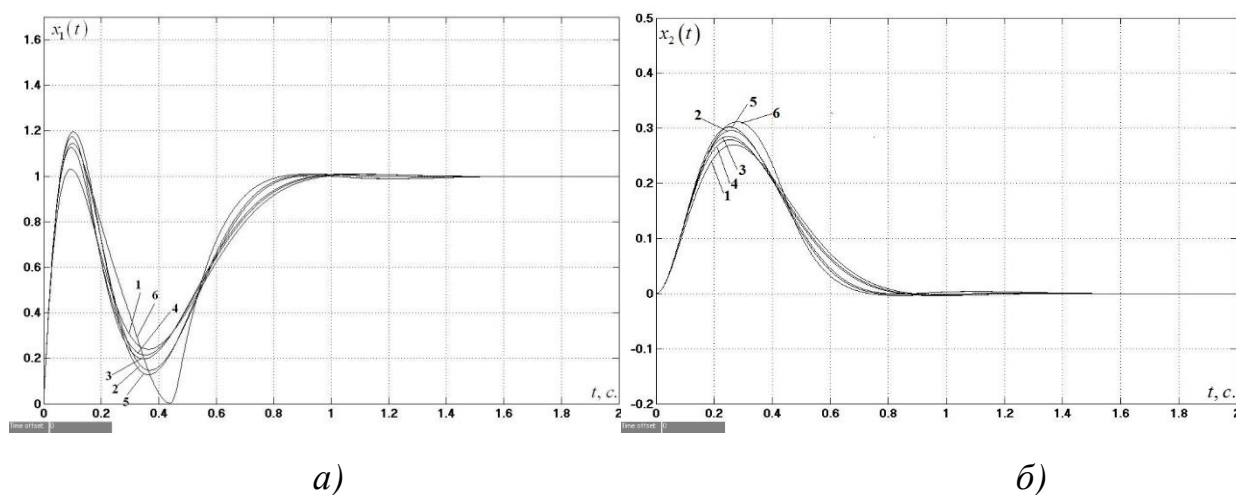


Рис. 2.9. Результати моделювання системи. а)  $x_1(t)$ , б)  $x_2(t)$ , в)  $x_3(t)$ .

Лінії на графіках пронумеровано відповідно до табл. 2.4.

Наведені результати свідчать, що збільшення кількості областей нечіткого регулятора для окремої підсистеми дає змогу забезпечити покращення динамічних характеристик у порівнянні з системами з класичними модальними регуляторами.

### 2.1.3.2. Аналіз впливу параметричних та непараметричних ступенів свободи нечіткого регулятора на характеристики динамічної підсистеми.

Як відомо з [42, 145], характеристика вхід-вихід нечіткого регулятора суттєво залежить від розподілу та виду функцій належності нечітких змінних, вибраних методу усунення нечіткості (деффазифікації) та методів інференції. У технічних системах найчастіше використовуються лінійні (трапецієвидна, трикутна тощо) та нелінійні (сігмоїдальна, Гауса, дзвоноподібна тощо) функції належності. Враховуючи вибрану структуру нечіткого регулятора (2.11) аналіз впливу параметрів функцій належності на характеристики динамічної системи доцільно обмежити функціями:

1) Функція належності Z – типу та S - типу ([42]):

$$\mu(x; \alpha, \beta) = Z(x; \alpha, \beta) = L(x; \alpha, \beta) = \begin{cases} 1, & x < \alpha \\ (x - \beta) / (\alpha - \beta), & \alpha \leq x \leq \beta; \\ 0, & x > \beta \end{cases} \quad (2.16)$$

$$\mu(x; \alpha, \beta) = S(u; \alpha, \beta) = \Gamma(u; \alpha, \beta) = \begin{cases} 0, & u < \alpha \\ (u - \alpha) / (\beta - \alpha), & \alpha \leq u \leq \beta \\ 1, & u > \beta \end{cases} \quad (2.17)$$

2) Сігмоїдальна функція (див., напр., [145])

а) ліва сігмоїдальна функція

$$\mu(x; \alpha, \beta) = \frac{e^{-\alpha(x-\beta)}}{1 + e^{-\alpha(x-\beta)}} \quad (2.18)$$

б) права сігмоїдальна функція

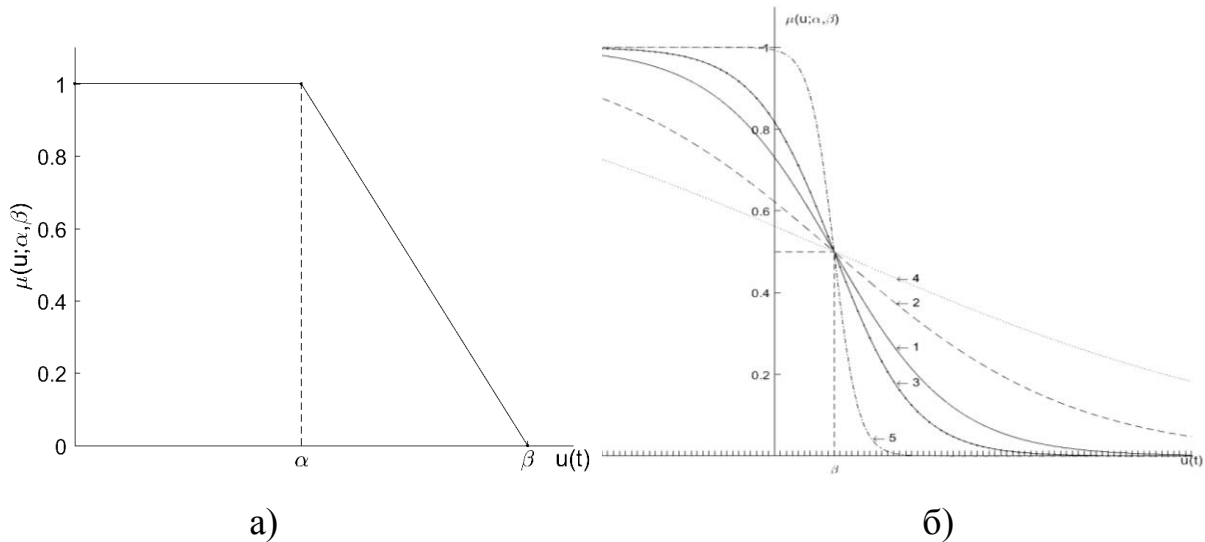
$$\mu(x; \alpha, \beta) = \frac{1}{1 + e^{-\alpha(x-\beta)}} \quad (2.19)$$

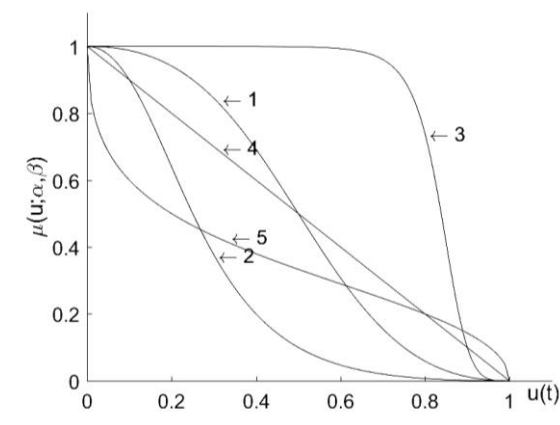
3) Параметризована функція належності (див. [40, 100, 101])

$$\mu(x; \alpha, \beta) = \frac{(1 - \beta)^{\alpha-1} (b - x)^\alpha}{(1 - \beta)^{\alpha-1} (b - x)^\alpha + \beta^{\alpha-1} (x - c)^\alpha}, \quad x = [c, b], \quad (2.20)$$

де  $c$  та  $b$  - границі значень похибки.

У випадку лінійної функції належності  $L(x; \alpha, \beta)$  (рис. 2.10) параметри  $\alpha$  та  $\beta$  визначають границі значень похибки, що відповідають випадкам налаштування підсистеми на одну зі стандартних форм розподілу коренів характеристичного поліному. Для нелінійної функції параметр  $\beta$  визначає значення похибки, при якому значення функції належності дорівнює 0.5, а параметр  $\alpha$  задає ступінь нахилу графіка функції належності в точці  $\mu(x; \alpha, \beta) = 0.5$ , тобто ширину вікна перемикання. Для параметризованої функції зміна параметрів  $\alpha$  та  $\beta$  приводить не лише до зсуву чи масштабування графіка функції належності, а й до зміни її форми. Зокрема, при  $\alpha = 1$  отримаємо частковий випадок функції (2.15).





в)

Рис. 2.10. Графіки функцій належності а)  $L(x; \alpha, \beta)$ ; б) лівої сігмоїдальної при різних значеннях параметру 1 –  $\alpha = 2$ , 2 –  $\alpha = 1$ , 3 –  $\alpha = 3$ , 4 –  $\alpha = 0.5$ , 5 –  $\alpha = 10$ ; в) параметризованої при різних значеннях параметрів

$$1 - \alpha = 2, \beta = 0.5,$$

$$2 - \alpha = 2, \beta = 0.9, 3 - \alpha = 4, \beta = 0.1, 4 - \alpha = 1, 5 - \alpha = 0.5, \beta = 0.2$$

Окрім вибору виду функцій належності, важливе значення має і їх розподіл. Можливим є застосування розподілу функції належності, що не зберігає властивості поділу одиниці. Приклад такого розподілу при застосуванні функцій належності  $S$  та  $Z$  типів зображено на рис.2.11. На значення параметрів функції належності накладено природні обмеження  $\alpha_B < \beta_B, \alpha_B < \beta_S, \alpha_S < \beta_S$ .

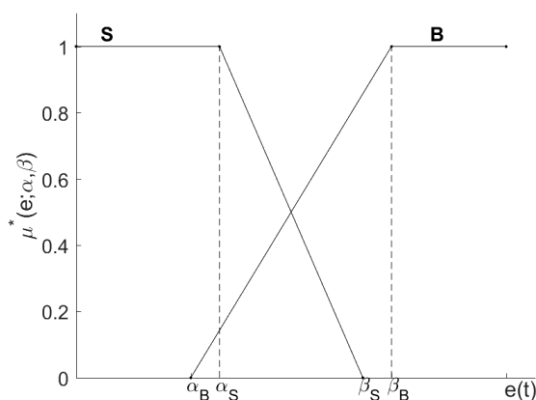


Рис. 2.11. Функції належності  $S$  та  $Z$  типу, що не задовольняють властивості поділу одиниці



Після нормування, відповідні функції належності матимуть вигляд:

$$\mu_j(e; \alpha_j, \beta_j) = \frac{\mu_j^*(e; \alpha_j, \beta_j)}{\sum_i \mu_i^*(e; \alpha_i, \beta_i)}, \quad i, j \in \{B, S\}$$

Зміна значень параметрів  $\alpha_i, \beta_i, i \in \{B, S\}$  змінюватиме точку перемикання та ширину “вікна перемикання” функції належності і тим самим змінюватиме вихідний сигнал регулятора та характеристики динамічної системи в цілому.

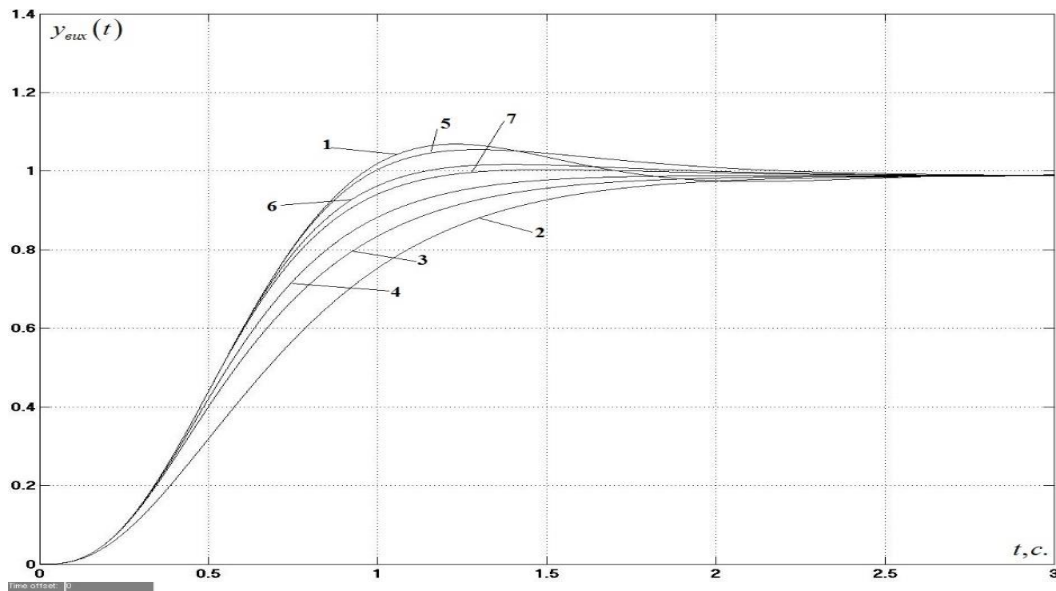


Рис. 2.12. Траєкторії зміни вихідної координати систем при різних значеннях параметрів функції належності у випадку перемикання від стандартної форми Батерворта (1) до біноміальної (2):

(3) –  $\alpha_B = 0.7, \beta_B = 0.9, \alpha_S = 0.8, \beta_S = 1.0$ ;

(4) –  $\alpha_B = 0.5, \beta_B = 0.9, \alpha_S = 0.4, \beta_S = 1.0$ ;

(5) –  $\alpha_B = 0.1, \beta_B = 0.3, \alpha_S = 0.2, \beta_S = 0.4$ ;

(6) –  $\alpha_B = \alpha_S = 0.48, \beta_B = \beta_S = 0.5$  (параметри 2);

(7) –  $\alpha_B = 0.57, \beta_B = 0.7, \alpha_S = 0.21, \beta_S = 0.58$  (параметри 1).

Вплив параметричних ступенів свободи дослідимо для найгіршого випадку, коли обрані функції належності не задовольняють властивості поділу одиниці (partition of unity).

Як і для визначення впливу вибраної стандартної форми розподілу коренів характеристичного поліному на характеристики системи з нечітким регулятором виду (2.12) дослідження проведемо для системи третього порядку. При цьому використаємо найбільш вживані в електротехнічних системах форми розподілу коренів характеристичного полінома – форму Баттерворта та біноміальну, гравітаційний метод дефазифікації та метод акумуляції виду добуток.

Для порівняння впливу досліджуваних ступенів свободи на характеристики динамічної системи застосуємо відомі інтегральні показники якості [141, 142]– ISE, ITSE, ITAE, IAE (2.21):

$$I_1 = \int_0^T e(t)^2 dt, \quad I_2 = \int_0^T t e(t)^2 dt, \quad I_3 = \int_0^T t |e(t)| dt, \quad I_4 = \int_0^T |e(t)| dt, \quad (2.21)$$

а також узагальнений інтегральний показник якості (2.22):

$$I = \sum_{i=1}^4 \gamma_i I_i \quad (2.22)$$

де  $\gamma_i$  – вагові коефіцієнти критеріїв (2.21).

Дослідження проводилися в середовищі Simulink пакету MATLAB з застосуванням методу Bogacki-Shampine з кроком 0,001. Для порівняння отриманих результатів на рис. 2.12 наведено траєкторії зміни вихідної координати систем при різних значеннях параметрів функції належності, зображених на рис. 2.11.

Аналіз результатів дослідження дає змогу стверджувати, що при забезпеченні мінімуму критерію (2.22) за умови рівності вагових коефіцієнтів, для досліджуваної системи оптимальними є параметри  $\alpha_B = 0.57, \beta_B = 0.7, \alpha_S = 0.21, \beta_S = 0.58$  (далі – параметри 1). З іншого боку, у

випадку коли  $\alpha_S = \alpha_B = \alpha, \beta_S = \beta_B = \beta$ , що є частковим випадком розміщення функцій належності, оптимальними значеннями параметрів є  $\alpha = 0.48, \beta = 0.5$  (далі – параметри 2).

При синтезі системи керування необхідно також враховувати і зміну проміжних координат системи. Для порівняння систем при різних значення параметрів функції належності з врахуванням обмежень, накладених на проміжні координати, сформуємо функцію покарання у такому вигляді:

$$F_{penalty} = \int_0^T \left( \alpha_1 H(x_1(t) - x_{max}) \left( \frac{x_1(t)}{x_{1,max}} \right)^2 + \alpha_2 H(x_3(t) - x_{max}) \left( \frac{x_3(t)}{x_{3,max}} \right)^2 + \alpha_3 t_{5\%} + \alpha_4 t_{ycm} \right) dt \quad (2.23)$$

де  $H(\cdot)$  – функція Хевісайда,  $x_{1,max}$  – максимальне перерегулювання вихідного сигналу першої маси,  $x_{2,max}$  – максимальне перерегулювання вихідного сигналу,  $t_{5\%}$  – час входження в 5% зону,  $t_{ycm}$  – час першого досягнення заданого значення,  $\alpha_i, i = \overline{1..4}$  – деякі вагові множники. Покладемо  $\alpha_i = 1$ . Тоді загальний інтегральний показник якості матиме вигляд  $I^* = I + F_{penalty}$ .

Значення узагальнених показників якості з врахуванням та без урахування обмежень на проміжні координати та час входження досліджуваних систем в 5% зону наведено в табл. 2.5., а на рис. 2.13 наведено графіки зміни проміжних координат в часі при різних налаштуваннях системи керування. З отриманих результатів випливає, що застосування нечіткого регулятора забезпечує вигреш у швидкодії в порівнянні зі стандартними лінійними формами, при допустимих перерегулюваннях. Якщо ж говорити про вибір між системами з нечіткими регуляторами з параметрами 1 та 2, то, як випливає з табл. 2.5, регулятор з параметрами 2 програє за узагальненим критерієм якості внаслідок більших перерегулювань координат, має дещо вищу швидкодію, проте вимагає налаштування більшої кількості параметрів системи керування.

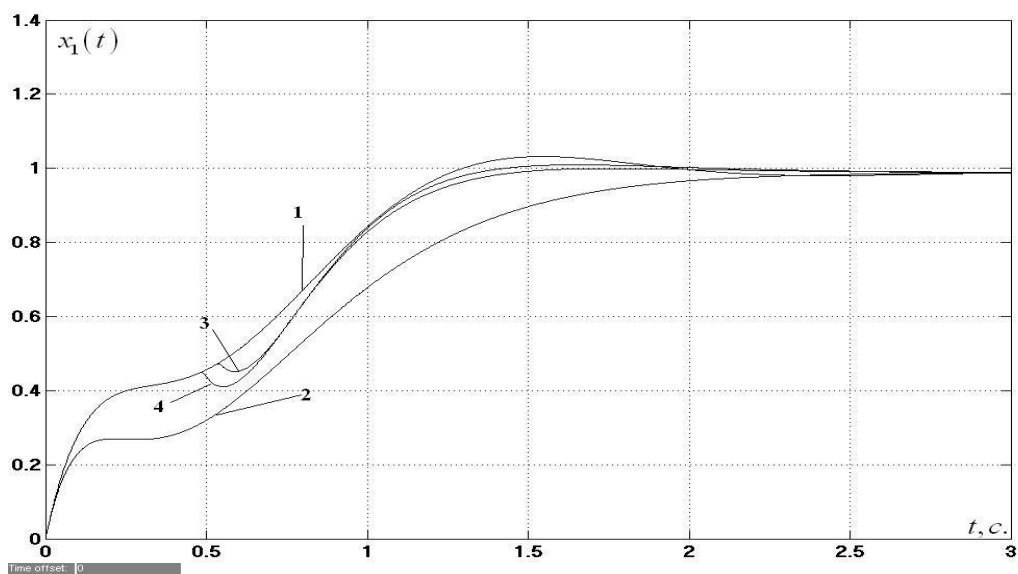
Таблиця 2.5

## Характеристики динамічних системи

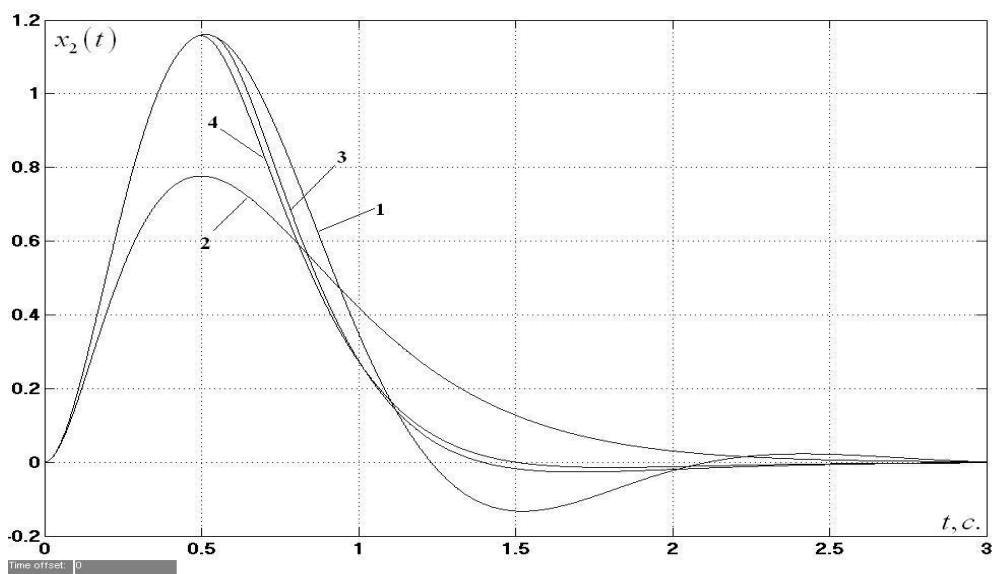
Вид регулятора	$I$	$F_{penalty}$	$I^*$	max	$t_{5\%}$ , с.
налаштування на стандартну біноміальну форму	0.3694	0.2927	0.6621	1.0	1.66
налаштування на стандартну форму Баттерворта	0.2346	0.6747	0.9093	1.069	1.42
нечіткий регулятор Бат-Бін з параметрами 1	0.2021	0.4231	0.6252	1.003	1.03
нечіткий регулятор Бат-Бін з параметрами 2	0.2109	0.4382	0.6491	1.017	0.97

При синтезі систем керування важливою характеристикою є і реакція синтезованої системи на збурючий вплив. На рис. 2.14 наведені графіки зміни вихідної координати синтезованих систем при дії збурення на вході третього інтегратора. Отримані результати продемонстрували, що і при налаштуванні нечіткого регулятора з параметрами функцій належності 1, і при налаштуванні нечіткого регулятора з параметрами функцій належності з параметрами 2 система веде себе як система, налаштована на стандартну біноміальну форму. Це пояснюється тим, що при такій величині збурення і такому розташуванні функцій належності похибка відпрацювання попадає в зону дії підсистеми, налаштованої на стандартну біноміальну форму. Для покращення характеристик системи при відпрацюванні збурень можливим є застосування компромісного налаштування параметрів нечіткого регулятора (див. рис. 2.14, траекторія 5). У випадку такого компромісного налаштування максимальне перерегулювання в системі буде рівним 1.035 (більшим на 3.2%; тут і далі порівняння проводиться з системою з нечітким регулятором нечіткий регулятор Бат-Бін з параметрами 1 табл. 2.5), час входження в 5% зону – 0.93с. (менший на 10%). Значення загального інтегрального показника

якості буде більшим на 25%, а статична похибка буде меншою на 9%, що може бути суттєвим виграшем у роботі динамічних систем.



а)



б)

Рис. 2.13. Залежність від часу проміжних координат системи а)  $x_1(t)$ ; б)  $x_2(t)$  у випадках коли:

1 – регулятор забезпечує налаштування системи на стандартну форму Батерворта;

2 – регулятор забезпечує налаштування системи на стандартну біноміальну форму;

3 – нечіткий регулятор при  $\alpha_B = \alpha_S = 0.48, \beta_B = \beta_S = 0.5$ ;

4 – нечіткий регулятор при  $\alpha_B = 0.57, \beta_B = 0.7, \alpha_S = 0.21, \beta_S = 0.58$ .

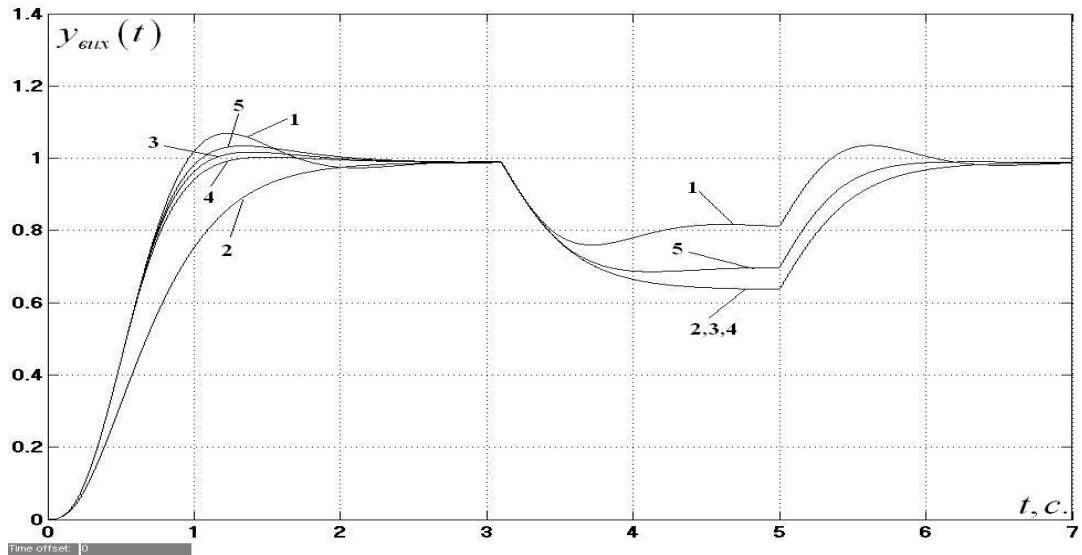


Рис. 2.14. Вихідний сигнал системи у випадку дії на неї зовнішніх впливів:  
 1 – регулятор забезпечує налаштування системи на стандартну форму Батерворта;  
 2– регулятор забезпечує налаштування системи на стандартну біноміальну форму;  
 3 – нечіткий регулятор при  $\alpha_B = \alpha_S = 0.48, \beta_B = \beta_S = 0.5$ ;  
 4 – нечіткий регулятор при  $\alpha_B = 0.57, \beta_B = 0.7, \alpha_S = 0.21, \beta_S = 0.58$   
 5 – нечіткий регулятор при  $\alpha_B = 0, \beta_B = 0.7, \alpha_S = 0.21, \beta_S = 0.58$

Залежності зміни вихідної координати системи при застосуванні нелінійних правої та лівої сигмоїдальних функцій належності, що забезпечують розміщення функцій, що практично відповідає синтезованим нечітким регуляторам табл. 2.5 та при компромісному налаштуванні показані на рис. 2.15, а значення показників якості наведені в табл. 2.6.

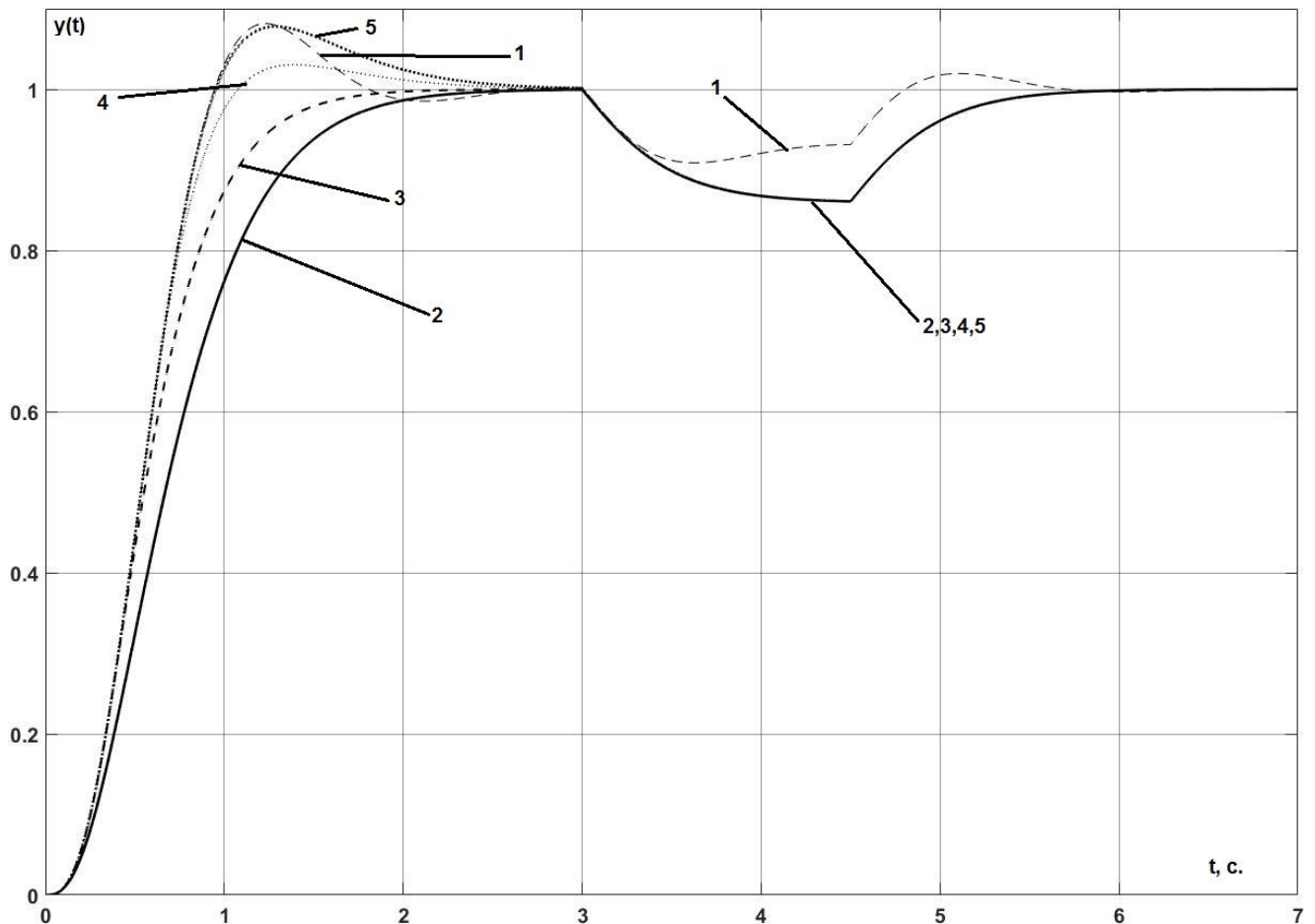


Рис. 2.15. Вихідний сигнал системи у випадку дії на неї зовнішніх впливів:

- 1 – регулятор забезпечує налаштування системи на стандартну форму Батерворта;
- 2 – регулятор забезпечує налаштування системи на стандартну біноміальну форму;
- 3 – нечіткий регулятор (сигмоїдальна функція) при  $\alpha_B = \alpha_S = 2, \beta_B = \beta_S = 0.5$ ;
- 4 – нечіткий регулятор (сигмоїдальна функція) при  $\alpha_B = 3.42, \beta_B = 0.67, \alpha_S = 3.3, \beta_S = 0.7$
- 5 – нечіткий регулятор (сигмоїдальна функція) при  $\alpha_B = 1.8, \beta_B = 0.39, \alpha_S = 2.2, \beta_S = 0.61$

Аналіз отриманих результатів дає змогу стверджувати, що застосування нелінійних функцій належності не дає у даному випадку суттєвих переваг: незначне зменшення рівня перерегулювання у порівнянні з системою з трикутними функціями належності призводить до зниження швидкодії.

Таблиця 2.6

## Характеристики динамічних системи

Вид регулятора	$I$	$F_{penalty}$	$I^*$	max	$t_{5\%}$ , с.
налаштування на стандартну біноміальну форму	1.789	4.36	6.149	1	1.76
налаштування на стандартну форму Баттерворта	1.021	4.031	5.152	1.069	0.88
нечіткий регулятор Бат-Бін з параметрами 3 (трикутна функція)	1.64	3.58	5.22	1.017	0,98
<i>нечіткий регулятор Бат-Бін з параметрами 3 (сигмоїдальна функція)</i>	<i>1.64</i>	<i>3.42</i>	<i>5.06</i>	<i>1.016</i>	<i>1.02</i>
нечіткий регулятор Бат-Бін з параметрами 4 (трикутна функція)	1.643	3,62	5.263	1.003	1,02
<i>нечіткий регулятор Бат-Бін з параметрами 4 (сигмоїдальна функція)</i>	<i>1.645</i>	<i>2.4</i>	<i>5.171</i>	<i>1.001</i>	<i>1.12</i>
нечіткий регулятор Бат-Бін з параметрами 5 (трикутна функція)	1.404	3,55	4.954	1.034	0,95
<i>нечіткий регулятор Бат-Бін з параметрами 5 (сигмоїдальна функція)</i>	<i>1.435</i>	<i>2.4</i>	<i>4.795</i>	<i>1.032</i>	<i>0.96</i>

Поряд з вибором параметрів функції належності, як зазначено в [145, 152], важливу роль при синтезі нечіткого регулятора у випадку класичного підходу відіграє і відповідний вибір непараметричних ступенів свободи, зокрема методу агрегації та методу дефазифікації. У нашому випадку для структури нечіткого регулятора виду (2.12) необхідно провести дослідження тільки впливу методу дефазифікації, оскільки операція агрегації відсутня.

При виборі методу дефазифікації, дослідження проводились для нечіткого регулятора (2.12) виду Бат-Бін з параметрами лінійної функції належності  $\alpha_B = \alpha_S = 0.48, \beta_B = \beta_S = 0.5$  [263] та t-нормою типу добуток. В момент часу 2.5 с. на систему подається збурення.



При дослідженні дефазифікації було розглянуто декілька її методів. Зокрема, при застосуванні дефазифікації спрощеним гравітаційним методом одержують вихідний сигнал регулятора в такій формі:

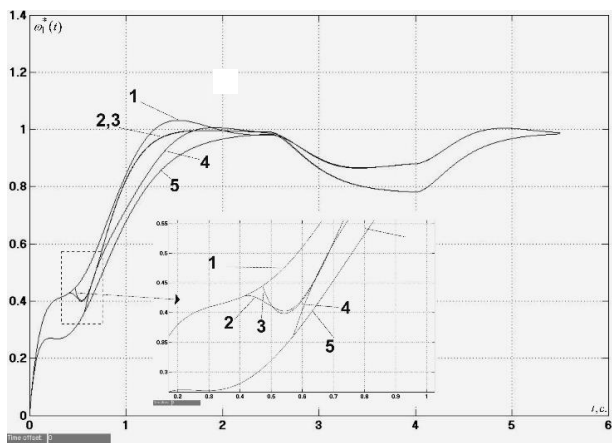
$$u = \frac{\sum_i \mu_i(e) f_i(\bar{x})}{\sum_i \mu_i(e)}, \quad i \in \{B, S\}, \quad (2.20)$$

а при дефазифікації типу max-min результуюче значення сигналу регулятора буде дорівнювати тій функції вектору станів, в якій відповідна функція належності буде більшою (меншою). Додаткові ступені свободи забезпечує застосування BADD та M-SLIDE методів дефазифікації [152]. У випадку дефазифікації BADD методом керування визначають за формулою:

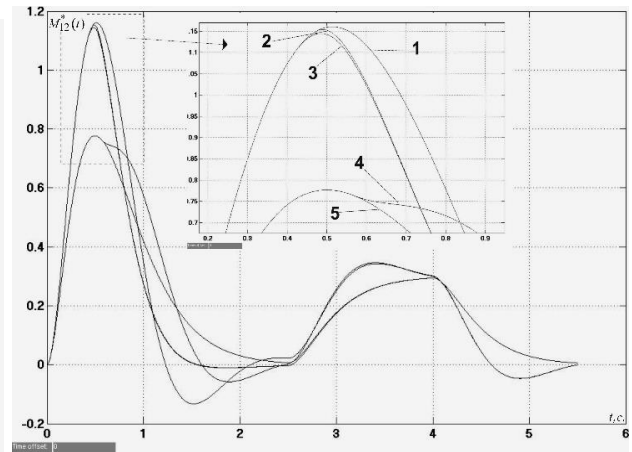
$$u = \frac{\sum_i (\mu_i(e))^\alpha f_i(\bar{x})}{\sum_i (\mu_i(e))^\alpha}, \quad i \in \{B, S\}, \quad (2.21)$$

де  $\alpha \in [0; \infty]$ . В залежності від значення параметру  $\alpha$  результат дефазифікації BADD методом може збігатися з отриманим при використанні спрощеного гравітаційного або max методів.

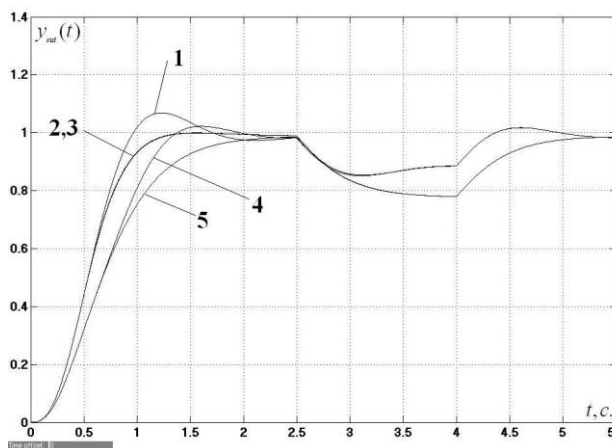
Дефазифікація методом M-SLIDE є кусково лінійною дефазифікацією на основі max та спрощеного гравітаційного методів:  $u = \beta u^{MOM} + (1 - \beta) u^{COA}$ , результат якої залежить від параметру  $\beta$ , вибір якого в [152] пропонується здійснювати з використанням прогнозуючого фільтру Калмана. Траєкторії руху систем (рис. 2.18в) з дефазифікацією спрощеним гравітаційним методом та дефазифікацією типу max забезпечують перемикання з підсистеми з регулятором  $u = f_B(\bar{x})$  на підсистему з регулятором  $u = f_S(\bar{x})$ , а в результаті застосування дефазифікації типу min на початковому етапі функціонуватиме підсистема з регулятором  $u = f_S(\bar{x})$ , відповідно до структури нечіткого регулятора (2.11).



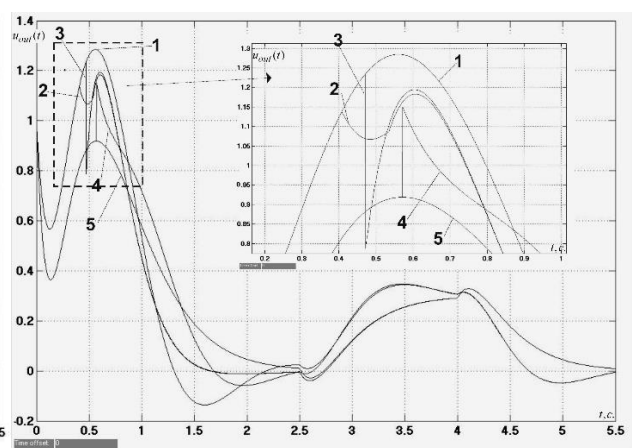
а)



б)



в)



г)

Рис. 2.18. Залежності зміни в часі проміжних координат а) та б) і вихідної координат системи в), а також вихідного сигналу нечіткого регулятора г) при застосуванні різних методів дефазифікації:

- 1 – регулятор забезпечує налаштування системи на стандартну форму Батерворта;
- 2- система з нечітким регулятором та дефазифікацією гравітаційним методом;
- 3 - система з нечітким регулятором та дефазифікацією типу тах;
- 4 - системи з нечітким регулятором та дефазифікацією типу тіп
- 5– регулятор забезпечує налаштування системи на стандартну біноміальну форму;

Застосування спрощеного гравітаційного методу, на відміну від тах-дефазифікації, забезпечує плавне перемикавання між підсистемами. З (2.11), враховуючи, що  $\mu_B + \mu_S = 1$ , впливає, що  $u = \mu_B(e) f_B(\bar{x}) + (1 - \mu_B(e)) f_S(\bar{x})$ ,

а отже, природнім є той факт, що на початковому етапі (тобто коли  $e \in [\psi; x_{зад}]$ ) сигнали регуляторів співпадають, адже  $\mu_B(e) = \max\{\mu_B(e), \mu_S(e)\} = 1$ . У синтезованому регуляторі з лінійними функціями належності відсутній значний скачок сигналу керування за тах – дефазифікації при переході від одного до іншого регулятора, а отже, перемикання не суттєво впливатиме на зміну вихідної та проміжних координати (див. рис. 2.18а, 2.18б, 2.18в). Однак, при інших керуючих впливах, зокрема, для фаззи-регуляторів з постійним виходом, цей скачок може призвести і до виникнення автоколивних режимів, як і у класичних системах з перемиканнями.

При застосуванні методів дефазифікації BADD, M-SLIDE [152] траєкторії зміни координат системи з синтезованим нечітким регулятором є дуже близькими до результатів, отриманих при застосуванні спрощеного гравітаційного методу. Залежність сигналу керування від часу для BADD та M-SLIDE методу дефазифікації наведена на рис. 2.19 та 2.20 відповідно.

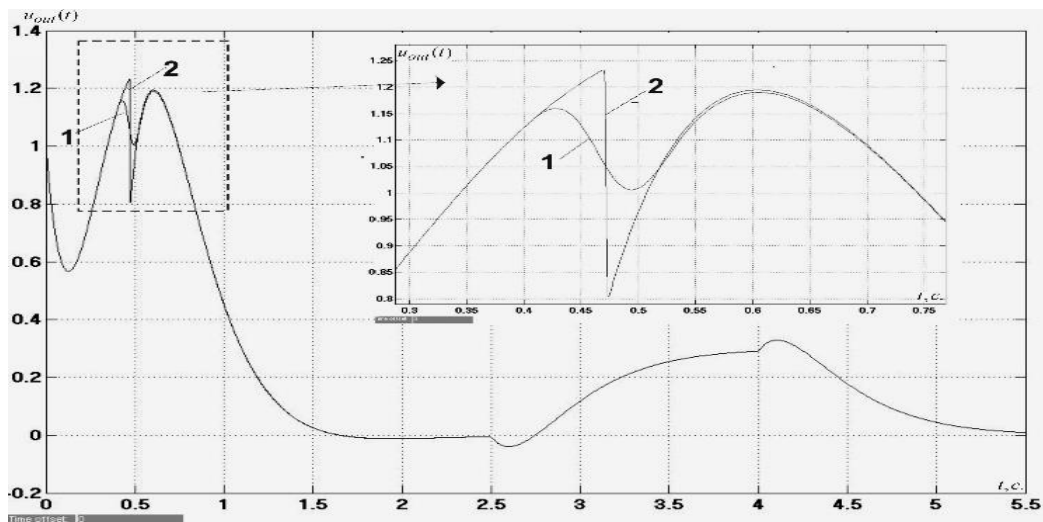


Рис. 2.19. Вихідний сигнал регулятора у випадку дефазифікації BADD методом при різних значеннях параметру  $\alpha$ : 1 –  $\alpha = 2$ ; 2 –  $\alpha = 100$ .

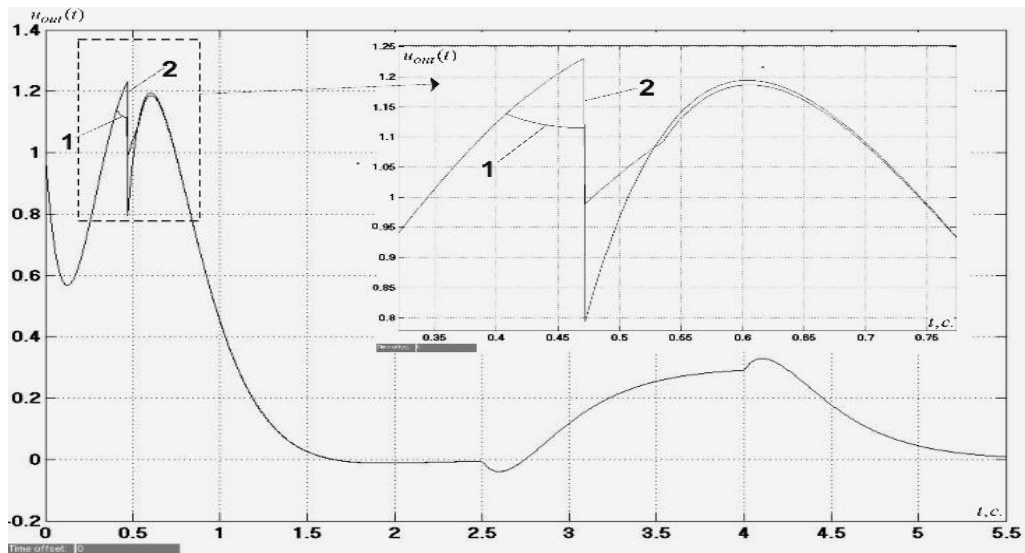


Рис. 2.20. Вихідний сигнал регулятора у випадку дефазифікації *M-SLIDE* методом при різних значеннях параметра  $\beta$ .

Для отримання систем, відмінних від класичних систем з перемиканням і за відсутності суттєвого покращення характеристик при застосуванні параметричних методів дефазифікації, у запропонованих фаззи-регуляторах виду Такагі-Сугено, на нашу думку, доцільно використовувати дефазифікацію спрощеним гравітаційним методом.

### 2.1.3.3. Аналіз впливу на характеристики підсистеми нечіткого регулятора, синтезованого на основі стандартної форми з різними значеннями середньгеометричного кореня для окремих правил

Вибір значення середньгеометричного кореня при синтезі керуючого впливу на основі стандартних форм розподілу коренів характеристичного полінома дає змогу врахувати обмеження, накладені на проміжні координати системи. Врахування обмежень на проміжні координати суттєво впливає на динаміку вихідної координати. У випадку запропонованого підходу до синтезу нечіткого регулятора (2.12) зміну значення  $\omega_0$  при переході від однієї до іншої стандартної форми можна трактувати як додаткову степінь свободи при синтезі системи керування. Для технічних систем більш цікавим є випадок

переходу від системи з меншою швидкістю до системи з більшою швидкістю. Так, обмеження швидкості на початковому етапі розгону електроприводу може бути викликане наявністю нелінійності типу люфт чи обмеженнями з точки зору обриву канатів при підйомі вантажу. Другий випадок є більш характерним для систем з необхідністю точного позиціонування, коли при підході до заданого положення зменшують швидкість системи.

Як і в попередніх випадках, аналіз впливу зміни середньгеометричного кореня на характеристики системи проведемо для системи третього порядку. Розглянемо випадок формування керуючого впливу фаззи регулятора виду (2.12), синтезованого на основі стандартної біноміальної форми з середньгеометричними коренями  $\omega_{0\_1} = 3$  та  $\omega_{0\_2} = 4$ . При проведенні досліджень використано функції належності, наведені на рис. 2.11, та гравітаційний метод дефазифікації. Результати моделювання при параметрах функції належності  $\alpha = 0.2$ ,  $\beta = 0.8$  наведені на рис. 2.21 та 2.22.

У випадку переходу від системи з меншою швидкістю до системи з більшою швидкістю при вибраних параметрах функцій належності отримується форсування вихідного сигналу системи, що приводить до коливань та є недопустимим для систем точного позиціонування. З наведених на цих рисунках результатів випливає, що застосування нечіткого регулятора дозволяє перемикатися між ділянками траєкторій відповідних підсистем, на основі яких сформовано загальну динамічну систему. Значення середньгеометричного кореня  $\omega_0$  впливає на значення вихідного сигналу системи в усталеному режимі – із зростанням середньгеометричного кореня вихідний сигнал системи в усталеному режимі спадає. Це також має вплив на поведінку проміжних координат системи, особливо на коливність другої координати вектора стану. Як показано на рис. 2.23, зміною параметрів

функцій належності можна уникнути небажаного коливання вихідної координати системи.

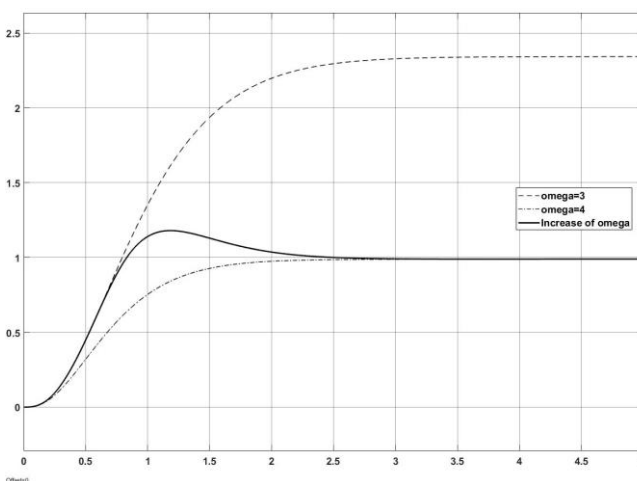
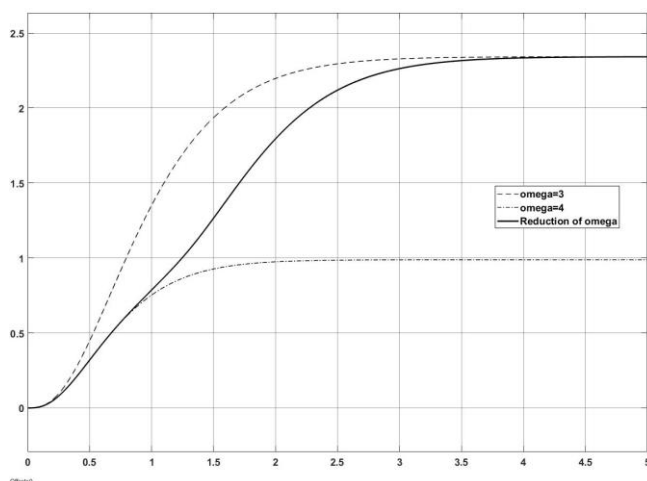
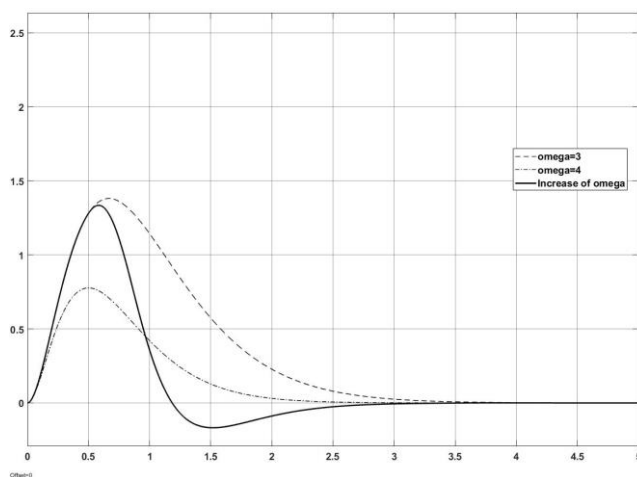
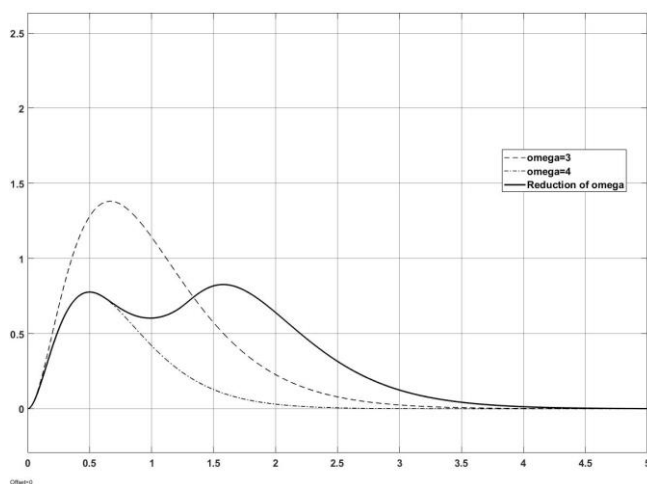
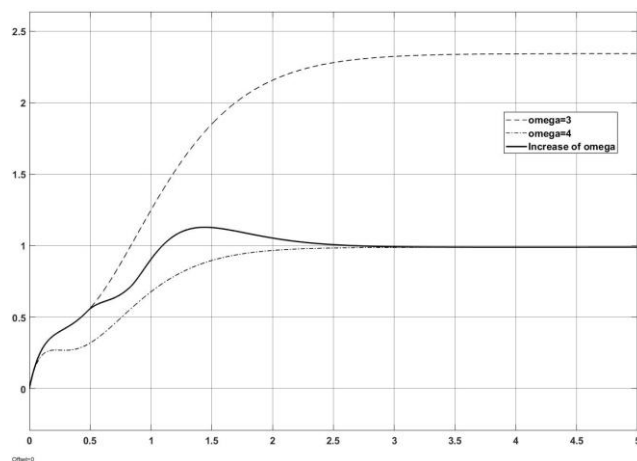
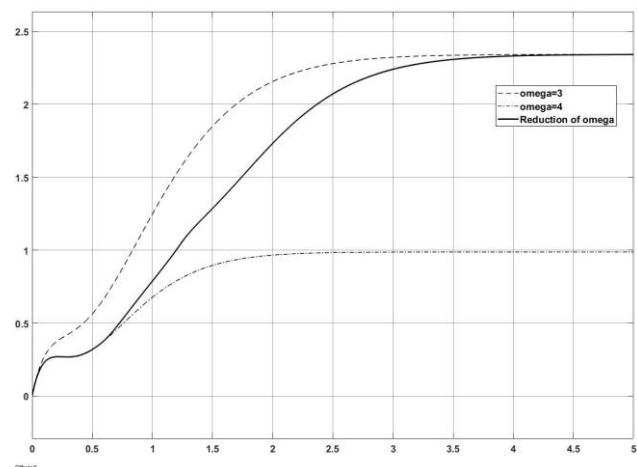


Рис. 2.21. Залежності зміни сигналів на виходах інтеграторів при переході від системи з більшою швидкістю до системи з меншою швидкістю

Рис. 2.22. Залежності зміни сигналів на виходах інтеграторів при переході від системи з меншою швидкістю до системи з більшою швидкістю

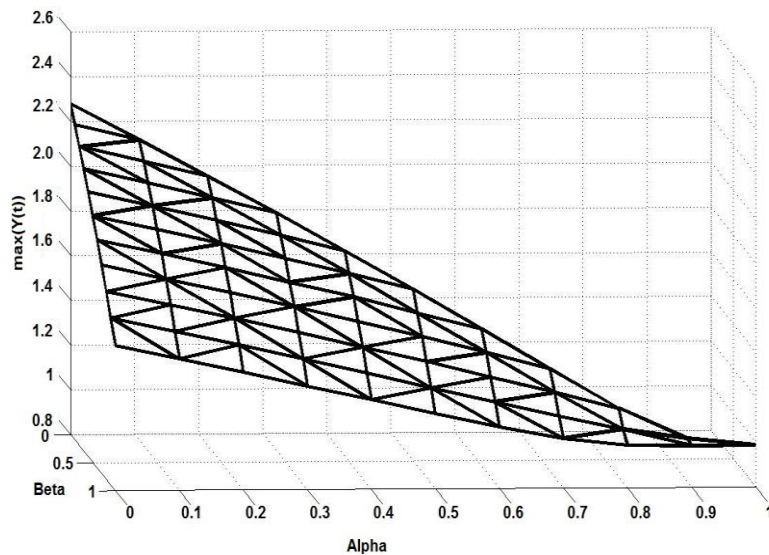


Рис.2.23 Залежність максимального перерегулювання від параметрів  $\alpha$  та  $\beta$

Таблиця 2.9

Характеристики динамічних системи

<i>Вид регулятора</i>	$I$	$F_{penalty}$	$I^*$	max	$t_{5\%}, c.$
<i>налаштування на стандартну біноміальну форму при <math>\omega_{0\_1} = 3</math></i>	0.17	4.3	4.47	1	0.81
<i>налаштування на стандартну біноміальну форму при <math>\omega_{0\_2} = 4</math></i>	0.25	5.1	5.35	2.3	2
<i>нечіткий регулятор при переході від системи з меншою швидкістю до системи з більшою швидкістю</i>	0.15	10.2	10.35	1	0.81
<i>нечіткий регулятор при переході від системи з більшою швидкістю до системи з меншою швидкістю</i>	0.35	7.2	7.55	2.5	2.2

Наведені в табл.2.9 результати дають змогу стверджувати, що застосування нечіткого регулятора, синтезованого на основі запропонованого підходу, дає змогу збільшувати швидкість системи, в якій накладені обмеження на темп наростання швидкості на початковому етапі руху вибір люфта, вибір провисання канату при підйомі вантажу а також можливість плавного підходу до точки позиціонування (кабіна ліфта). У випадку

переходу від системи з більшою швидкістю до системи меншою швидкістю оптимальними з точки зору швидкості та величини перерегулювання є такі значення параметрів функції належності  $\alpha = 0.7, \beta = 1.0$ .

*2.1.3.4. Аналіз впливу формування розподілу коренів характеристичного полінома високого порядку при використанні комбінації стандартних форм нижчого порядку з різними середньгеометричними коренями на характеристики динамічної підсистеми.*

У попередніх дослідженнях застосовувалися стандартні форми розподілу коренів характеристичного полінома, які забезпечують значення середньгеометричного кореня, рівного  $\omega_0$ , що фактично визначає перехідні процеси вихідної та проміжних координат системи. У роботі [270] запропоновано підхід до формування бажаної форми розподілу коренів характеристичного рівняння як добутку полінома чисельника на поліном стандартної форми нижчого порядку. Це дає змогу ефективно компенсувати вплив нулів системи. Можливим варіантом є використання при синтезі керуючого впливу окремого правила нечіткого регулятора форми, утвореної комбінацією стандартних форм нижчого порядку з іншим, відмінним від  $\omega_0$  значенням середньгеометричного кореня. Таким чином появляються додаткові параметри, синтез яких дає можливість отримати розподілів коренів характеристичного поліному, що б забезпечувало необхідні характеристики динамічної системи з одночасним формуванням проміжних координат.

Так, для системи третього порядку у випадку застосування стандартних лінійних форм біноміальної  $H_{\text{баз}}(p) = (p + \omega_0)^3$  та Батерворта  $H_{\text{баз}}(p) = (p + \omega_0)(p^2 + p\omega_0 + \omega_0^2)$ , отримані при використанні запропонованого підходу форми розподілу коренів можуть мати вигляд:



$$H_{прон}^{bin} = (p + \omega_{01})(p + \omega_{02})(p + \omega_{03}), \quad \omega_{01}\omega_{02}\omega_{03} = \omega_0^3 \quad (2.24)$$

$$H_{прон}^{bat} = (p + \omega_{01})(p^2 + p\omega_{02} + \omega_{02}^2), \quad \omega_{01}\omega_{02}^2 = \omega_0^3 \quad (2.25)$$

Характер перехідних процесів у досліджуваних системах показано на рис. 2.24, а характеристики наведено в таблиці 2.10.

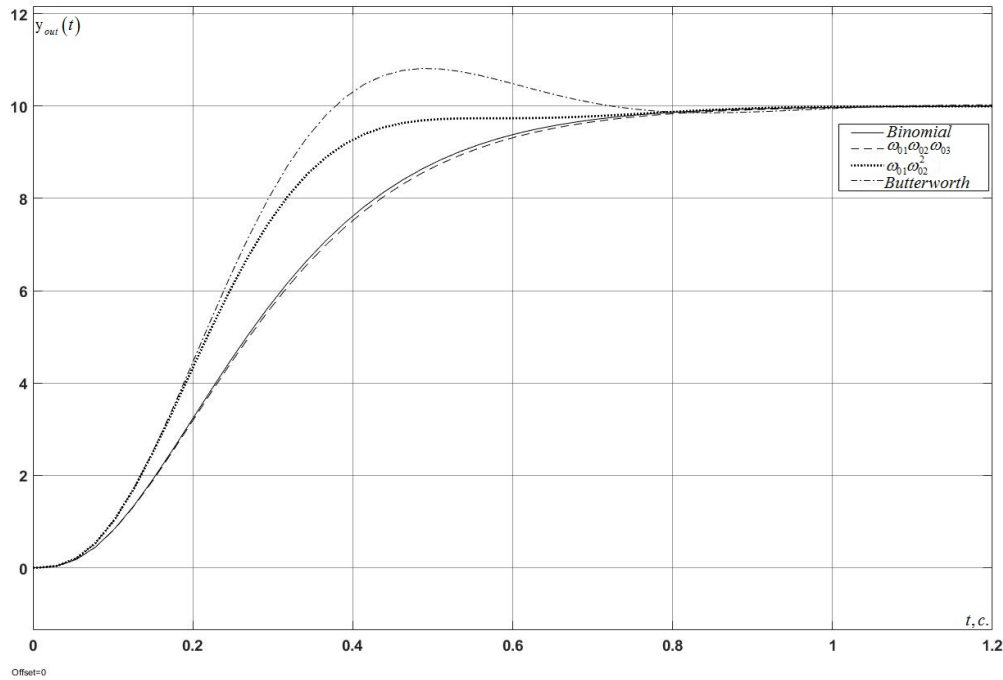


Рис. 2.24. Перехідні процеси в системі зі стандартними біноміальною (1), Баттерворта (2) та запропонованою (3- вираз 2.22), при  $\omega_0 = 10$ ,  $\omega_{01} = 10$ ,  $\omega_{02} = 12.5$ ,  $\omega_{03} = 8$  (4 – вираз 2.23) формами розподілу коренів при  $\omega_0 = 10$ ,  $\omega_{01} = 6.3$ ,  $\omega_{02} = 12.6$ .

У випадку системи четвертого порядку дослідження проведемо для розподілів коренів характеристичного полінома, отриманого шляхом поєднання двох форм Баттерворта другого порядку (2.26), форми Баттерворта третього порядку і біноміальної (2.27), двох біноміальних форм другого порядку (2.28):

Таблиця 2.10

Характеристики динамічних системи при застосуванні модифікованого розподілу коренів характеристичного полінома

Вид регулятора	$I$	$F_{penalty}$	$I^*$	max	$t_{5\%}, c.$
налаштування на стандартну біноміальну форму	0.22	5.88	6.1	10	0.81
налаштування на модифіковану форму (2.22)	0.21	5.88	6.09	10	0.81
налаштування на стандартну форму Баттерворта	0,31	6,5	6,81	10,93	0,81
налаштування на модифіковану форму (2.23)	0,11	5.88	5,99	10	0.81

$$H_{проп}^{\bar{b}am1} = (p^2 + p\omega_{01} + \omega_{01}^2)(p^2 + p\omega_{02} + \omega_{02}^2), \quad \omega_{01}^2\omega_{02}^2 = \omega_0^4 \quad (2.26)$$

$$H_{проп}^{\bar{b}am2} = (p + \omega_{01})(p + \omega_{02})(p^2 + p\omega_{02} + \omega_{02}^2), \quad \omega_{01}\omega_{02}^3 = \omega_0^4 \quad (2.27)$$

$$H_{проп}^{\bar{b}am3} = (p^2 + 2p\omega_{01} + \omega_{01}^2)(p^2 + 2p\omega_{02} + \omega_{02}^2), \quad \omega_{01}^2\omega_{02}^2 = \omega_0^4 \quad (2.28)$$

На рис. 2.25 наведено вихідні сигнали системи при різних варіантах розподілу її полюсів, а характеристики отриманої системи наведено в табл. 2.11.

Таблиця 2.11

Характеристики динамічних системи при застосуванні модифікованого розподілу коренів характеристичного полінома

Вид регулятора	$I$	$F_{penalty}$	$I^*$	max	$t_{5\%}, c.$
налаштування на стандартну біноміальну форму	0.17	8.70	8.87	1	0.81
налаштування на стандартну форму Баттерворта	0.15	11.77	11.92	1.33	0.75
налаштування на модифіковану форму (2.24)	0.09	2.39	2.48	1	0.61
налаштування на модифіковану форму (2.25)	0.10	5.97	6.97	1.21	0.69
налаштування на модифіковану форму (2.26)	0.18	8.70	8.88	1	0.81

У випадку системи п'ятого порядку дослідимо ефективність використання стандартних форм, утворених поєднанням бінома другого порядку і Баттерворта третього порядку (2.24) та (2.25), бінома третього порядку та Баттерворта другого порядку (2.26) та (2.27):

$$H_{\text{прон}}^{\text{бам}4} = (p + \omega_{01})(p^2 + p\omega_{02} + \omega_{02}^2)(p^2 + p\omega_{02} + \omega_{02}^2), \quad \omega_{01}\omega_{02}^4 = \omega_0^5 \quad (2.29).$$

$$H_{\text{прон}}^{\text{бам}5} = (p + \omega_{01})(p^2 + p\omega_{01} + \omega_{01}^2)(p^2 + p\omega_{02} + \omega_{02}^2), \quad \omega_{01}^3\omega_{02}^2 = \omega_0^5 \quad (2.30)$$

$$H_{\text{прон}}^{\text{бам}6} = (p + \omega_{01})(p + \omega_{01})(p + \omega_{01})(p^2 + p\omega_{02} + \omega_{02}^2), \quad \omega_{01}^3\omega_{02}^2 = \omega_0^5 \quad (2.31)$$

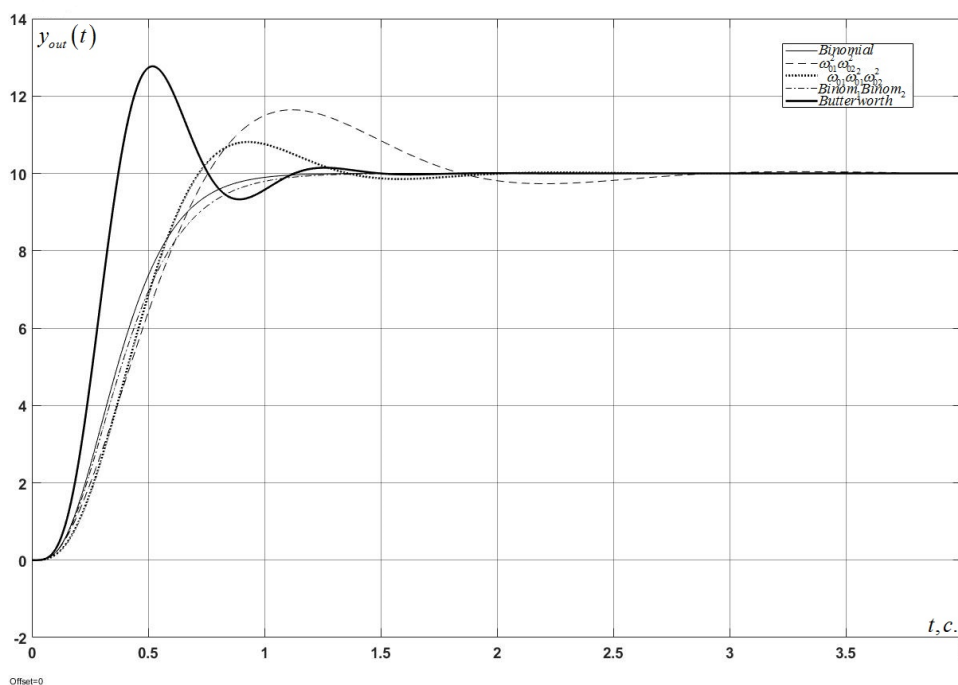


Рис. 2.25. Перехідні процеси в системі зі стандартними біноміальною (1), Баттерворта (2) та запропонованими (3 – вираз 2.24),  $\omega_0 = 10$ ,  $\omega_{01} = 30$ ,  $\omega_{02} = 3.33$  (4 – вираз 2.25),  $\omega_0 = 10$ ,  $\omega_{01} = 64$ ,  $\omega_{02} = 5.39$  (5 – вираз 2.26) формами розподілу коренів при  $\omega_0 = 10$ ,  $\omega_{01} = 7.07$ ,  $\omega_{02} = 14.14$ .

Для системи п'ятого порядку можливими є і інші варіанти формування характеристичного поліному як комбінації стандартних форм нижчих порядків. На рис. 2.26 наведено вихідні сигнали системи при різних варіантах

розподілу полюсів, а характеристики отриманої системи наведено в табл. 2.12.

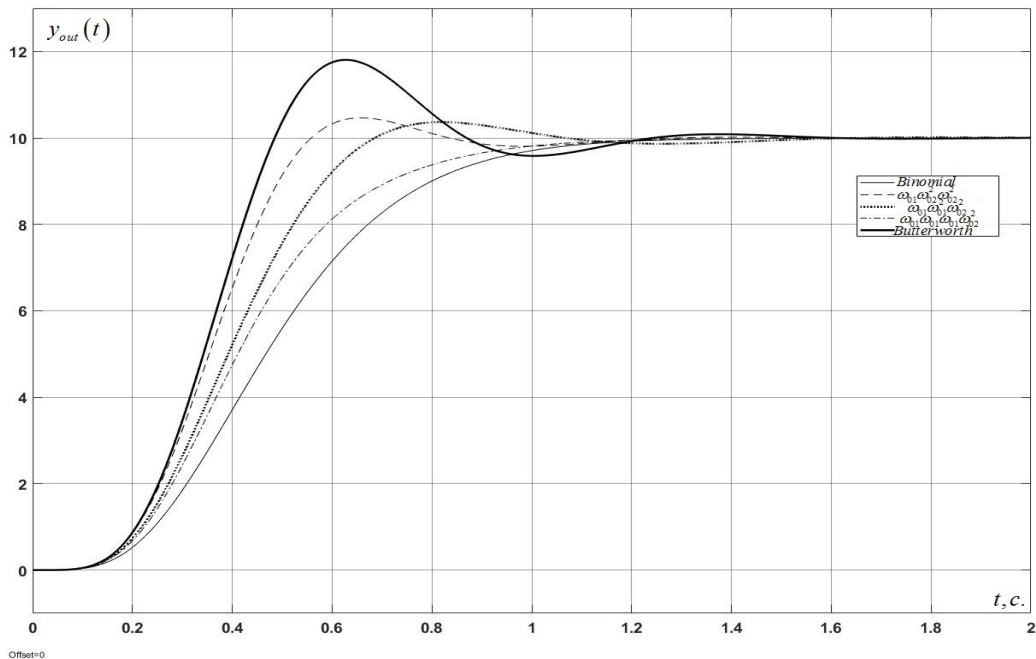


Рис. 2.26. Перехідні процеси в системі зі стандартними біноміальною (1), Баттерворта (2) та запропонованою (3- вираз 2.27), при  $\omega_0=10$ ,  $\omega_{01}=5.92$ ,  $\omega_{02}=13.96$  (4- вираз 2.28), при  $\omega_0=10$ ,  $\omega_{01}=6.3$ ,  $\omega_{02}=20$ , і (5 – вираз 2.29) формами розподілу коренів при  $\omega_0=10$ ,  $\omega_{01}=8$ ,  $\omega_{02}=195.31$ .

Таблиця 2.12

Характеристики динамічних системи при застосуванні модифікованого розподілу коренів характеристичного полінома

Вид регулятора	$I$	$F_{penalty}$	$I^*$	max	$t_{5\%}$ , с.
налаштування на стандартну біноміальну форму	0.22	7.83	8.05	1	0.81
налаштування на стандартну форму Баттерворта	0.17	8.01	8.18	1.17	0.75
налаштування на модифіковану форму (2.24)	0.11	5.06	5.17	1.02	0.68
налаштування на модифіковану форму (2.25)	0.13	8.76	8.89	1.19	0.7
налаштування на модифіковану форму (2.26)	0.25	4.13	4.38	1	0.67

Наведені результати дають змогу стверджувати, що запропонований підхід до формування бажаного характеристичного полінома, як комбінації стандартних форм нижчих порядків забезпечує покращення динамічних характеристик системи у порівнянні з налаштуванням на стандартні форми бінома та Батерворта, проте у порівнянні з використанням нечітких регуляторів (2.12) цей виграв є дещо меншим.

#### 2.1.4. Аналітичне підтвердження адекватності отриманих результатів.

Для прийнятої при проведенні досліджень динамічної системи третього порядку для випадку сталих коефіцієнтів рівняння у відхиленнях матиме вигляд:

$$\begin{aligned} \frac{d^3 e(t)}{dt^3} + a_1 \frac{d^2 e(t)}{dt^2} + a_2 \frac{de(t)}{dt} + a_3 e(t) &= 0, \quad t \in [0; T] \\ e(0) &= x_{\text{input}}, \\ e'(0) &= 0, \\ e''(0) &= 0. \end{aligned} \tag{2.32}$$

де  $a_i$  - сталі коефіцієнти системи,  $x_{\text{input}}$  – сталий вхідний сигнал в систему.

Значення коефіцієнтів  $a_i$  визначає розподіл коренів характеристичного полінома системи. Ці корені, для кожного набору коефіцієнтів, є сталими, розташування коренів визначає характер перехідних процесів у системі.

Застосування теорії нечітких множин дозволяє змінювати розміщення коренів динамічної системи в залежності від величини похибки розузгодження, тобто від ділянки траєкторії, де в даний момент знаходиться система.

У цьому випадку ми переходимо до систем зі змінними коефіцієнтами.

В загальному випадку такі коефіцієнти матимуть вигляд:

$$\begin{aligned} a_i &= \sum_{j=1}^n a_i^j \cdot \mu_j(e(t)) \\ \sum_{i=1}^n \mu_i(e(t)) &= 1, \quad a_i^j = \text{const}, \quad i = \overline{1..3}, \quad j = \overline{1..N} \end{aligned}$$

де  $\mu_j(e(t))$  - функції належності  $e(t)$  до однієї з підобластей, на які розбита область зміни  $e(t)$ ,  $N$  – кількість таких підобластей.

Для спрощення викладу розглянемо випадок, коли  $N=2$ , що відповідає структурі нечіткого регулятора (2.12), хоча отримані результати можуть бути узагальнені на довільну кількість підобластей.

Отже, в досліджуваному випадку (враховуючи, що  $\mu_2 = 1 - \mu_1$ ) система (2.32) набуде вигляду

$$\begin{aligned} & \frac{d^3 e(t)}{dt} + (a_1^1 \mu_1 e(t) + a_1^2 \mu_2 e(t)) \frac{d^2 e(t)}{dt} + (a_2^1 \mu_1 e(t) + a_2^2 \mu_2 e(t)) \frac{de(t)}{dt} + \\ & + (a_3^1 \mu_1 (e(t)) + a_3^2 \mu_2 (e(t))) e(t) = 0, \quad t \in [0, T] \\ & e(0) = x_{\text{input}}, \\ & e'(0) = 0, \\ & e''(0) = 0. \end{aligned} \tag{2.33}$$

Розіб'ємо проміжок  $t \in [0; T]$  на ділянки, де значення змінної  $\mu_1(e(t))$  можна вважати сталим.

Позначимо для зручності запису  $\mu_i \equiv \mu_1(e_i(t))$  тоді  $1 - \mu_i \equiv \mu_2(e_i(t))$ .

Тоді задачі (2.31) на кожному з інтервалів матиме такий вигляд

1)  $t \in [t_0; t_1], t_0 = 0, \mu_0 = 0$ .

$$\begin{aligned} & \frac{d^3 e_0(t)}{dt} + a_1^2 (1 - \mu_0) \frac{d^2 e_0(t)}{dt} + a_2^2 (1 - \mu_0) \frac{de_0(t)}{dt} + a_3^2 (1 - \mu_0) e_0(t) = 0, \\ & e_0(0) = x_{\text{input}}, \\ & e_0'(0) = 0, \\ & e_0''(0) = 0. \end{aligned} \tag{2.34}$$

2)  $t \in [t_i; t_{i+1}], i = \overline{1..n-2}$

$$\begin{aligned}
& \frac{d^3 e_i(t)}{dt} + (a_1^1 \mu_i + a_1^2 (1 - \mu_i)) \frac{d^2 e_i(t)}{dt} + (a_2^1 \mu_i + a_2^2 (1 - \mu_i)) \frac{de_i(t)}{dt} + \\
& + (a_3^1 \mu_i + a_3^2 (1 - \mu_i)) e_i(t) = 0, \\
& e_i(t_i) = e_{i-1}(t_i), \\
& e_i'(t_i) = e_{i-1}'(t_i), \\
& e_i''(t_i) = e_{i-1}''(t_i)
\end{aligned} \tag{2.35}$$

3)  $t \in [t_{n-1}; t_n], t_n = T, \mu_n = 1$

$$\begin{aligned}
& \frac{d^3 e_{n-1}(t)}{dt} + a_1^1 \mu_{n-1} \frac{d^2 e_{n-1}(t)}{dt} + a_2^1 \mu_{n-1} \frac{de_{n-1}(t)}{dt} + a_3^1 \mu_{n-1} e_{n-1}(t) = 0, \\
& e_{n-1}(t_{n-1}) = e_{n-2}(t_{n-1}), \\
& e_{n-1}'(t_{n-1}) = e_{n-2}'(t_{n-1}) \\
& e_{n-1}''(t_{n-1}) = e_{n-2}''(t_{n-1})
\end{aligned} \tag{2.36}$$

тут  $\mu_i = \mu(e_i(t_i))$

Залежно від розташування коренів на кожному з інтервалів розбиття можливі такі форми розв'язку відповідної задачі

а) випадок коли всі корені дійсні, різні

$$e_i(t) = A_1 e^{s_1(t-t_i)} + A_2 e^{s_2(t-t_i)} + A_3 e^{s_3(t-t_i)}, t \in [t_i; t_{i+1}],$$

б) випадок коли всі корені дійсні, два з них рівні між собою

$$e_i(t) = A_1 e^{s_1(t-t_i)} + A_2 (t-t_i) e^{s_1(t-t_i)} + A_3 e^{s_2(t-t_i)}, t \in [t_i; t_{i+1}],$$

в) випадок коли всі корені дійсні, рівні

$$e_i(t) = A_1 e^{s_1(t-t_i)} + A_2 (t-t_i) e^{s_1(t-t_i)} + A_3 (t-t_i)^2 e^{s_1(t-t_i)}, t \in [t_i; t_{i+1}],$$

г) один корінь дійсний, а інші комплексно-спряжені

$$e_i(t) = A_1 e^{s_1(t-t_i)} + e^{s_2^0(t-t_i)} \left( A_2 \cos(s_3^0(t-t_i)) + A_3 \sin(s_3^0(t-t_i)) \right), t \in [t_i; t_{i+1}],$$

де  $s_i$  - корені характеристичного полінома,  $A_i$  - невідомі коефіцієнти, які визначаються з початкових умов.

Припустимо також, що при  $\mu(\cdot) = 0$  система має один дійсний та два комплексноспряжені корені з додатними дійсними частинами, а при  $\mu(\cdot) = 1$  усі корені систем є від'ємні, дійсні. У цьому випадку розв'язком задач (2.34) – (2.36) є вирази (2.37)– (2.39), (2.40) відповідно.

$$e_i(t) = A_1 e^{s_1 t} + e^{s_2^0 t} \left( A_2 \cos(s_3^0 t) + A_3 \sin(s_3^0 t) \right), t \in [t_0; t_1], t_0 = 0 \quad (2.37)$$

де  $s_1$  - дійсний корінь,  $s_{23} = s_2^0 \pm i s_3^0$  - пара комплексно спряжених коренів характеристичного рівняння

$$s^3 + a_1^2 s^2 + a_2^2 s + a_3^2 = 0$$

Коефіцієнти  $A_i, i = \overline{1..3}$ , можна визначити з системи рівнянь

$$\begin{cases} x_{\text{input}} = A_1 + A_2 \\ 0 = A_1 s_1 + A_2 s_2^0 + A_3 s_3^0 \\ 0 = A_1 s_1^2 + A_2 (s_2^0)^2 - A_2 (s_3^0)^2 + 2A_2 s_1 + 2A_2 A_3 s_3^0 \end{cases}$$

або

$$\begin{cases} A_1 = \frac{x_{\text{input}} (s_2^0)^2}{(s_1)^2 - 2s_1 s_2^0 + 2(s_2^0)^2 + (s_3^0)^2} \\ A_2 = \frac{x_{\text{input}} (s_1)^2 - 2x_{\text{input}} s_1 s_2^0}{(s_1)^2 - 2s_1 s_2^0 + 2(s_2^0)^2 + (s_3^0)^2} \\ A_3 = -\frac{x_{\text{input}} (s_1)^2 s_2^0 - x_{\text{input}} s_1 (s_2^0)^2 + x_{\text{input}} s_1 (s_3^0)^2}{((s_1)^2 - 2s_1 s_2^0 + (s_2^0)^2 + (s_3^0)^2) s_3^0} \end{cases}$$

Розв'язком задачі (2.35) є

$$e_i(t) = A_1 e^{s_1(t-t_i)} + e^{s_2^0(t-t_i)} \left( A_2 \cos(s_3^0(t-t_i)) + A_3 \sin(s_3^0(t-t_i)) \right), t \in [t_i; t_{i+1}], i = \overline{1..n-2} \quad (2.38)$$

де  $s_1$  є дійсний корінь, а  $s_{23} = s_2^0 \pm i s_3^0$  - пара комплексно спряжених коренів характеристичного рівняння



$$s^3 + (a_1^1 \mu_i + a_1^2 (1 - \mu_i))s^2 + (a_2^1 \mu_i + a_2^2 (1 - \mu_i))s + (a_3^1 \mu_i + a_3^2 (1 - \mu_i)) = 0, \quad (2.37)$$

$$\mu_i = \mu(e_i(t_i)) = \mu(e_{i-1}(t_i))$$

Аналогічно як і в попередньому випадку коефіцієнти  $A_i, i = \overline{1..3}$  можемо визначити з системи

$$\begin{cases} e_{i-1}(t_i) = A_1 + A_2 \\ e'_{i-1}(t_i) = A_1 s_1 + 2A_2 s_2^0 + A_3 s_3^0 \\ e''_{i-1}(t_i) = A_1 s_1^2 + A_2 s_2^0 - A_2 s_2^0 + 2A_3 s_2^0 s_3^0 \end{cases}$$

або

$$\begin{cases} A_1 = \frac{e_{i-1}(t_i)(s_2^0)^2 - 2e'_{i-1}(t_i)s_2^0 + e_{i-1}(t_i)(s_3^0)^2 + e''_{i-1}(t_i)}{(s_1)^2 - 2s_1 s_2^0 + 2(s_2^0)^2 + (s_3^0)^2} \\ A_2 = \frac{e_{i-1}(t_i)(s_1)^2 - 2e_{i-1}(t_i)s_1 s_2^0 + 2e'_{i-1}(t_i)s_2^0 - e''_{i-1}(t_i)}{(s_1)^2 - 2s_1 s_2^0 + 2(s_2^0)^2 + (s_3^0)^2} \\ A_3 = -\frac{e_{i-1}(t_i)(s_1)^2 s_2^0 - e_{i-1}(t_i)s_1 (s_2^0)^2 + e_{i-1}(t_i)s_1 (s_3^0)^2 - e'_{i-1}(t_i)(s_1)^2 + e'_{i-1}(t_i)(s_2^0)^2}{((s_1)^2 - 2s_1 s_2^0 + (s_2^0)^2 + (s_3^0)^2)s_3^0} + \\ + \frac{-e'_{i-1}(t_i)(s_3^0)^2 + e''_{i-1}(t_i)s_1 - e''_{i-1}(t_i)s_2^0}{((s_1)^2 - 2s_1 s_2^0 + (s_2^0)^2 + (s_3^0)^2)s_3^0} \end{cases} \quad (2.39)$$

Аналітичний розв'язок задачі (2.36) має такий вигляд:

$$e_0(t) = A_1 e^{s_1(t-t_{n-1})} + A_2 (t-t_{n-1}) e^{s_2(t-t_{n-1})} + A_3 (t-t_{n-1})^2 e^{s_2(t-t_{n-1})}, t \in [t_{n-1}; t_n], t_n = T \quad (2.40)$$

Характеристичне рівняння має вигляд

$$s^3 + a_1^1 s^2 + a_2^1 s + a_3^1 = 0$$

де  $s_1$  є коренем характеристичного рівняння (в якого за умовою всі корені дійсні, рівні). Формула для знаходження коефіцієнтів  $A_i, i = \overline{1..3}$  :

$$\begin{cases} e_{n-2}(t_{n-1}) = A_1 \\ e'_{n-2}(t_{n-1}) = A_1 s_1 + A_2 \\ e''_{n-2}(t_{n-1}) = A_1 s_1^2 + 2A_2 s_1 + 2A_3 \end{cases}$$

або

$$\begin{cases} A_1 = e_{n-2}(t_{n-1}) \\ A_2 = -e_{n-2}(t_{n-1})s_1 + e'_{n-2}(t_{n-1}) \\ A_3 = \frac{1}{2}e_{n-2}(t_{n-1})(s_1)^2 - e'_{n-2}(t_{n-1})s_1 + \frac{1}{2}e''_{n-2}(t_{n-1}) \end{cases}$$

Таким чином, (2.39) можна трактувати як узагальнення (2.37) та (2.40). Для випадку нечіткого регулятора, який реалізує перехід з форми Баттерворта до біноміальної при трикутних функціях належності лінгвістичних змінних та гравітаційному методі дефазифікації рух коренів при різних значеннях функції належності зображено на рис.2.27 (кількість інтервалів розбиття  $n=100$ ). Залежно від вигляду та параметрів функції належності тривалість перехідного процесу може бути іншою і, в такому випадку, розміщення коренів характеристичного рівняння будуть іншими.

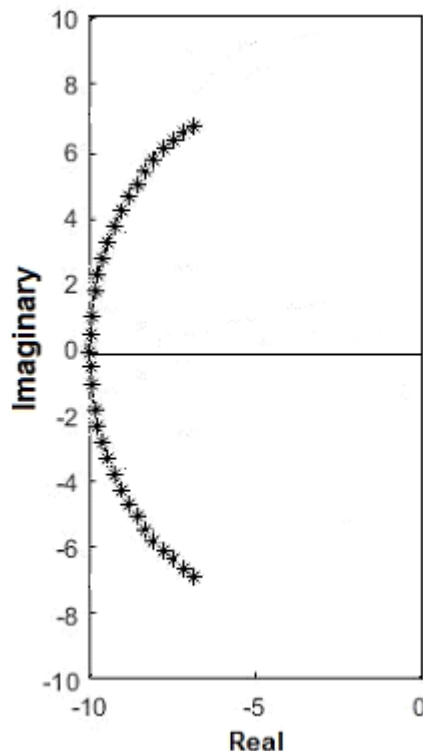


Рис.2.27 Зміна положення коренів при різних значення функції належності

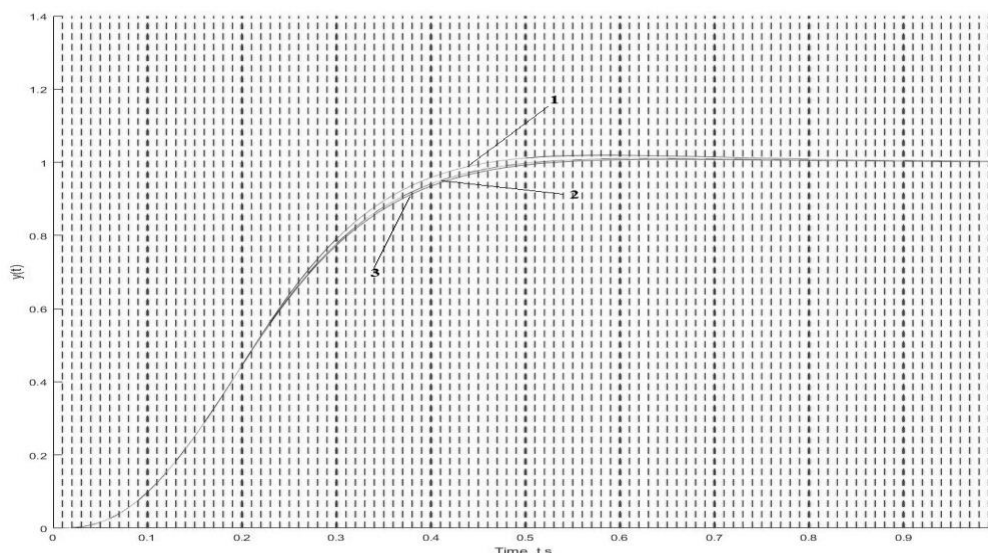


Рис. 2.28. Вихідний сигнал системи у випадку 1 – аналітичного розв’язку при  $n = 10$ , 2 – аналітичного розв’язку при  $n = 100$ , 3 – результат моделювання поведінки системи

Порівняння вихідного сигналу системи, одержаного аналітично, та за допомогою моделювання поведінки досліджуваної системи у середовищі Matlab наведено на рис. 2.28. Товстіші штрихпунктирні лінії відповідають часовим проміжкам при  $n = 10$ , а тонші при  $n = 100$ .

Отримані залежності дають змогу стверджувати, що при  $n \rightarrow \infty (\Delta t \rightarrow 0)$  аналітичний розв’язок та результати моделювання системи в середовищі Matlab співпадають, а, отже, можна стверджувати про адекватність отриманих результатів моделювання.

## 2.2. Синтез нечіткого регулятора з нестійкою підсистемою.

Аналіз отриманих у попередньому розділі результатів виконаних досліджень продемонстрував, що використаний підхід до синтезу нечіткого регулятора на основі стандартних форм дає змогу покращити характеристики системи. При синтезі нечіткого регулятора виду (2.12) коефіцієнти зворотніх зв’язків за змінними стану визначаються на основі бажаного розміщення

коренів характеристичного полінома. Одним з постулатів класичної теорії керування є розміщення коренів характеристичного полінома системи в лівій півплощині комплексної площини. Нами пропонується в області великих відхилень використовувати форсуючі можливості нестійкої системи, тобто системи, в якій окремі корені розміщені в правій півплощині.

### 2.2.1 Опис досліджуваної системи

Як і в попередньому розділі, для проведення досліджень використаємо систему третього порядку. Такій системі відповідає двомасова система (рис. 2.29), що доволі часто застосовується в дослідженнях електромеханічних систем при нехтуванні електромагнітними процесами в двигуні і описується наступним чином [19]:

$$\frac{d}{dt} \begin{pmatrix} \omega_1(t) \\ M_{12}(t) \\ \omega_2(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -\frac{1}{T_{M_1}} & 0 \\ \frac{1}{T_C} & 0 & -\frac{1}{T_C} \\ 0 & \frac{1}{T_{M_2}} & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \omega_1(t) \\ M_{12}(t) \\ \omega_2(t) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \frac{1}{T_{M_1}} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} M_1(t) + \begin{pmatrix} 0 \\ -\frac{1}{T_{M_2}} \\ 0 \end{pmatrix} M_C(t) \quad (2.42)$$

де наведені тут змінні – це нормовані величини, фізичне значення яких залежить від типу двомасової системи: з пружними деформаціями скручування, розтягу чи згину тощо. Зокрема, у випадку двомасової системи з пружними деформаціями скручування  $T_{M_1}, T_{M_2}$  – сталі часу першої та другої мас, відповідно, а  $T_C$  – стала часу пружного елемента,  $\omega_1(p)$  та  $\omega_2(p)$  – кутові швидкості на кінцях пружного вала,  $M_{12}$  – момент пружного елемента,  $M_1$  – нормований момент двигуна,  $M_C$  – нормований момент зовнішніх збурень.

Передавальна функція  $\omega_2(p)/M_e(p)$  для двомасової системи, що описується виразом (2.42), при застосуванні керування за повним вектором стану, згідно [269], матиме вигляд:

$$W(p) = \frac{c_{13} / T_{M1}}{H(p)}, \quad (2.43)$$

$$H(p) = p^3 + p^2 \frac{k_{11}}{T_{M1}} + p \left( \frac{1}{T_C T_{M2}} + \frac{k_{12} + 1}{T_C T_{M1}} \right) + \left( \frac{k_{11} + k_{13}}{T_C T_{M1} T_{M2}} \right),$$

де  $k_{11}, k_{12}, k_{13}$  – коефіцієнти зворотніх зв'язків за змінними стану, які забезпечують задане розміщення коренів.

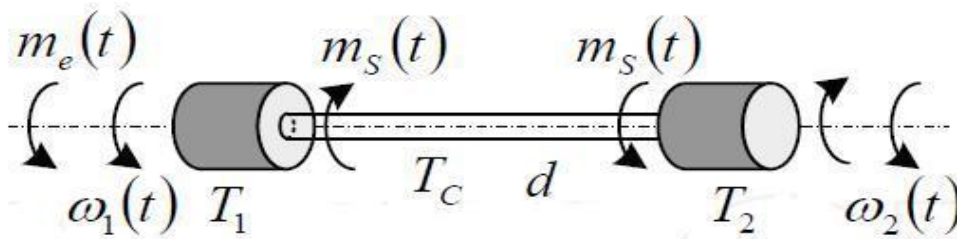


Рис. 2.29. Типова схема двомасової електромеханічної системи, в якій перша маса відповідає за сумарний момент інерції двигуна, а друга маса за момент інерції навантаження

Для нечіткого регулятора виду (2.12) коефіцієнти зворотніх зв'язків за змінними стану, що відповідають налаштуванню системи на біноміальну форму, визначаються за формулами:

$$k_{11\_1} = 3\omega_0 T_{M1},$$

$$k_{12\_1} = \left( 3\omega_0^2 - \frac{1}{T_C T_{M2}} \right) T_C T_{M1} - 1, \quad (2.44)$$

$$k_{13\_1} = T_C T_{M1} T_{M2} \omega_0^3 - 3T_{M1} \omega_0,$$

а коефіцієнти  $k_{11\_2}, k_{12\_2}, k_{13\_2}$  відповідають нестійкій підсистемі і можуть приймати значення

$$\begin{aligned}
k_{11\_2} &= T_{M1}\omega_0, \\
k_{12\_2} &= \left(-\omega_0^2 - \frac{1}{T_c T_{M2}}\right) T_c T_{M1} - 1, \\
k_{13\_2} &= -\omega_0^3 T_c T_{M1} T_{M2} - T_{M1}\omega_0,
\end{aligned} \tag{2.45}$$

у випадку якщо нестійка підсистема має лише один корінь у правій півплощині, тобто характеристичний поліном має вигляд  $H(p) = (p - \omega_0) \cdot (p + \omega_0)^2$ , або

$$\begin{aligned}
k_{11\_2} &= T_{M1}(\omega_0 + 2a), \\
k_{12\_2} &= \left( (2\omega_0 a + a^2 + b^2) - \frac{1}{T_c T_{M2}} \right) T_c T_{M1} - 1, \\
k_{13\_2} &= (\omega_0 a^2 + \omega_0 b^2) T_c T_{M1} T_{M2} - T_{M1}(\omega_0 + 2a),
\end{aligned} \tag{2.46}$$

у випадку нестійкої підсистеми з двома комплексно-спряженими коренями у правій півплощині, тобто характеристичний поліном має вигляд  $H(p) = (p + \omega_0) \cdot ((p - a)^2 + b^2)$ ,  $a^2 + b^2 = \omega_0^2$ , де  $\omega_0$  – значення середнього-метричного кореня;  $a$ ,  $b$  – параметри, які визначають початкову точку кореневого годографу.

Застосування нестійкої підсистеми при синтезі нечіткого регулятора вимагає відходу від класичних понять теорії автоматичного регулювання, які застосовуються для систем, у яких всі корені розміщені у лівій півплощині. Так, залежно від того, парна чи непарна кількість коренів розміщена у правій півплощині, змінюється знак вільного члена характеристичного полінома.

Для системи третього порядку з запропонованим нечітким регулятором з нестійкою підсистемою з одним дійсним коренем у правій півплощині отримаємо:

$$\begin{aligned}
k_{11} &= \mu_1(e(t)) \cdot 3\omega_0 T_{M1} + \mu_2(e(t)) \cdot \omega_0 T_{M1} = (\mu_1(e(t)) \cdot 3 + \mu_2(e(t))) \cdot \omega_0 T_{M1} \\
k_{12} &= \mu_1(e(t)) \cdot \left( \left( 3\omega_0^2 - \frac{1}{T_c T_{M2}} \right) T_c T_{M1} - 1 \right) + \mu_2(e(t)) \cdot \left( \left( -\omega_0^2 - \frac{1}{T_c T_{M2}} \right) T_c T_{M1} - 1 \right) \\
k_{13} &= \mu_1(e(t)) \cdot (T_c T_{M1} T_{M2} \omega_0^3 - 3\omega_0 T_{M1}) + \mu_2(e(t)) \cdot (-T_c T_{M1} T_{M2} \omega_0^3 - \omega_0 T_{M1})
\end{aligned}$$

Підставивши вирази для коефіцієнтів  $k_{11}$  та  $k_{13}$  у характеристичне рівняння (2.43), отримаємо вираз для вільного члена:

$$\frac{k_{11} + k_{13}}{T_c T_{m1} T_{m2}} = (\mu_1(e(t)) - \mu_2(e(t))) \cdot \omega_0^3$$

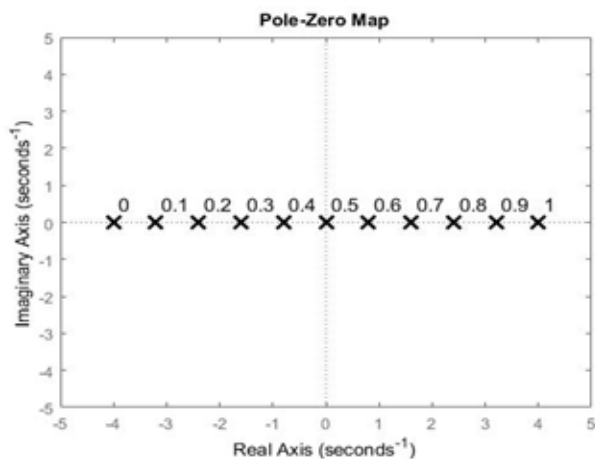
З урахуванням  $\mu_2(e(t)) = 1 - \mu_1(e(t))$  вираз для визначення вільного члена матиме вигляд:

$$\frac{k_{11} + k_{13}}{T_c T_{m1} T_{m2}} = (2 \cdot \mu_1(e(t)) - 1) \cdot \omega_0^3, \quad (2.47)$$

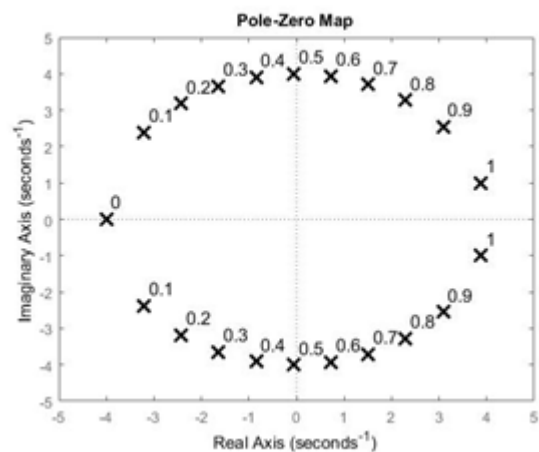
тобто залежить від значення функції належності  $\mu_1(e(t))$ . Це, в свою чергу, впливає на вигляд годографа руху коренів системи та процеси у системі. Аналогічний результат для значення вільного члена буде отримано і у випадку формування нестійкої підсистеми з трьома дійсними чи одним дійсним та двома комплексно-спряженими коренями у правій півплощині.

У випадку комплексно-спряжених коренів у правій півплощині при:  $k_{11} = \mu_1(e(t)) \cdot k_{11\_1} + \mu_2(e(t)) \cdot k_{11\_2}$ ,  $k_{13} = \mu_1(e(t)) \cdot k_{13\_1} + \mu_2(e(t)) \cdot k_{13\_2}$  та  $\mu_2(e(t)) = 1 - \mu_1(e(t))$  значення вільного члена характеристичного полінома (2.43) залишається рівним  $\omega_0^3$  і не залежить від  $\mu_1(e(t))$ . Випадок пари дійсних коренів у правій півплощині з точки зору отримання виразу вільного члена характеристичного полінома можна розглядати як частковий випадок комплексно-спряжених коренів, який отримується при  $b=0$ .

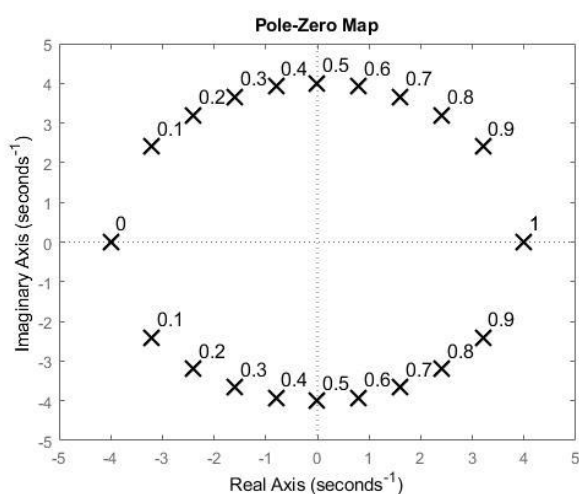
Годографи коренів для парної та непарної кількості коренів нестійкої підсистеми в правій півплощині при зміні  $\mu_1(e(t))$  у випадку системи третього порядку наведено на рис. 2.30.



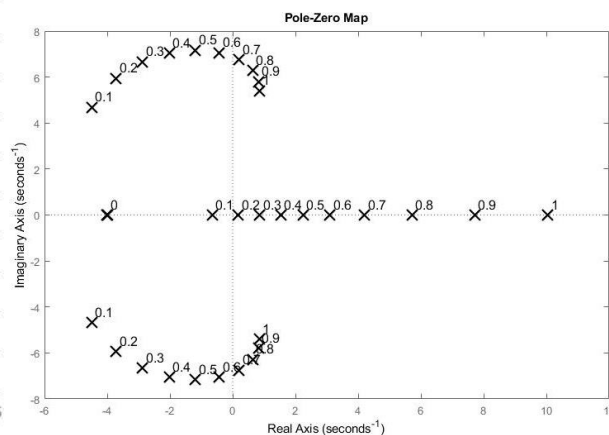
а)



б)



в)



г)

Рис. 2.30. Годограф зміни коренів системи (2.41) з нечітким регулятором з нестійкою підсистемою:

- а) дійсний корінь у правій півплощині;
- б) пара комплексно-спряжених коренів у правій півплощині;
- в) пара дійсних коренів у правій півплощині;
- г) один дійсний та пара комплексно-спряжених коренів у правій півплощині.

Враховуючи наведену особливість, проведемо дослідження впливу виду та параметрів функцій належності нечіткого регулятора за наявності парної та непарної кількості коренів нестійкої підсистеми в правій півплощині.



### 2.2.2. Дослідження нечіткого регулятора з нестійкою підсистемою.

При проведенні досліджень роботи запропонованого нечіткого регулятора з нестійкою підсистемою, для аналізу отриманих результатів, застосуємо інтегральні показники якості (2.21), а також узагальнений інтегральний показник якості (2.22), коефіцієнти  $\gamma_j$  якого визначають або методом Парето-оптимальних рішень або методом експертних оцінок. Прийmemo  $\gamma_j = 0.25, j = \overline{1..4}$ , що забезпечує однакову вагу кожного з критеріїв, які входять в узагальнений критерій. На проміжні координати не накладалися ніякі обмеження. У випадку врахування обмежень на проміжні координати системи, ці обмеження входитимуть в узагальнений інтегральний показник якості у вигляді функції покарання, і значення параметрів функцій належності, для яких поведінка системи буде близькою до оптимальної, будуть відрізнятися від наведених нижче. Параметрами налаштування нечіткого регулятора з нестійкою підсистемою є вибір параметрів функцій належності, які забезпечать мінімум узагальненого інтегрального показника якості. Це пояснюється тим, що саме розміщення та вигляд функцій належності визначає вплив кожної підсистеми на траєкторію руху усієї системи. Враховуючи те, що досліджувана система складається лише з двох підсистем, на нашу думку, недоцільно розглядати випадки внутрішніх функцій належності (трапецієвидної, Гауса тощо). При проведенні досліджень було розглянуто лише випадки зовнішніх функцій належності, а саме L функції (2.16), (2.17), сигмоїдальної функції (2.18), (2.19) та параметризованої функції (2.20).

#### 2.2.2.1. Випадок двох комплексно-спряжених коренів в правій півплощині

У випадку L функції належності (2.16), характер зміни показників якості (2.21) і (2.22) при зміні параметрів функції належності зображено на рис. 2.31 та 2.32, відповідно, а залежність максимального перерегулювання - на рис. 2.33.

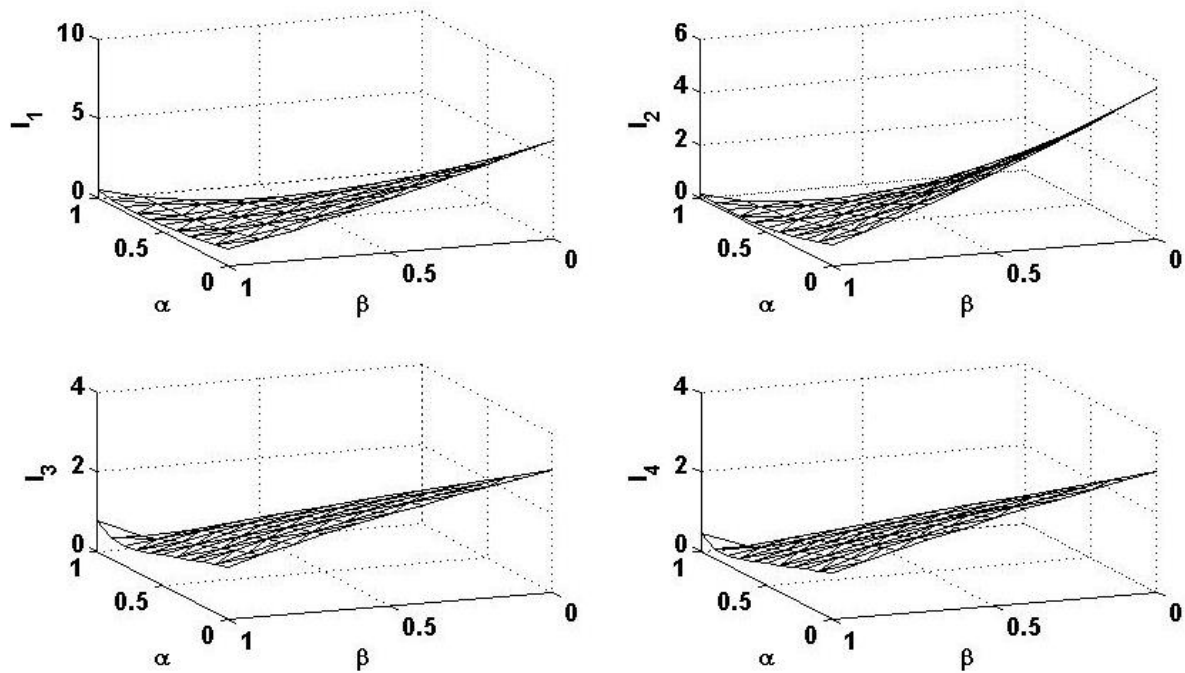


Рис. 2.31 Залежності значень показників якості системи (2.21) від параметрів функції належності (2.16)

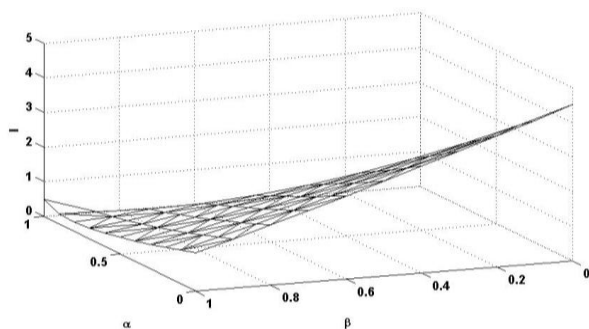


Рис. 2.32. Залежність значення інтегрального показника якості системи (2.22) від параметрів функції належності (2.16)

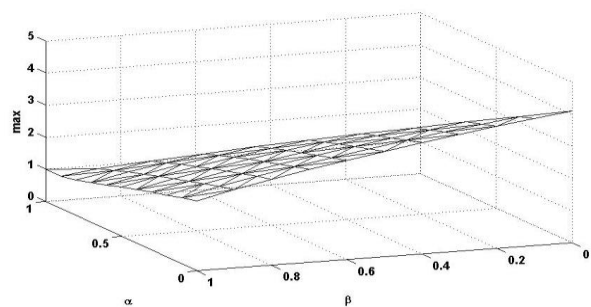


Рис. 2.33. Залежність відносного значення максимального перерегулювання від значень параметрів функції належності (2.16)

Аналіз отриманих результатів дає змогу зробити висновок, що при значеннях параметрів функції належності  $\alpha = 0.8, \beta = 1.0$  налаштування системи є близькими до оптимальних. При цьому значення максимального перерегулювання дорівнює 1,085, час входження в 5% зону – 1.415с., а час першого виходу на заданий рівень функціонування – 0.658с.

На рис. 2.34 наведено траєкторії руху системи у випадку різних налаштувань параметрів системи з нечітким регулятором та нестійкою підсистемою та при налаштуванні на стандартні форми Баттерворта та біноміальну.

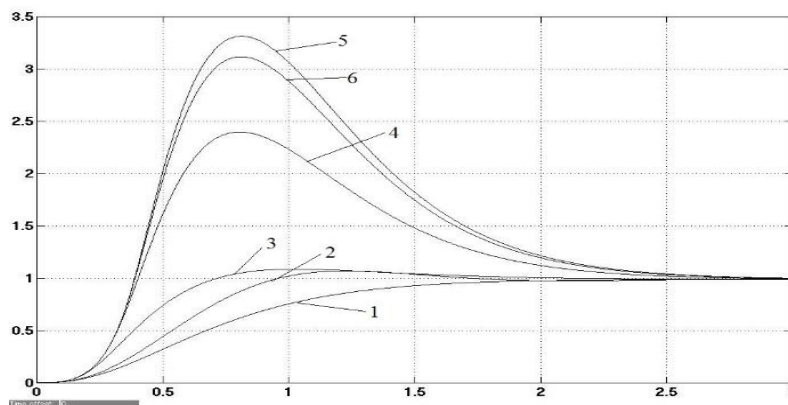


Рис. 2.34. Траєкторії зміни вихідної координати системи у випадку налаштування на: 1– біноміальну форму ; 2 – форму Батерворта; систему з нечітким регулятором з нестійкою підсистемою при різних параметрах функції належності: 3 –  $L(u;0.8,1.0)$  (оптимальна траєкторія); 4 –  $L(u;0.2,0.8)$ ; 5 –  $L(u;0.2,0.3)$ ; 6 –  $L(u;0.1,0.5)$ .

На рис. 2.35 зображено значення вихідного сигналу регулятора при різних налаштуваннях системи.

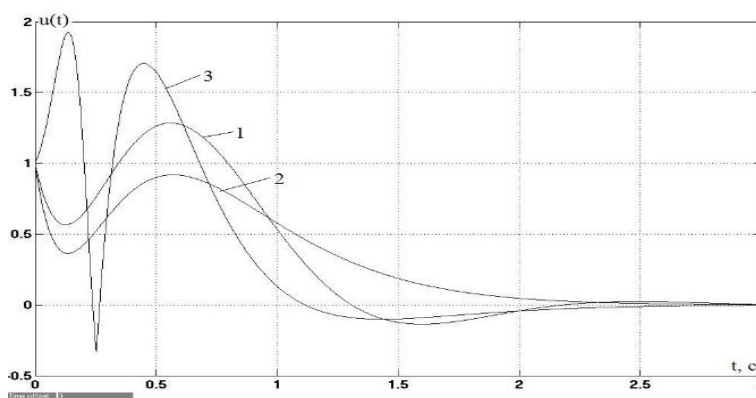


Рис. 2.35. Значення вихідного сигналу регулятора у випадку налаштування системи на: 1– форму Батерворта; 2– біноміальну форму; 3 - систему з нечітким регулятором з нестійкою підсистемою при параметрах функції належності  $L(u;0.8,1.0)$ .

При застосуванні лівої сигмоїдальної функції (2.18) значення інтегральних показників якості (2.21) та узагальненого інтегрального показника якості при різних параметрах функції зображено на рис. 2.36 та рис. 2.37, відповідно. Зміну відносного значення максимального перерегулювання зображено на рис. 2.38.

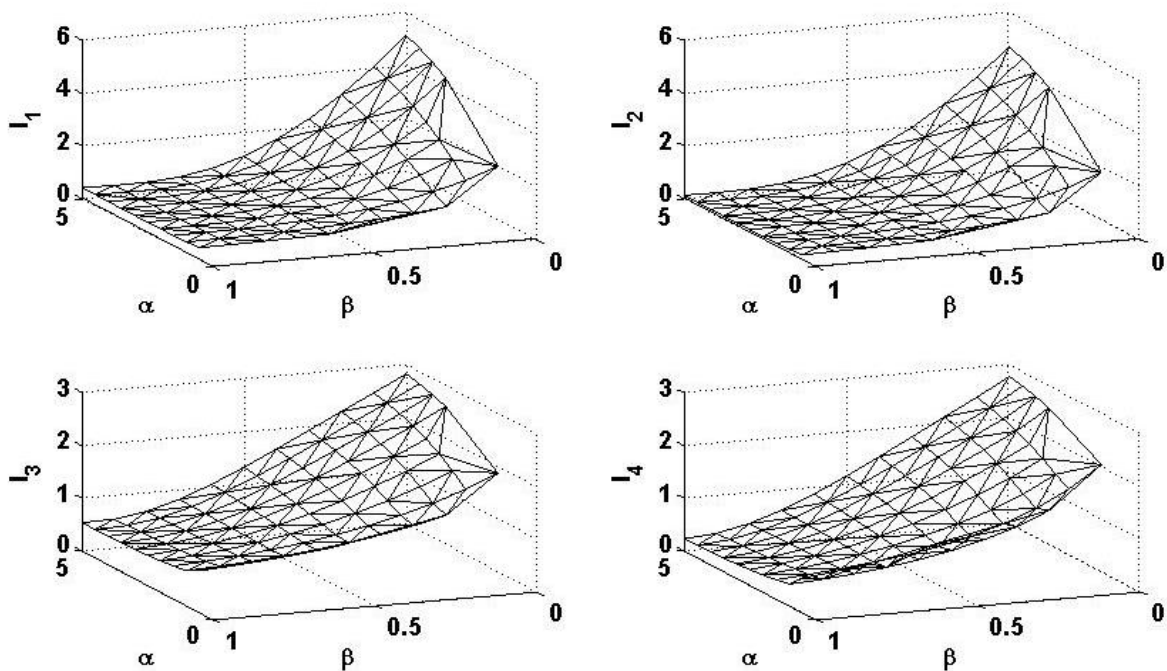


Рис. 2.36. Залежності значень показників якості системи (2.21) від параметрів функції належності (2.18)

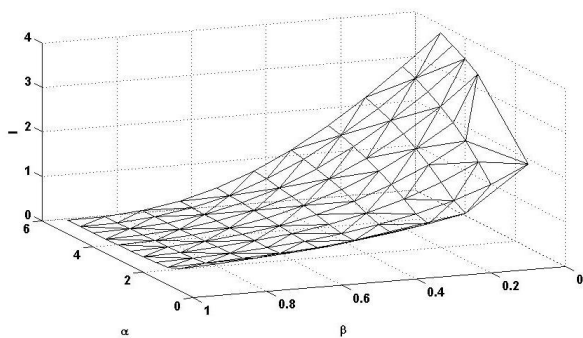


Рис. 2.37. Залежність значення узагальненого інтегрального показника якості системи (2.22) від параметрів функції належності (2.18)

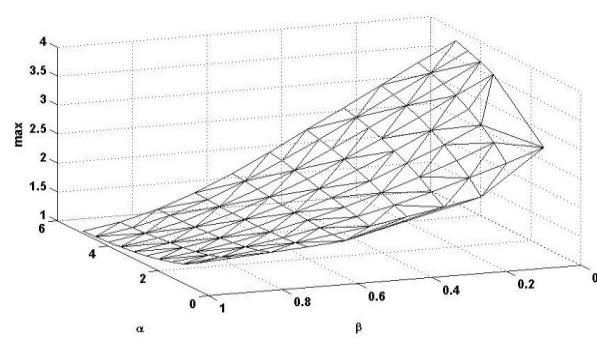


Рис. 2.38. Залежність відносного значення максимального перерегулювання від значень параметрів функції належності (2.18)

Для лівої сигмоїдальної функції у випадку, коли в характеристичного полінома передавальної функції нестійкої підсистеми два корені в правій півплощині, поведінка системи близька до оптимальної досягається при  $\alpha = 5.0, \beta = 1.0$ . При цьому значення максимального перерегулювання дорівнює 1.028, час виходу в 5% зону – 0.868с., час першого досягнення заданого рівня функціонування – 0.868с.

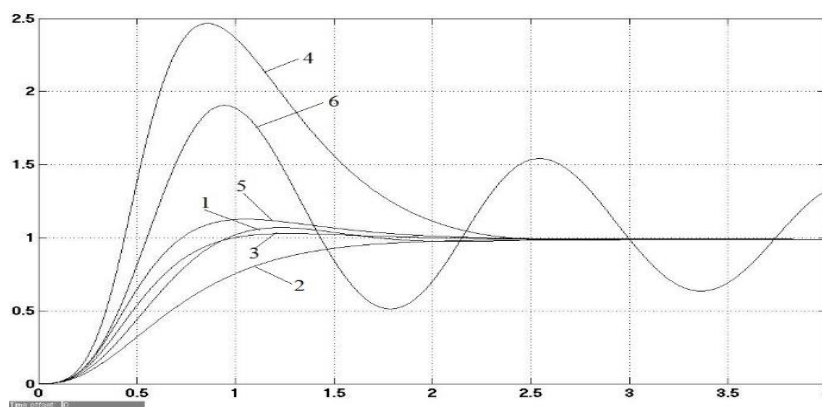


Рис. 2.39. Траєкторії зміни вихідної координати системи у випадку налаштування на: 1– форму Батерворта; 2– біноміальну форму; систему з нечітким регулятором з нестійкою підсистемою при різних параметрах лівої сигмоїдальної функції належності: 3 –  $\alpha = 5.0, \beta = 1.0$  (оптимальна траєкторія); 4 –  $\alpha = 3.5, \beta = 1.0$ ; 5 –  $\alpha = 5.0, \beta = 0.9$ ; 6 –  $\alpha = 5.0, \beta = 0.7$

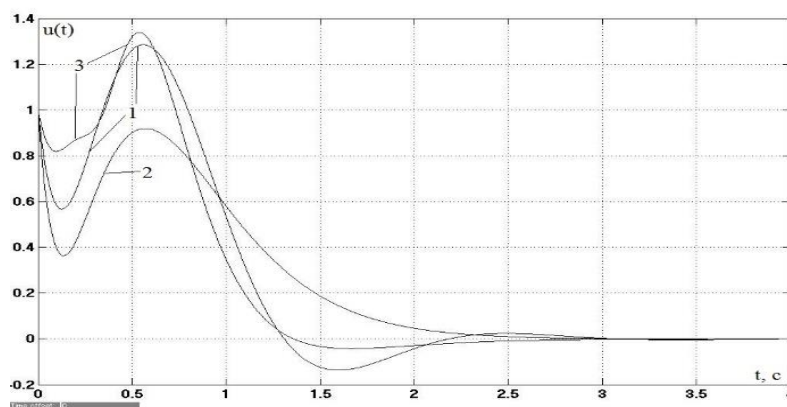


Рис. 2.40. Значення вихідного сигналу регулятора у випадку налаштування системи на: 1– форму Батерворта; 2– біноміальну форму; 3 - систему з нечітким регулятором з нестійкою підсистемою при параметрах лівої сигмоїдальної функції належності  $\alpha = 5.0, \beta = 1.0$ .

На рис. 2.39 подано траекторію руху вихідної координати системи у випадку використання лівої сигмоїдальної функції належності для перемикання між підсистемами та при налаштуванні на стандартні форми розподілу нулів характеристичного полінома (2.43), а на рис. 2.40 - значення вихідного сигналу регулятора.

Для випадку параметризованої функції (2.20) значення інтегральних показників якості (2.21) подано на рис. 2.41.

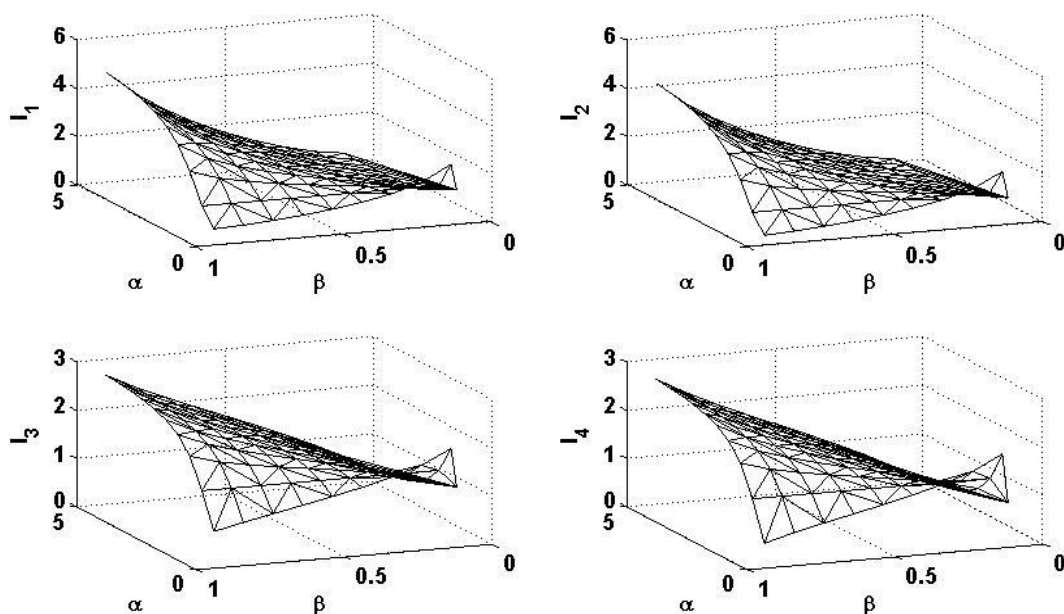


Рис. 2.41 Залежність значень інтегральних показників якості (2.21) від параметрів функції належності (2.20)

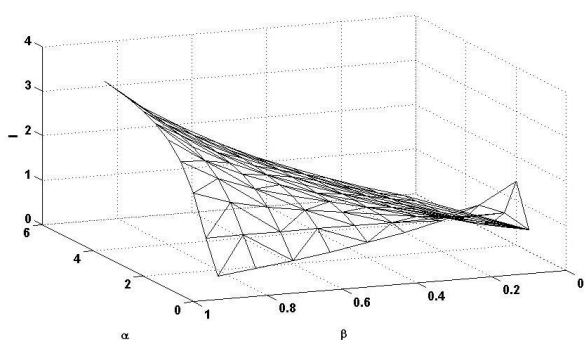


Рис. 2.42. Залежність значення узагальненого інтегрального показника якості системи (2.22) від параметрів функції належності (2.20)

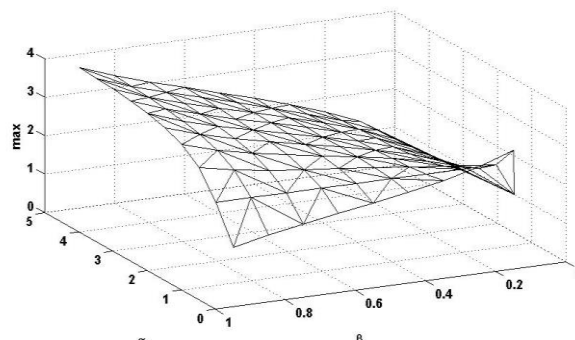


Рис. 2.43. Залежність відносного значення максимального перерегулювання від значень параметрів функції належності (2.20)

Зміну значень узагальненого інтегрального показника якості відносного максимального перерегулювання при різних параметрах функції належності показано на рис. 2.42 та рис. 2.43, відповідно.

Аналіз наведених на рис. 2.42 та 2.43 результатів дає змогу стверджувати, що параметри функції належності  $\alpha = 0.5$ ,  $\beta = 0.1$  є близькими до оптимальних. Значення максимального перерегулювання в цьому випадку дорівнює 1.26, час входження в 5% зону дорівнює 1.732с., а час першого досягнення заданого рівня функціонування – 0.516с.

Траєкторію руху системи при різних налаштуваннях нечіткого регулятора зображено на рис. 2.44, а зміну значень вихідного сигналу регулятора на рис. 2.45

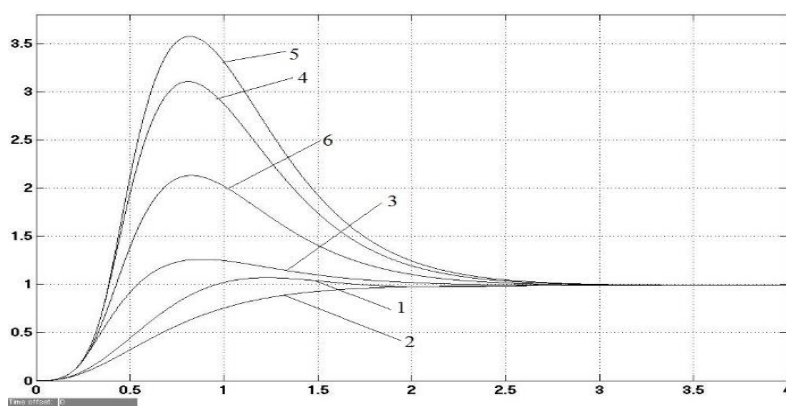
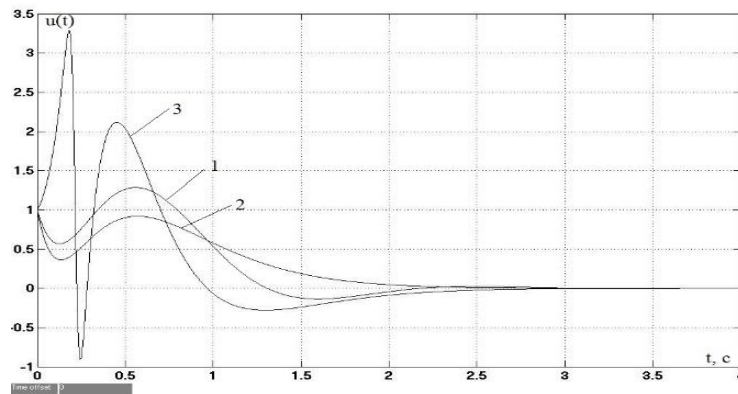


Рис. 2.44. Траєкторії зміни вихідної координати системи у випадку налаштування на: 1– форму Батерворта; 2– біноміальну форму; систему з нечітким регулятором з нестійкою підсистемою при різних параметрах параметризованої функції належності: 3 –  $\alpha = 5.0$ ,  $\beta = 0.1$  (оптимальна траєкторія); 4 –  $\alpha = 3.0$ ,  $\beta = 0.8$ ; 5 –  $\alpha = 4.5$ ,  $\beta = 0.9$ ; 6 –  $\alpha = 1.0$ ,  $\beta = 0.5$ .



*Рис. 2.45. Значення вихідного сигналу регулятора у випадку налаштування системи на: 1– форму Батерворта; 2– біноміальну форму; 3 - систему з нечітким регулятором з нестійкою підсистемою при параметрах параметризованої функції належності  $\alpha = 5.0$ ,  $\beta = 0.1$ .*

Для аналізу ефективності роботи нечітких регуляторів з різними функціями належності в табл. 2.13 наведені показники роботи досліджуваних систем з параметрами, які є близькими до оптимальних налаштувань, а також при класичних налаштуваннях на стандартні біноміальну форму або форму Батерворта та запропонованим у попередньому розділі нечітким регулятором на основі поєднання форми Батерворта та біноміальної.

З таблиці видно, що в цьому випадку значення інтегральних показників якості та значення максимального перерегулювання при застосуванні параметричної функції належності є найбільшими серед трьох функцій належності, але навіть у цьому випадку можна одержати виграш до двох разів у порівнянні з системою, налаштованою на біном, та до 1.3 разів при налаштуванні на стандартну форму Батерворта. Порівнюючи між собою функцію L та ліву сигмоїдальну функції належності, бачимо, що для першої значення інтегральних показників якості є меншими, тому, незважаючи на різницю максимальних перерегулювань, можна сказати, що у даному випадку оптимально застосовувати саме функцію належності L, що дає виграш до трьох разів в порівнянні з налаштуванням на біном та до 1.8 разів при налаштуванні на стандартну форму Батерворта. Отримані результати



демонструють доцільність застосування нестійкої підсистеми в області великих відхиленнях для уникнення значних перерегулювань вихідної координати.

Таблиця 2.13

Порівняння ефективності застосування досліджуваних функцій належності нечіткого регулятора з нестійкою підсистемою з двома комплексно спряженими коренями

	Впадок нестійкої підсистеми			Біном (Бін)	Батерворт (Бат)	Нечіткий регулятор Баттарворт біном
	Функція L (L)	Ліва сигмо- їдальна (Л)	Парамет- рична (П)			
$I_1$	0,311	0,378	0,32	0,522	0,419	0,399
$I_2$	0,059	0,085	0,083	0,176	0,106	0,097
$I_3$	0,472	0,531	0,566	0,789	0,604	0,580
$I_4$	0,220	0,228	0,345	0,465	0,299	0,268
$I$	0,265	0,305	0,328	0,488	0,357	0,348
t, с	0,658	0,868	0,516	1,662	0,915	0,880
$t_{5\%}$ , с	1,415	0,868	1,732	1,662	1,42	1,35
max	1,085	1,028	1,26	0,988	1,069	0,988

#### 2.2.2.2. Впадок одного кореня в правій півплощині

Для аналізу впливу непарної кількості коренів на характеристики системи проведено моделювання поведінки досліджуваної системи для функцій належності (2.16) – (2.20) при різних значення їх параметрів. Значення інтегральних показників якості (2.21) у випадку L функції належності зображено на рис. 2.46, а значення узагальненого інтегрального показника якості (2.22) - на рис. 2.47. Залежно від значень параметрів функції

належності змінюється також і величина відносного максимального пере регулювання рис. 2.48.

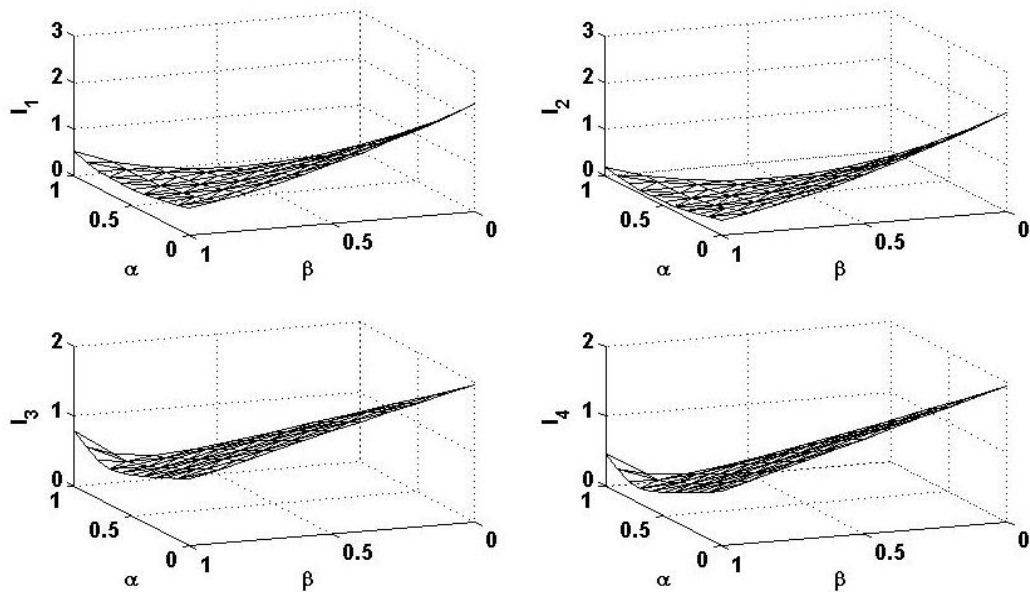


Рис. 2.46 Залежності значень показників якості системи (2.21) від параметрів функції належності (2.16)

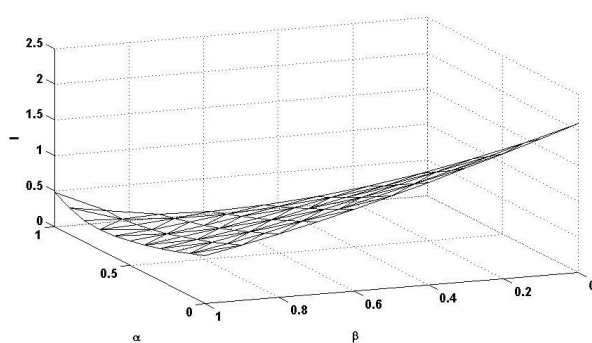


Рис. 2.47. Залежність значення інтегрального показника якості системи (2.22) від параметрів функції належності (2.16)

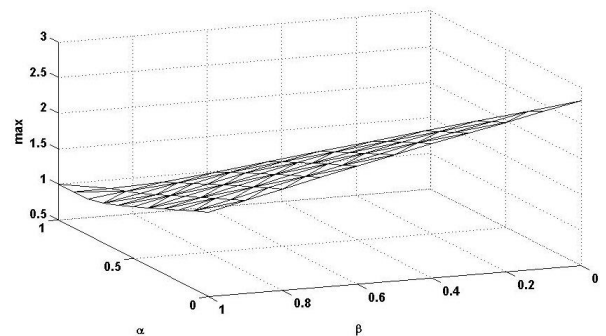


Рис. 2.48. Залежність відносного значення максимального перерегулювання від значень параметрів функції належності (2.16)

Отримані результати дають змогу стверджувати, що при значеннях параметрів функції належності  $\alpha=0.8, \beta=0.9$  система має близьке до

оптимального налаштування. При цьому відносне максимальне перерегулювання дорівнює 1.06, час входження в 5% зону – 1.313с., час першого досягнення заданого рівня функціонування – 0.733с. На рис. 2.49 наведено, траєкторії руху системи для різних налаштувань нечіткого регулятора та у випадку налаштування на стандартні форми, а на рис. 2.50 – показано зміну вихідного сигналу регулятора.

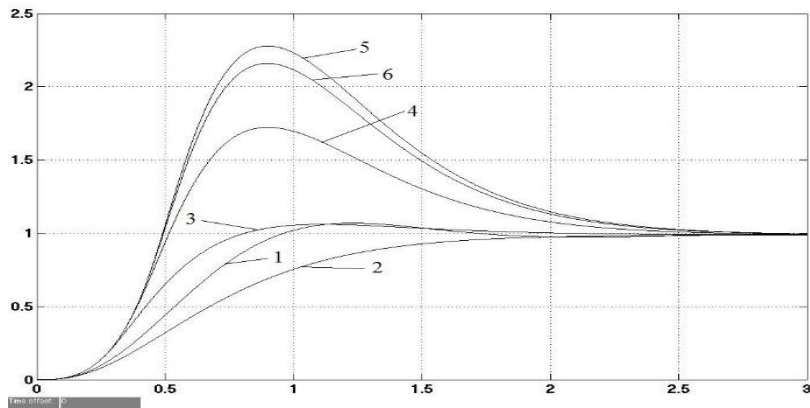


Рис. 2.49. Траєкторії зміни вихідної координати системи у випадку налаштування на: 1– форму Батерворта; 2– біноміальну форму; систему з нечітким регулятором з нестійкою підсистемою при різних параметрах функції належності: 3 –  $L(u;0.8,0.9)$  (оптимальна траєкторія); 4 –  $L(u;0.2,0.8)$ ; 5 –  $L(u;0.2,0.3)$ ; 6 –  $L(u;0.1,0.5)$ .

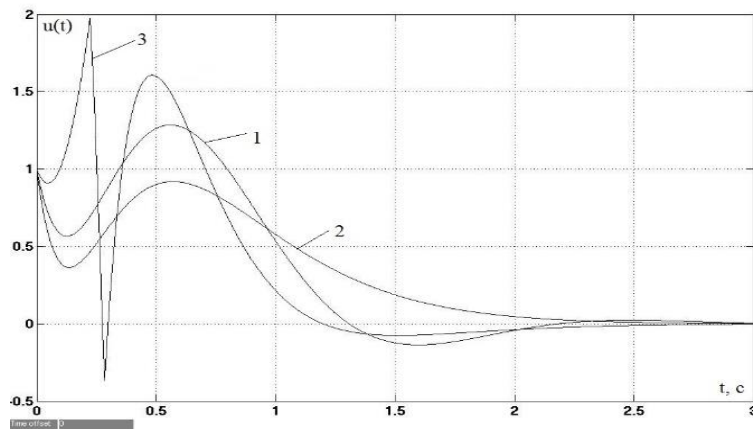
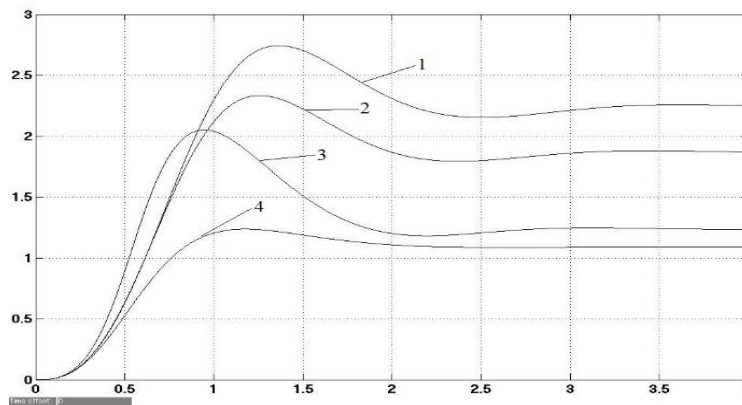


Рис. 2.50. Значення вихідного сигналу регулятора у випадку налаштування системи на: 1– форму Батерворта; 2– біноміальну форму; 3 - систему з нечітким регулятором з нестійкою підсистемою при параметрах функції належності  $L(u;0.8,0.9)$ .

Аналогічні дослідження поведінки системи було проведено і у випадку лівої сигмоїдальної функції належності (2.18). Як демонструють результати моделювання, при зміні параметрів такої функції належності змінюється значення функції при  $e(t)=0$ , а, отже, змінюється і усталене значення вихідної координати системи, що пояснює вираз для визначення вільного члена характеристичного полінома системи (2.47). Траєкторії руху системи при різних значеннях параметрів функції належності наведені на рис. 2.51.



*Рис. 2.51. Траєкторії зміни вихідної координати системи з нечітким регулятором з нестійкою підсистемою при різних параметрах функції*

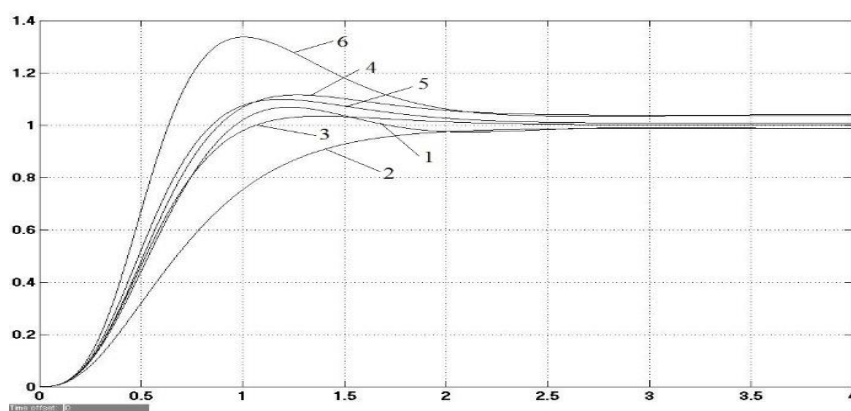
*належності: 1 –  $\alpha = 0.7, \beta = 0.1$ ; 2 –  $\alpha = 1.0, \beta = 0.3$ ;*

*3 –  $\alpha = 4.0, \beta = 0.3$ ; 4 –  $\alpha = 3.0, \beta = 0.9$ .*

Таким чином, при використанні сигмоїдальних функцій необхідно враховувати цю особливість або формувати функцію перемикання таким чином, щоб при похибках, близьких до нуля, її значення  $\mu(e(t))=1$ . Згадана особливість роботи системи унеможлиблює отримання залежностей інтегральних параметрів якості для всього діапазону зміни параметрів функції належності нечіткого регулятора.

Для порівняльного аналізу впливу кількості коренів у правій півплощині дослідимо роботу системи з параметрами сигмоїдальної функції належності  $\alpha = 5.0, \beta = 1.0$ , які є близькими до оптимальних у випадку двох

коренів у правій півплощині. За таких параметрів функції належності відносно максимальне перерегулювання дорівнює 1.034, час входження в 5% зону – 0.939 с., час першого досягнення заданого рівня функціонування – 0.612с. На рис. 2.52 зображені графіки перехідних процесів у системі з одним коренем у правій півплощині для параметрів сигмоїдальної функції належності, при яких досліджено роботу системи з двома коренями у правій півплощині, а на рис. 2.53 - значення вихідного сигналу регулятора для різних налаштувань.



*Рис. 2.52. Траєкторії зміни вихідної координати системи у випадку налаштування на: 1– форму Батерворта; 2– біноміальну форму; систему з нечітким регулятором з нестійкою підсистемою при різних параметрах лівої сигмоїдальної функції належності: 3 –  $\alpha = 5.0, \beta = 1.0$  (оптимальна траєкторія); 4 –  $\alpha = 3.5, \beta = 1.0$ ; 5 –  $\alpha = 5.0, \beta = 0.9$ ; 6 –  $\alpha = 5.0, \beta = 0.7$*

Для випадку параметризованої функції (2.20) при зміні параметрів  $\alpha \in [0.5, 5.0]$  з кроком 0.5,  $\beta \in [0.1, 0.9]$  з кроком 0.1 значення інтегральних показників якості (2.21) подано на рис. 2.54.

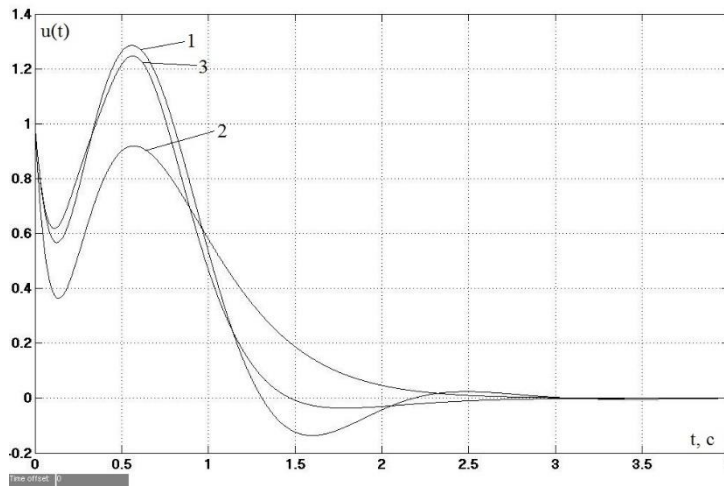


Рис. 2.53. Значення вихідного сигналу регулятора у випадку налаштування системи на: 1– форму Батерворта; 2– біноміальну форму; 3 - систему з нечітким регулятором з нестійкою підсистемою при параметрах лівої сигмоїдальної функції належності  $\alpha = 5.0$ ,  $\beta = 1.0$ .

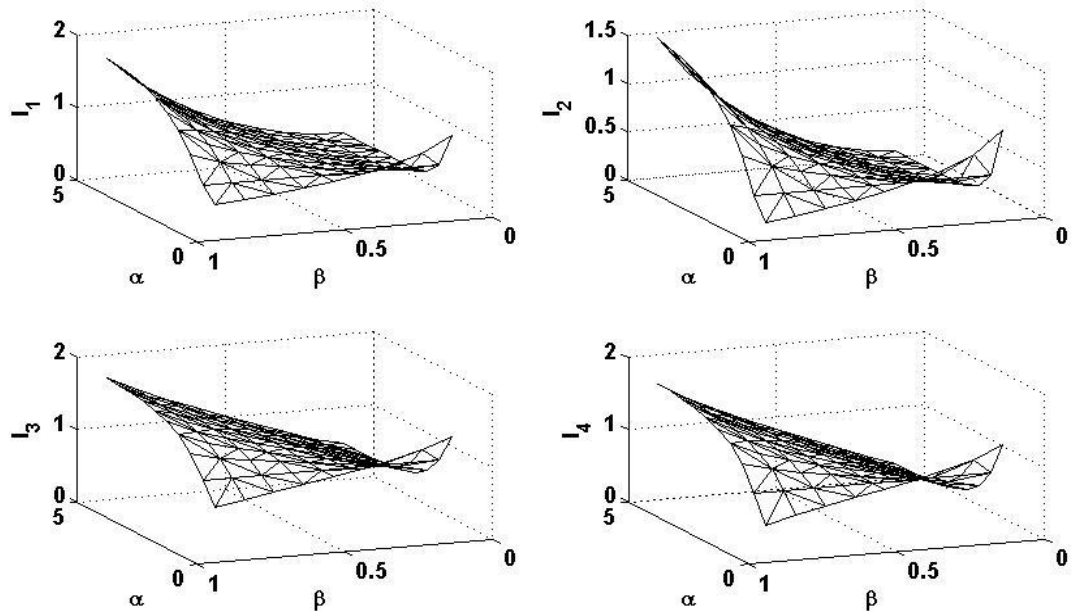


Рис. 2.54 Залежність значень інтегральних показників якості (2.21) від параметрів функції належності (2.20)

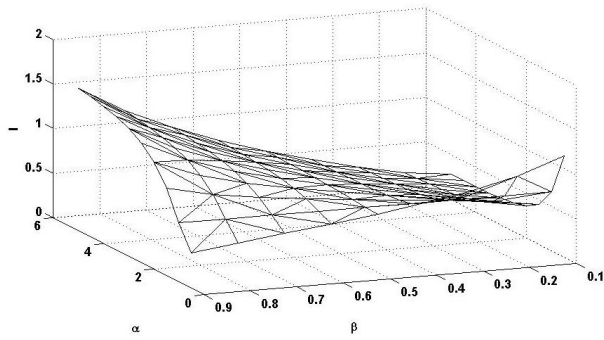


Рис. 2.55. Залежність значення узагальненого інтегрального показника якості системи (2.22) від параметрів функції належності (2.20)

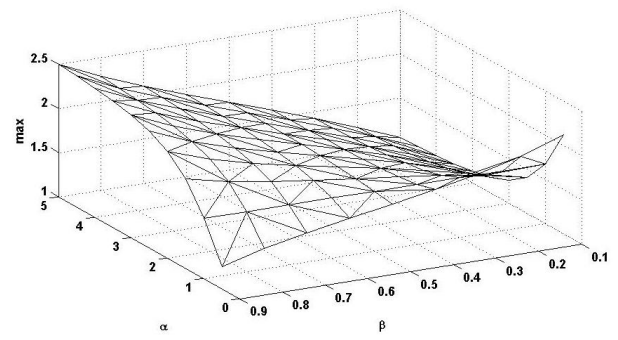


Рис. 2.56. Залежність відносного значення максимального перерегулювання від значень параметрів функції належності (2.20)

Зміну значень узагальненого інтегрального показника якості відносного максимального перерегулювання при різних параметрах функції належності показано на рис. 2.55 та рис. 2.56, відповідно. Аналіз наведених на рис. 2.55 та 2.56 результатів дає змогу стверджувати, що параметри функції належності  $\alpha = 0.5$ ,  $\beta = 0.1$  є близькими до оптимальних. При цьому значення відносного максимального перерегулювання дорівнює 1.046, час входження в 5% зону дорівнює 0.765с, час першого досягнення заданої області функціонування – 0.765с.

Траєкторію руху системи при різних налаштуваннях нечіткого регулятора зображено на рис. 2.57, а зміну значень вихідного сигналу регулятора на рис. 2.58.

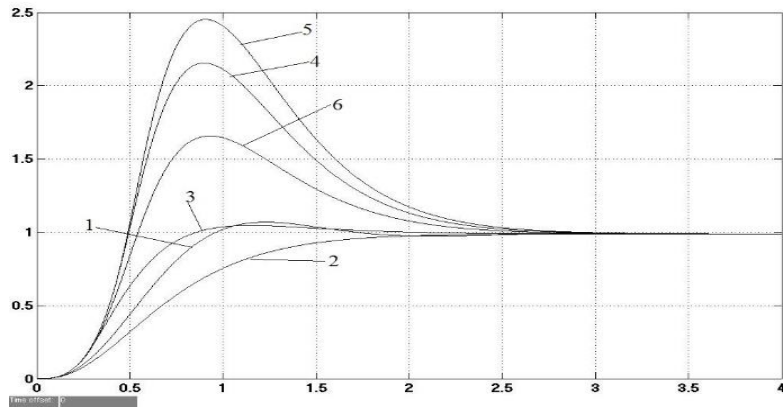


Рис. 2.57. Траєкторії зміни вихідної координати системи у випадку налаштування на: 1– форму Батерворта; 2– біноміальну форму; систему з нечітким регулятором з нестійкою підсистемою при різних параметрах параметризованої функції належності: 3 –  $\alpha = 5.0$ ,  $\beta = 0.1$  (оптимальна траєкторія); 4 –  $\alpha = 3.0$ ,  $\beta = 0.8$ ; 5 –  $\alpha = 4.5$ ,  $\beta = 0.9$ ; 6 –  $\alpha = 1.0$ ,  $\beta = 0.5$ .

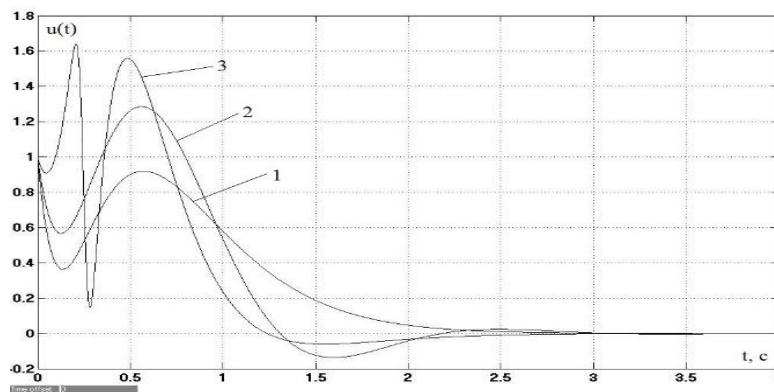


Рис. 2.58. Значення вихідного сигналу регулятора у випадку налаштування системи на: 1– форму Батерворта; 2– біноміальну форму; 3 - систему з нечітким регулятором з нестійкою підсистемою при параметрах параметризованої функції належності  $\alpha = 5.0$ ,  $\beta = 0.1$ .

В табл. 2.14 наведені показники роботи досліджуваних систем з нечітким регулятором з параметрами функцій належності, які є близькими до оптимальних налаштувань, а також при класичних налаштуваннях на стандартні біноміальну форму або форму Батерворта та запропонованим у



попередньому розділі нечітким регулятором на основі поєднання форми Баттерворта та біноміальної.

Таблиця 2.14

Порівняння ефективності застосування досліджуваних функцій належності нечіткого регулятора з нестійкою підсистемою з одним дійсним коренем

	Випадок нестійкої підсистеми			Біном (Бін)	Батерворт (Бат)	Нечіткий регулятор Баттарворт біном
	Функція L (L)	Ліва сигмо- їдальна (Л)	Парамет- рична (П)			
$I_1$	0.342	0.410	0.346	0.522	0.419	0,399
$I_2$	0.069	0.100	0.071	0.176	0.106	0,097
$I_3$	0.495	0.566	0.494	0.789	0.604	0,580
$I_4$	0.220	0.218	0.214	0.465	0.299	0,268
$I$	0.282	0.324	0.281	0.488	0.357	0,348
$t, c$	0.733	0.939	0.765	1.662	0.915	0,880
$t_{5\%}, c$	1.313	0.939	0.765	1.662	1.420	1,35
max	1.060	1.034	1.046	0.988	1.069	0,988

Аналіз даних табл. 2.14 дає змогу стверджувати, що функція L належності забезпечує вигреш до 2.5 разів в порівнянні з налаштуванням на біном та до 1.5 разів в порівнянні з налаштуванням на фільтр Батерворта. Проте у неї найбільше серед трьох функцій відносно максимальне перерегулювання та час входження в 5% зону майже вдвічі більший за час першого досягнення заданого рівня функціонування. З іншого боку, ліва сигмоїдальна функція належності має найменше, з трьох, відносно максимальне перерегулювання, та час входження в 5% зону дорівнює часу першого досягнення заданого рівня функціонування. Оптимальною з точки зору узагальненого інтегрального показника якості є параметрична функція.

За інтегральними показниками якості вона практично не відрізняється від функції  $L$  (за деякими навіть краща за неї) та забезпечує вигреш до 1.5 разів в порівнянні лівою сигмоїдальною функцією належності. При цьому відносне максимальне перерегулювання в цієї функції теж не виходить за межі 5% зони, а час виходу на заданий рівень функціонування найменший.

Порівняльний аналіз результатів табл. 2.13 та 2.14 дає підстави стверджувати, що при однакових налаштуваннях параметрів функцій належності нечіткого регулятора використання системи з нестійкою підсистемою з одним коренем в правій півплощині забезпечує менше перерегулювання при дещо гірших динамічних показниках у порівнянні з системою в якій застосовано підсистему з двома коренями у правій півплощині. До недоліків системи з непарною кількістю коренів у правій півплощині варто віднести і зміну усталеного значення вихідної координати системи залежно від параметрів функції належності.

#### *2.2.2.3. Вплив траєкторії руху коренів при переході з правої півплощини у ліву на характеристики системи.*

У випадку нестійкої підсистеми з двома коренями в правій півплощині у підрозділі 2.2.2.1 досліджувався випадок, коли корені рухаються по дугах кола радіусу  $\omega_0$ . Цей випадок досить легко реалізувати, використовуючи традиційні функції належності нечіткого регулятора у випадку постійних коефіцієнтів зворотніх зв'язків за змінними стану для кожної з областей. У той же час застосування нечіткого регулятора дає змогу реалізувати інші траєкторії руху коренів, зокрема зображені на рис. 2.59

Формування годографів, зокрема наведених на рис. 2.59, вимагає застосування нетипових функцій належності нечіткого регулятора. На етапі синтезу постає кілька альтернативних задач, які необхідно розв'язувати, зокрема задача знаходження коефіцієнтів зворотніх зв'язків при застосуванні традиційних функцій належності та задача знаходження значень функції

належності, які забезпечать рух коренів за траєкторіями, близькими до бажаних, у випадку застосування стандартних лінійних форм при обчисленні значень коефіцієнтів зворотніх зв'язків.

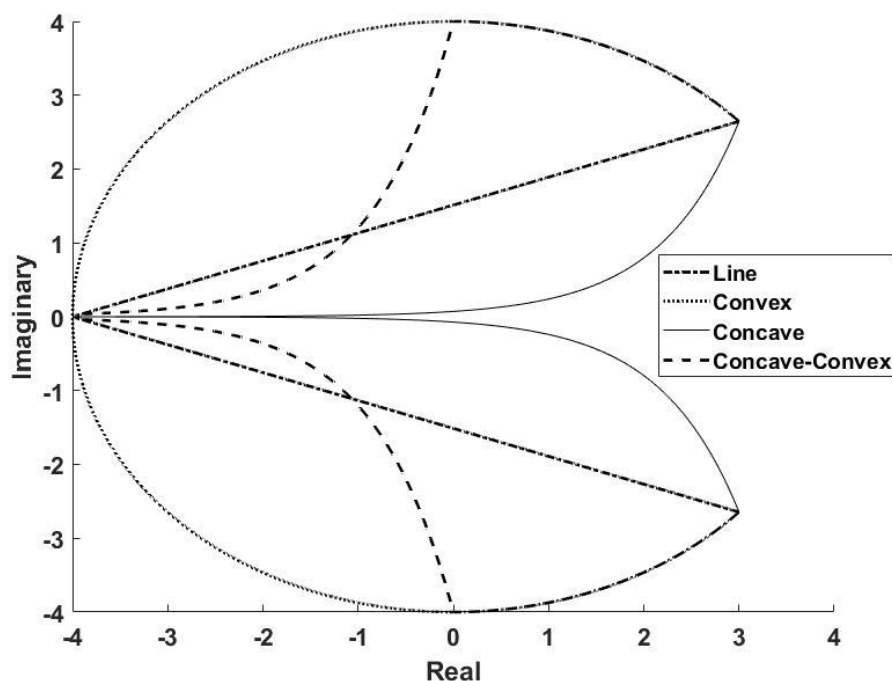


Рис. 2.59. Годографи руху коренів у випадку системи з нечітким регулятором.

У випадку коли універсальну множину розбито на дві підмножини, для кожної з яких задано свою функцію належності, коефіцієнти характеристичного поліному можна задати таким чином

$$\begin{aligned}
 H^i(p) = p^3 + a_2^i p^2 + a_1^i p + a_0^i = p^3 + \frac{\mu^i k_{11_1} + (1 - \mu^i) k_{11_2}}{T_{M1}} p^2 + \\
 + \left( \frac{1}{T_C T_{M2}} + \frac{1 + \mu^i k_{12_1} + (1 - \mu^i) k_{12_2}}{T_C T_{M1}} \right) p + \frac{\mu^i (k_{11_1} + k_{13_1}) + (1 - \mu^i) (k_{11_2} + k_{13_2})}{T_C T_{M1} T_{M2}}
 \end{aligned}$$

тобто

$$\begin{aligned}
a_2^i &= \frac{\mu^i k_{11\_1} + (1 - \mu^i) k_{11\_2}^i}{T_{M1}} \\
a_1^i &= \left( \frac{1}{T_C T_{M2}} + \frac{1 + \mu^i k_{12\_1} + (1 - \mu^i) k_{12\_2}^i}{T_C T_{M1}} \right) \\
a_0^i &= \frac{\mu^i (k_{11\_1} + k_{13\_1}) + (1 - \mu^i) (k_{11\_2}^i + k_{13\_2}^i)}{T_C T_{M1} T_{M2}}
\end{aligned} \tag{2.48}$$

де  $a_0^i, a_1^i, a_2^i$  - коефіцієнти характеристичного полінома, які забезпечують бажаний розподіл коренів в  $i$ -ій точці годографу; коефіцієнти  $k_{11\_1}, k_{12\_1}, k_{13\_1}$  - коефіцієнти зворотніх зв'язків, які забезпечують бажаний розподіл коренів стійкої підсистеми;  $k_{11\_2}^i, k_{12\_2}^i, k_{13\_2}^i$  - коефіцієнти, які при  $i=0$  відповідають розміщенню коренів нестійкої підсистеми;  $\mu_i$  - значення функції належності в  $i$ -ій точці годографа.

У випадку коли досліджується випадок традиційних функцій належності, значення коефіцієнтів зворотніх зв'язків розраховуються відповідно до формул, що безпосередньо впливають з (2.48):

$$\begin{aligned}
k_{11\_2}^i &= \frac{a_2^i T_{M1} - \mu^i k_{11\_1}}{1 - \mu^i} \\
k_{12\_2}^i &= \frac{\left( a_1^i - \frac{1}{T_C T_{M2}} \right) T_C T_{M1} - 1 - \mu^i k_{12\_1}^i}{(1 - \mu^i)} \\
k_{13\_2}^i &= \frac{a_0^i T_C T_{M1} T_{M2} - \mu^i (k_{11\_1} + k_{13\_1})}{(1 - \mu^i)} - k_{11\_2}^i
\end{aligned}$$

Для випадку двох коренів у правій півплощині (див. рис. 2.59) характеристичний поліном системи матиме вигляд

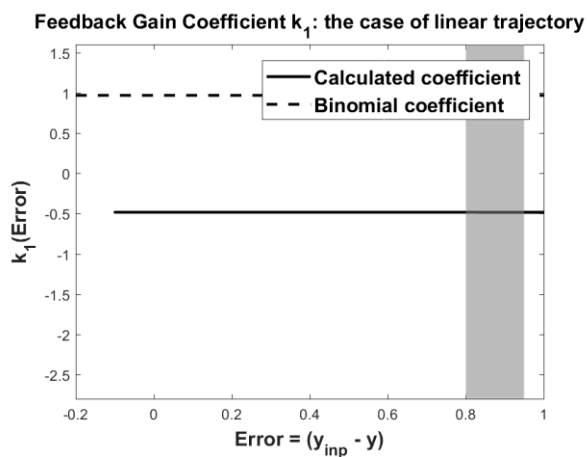
$$H(p) = (p - \omega) \left( p^2 - 2\alpha^0 p + \left( (\alpha^0)^2 + (\beta^0)^2 \right) \right),$$

де  $(-\omega; 0)$  - початкові координати кореня, що знаходиться в лівій площині,  $(\alpha^0; \beta^0), \alpha^0 \geq 0, \beta^0 \geq 0$  початкові координати кореня, що знаходиться в правій півплощині. Тут потрібно додатково наголосити, що і випадку формування

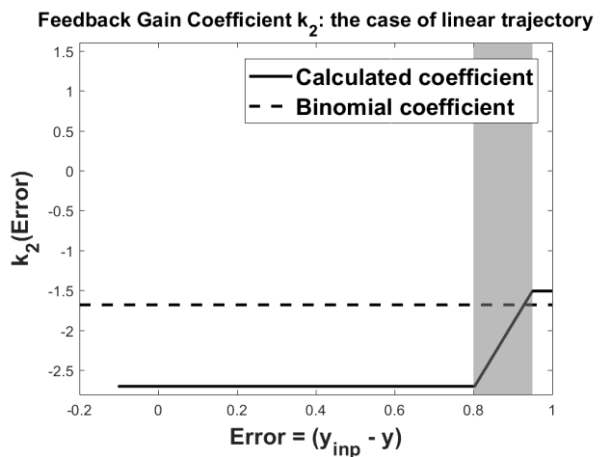
нетипових траекторій руху коренів динамічної системи  $(\alpha^0)^2 + (\beta^0)^2 \neq \omega^2$  в загальному випадку. Таким чином, значення коефіцієнтів характеристичного полінома набудуть вигляду:

$$\begin{aligned} a_2^i &= \omega - 2\alpha^i; \\ a_1^i &= \omega^2 - 2\alpha^i\omega; \\ a_0^i &= \omega((\alpha^i)^2 + (\beta^i)^2). \end{aligned}$$

Зміна значення координат коренів характеристичного полінома динамічної системи в досліджуваному випадку залежить від значення похибки розузгодження вихідного сигналу системи. Залежності зміни коефіцієнтів  $k_1, k_2, k_3$  для різних траекторій руху наведено на рисунках 2.59.1-2.59.4. Штрихованою лінією на рисунках позначено значення коефіцієнтів зворотніх зв'язків, що відповідають налаштуванню на стандартну біномальну форму. У випадку опуклої траекторії з рис. 2.59 коефіцієнти зворотніх зв'язків з рис. 2.59.2 є сталими



a)



б)

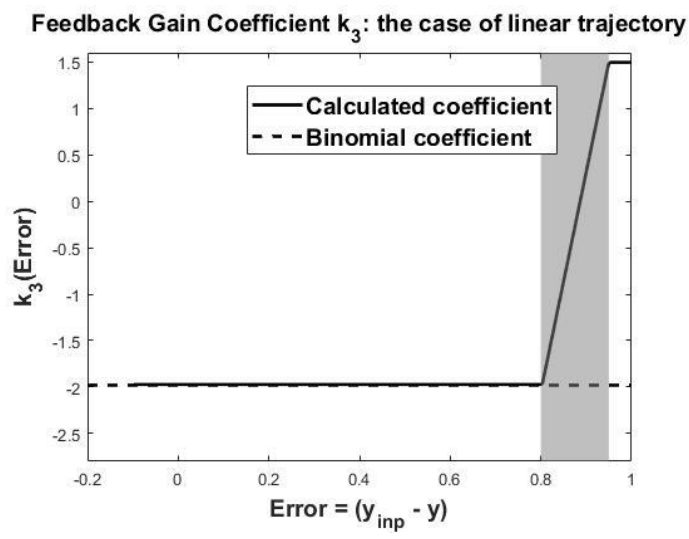
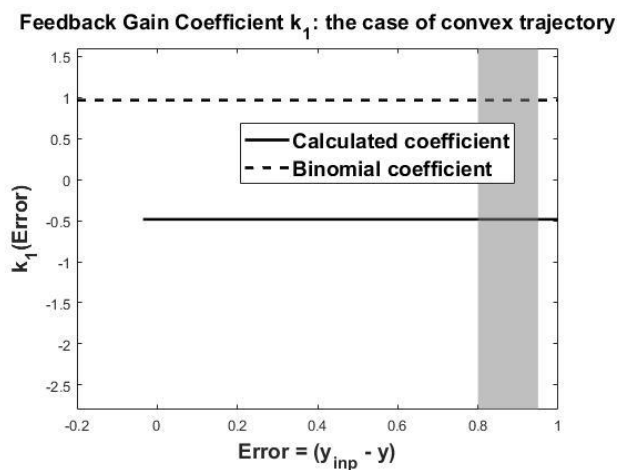
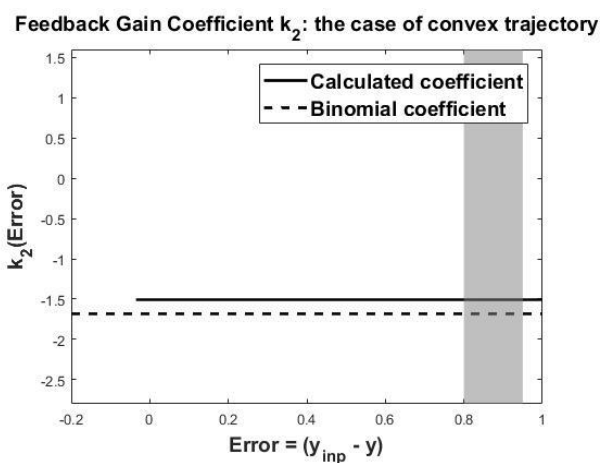


Рис. 2.59.1. Зміна коефіцієнтів зворотніх зв'язків у випадку лінійної траєкторії руху коренів: а) –  $k_1$ ; б) –  $k_2$ ; в) –  $k_3$ .



а)



б)

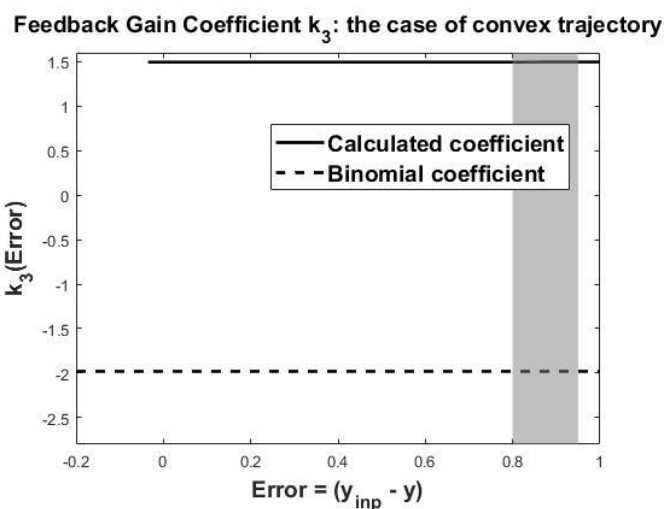
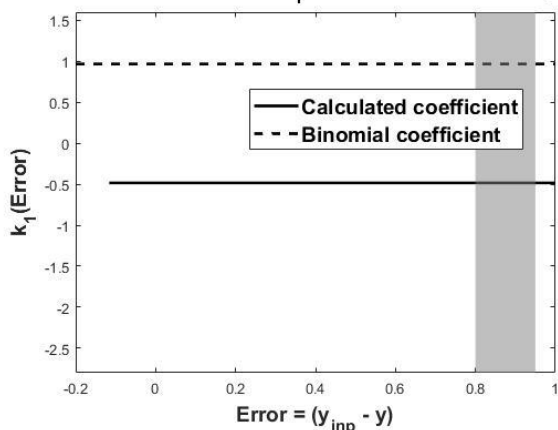


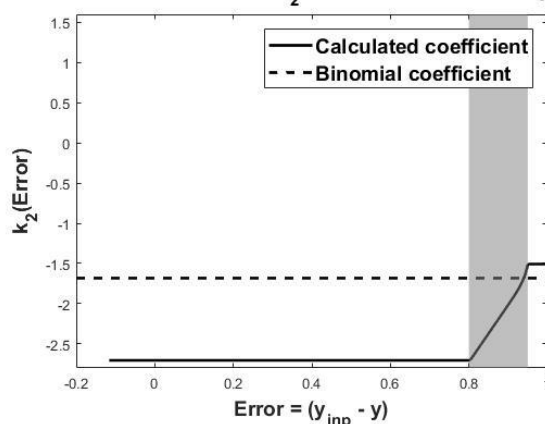
Рис. 2.59.2. Зміна коефіцієнтів зворотніх зв'язків у випадку опуклої траєкторії руху коренів: а) –  $k_1$ ; б) –  $k_2$ ; в) –  $k_3$ .

Feedback Gain Coefficient  $k_1$ : the case of concave trajectory



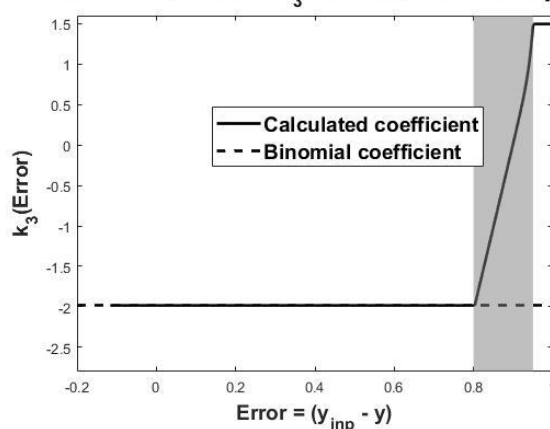
а)

Feedback Gain Coefficient  $k_2$ : the case of concave trajectory



б)

Feedback Gain Coefficient  $k_3$ : the case of concave trajectory



в)

Рис. 2.59.3. Зміна коефіцієнтів зворотніх зв'язків у випадку вгнутої траєкторії руху коренів: а) –  $k_1$ ; б) –  $k_2$ ; в) –  $k_3$ .

Опукло-вгнута траєкторія з рис. 2.59, якій відповідають коефіцієнти підсилення зворотніх зв'язків з рис. 2.59.4 утворена поєднанням частин траєкторії, якій відповідають коефіцієнти з рис. 2.59.2, та траєкторії, яка за характером зміни подібна до траєкторії, якій відповідають коефіцієнти з рис. 2.59.3.

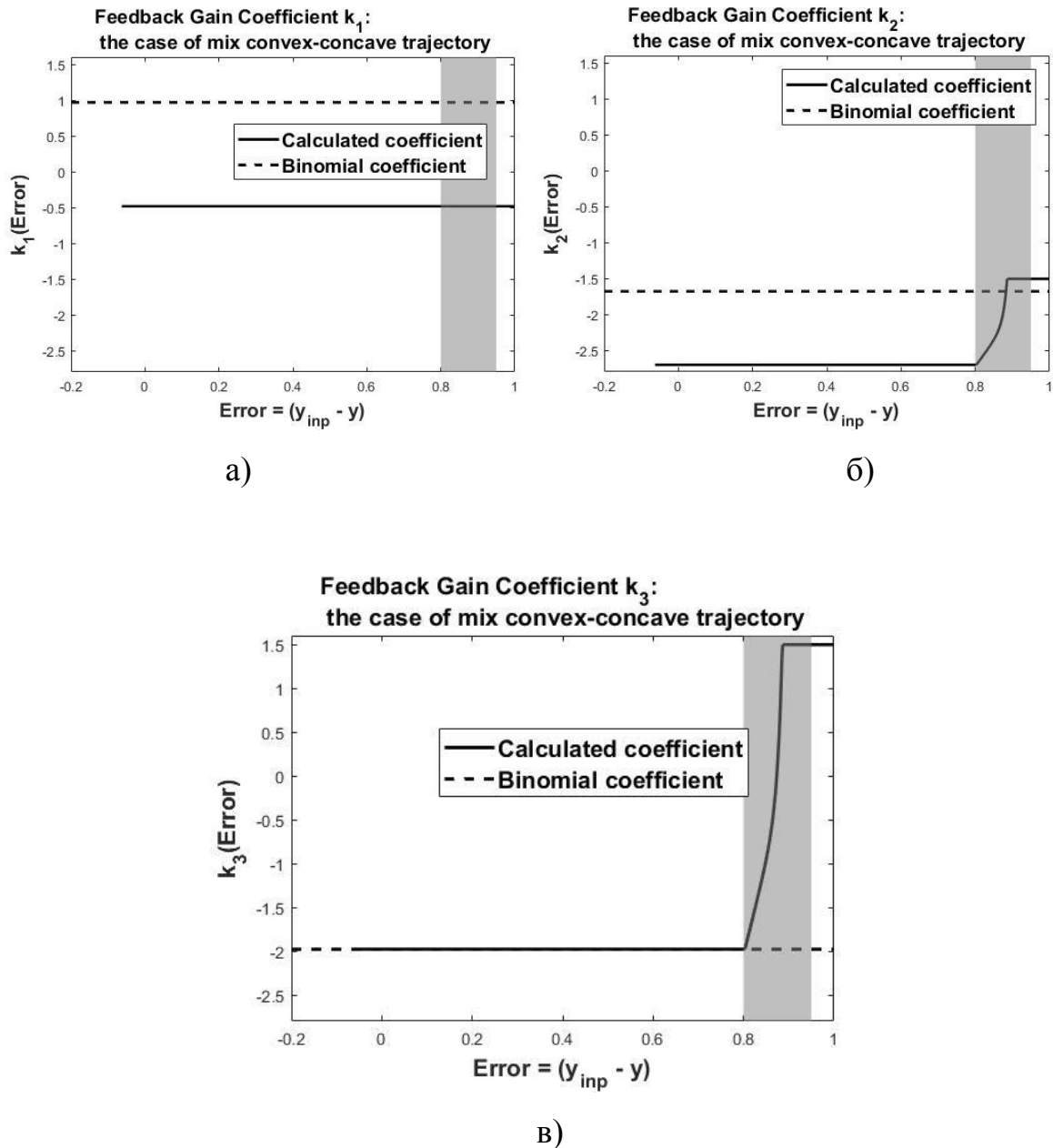
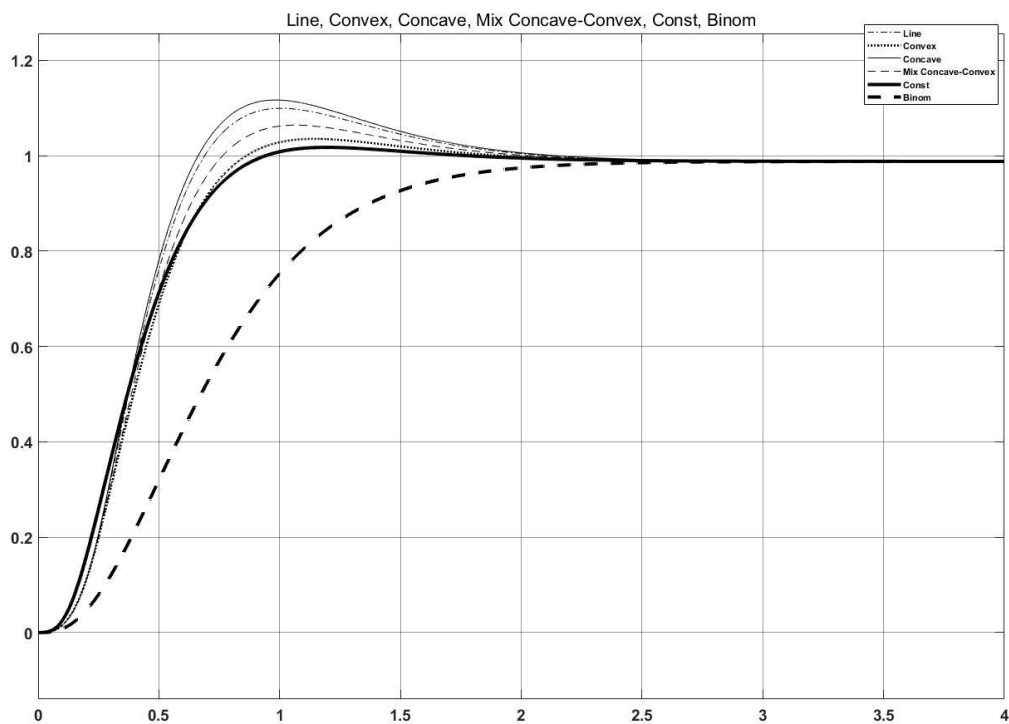


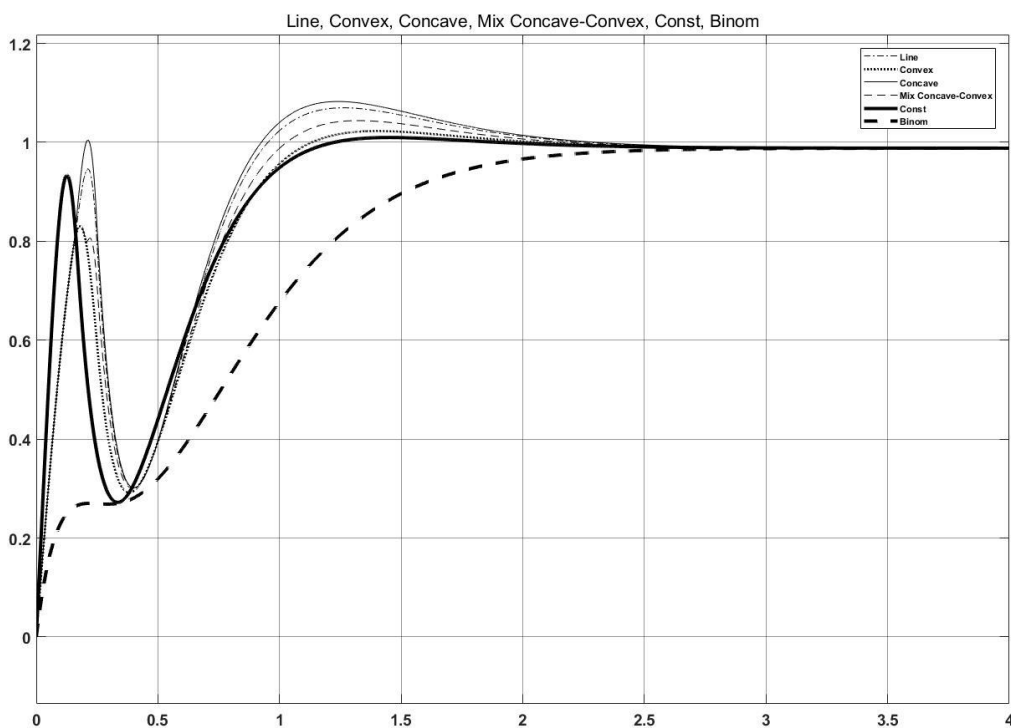
Рис. 2.59.4. Зміна коефіцієнтів зворотніх зв'язків у випадку опукло-вгнутої траєкторії руху коренів: а) –  $k_1$ ; б) –  $k_2$ ; в) –  $k_3$ .

Отримані для різних траєкторій руху коренів залежності вихідної та проміжних координат, наведені на рис. 2.60 – 2.62.

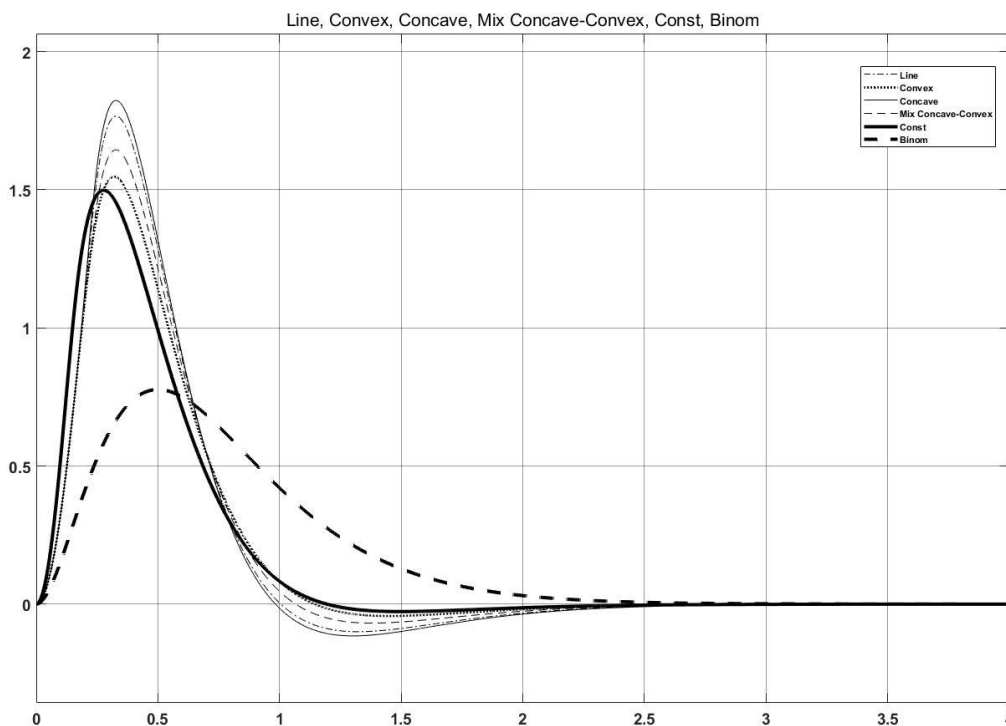




*Рис. 2.60. Траєкторії зміни вихідної координати системи для випадку наведених на рис. 2.59 годографів руху коренів*



*Рис. 2.61. Траєкторії зміни вихідного сигналу першої маси системи для випадку наведених на рис. 2.59 годографів руху коренів*



*Рис. 2.62. Траєкторії зміни вихідного сигналу другої компоненти вектору стану системи для випадку наведених на рис. 2.59 годографів руху коренів*

З наведених на рисунку результатів випливає, що траєкторія руху коренів системи суттєвим чином впливає на характеристики системи. Зокрема, змішана випукло-ввігнута траєкторія дозволяє пришвидшити перехідні процеси в системі, залишаючи максимальне перерегулювання системи в допустимих межах. Для порівняння на рис. 2.60 наведено вихідний сигнал системи для випадку налаштування коефіцієнтів зворотніх зв'язків на стандартну лінійну біноміальну форму. Як свідчать наведені результати, формування відповідних траєкторій руху коренів дозволяє суттєво підвищити швидкодію системи в порівнянні з традиційними методами синтезу регуляторів, зокрема, час виходу системи на усталене значення є майже вдвічі меншим за випадок застосування класичного підходу. При цьому залежності зміни проміжних координат (рис. 2.61 та 2.62) демонструють допустиме перерегулювання.

Варто також зазначити, що залежності зміни вихідного сигналу системи (рис. 2.60) отримані для однакових параметрів функцій належності. Враховуючи результати підрозділу 2.2.2.1, можна допустити, що оптимізація значень параметрів функції належності дозволить ще більше покращити динамічні характеристики системи, однак дана задача не ставилась у роботі.

Таким чином, можна стверджувати, що формування бажаних траєкторій руху коренів дає змогу дещо підвищити динамічні показники системи у порівнянні з траєкторією, яка отримується при постійних значеннях коефіцієнтів зворотніх зв'язків, однак суттєво ускладнює систему керування, оскільки вимагає динамічного переналаштування системи в процесі роботи системи.

Іншим варіантом формування бажаних траєкторій руху коренів є відповідний вибір функцій належності при застосуванні сталих значень коефіцієнтів зворотніх зв'язків.

Для випадку траєкторій руху коренів, що зображені на рис. 2.59, відповідні значення функцій належності можна спробувати визначити з (2.48). У випадку, якщо виконується умова  $\mu_2 = 1 - \mu_1$  отримаємо систему трьох рівнянь з одним невідомим. Більш загальним є випадок, коли рівність  $\mu_2 = 1 - \mu_1$  порушено. В такому випадку отримаємо систему з трьох рівнянь (2.49) з двома невідомими  $\mu_1$  та  $\mu_2$ .

$$\begin{aligned}
 a_2^i &= \frac{\mu_1^i k_{11-1} + \mu_2^i k_{11-2}}{T_{M1}} \\
 a_1^i &= \left( \frac{1}{T_C T_{M2}} + \frac{1 + \mu_1^i k_{12-1} + \mu_2^i k_{12-2}}{T_C T_{M1}} \right) \\
 a_0^i &= \frac{\mu_1^i (k_{11-1} + k_{13-1}) + \mu_2^i (k_{11-2} + k_{13-2})}{T_C T_{M1} T_{M2}}
 \end{aligned} \tag{2.49}$$

Відомо, що така система в загальному випадку не має розв'язку. Одним з методів наближеного розв'язання такої системи  $A\bar{\mu} = b$  є застосування

методу найменших квадратів для знаходження мінімуму  $\min_{\bar{\mu}} \|A\bar{\mu} - b\|$ , звідки випливає, що  $\mu = (A^T A)^{-1} A^T b$ , де  $A$  – матриця системи,  $b$  – вектор-стовбчик,  $\bar{\mu} = (\mu_1, \dots, \mu_n)$ , у даному випадку  $n = 2$ . В такому випадку отримаємо наближений розв’язок? який з деякою похибкою задовольнятиме усі рівняння системи.

Іншим підходом до розв’язку такої системи може бути розбиття системи на дві та розв’язання системи, яка стане таким чином визначеною. Для визначення шуканих змінних (функцій належності) в такому випадку одержуємо дві альтернативні системи рівнянь (2.47.1):

$$\begin{aligned} \mu_1^i &= \frac{a_2^i T_{M1} - \mu_2^i k_{11\_2}^i}{k_{11\_1}} \\ \mu_2^i &= \frac{\frac{k_{11\_1}}{k_{12\_1}^i} \left( \left( a_1^i - \frac{1}{T_C T_{M2}} \right) T_C T_{M1} - 1 \right) - a_2^i T_{M1}}{\frac{k_{11\_1} (k_{12\_2}^i)}{k_{12\_1}^i} - k_{12\_1}^i} \end{aligned} \quad (2.47.1)$$

та (2.47.2):

$$\begin{aligned} \mu_1^i &= \frac{a_2^i T_{M1} - \mu_2^i k_{11\_2}^i}{k_{11\_1}} \\ \mu_2^i &= \frac{a_0^i T_C T_{M1} T_{M2} - a_2^i T_{M1}}{k_{11\_1} (k_{11\_2}^i + k_{13\_2}^i) - k_{11\_2}^i (k_{11\_1}^i + k_{13\_1}^i)} \end{aligned} \quad (2.47.2)$$

Отриманий вигляд функцій належності для випадку, коли коефіцієнти зворотніх зв’язків для однієї з підсистем забезпечують налаштування на стандартну біноміальну форму, а іншої – формує розподіл з двома комплексно-спряженими коренями в правій півлощині, показано на рис. 2.63.

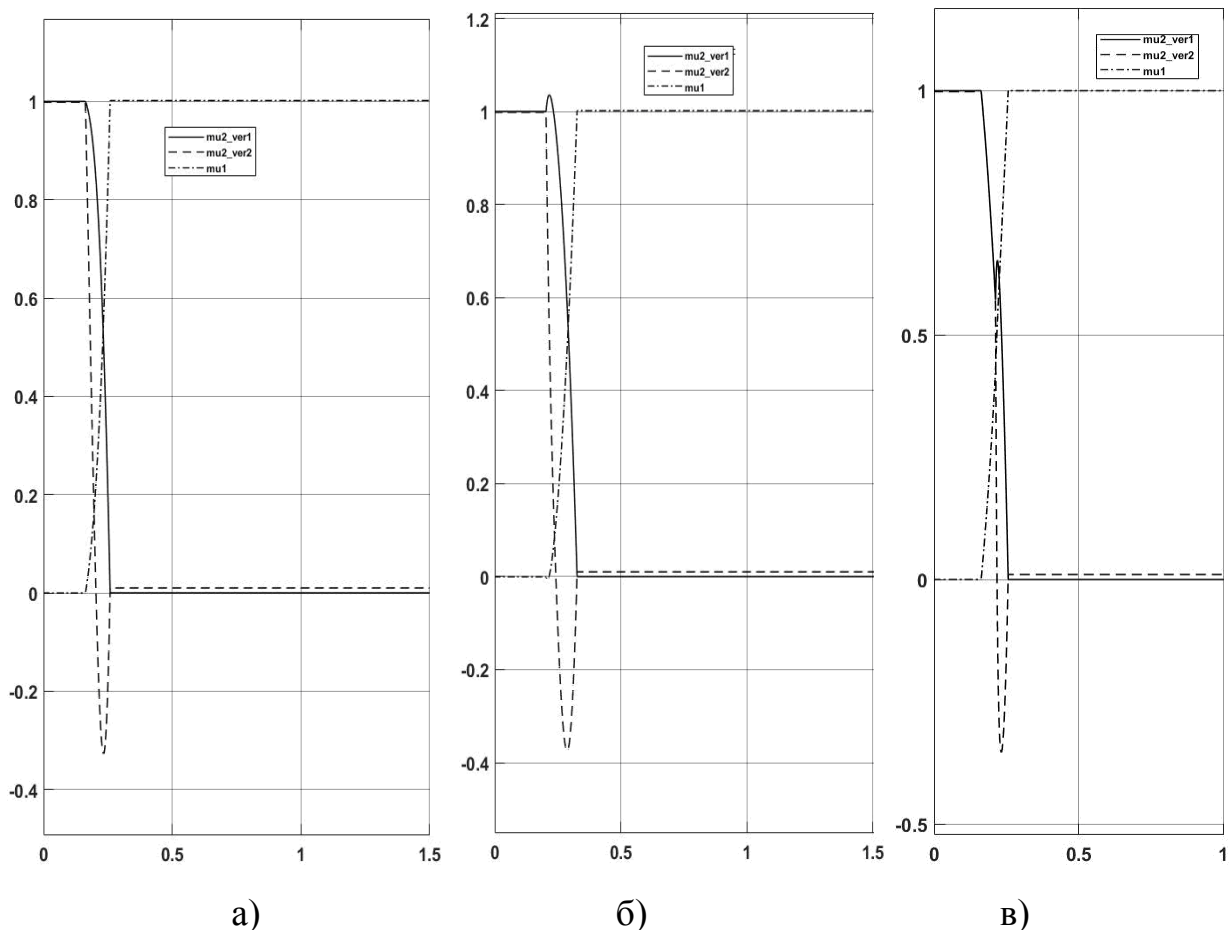


Рис. 2.63. Розраховані функції належності  $\mu_1$  – стійка підсистема;  $\mu_{2\_ver1}$  нестійка підсистема з використанням (2.46.1);  $\mu_{2\_ver2}$  нестійка підсистема з використанням (2.46.2) кожної з підсистем для випадку:

- а) - лінійна траєкторія з рис. 2.59;
- б) вгнутої траєкторії з рис. 2.59;
- в) змішаної опукло-вгнутої траєкторії з рис. 2.59.

Отримані значення функцій  $\mu_1$  та  $\mu_2$  виходять за межі відрізка  $[0; 1]$ , а тому не можуть бути функціями належності лінгвістичної змінної за означенням.

Для того, щоб система (2.49) для знаходження функцій належності була визначеною, можливим є введення додаткової змінної. У випадку системи з парною кількістю коренів у правій півплощині доцільним є збільшення кількості областей належності нечіткого регулятора, а, отже, необхідно

синтезувати ще одну множину коефіцієнтів  $k_{11_2}^i, k_{12_2}^i, k_{13_2}^i$ . У такому випадку система (2.46) набуде вигляду:

$$\begin{aligned}
 a_2^i &= \frac{\mu_1^i k_{11_1}^i + \mu_2^i k_{11_2}^i + \mu_3^i k_{11_3}^i}{T_{M1}} \\
 a_1^i &= \left( \frac{1}{T_C T_{M2}} + \frac{1 + \mu_1^i k_{12_1}^i + \mu_2^i k_{12_2}^i + \mu_3^i k_{12_3}^i}{T_C T_{M1}} \right) \\
 a_0^i &= \frac{\mu_1^i (k_{11_1}^i + k_{13_1}^i) + \mu_2^i (k_{11_2}^i + k_{13_2}^i) + \mu_3^i (k_{11_3}^i + k_{13_3}^i)}{T_C T_{M1} T_{M2}}
 \end{aligned} \tag{2.50}$$

а її розв'язком є:

$$\begin{aligned}
 \mu_1 &= \frac{a_2^i T_{M1} - \mu_2^i k_{11_2}^i - \mu_3^i k_{11_3}^i}{k_{11_1}^i} \\
 \mu_2 &= \frac{1 - \left( a_1^i - \frac{1}{T_C T_{M2}} \right) T_C T_{M1} + a_2^i T_{M1} \frac{k_{12_1}^i}{k_{11_1}^i} - \mu_3^i \frac{k_{11_3}^i k_{12_1}^i}{k_{11_1}^i} + \mu_3^i k_{12_3}^i}{\frac{k_{11_2}^i k_{12_1}^i}{k_{11_1}^i} - k_{12_2}^i} \\
 \mu_3 &= \frac{a_0^i T_C T_{M1} T_{M2} - a_2^i T_{M1} \frac{k_{11_1}^i + k_{13_1}^i}{k_{11_1}^i}}{Z} - \\
 &\frac{\frac{k_{11_2}^i + k_{13_2}^i - k_{11_2}^i (k_{11_1}^i + k_{13_1}^i)}{\frac{k_{11_2}^i k_{12_1}^i}{k_{11_1}^i} - k_{12_2}^i} \left[ 1 - \left( a_1^i - \frac{1}{T_C T_{M2}} \right) T_C T_{M1} + a_2^i T_{M1} \frac{k_{12_1}^i}{k_{11_1}^i} \right]}{Z}, \\
 Z &= \left[ k_{12_3}^i - \frac{k_{11_3}^i k_{12_1}^i}{k_{11_1}^i} \right] \frac{k_{11_2}^i + k_{13_2}^i - k_{11_2}^i \frac{k_{11_1}^i + k_{13_1}^i}{k_{11_1}^i}}{\frac{k_{11_2}^i k_{12_1}^i}{k_{11_1}^i} - k_{12_2}^i} + \left( k_{11_3}^i + k_{13_3}^i - k_{11_3}^i \frac{k_{11_1}^i + k_{13_1}^i}{k_{11_1}^i} \right)
 \end{aligned} \tag{2.51}$$

На рис. 2.64 зображено отримані функції належності при формуванні відповідних траєкторій руху коренів для випадку, коли коефіцієнти зворотніх зв'язків для однієї з підсистем забезпечують налаштування на стандартну біноміальну форму, іншої – формує розподіл з двома комплексно-спряженими коренями в правій півлощині, а додаткової – розміщення пари

комплексно-спряжених коренів в області близької до місця перетину траєкторією руху коренів уявної осі.

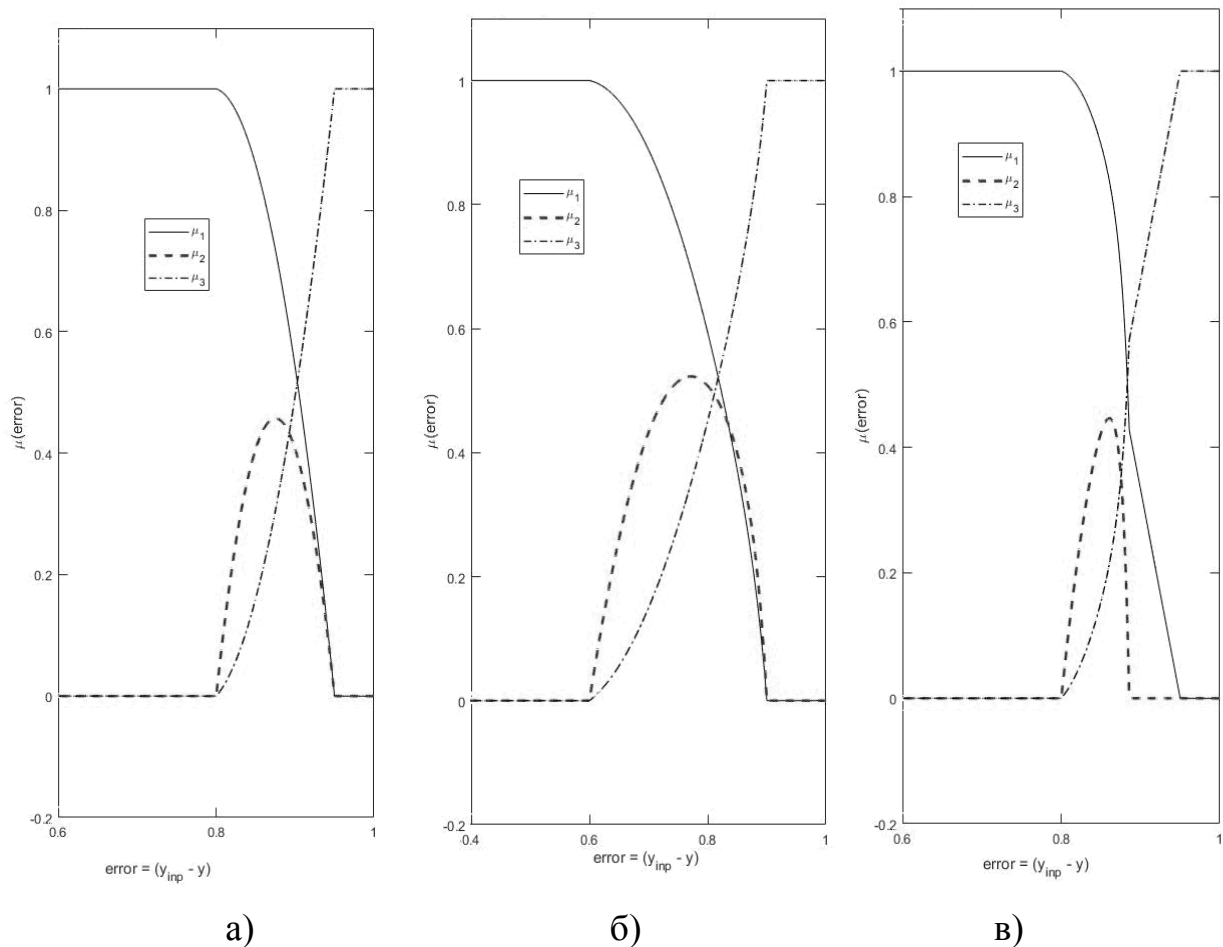


Рис. 2.64. Розраховані функції кожної з підсистем для випадку:

- а) - лінійна траєкторія з рис. 2.59;
- б) вгнутої траєкторії з рис. 2.59;
- в) змішаної опукло-вгнутої траєкторії з рис. 2.59.

Варто зазначити, що використаний підхід дав змогу алгебраїзувати одну з задач синтезу нечіткого регулятора, а саме вибір вигляду та знаходження параметрів функцій належності нечіткого регулятора. Таким чином, задача синтезу нечіткого регулятора може бути трансформованою у задачу забезпечення відповідної траєкторії руху коренів шляхом синтезу коефіцієнтів, що забезпечують початкове, кінцеве та, за необхідності, певне проміжне розміщення коренів і знаходження вигляду та параметрів функцій

належності шляхом розв'язування системи алгебраїчних рівнянь на відповідному кроці траєкторії руху коренів.

Аналіз отриманих результатів при формуванні певних траєкторій руху коренів дає змогу стверджувати, що суттєве ускладнення системи керування не призводить до істотного покращення динамічних характеристик системи.

### *2.2.3. Порівняння системи з нечітким регулятором та системи з оптимальним керуванням.*

Для вирішення задачі максимальної швидкодії для неперервних систем традиційно застосовують принцип максимуму Понтрягіна [274]. Однак, коли на проміжні координати системи є накладені обмеження, часто застосовують алгоритми типу bang-bang [142], основною ідеєю яких є перемикання сигналу керування між низкою екстремальних значень. Задачі такого типу виникають, зокрема, при мінімізації часу очищення стоків [138], задачі мінімізації часу протікання процесів в реакторі [34], в робототехніці [45, 85] тощо. Порівняння запропонованого підходу з використанням нестійкої підсистеми з класичними методами проведемо на прикладі системи другого порядку.

Щоб продемонструвати переваги пропонованого підходу, будемо порівнювати отримані результати за допомогою класичних регуляторів, синтезованих різними методами оптимального керування.

Для цього розглянемо просту лінійну систему:

$$\left. \begin{aligned} T \frac{dx_1}{dt} &= k \cdot u; \\ \frac{dx_2}{dt} &= -x_1. \end{aligned} \right\} \quad (2.52)$$

де  $T=0.5$  та  $k=0.3$  є сталим. Ця система традиційно використовується в класичній теорії керування для демонстрації ефективності класичних методів. Система (2.52) досліджена в [16] і використовується там, щоб



ілюструвати розв'язання задачі оптимального керування. Там для системи, якій треба забезпечити максимальну швидкодiю, отриманi такi регулятори:

1. Метод варіаційного числення

$$u(t) = \frac{1 \cdot k}{2\lambda T} \cdot t + \frac{T}{k} \cdot c_1$$

де  $\lambda = 1, c_1 = 0.1$  є сталими величинами.

2. Принцип динамічного програмування

$$u = -\frac{1}{\sqrt{k_2}} \cdot \sqrt{1 + \frac{4}{3k_1} \sqrt{k_2} \cdot x_1},$$

$$k_1 = \frac{k}{T}$$

де  $k_2 = 0.1$  є константою.

3. Принцип максимуму Понтрягіна

$$u(t) = -\frac{\psi_1 \cdot k_1}{2k_2 \cdot \psi_3}$$

де  $k_2 = 0.1$  є константою,  $\psi_1 = 1, \psi_3 = 2.5$  сталі розв'язки спряженої зарачі.

Багато досліджень намагаються запровадити контролер типу bang-bang [7] для оптимального управління, що мінімізує одиничний інтеграл за часом. Це призводить до швидкого перемикання керуючого впливу. Проведено порівняння також і цього підходу з підходом, що використовує пропонуваній нечіткий регулятор.

Структура пропонуваного нечіткого контролера має такий вигляд:

$$IF e(t) \text{ in Small THEN } u(t) = k_{11}^{small} * x_1 + k_{12}^{small} * x_2 + u_0,$$

$$IF e(t) \text{ in Large THEN } u(t) = k_{11}^{large} * x_1 + k_{12}^{large} * x_2 + u_0,$$

де  $e(t)$  це похибка між вихідним сигналом системи та робочою точкою, *Small* та *Large* - це нечіткі терми,  $u_0$  - це еталонний сигнал,  $k_{1j}^\alpha, j = \overline{1,2}, \alpha = \{small, large\}$  - коефіцієнти підсилення зворотніх зв'язків, які обчислюються до початку моделювання системи. Ці коефіцієнти визначають координати розміщення коренів характеристичного поліному системи, тобто

налаштовують регулятор на стандартну лінійну біноміальну форму, або стандартну лінійну форму Баттерворта або переводячи систему в область нестійкості.

На початковому етапі, у зоні великих коливань, синтезований регулятор забезпечує розміщення двох коренів у правій частині s-площини. Було застосовано трикутні функції належності (див. [40]).

Порівняння ефективності застосування пропонованого підходу в порівнянні з оптимальними регуляторами показано на рис. 2.65

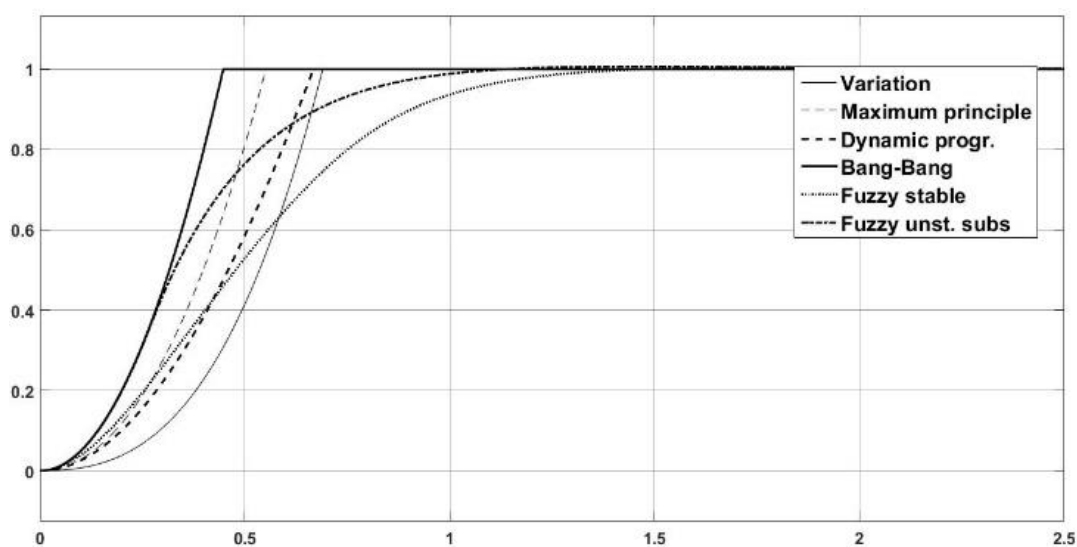


Рис.2.65. Вихідний сигнал  $x_2(t)$  системи (2.52) при застосуванні різних регуляторів.

У разі застосування нечіткого регулятора, час досягнення робочої точки є більшим, але перехідні процеси в разі застосування нечіткої системи з нестійкою підсистемою, на початковому етапі, за швидкодією є таким же як і регулятор типу bang-bang. Нечітка система з стійкими підсистемами забезпечує перехідний процес, який на початковому етапі можна порівняти по характеристиках з принципом максимуму, але водночас забезпечує плавний підхід до заданої точки. Незважаючи на те, що оптимальні регулятори мають більшу швидкодію, ніж нечіткий регулятор, коли вони досягають робочої точки, виникає перерегулювання.

Це означає, що виникає необхідність застосувати інший тип регулятора, який би забезпечував плавний підхід до заданої точки.

#### 2.2.4. Аналітичне підтвердження адекватності отриманих результатів.

Як і у підрозділі 2.1.4 з врахуванням, що  $\mu_2 = 1 - \mu_1$  розіб'ємо проміжок  $t \in [0, T]$  на достатньо малі ділянки, де значення змінної  $\mu_1(e(t))$  можна вважати сталим. Будемо проводити дослідження для різних випадків початкового розташування коренів характеристичного полінома досліджуваної системи, використовуючи наведені у згаданому підрозділі математичні вирази для визначення коефіцієнтів.

Для парної кількості дійсних коренів у правій півплощині для системи третього порядку можливі наступні випадки:

1) корені відповідних характеристичних поліномів в крайні моменти часу є дійсні. Більш того, в момент часу  $t_0$  усі корені мають додатні дійсні частини та один з коренів знаходиться в  $(-\omega_0, 0)$ , а два інші, що рівні між собою, – ні. В такому випадку рух коренів при зміні функції належності показано на рис. 2.30б. На рис. 2.66 показано отриманий аналітично вихідний сигнал системи при різних кількостях інтервалів розбиття.

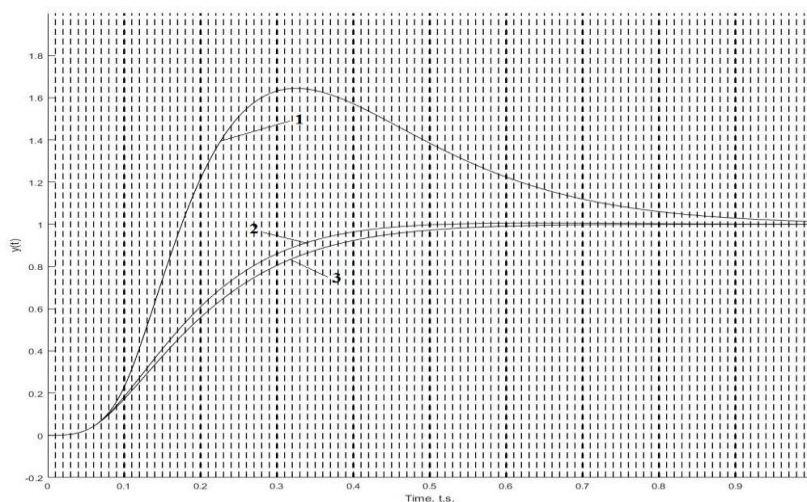
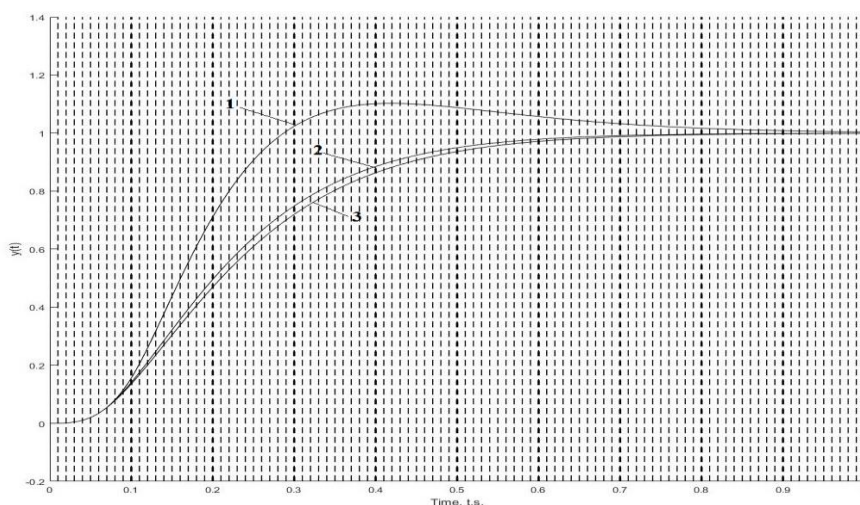


Рис. 2.66. Вихідний сигнал системи у випадку 1 – аналітичного розв'язку при  $n = 10$ , 2 – аналітичного розв'язку при  $n = 100$ , 3 – результат моделювання поведінки системи.

2) в початковий момент часу два корені є комплексноспряженими з додатними дійсними частинами, а третій, дійсний, знаходиться в  $(-\omega_0, 0)$ . В такому випадку годограф руху коренів при зміні функції належності показано на рис. 2.30в. Як і у попередньому випадку, рух коренів відбувається по дугах кола радіусу  $\omega_0$ . Отже, випадок двох комплексноспряжених коренів при аналітичному дослідженні системи можна трактувати як частковий випадок системи з двома дійсними коренями у правій півплощині.



2.67. Вихідний сигнал системи у випадку 1 – аналітичного розв’язку при  $n=10$ , 2 – аналітичного розв’язку при  $n=100$ , 3 – результат моделювання поведінки системи.

На рис. 2.67 показано аналітичний розв’язок системи при різній кількості інтервалів розбиття. Аналогічно попередньому випадку, кількість інтервалів впливає на точність отриманого результату.

У випадку коли всі корені в крайніх точках є дійсними, і в момент часу  $t_0$ , два корені знаходиться в  $(-\omega_0, 0)$ , а один в правій півплощині рух коренів при зміні функції належності відповідає показаному на рис. 2.30 а), а на рис.

2.68 наведено отримані вихідні сигнали при аналітичному розв'язку системи за різної кількості інтервалів розбиття.

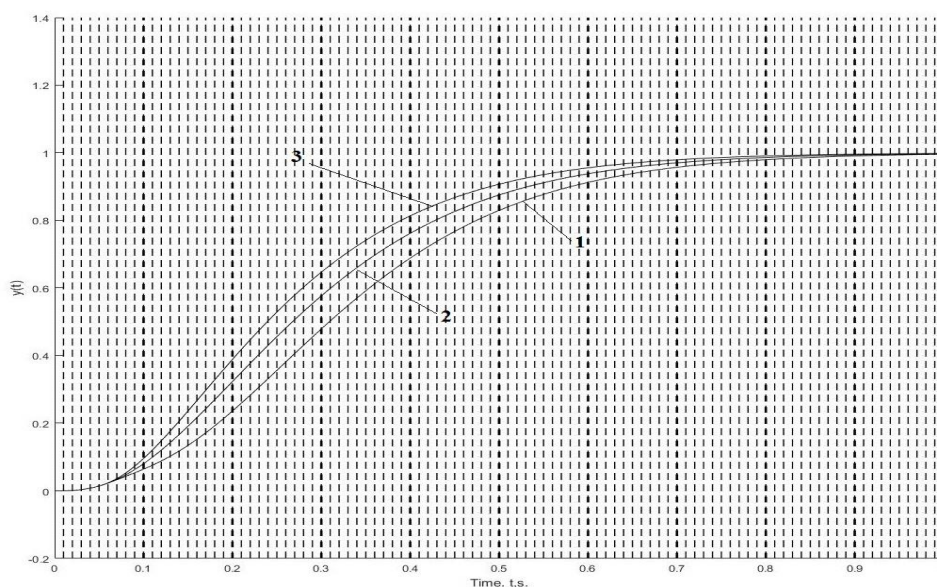


Рис. 2.68. Вихідний сигнал системи у випадку 1 – аналітичного розв'язку при  $n=10$ , 2 – аналітичного розв'язку при  $n=100$ , 3 – результат моделювання поведінки системи.

Отримані аналітичним способом результати підтверджують, що при  $n \rightarrow \infty (\Delta t \rightarrow 0)$  аналітичний розв'язок та результати моделювання системи в середовищі Matlab співпадають, а отже можна стверджувати про адекватність отриманих результатів моделювання.

### 2.2.5. Формування коливних режимів у системі з нечітким регулятором та нестійкою підсистемою

Застосування нечіткого регулятора з нестійкою підсистемою за умови, що кількість лінгвістичних змінних  $N=3$  теоретично дає можливість отримувати системи з новими властивостями, зокрема формувати коливні режими з певною амплітудою та частотою для заданих значень вихідної координати системи. Структура нечіткого регулятора в такому випадку буде наступною: для двох крайніх областей належності формуються стійкі

підсистеми, розміщення коренів в яких відповідає одній з обраних стандартних форм, а для центральної області – нестійка підсистема з парною або непарною кількістю коренів у правій півплощині. Дослідження роботи нечіткого регулятора виконаємо для системи третього порядку (2.43) у випадку лінійних функцій належності (рис. 2.69) та гравітаційного методу дефазифікації.

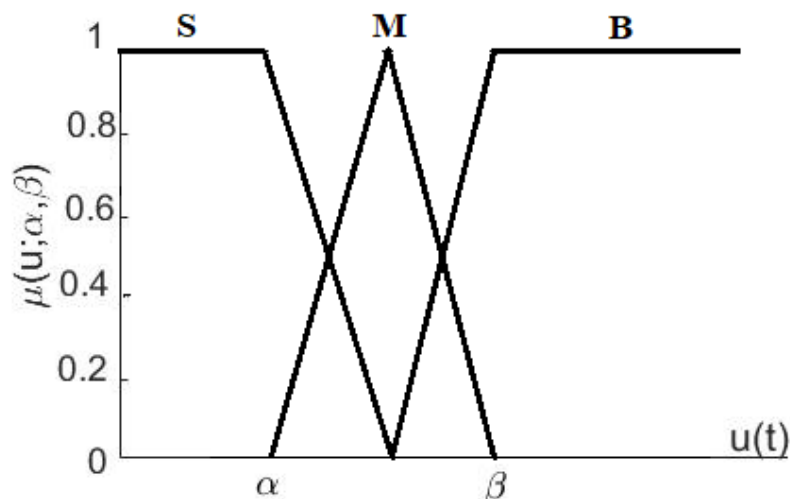
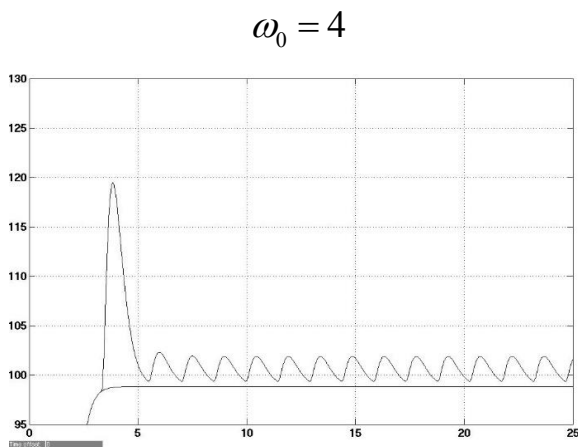
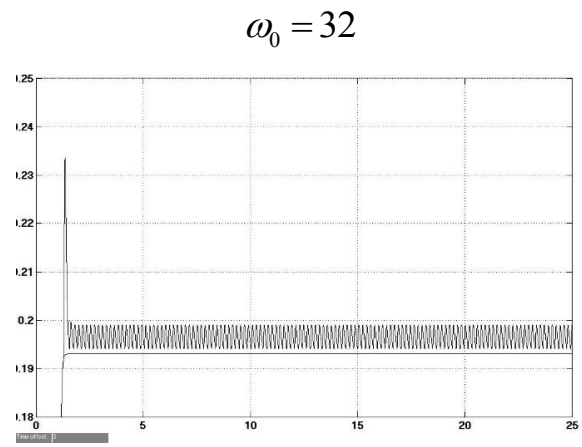


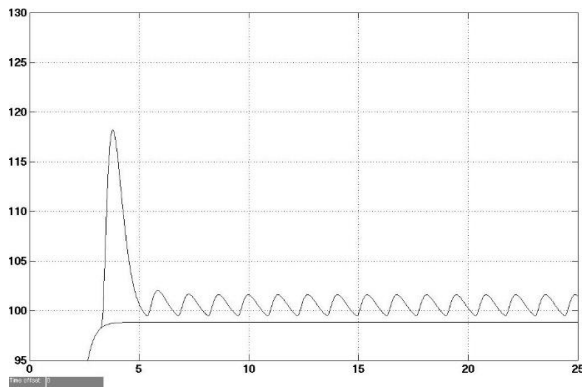
Рис. 2.69. Функції належності нечіткого регулятора



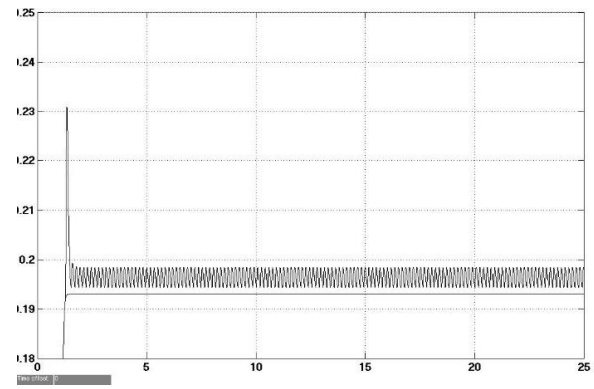
$\Delta\alpha = 0.2 \quad \alpha^* = 0.5$



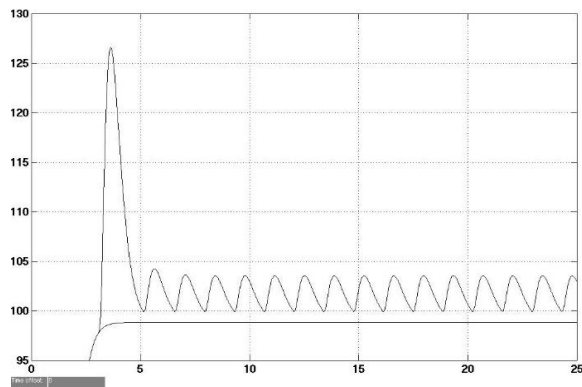
$\Delta\alpha = 0.2 \quad \alpha^* = 0.5$



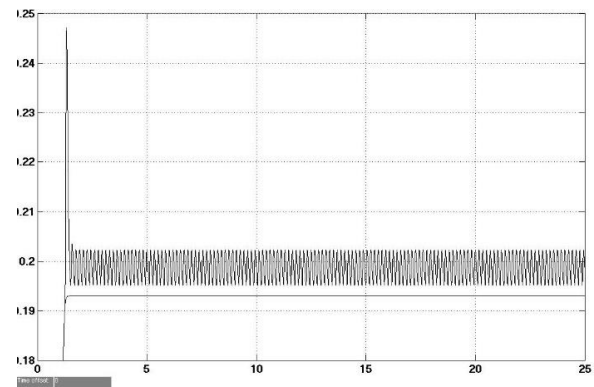
$$\Delta\alpha = 0.5 \quad \alpha^* = 0.5$$



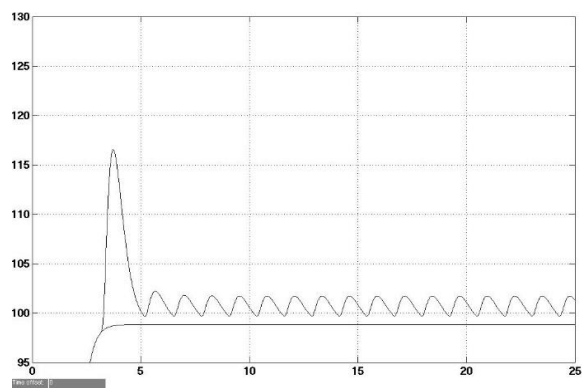
$$\Delta\alpha = 0.5 \quad \alpha^* = 0.5$$



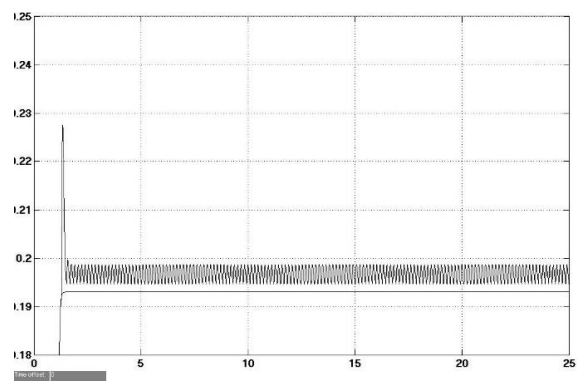
$$\Delta\alpha = 0.5 \quad \alpha^* = 1.0$$



$$\Delta\alpha = 0.5 \quad \alpha^* = 1.0$$



$$\Delta\alpha = 1.0 \quad \alpha^* = 0.5$$



$$\Delta\alpha = 1.0 \quad \alpha^* = 0.5$$

*Рис. 2.70. Вплив параметрів функцій належності та значення середньо-геометричного кореня на амплітуду та частоту коливань у випадку нестійкої підсистеми з одним коренем.*

Як продемонстрували результати попередніх досліджень, при визначених значеннях коефіцієнтів зворотніх зв'язків, що забезпечують певне розміщення коренів характеристичного полінома замкненої системи, вагомий вплив на поведінку системи мають параметри функції належності.

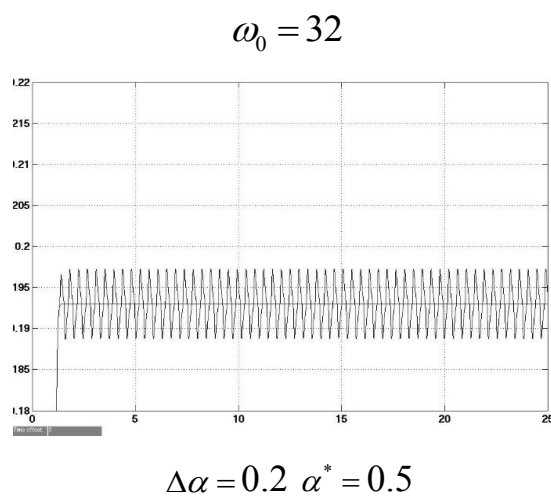
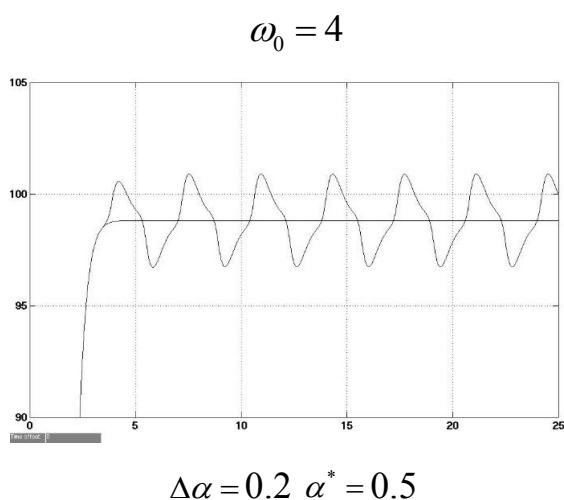
Для зручності замість параметрів функцій належності використаємо похідні від них величини:  $\Delta\alpha$  – це ширина інтервалу і  $\alpha^*$  є середина інтервалу:

$$\Delta\alpha = \beta - \alpha,$$

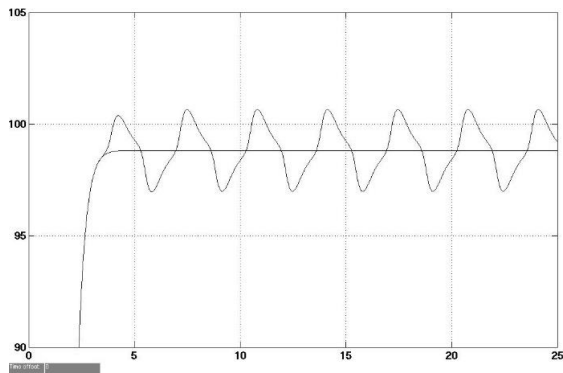
$$\alpha^* = 0.5 \cdot (\alpha + \beta).$$

Очевидно, що поведінка системи буде залежати і від величини середнього геометричного-кореня  $\omega_0$ .

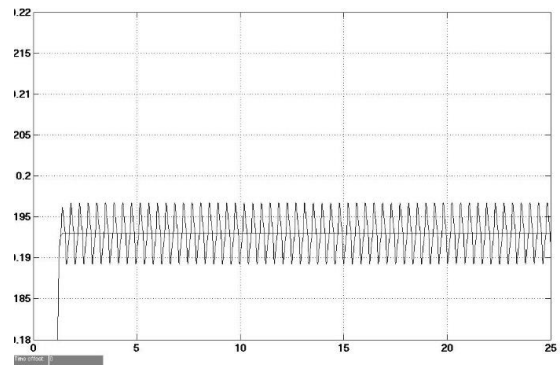
Результати досліджень системи з підсистемою з одним дійсним коренем у правій півплощині наведено на рис. 2.70. У такій системі зміна величини середньгеометричного кореня забезпечує зміну частоти коливань. Середнє значення вихідного сигналу залежить від сигналу завдання та значення параметра  $\alpha^*$ , а амплітуда коливань залежить від  $\Delta\alpha$ . Так, збільшення  $\Delta\alpha$  призводить до зменшення амплітуди коливань. Коливання відбуваються внаслідок переходу від стійкої підсистеми до нестійкої. Оскільки всі корені характеристичного полінома є дійсними, і нестійка поведінка підсистеми забезпечується тільки компонентом  $e^{\omega_0 x}$ , який є монотонно зростаючою функцією, тому середнє значення вихідної величини піднімається вгору в порівнянні зі стійкою системою, вихідний сигнал якої визначається сигналом завдання.



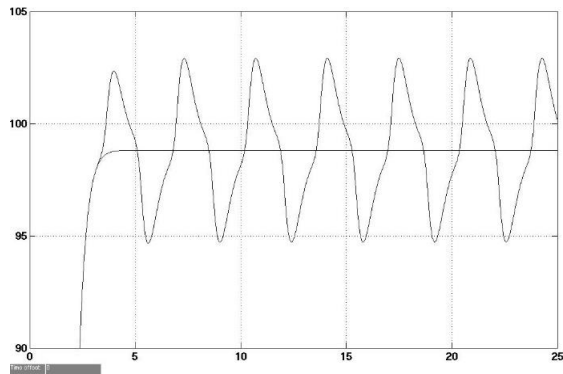




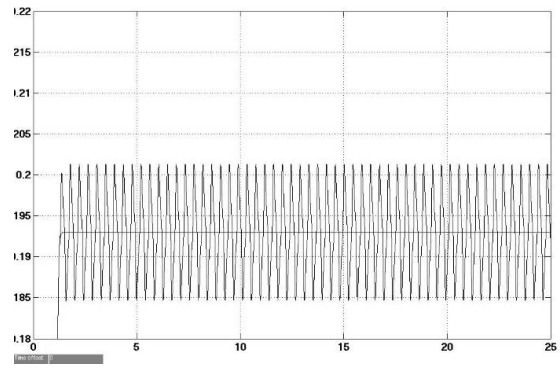
$$\Delta\alpha = 0.5 \quad \alpha^* = 0.5$$



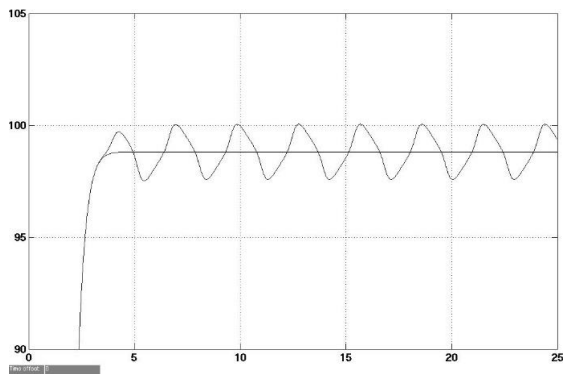
$$\Delta\alpha = 0.5 \quad \alpha^* = 0.5$$



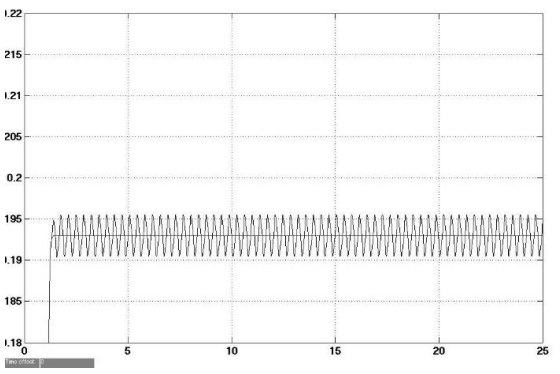
$$\Delta\alpha = 0.5 \quad \alpha^* = 1.0$$



$$\Delta\alpha = 0.5 \quad \alpha^* = 1.0$$



$$\Delta\alpha = 1.0 \quad \alpha^* = 0.5$$



$$\Delta\alpha = 1.0 \quad \alpha^* = 0.5$$

*Рис. 2.71. Вплив параметрів функцій належності та значення середньо геометричного кореня на амплітуду та частоту коливань у випадку нестійкої підсистеми з парою комплексно-спряжених коренів.*

У разі системи з двома коренями в правій півплощині, поведінка системи має дещо інший характер (рис. 2.71). На відміну від випадку системи з нестійкою підсистемою з одним коренем у правій півплощині, у системі з двома комплексно-спряженими коренями у правій півплощині середнє

значення вихідного сигналу практично не залежить від параметрів  $\alpha^*$  та  $\Delta\alpha$ . Коливний характер вихідного сигналу обумовлено не тільки переходом між стійкими і нестійкою підсистемами, але і наявністю комплексно спряжених коренів з додатною дійсною частиною, тобто наявність члена  $e^{-cx}(\cos dx + i \sin dx)$  в розв'язку диференціального рівняння, що описує поведінку системи. Залежність амплітуди коливань від параметра  $\Delta\alpha$  є така сама, як і в випадку, коли нестійка підсистема має один корінь з додатною дійсною частиною.

Попередні дослідження стосувалися реакції системи на сигнал завдання. У той же час на системи, які функціонують у реальних умовах діють зовнішні збурення. Під дією цих збурень система може перейти в іншу робочу зону. Результати досліджень системи з підсистемою з одним коренем у правій півплощині наведено на рис. 2.72. На рис. 2.73 показано поведінку системи у випадку підсистеми з двома коренями у правій півплощині.

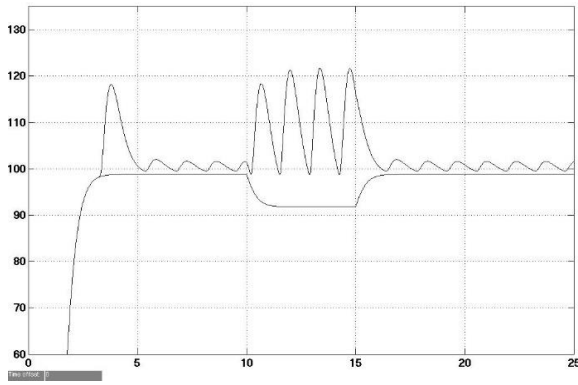
Вплив збурення починається в момент часу, що рівний 10 секунд і припиняється через 5 секунд. При дії збурень, в деяких випадках, на відміну від класичної системи, зростає значення вихідного сигналу. Це відбувається тому, що передавальна функція системи за збуренням має вигляд [30]:

$$W_c(p) = - \frac{p \left( p + \frac{k_1^*}{T_{m1}} \right) + \frac{k_2^* + 1}{T_{m1} \cdot T_c}}{p^3 + p^2 \frac{k_1^*}{T_{M1}} + p \left( \frac{1}{T_c T_{M2}} + \frac{k_2^* + 1}{T_c T_{M1}} \right) + \left( \frac{k_1^* + k_3^*}{T_c T_{M1} T_{M2}} \right)}$$

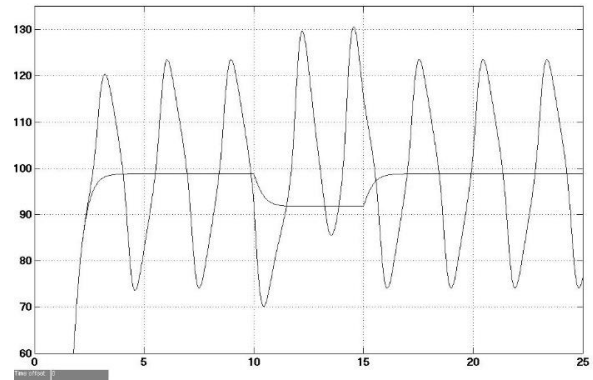
і при зміні  $k_i^*, i = \overline{1, 3}$ , відповідно, на  $k_i^* = \mu \cdot k_{i-1} + (1 - \mu) \cdot k_{i-2}$ ,  $i = \overline{1, 3}$

може змінювати свій знак.

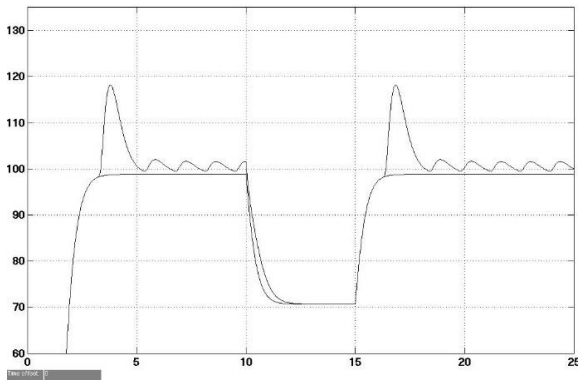
Під дією навантаження система може вийти із зони коливних режимів. Якщо навантаження зняти повністю, то в системі з'являться ті ж коливання, що й перед завантаженням.



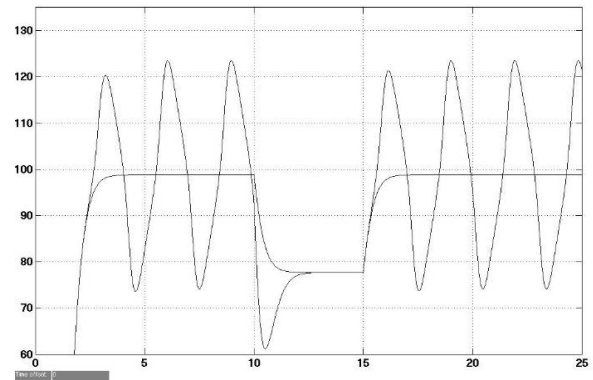
a)  $10\%M_n$   $\alpha^* = 0.5, \Delta\alpha = 0.5, \omega_0 = 4$



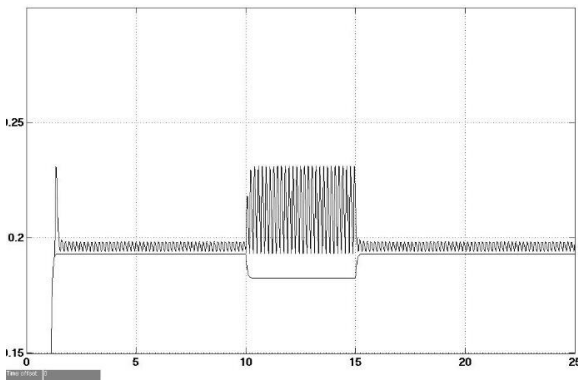
a)  $10\%M_n$   $\alpha^* = 10, \Delta\alpha = 20, \omega_0 = 4$



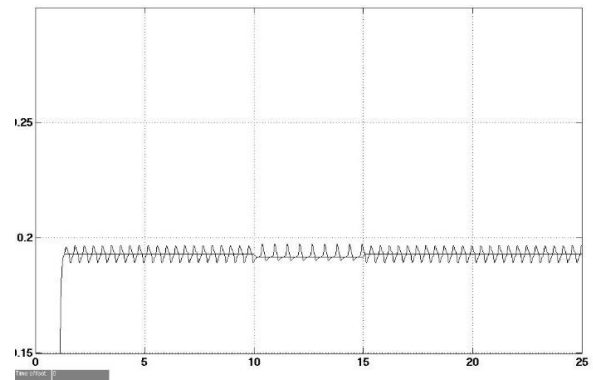
b)  $40\%M_n$   $\alpha^* = 0.5, \Delta\alpha = 0.5, \omega_0 = 4$



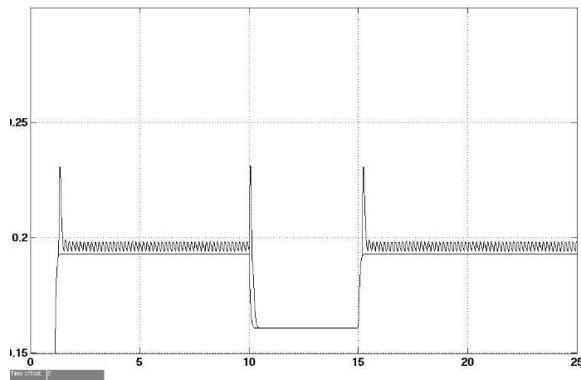
b)  $30\%M_n$   $\alpha^* = 10, \Delta\alpha = 20, \omega_0 = 4$



e)  $40\%M_n$   $\alpha^* = \Delta\alpha = 0.5, \omega_0 = 32$

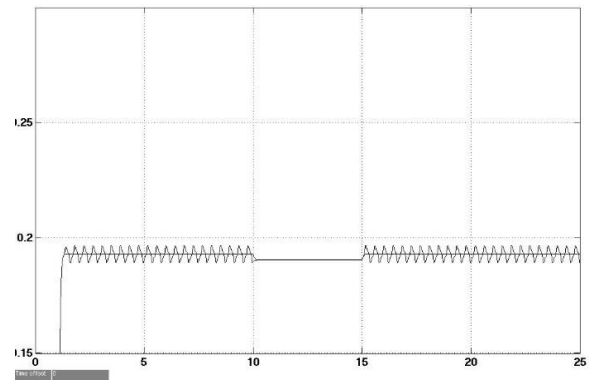


e)  $5\%M_n$   $\alpha^* = \Delta\alpha = 0.5, \omega_0 = 32$



$$z) 125\%M_n \alpha^* = \Delta\alpha = 0.5, \omega_0 = 32$$

Рис. 2.72. Перехідні процеси при дії збурень у системі з підсистемою з одним коренем у правій півплощині



$$z) 10\%M_n \alpha^* = \Delta\alpha = 0.5, \omega_0 = 32$$

Рис. 2.73. Перехідні процеси при дії збурень у системі з підсистемою з двома комплексно-спряженими коренями у правій півплощині

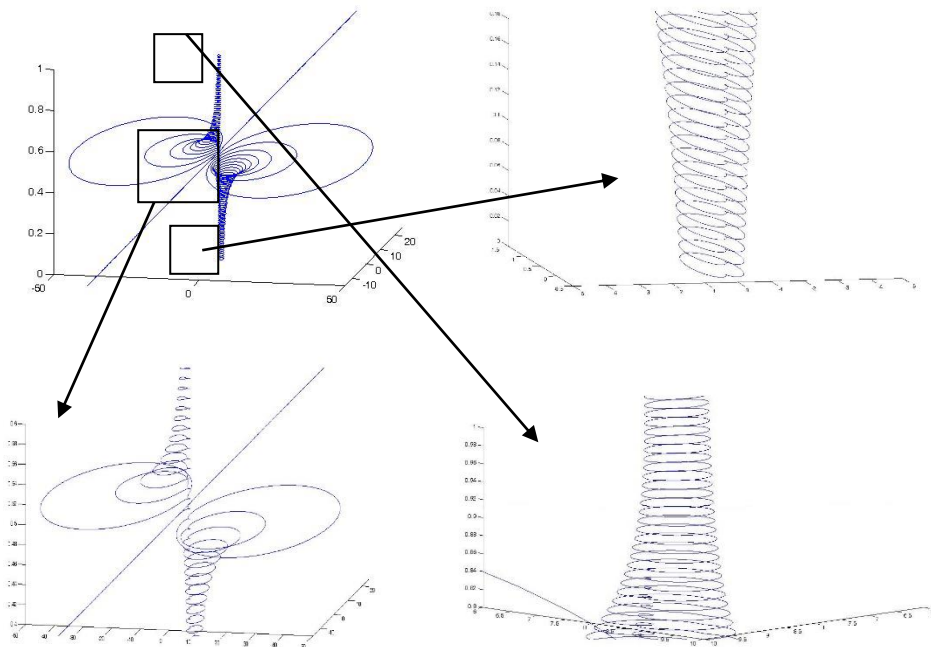
Аналіз отриманих результатів дозволяє стверджувати, що пропонуваній підхід є ефективним способом синтезу керованих вібрацій. Керування частотою та амплітудою одержаних перехідних процесів можна здійснювати, змінюючи параметри нечіткого регулятора.

### 2.3. Аналіз стійкості систем з нечітким регулятором та нестійкою підсистемою

Класична теорія аналізу стійкості дає змогу аналізувати стійкість систем з постійними параметрами, чи знаходити допустимі межі зміни коефіцієнтів, при яких система буде стійка. Класичні критерії аналізу стійкості розроблені для лінійних систем і є практично непридатними для систем з нечіткими регуляторами. Для аналізу стійкості систем з нечіткими регуляторами найчастіше використовують метод Ляпунова [31], що вимагає вирішення задачі пошуку відповідної функції [5]. За допомогою цього методу традиційно виконують синтез коефіцієнтів нечіткого регулятора, які забезпечують стійкість системи. У нашому випадку синтез коефіцієнтів

проводиться на основі заданих форм розподілу коренів, причому одна з підсистем є нестійкою. Для такого класу систем застосування методу Ляпунова вимагає суттєвих досліджень.

Частотні критерії стійкості, зокрема Попова [1], не можуть бути використані, оскільки годограф системи в частотній області змінюється залежно від значення функції належності системи (рис. 2.74 та 2.75). А оскільки одна з підсистем є нестійкою, неможливо використати і апарат кіл Харитонова [147], який традиційно застосовують для аналізу стійкості систем зі змінними параметрами.



*Рис. 2.74. Випадок одного кореня в правій півплощині*

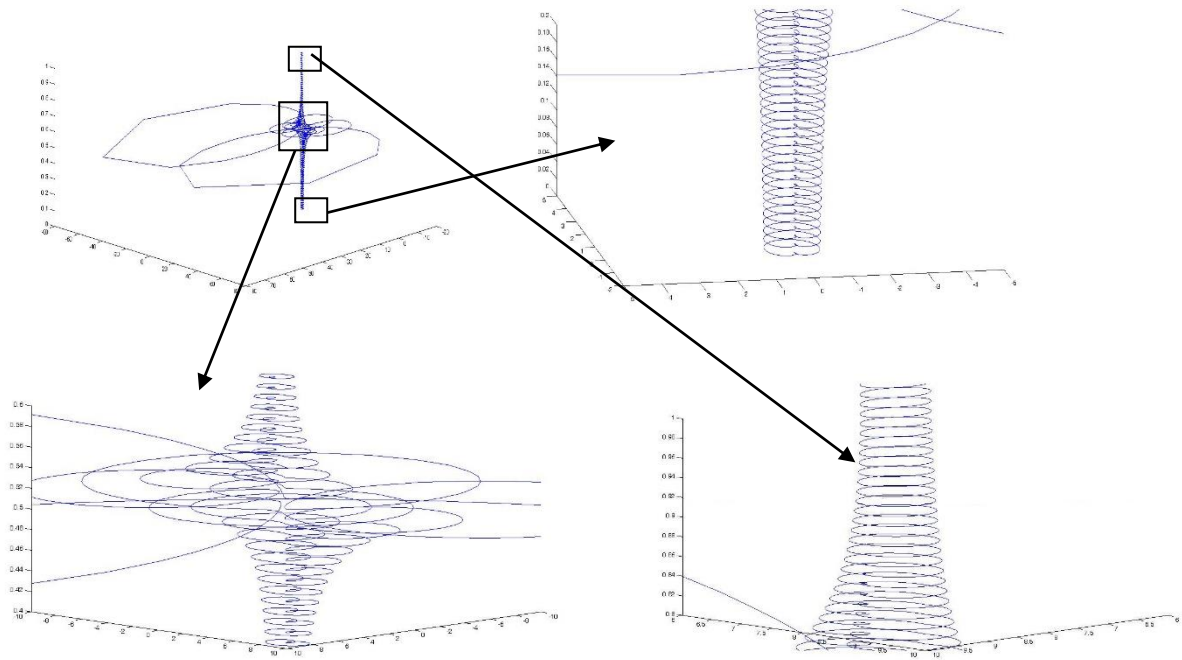


Рис. 2.75. Випадок двох коренів в правій півплощині

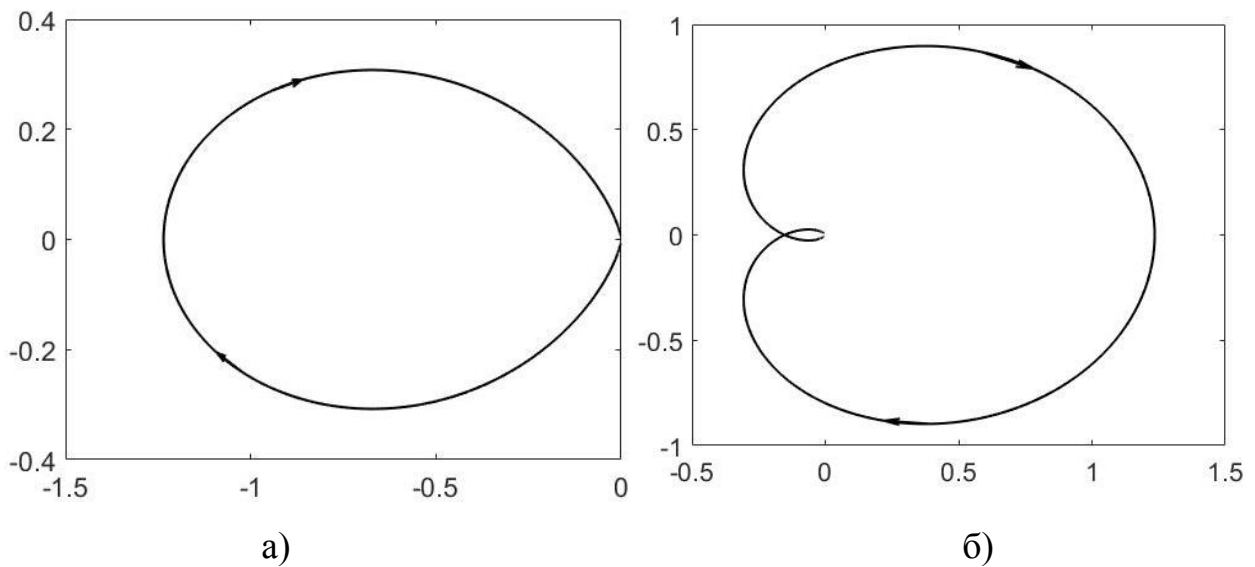


Рис. 2.76 Годограф системи третього порядку з одним коренем у правій півплощині при різних значеннях функції належності а)  $\mu = 0.1$  – система нестійка; б)  $\mu = 0.9$  – система стійка.

Як вже зазначалося, стійкість системи залежить і від значення функції належності, яка є одним з параметрів, що визначають положення коренів характеристичного полінома системи. Зокрема на рис. 2.76 зображено

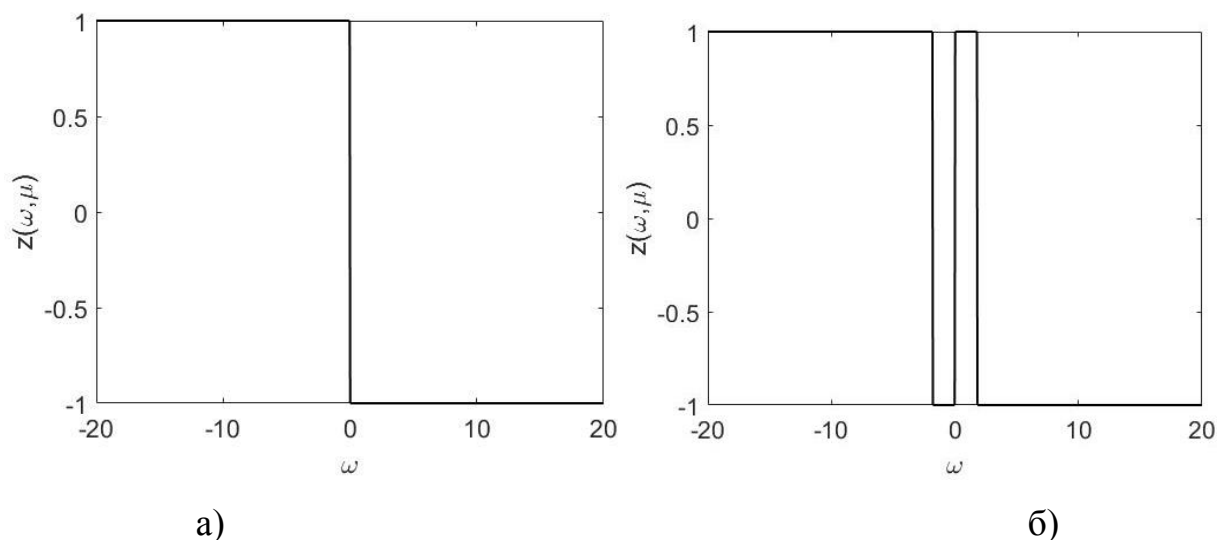
годографи досліджуваної системи третього порядку при різних значеннях функції належності.

Для аналізу стійкості системи з нечітким регулятором виду (2.12) при виконанні умови, що розподіл функцій належності зберігає властивості поділу одиниці, пропонується використовувати наступну функцію від  $\mu$

$$z(\omega, \mu) = \text{sign}(\text{Im}(W(j\omega, \mu)) / \text{Re}(W(j\omega, \mu))), \quad (2.54)$$

де  $W(j\omega, \mu)$  – це передавальна функція системи.

У результаті виконаних експериментів було встановлено, що стійкість системи залежить від кількості знакозмін цієї функції. А саме, якщо при зміні  $\omega$  кількість змін знаку з мінуса на плюс (для систем парних порядків) та з плюса на мінус (для систем непарних порядків) функції (2.54) дорівнює порядку системи, то система є стійкою при заданому значення функції належності. Якщо кількість змін знаку є меншою, або ж такої зміни не відбувається, то дане значення функції належності відповідає нестійкій системі (рис. 2.77).



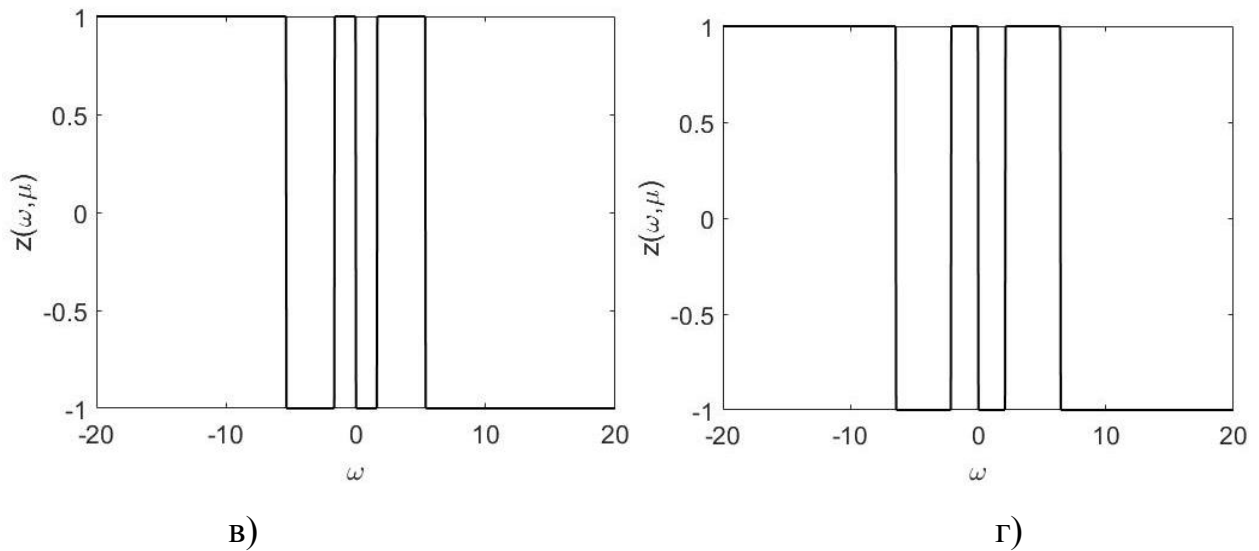


Рис. 2.77. Значення функції  $z(\omega, \mu)$  запропонованого критерію для системи третього порядку з одним коренем у правій півплощині у випадку фіксованих значень функції належності а)  $\mu = 0.1$ ; б)  $\mu = 0.3$ ; в)  $\mu = 0.7$ ; г)  $\mu = 0.9$ .

Для фіксованих значень функції належності аналогічні результати щодо стійкості системи отримуються і при застосуванні класичного критерію Найквіста, що підтверджує ефективність використання запропонованого критерію.

У випадку нефіксованих значень функцій належності отримується тривимірний графік функції (2.54), як функції двох змінних, зображений на рис. 2.78. Для системи парного порядку, відповідно до сформованого критерію, графік функції  $z(\omega, \mu)$  буде відрізнятися (рис. 2.79).



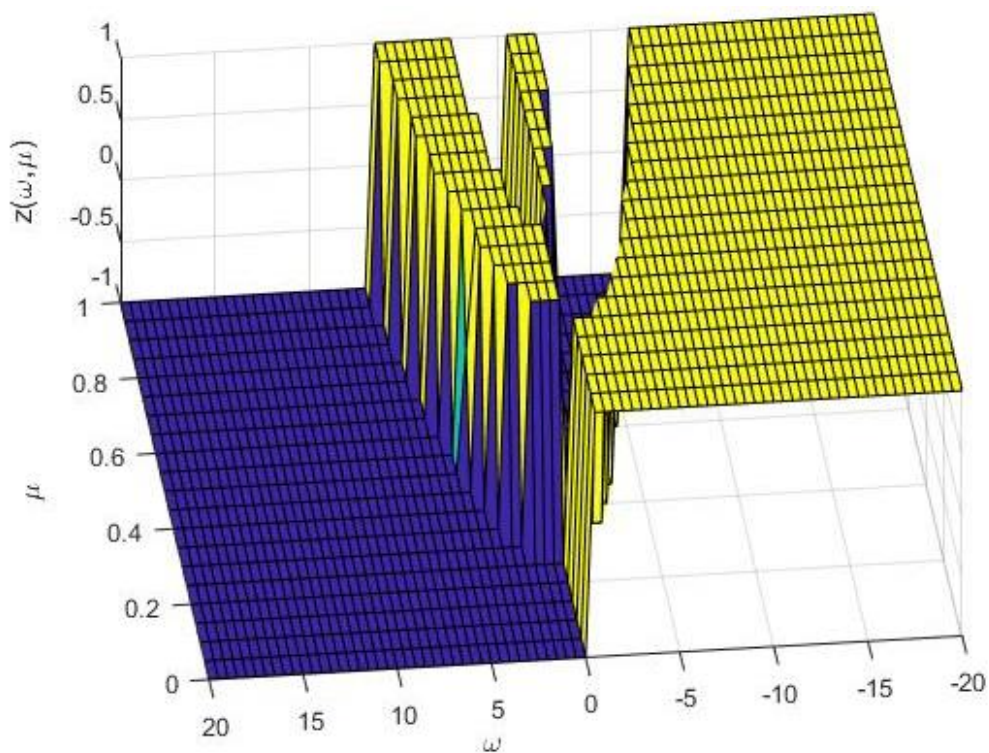


Рис. 2.78. Графік функції  $z(\omega, \mu)$  у випадку системи третього порядку з нечітким регулятором, що реалізує підсистему з одним коренем у правій півплощині

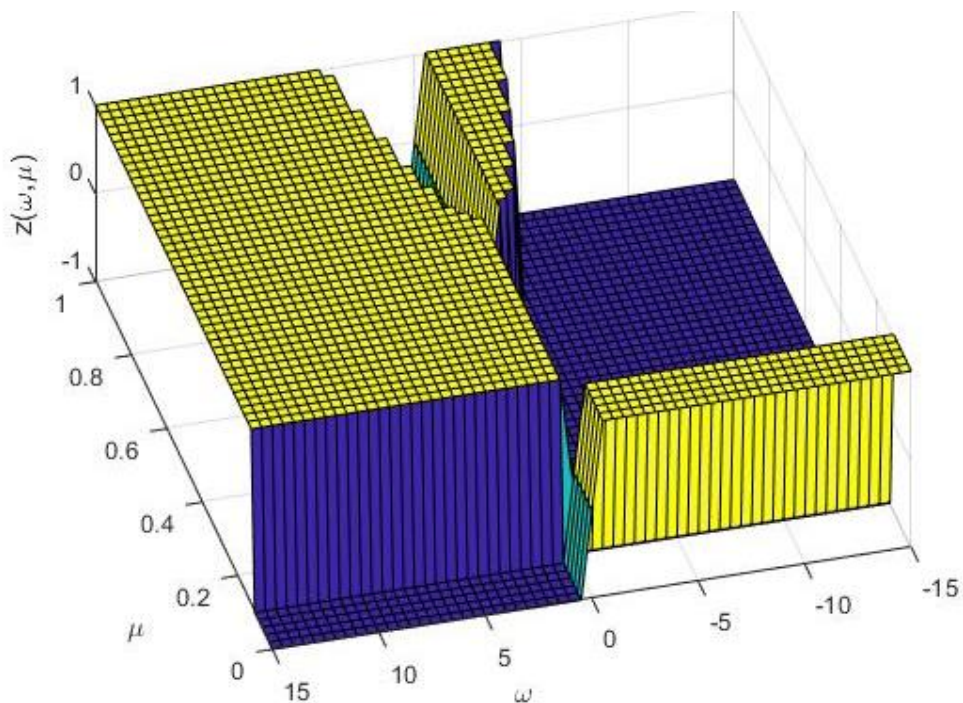
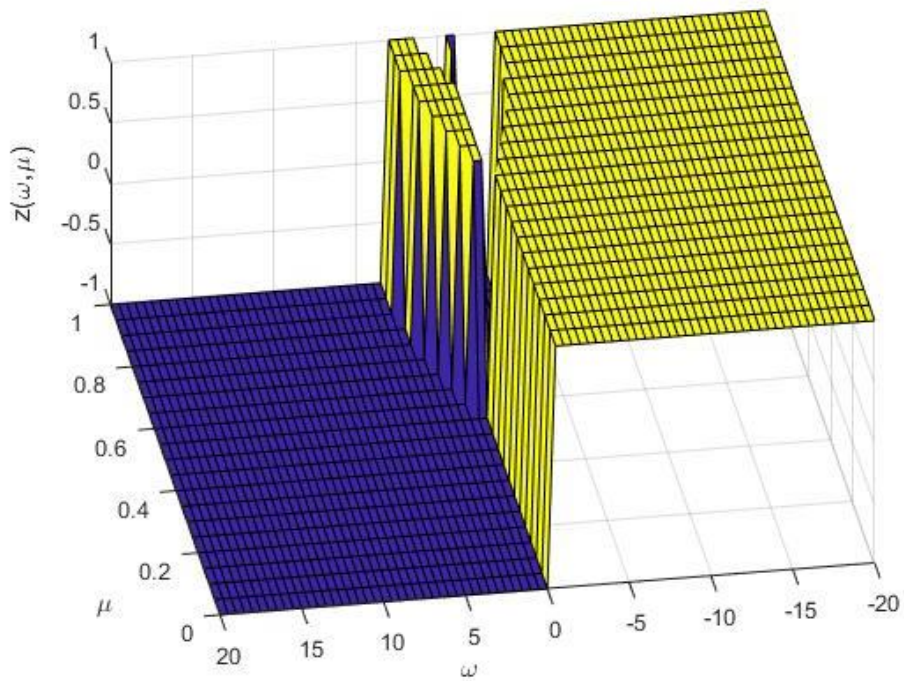
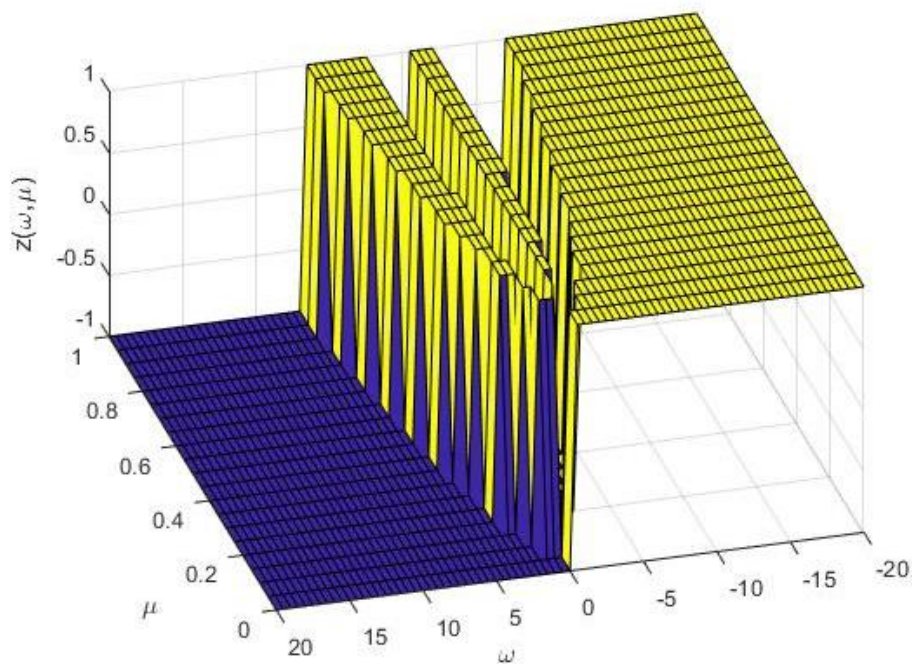


Рис. 2.79. Тривимірний графік функції  $z(\omega, \mu)$  запропонованого критерію для системи другого порядку



а)



б)

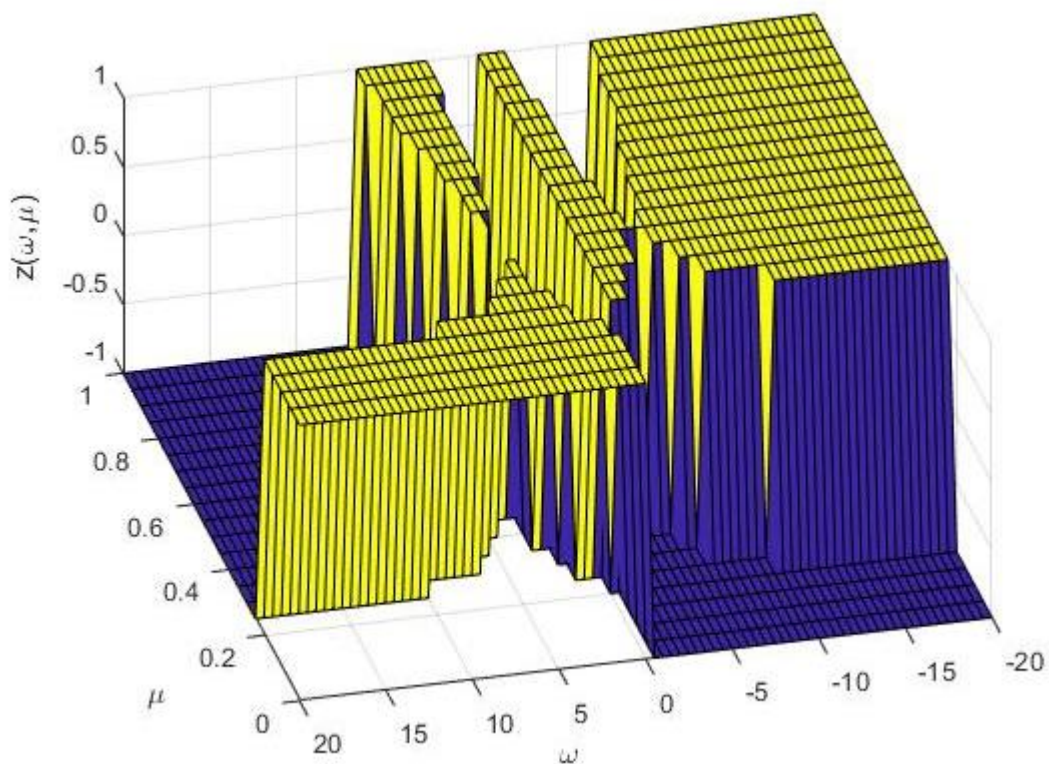
Рис. 2.80. Графік функції  $z(\omega, \mu)$  для системи третього порядку з нечітким регулятором, що реалізує підсистему з одним коренем у правій півплощині у випадку:

а) значення середньгеометричного кореня для стійкої підсистеми є вдвічі меншим ніж нестійкої;

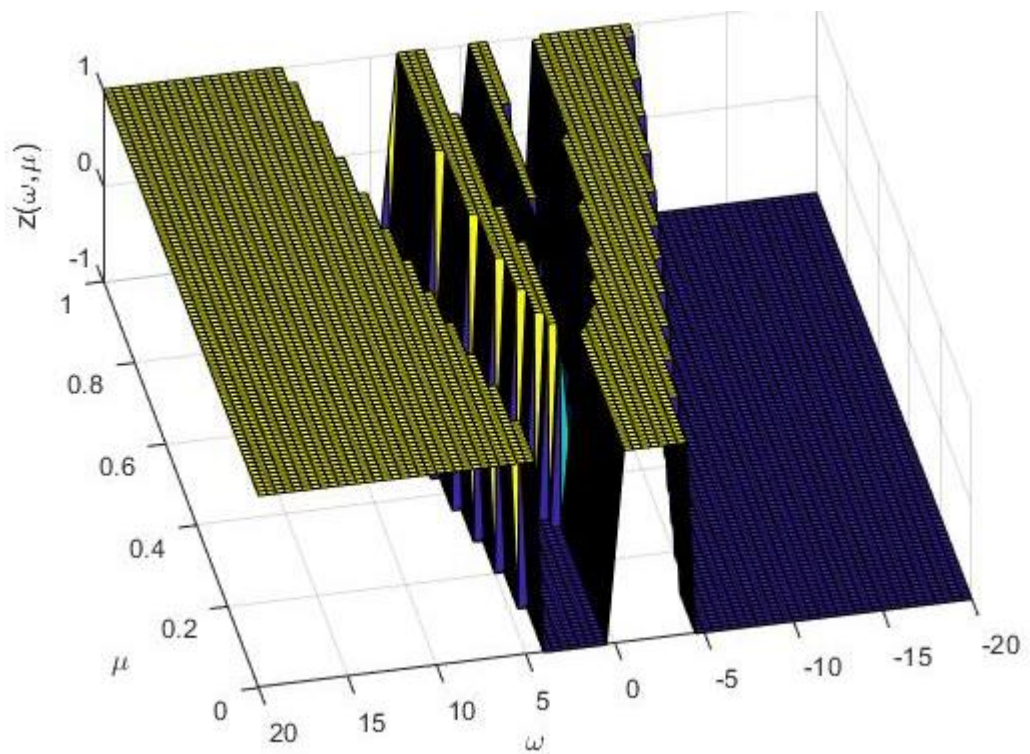
б) значення середньгеометричного кореня для стійкої підсистеми є вдвічі більшим ніж нестійкої.

Наведений на рис. 2.78 графік одержано для випадку, коли значення середньгеометричного кореня для стійкої та нестійкої підсистем є рівним. Це значення визначає початкову відстань коренів від початку координат, а, отже, траєкторію руху коренів при зміні значення функції належності. У той же час кожна з синтезованих підсистем нечіткого регулятора може забезпечувати своє, відмінне від інших значення середньо геометричного кореня. Результати аналізу стійкості системи у випадку різних значень середньгеометричних коренів окремих підсистем показано на рис. 2.80.

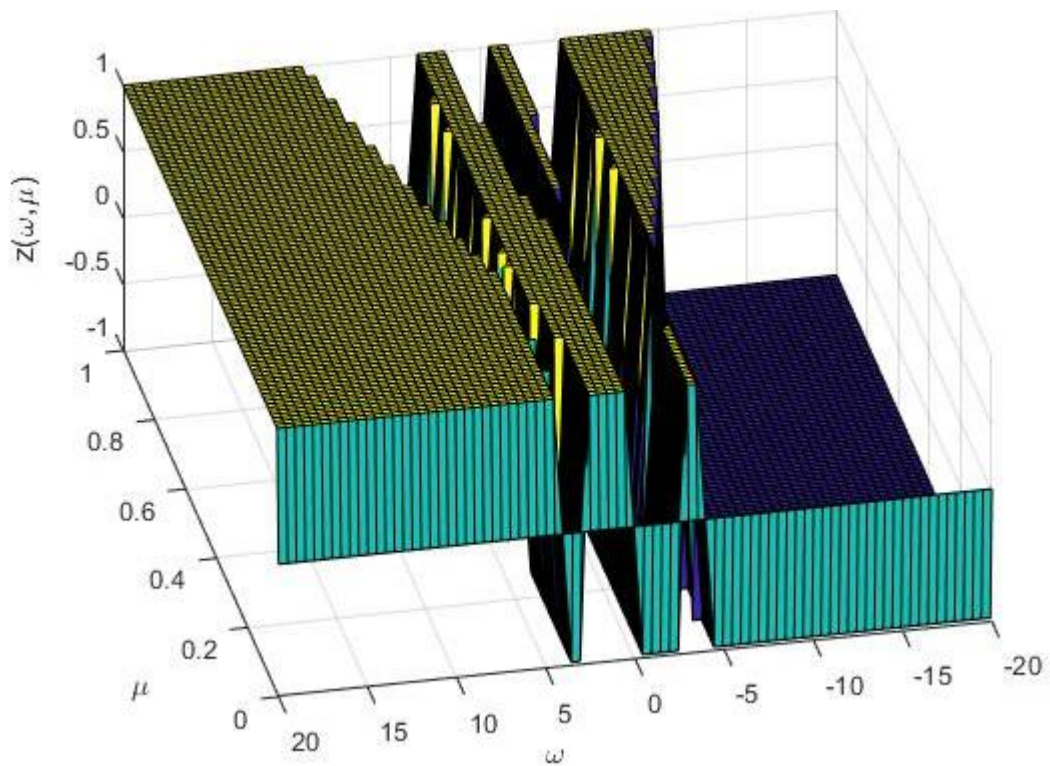
У випадку системи третього порядку з нечітким регулятором, що реалізує підсистему з двома коренями у правій півплощині графік функції (2.54) показано на рис. 2.81.



*Рис. 2.81. Графік функції  $z(\omega, \mu)$  для системи третього порядку з нечітким регулятором, що реалізує підсистему з двома коренями у правій півплощині.*

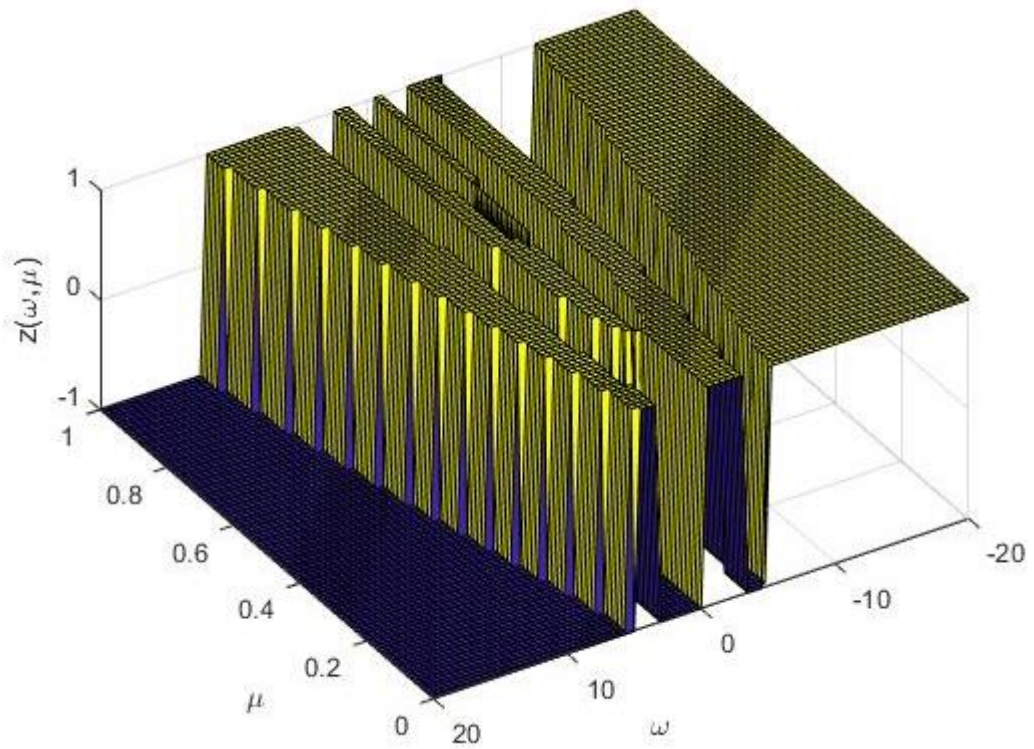


а)

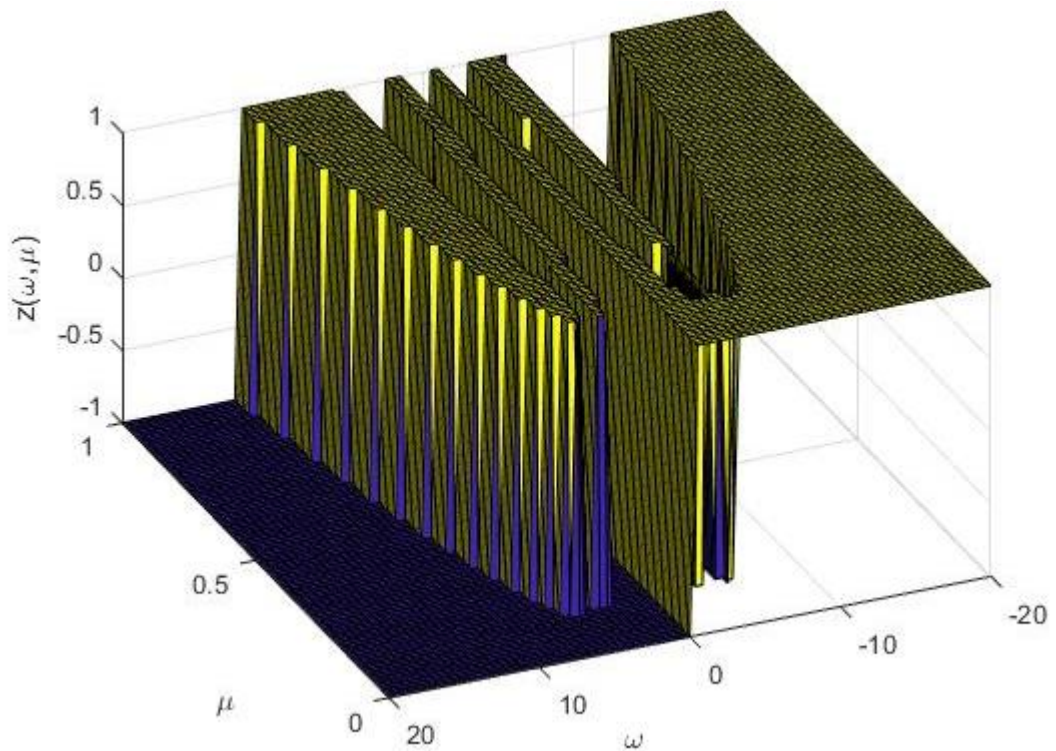


б)

Рис. 2.82. Графік функції  $z(\omega, \mu)$  для системи четвертого порядку з нечітким регулятором, що реалізує підсистему: а) з одним коренем  $\epsilon$  у правій півплощині; б) з двома коренями в правій півплощині.



а)



б)

Рис. 2.83. Графік функції  $z(\omega, \mu)$  для системи п'ятого порядку з нечітким регулятором, що реалізує підсистему: а) з одним коренем  $\epsilon$  у правій півплощині; б) з двома коренями в праві півплощині.

Відповідні графіки функції (2.54) для систем 4–5 порядків з нечітким регулятором, що реалізує підсистему з одним або двома коренями у правій півплощині наведено на рис. 2.82 – 2.83.

Перевірка результатів, отриманих для різних порядків системи з нечіткими регуляторами, які реалізують підсистему з різною кількістю коренів у правій півплощині, проводилася шляхом аналізу стійкості системи відомим методом для фіксованого значення функції належності. Співпадіння отриманих результатів аналізу стійкості роботи системи дозволило зробити висновок про ефективність використання запропонованого підходу.

## 2.4. Висновки

1. Описано підхід до формування сімейства динамічних систем, які використовуються для синтезу нечіткого регулятора. Таким чином вдається не лише синтезувати регулятор системи, що враховує динамічні процеси в системі, а й апроксимувати модель системи у випадку змінності її параметрів в процесі роботи.
2. Проаналізовано стійкість системи з нечітким регулятором. Отримані результати дозволяють стверджувати можливість застосування запропонованого підходу до формування вихідної координати системи як з постійними так і зі змінними параметрами.
3. Досліджено підхід до формування синтезу регулятора, що сформований на основі поєднання характеристичних поліномів стандартних форм нижчих порядків із різними значеннями середньгеометричного кореня, що дає змогу покращити динамічні характеристики системи на 5-10%, у порівнянні з використанням однієї стандартної форми вищого порядку для синтезу регулятора системи.
4. Проведено аналіз впливу ступенів свободи нечіткого регулятора на синтезований вихідний сигнал регулятора, та, відповідно, на формування траєкторії руху системи. Застосування апарату стандартних

форм розподілу коренів характеристичного полінома дає змогу суттєво спростити задачу синтезу параметрів та структуру нечіткого регулятора, забезпечує можливість поєднання переваг різних форм, зокрема високої швидкодії при підході до області робочої точки, плавного наближення до неї та відсутності перегулювання вихідної координати і тим самим покращує динамічні властивості системи. Доцільним є застосування так званих гравітаційних методів дефазифікації, оскільки використання  $\max$  та  $\min$  дефазифікації призводить до появи системи зі змінною структурою і відповідними для цих систем недоліками, зокрема, виникнення ефекту гіперперемикань. Отримані результати дають змогу стверджувати, що оптимальна, при сформованому критерії якості, поведінка системи з нечітким регулятором забезпечена, коли на початковому етапі функціонуватиме підсистема з регулятором, що налаштований на стандартну форму Баттерворта або на стандартну форму, що забезпечує найбільшу швидкодію, а в зоні малих відхилень – стандартну форму Бесселя чи біноміальну. При цьому можливо покращити динамічні характеристики системи до 20-30% порівняно з традиційним підходом.

5. Результати проведених аналітичних розрахунків підтверджують результати моделювання досліджуваних систем.
6. Запропоновано застосовувати, в області великих відхилень, нестійкі підсистеми для підвищення швидкодії загальної системи. Це дозволило покращити динамічні властивості системи з нечітким регулятором на 7%, тобто більш ніж на 30% у порівнянні з застосуванням класичних підходів до синтезу регулятора.
7. Проведено порівняння системи з синтезованим нечітким регулятором з нестійкою підсистемою і системи з оптимальним регулятором. Отримані результати свідчать, що застосування системи з нечітким регулятором дозволяє отримати бажане вихідне значення системи при такій же

швидкодії на початковому етапі функціонування, що й в оптимальної системи.

8. Проведено дослідження щодо формування керованих коливних процесів в динамічній системі. Цього було досягнуто завдяки застосуванню спеціальної структури нечіткого регулятора та нестійкої підсистеми. Таким чином, отримано коливні режими, в яких амплітуда коливань залежить від параметрів функції перемикавання, а частота визначається величиною середньгеометричного кореня системи. На відміну від класичних систем, в системі з запропонованим регулятором зі збільшенням навантаження можливе зростання значення вихідної координати внаслідок зміни знака полінома в чисельнику передавальної функції за збуренням при переході від однієї підсистеми, сформованого сімейства динамічних систем, до іншої.
9. Запропоновано підхід до формування траєкторій руху коренів з правої півплощини у ліву, що дає змогу незначно (до 3%) покращити динамічні характеристики системи. Таке покращення, однак, супроводжується ускладненням системи.
10. Для обмеження проміжних координат, запропоновано застосовувати систему, що складається з трьох підсистем. Зокрема суттєвого виграшу у швидкодії системи можна досягти при використанні на початковому етапі (в області великих відхилень) підсистеми з регулятором, що забезпечує найбільшу швидкодію, потім підсистеми, що забезпечує мінімум інтеграла квадрата похибки, а в області малих відхилень – підсистему з регулятором, що налаштована на стандартну лінійну форму Бесселя.

Отже, в розділі проаналізовано запропоновані підходи до формування керуючих впливів з застосуванням нечіткого регулятора, а також отримано кількісні та якісні характеристики, що свідчать про переваги цих підходів. Аналіз було проведено з врахуванням впливу параметричних та



непараметричних ступенів свободи нечіткого регулятора на значення його вихідного сигналу та на функціонування системи загалом.

Стійкість загальної системи зберігається, незважаючи на наявність коренів в лівій півплощині в одній з підсистем сформованого сімейства динамічних систем.

## *РОЗДІЛ III.*

### *СИНТЕЗ НЕЧІТКОГО РЕГУЛЯТОРА НА ОСНОВІ АДИТИВНОГО КРИТЕРІЮ ЯКОСТІ ЗІ ЗМІННИМИ ВАГОВИМИ КОЕФІЦІЄНТАМИ ОКРЕМИХ ПІДКРИТЕРІЇВ*

#### **3.1. Удосконалення методів розв'язку задач багатокритеріальної оптимізації.**

Часто при виборі алгоритму керування в технічних системах, дослідники стикаються з тим, що система повинна задовольняти одночасно кільком критеріям, які можуть частково чи повністю суперечити один одному. Найпоширенішим прикладом для пояснення такого ефекту наводять приклад взльоту літака [142], коли, з одного боку, необхідно якомога швидше набрати висоту, а з іншого боку, потрібно ефективно використовувати паливо. Ще однією типовою задачею такого багатокритеріального керування є керування дуговою сталеплавильною піччю (ДСП), в якій необхідно забезпечувати максимальну продуктивність печі з одного боку, та підвищувати енергоефективність і мінімізувати вартість виплавлення однієї тонни сталі, з іншої сторони [270].

Як зазначено в роботі [264], з техніко-економічної точки зору задачі оптимізації процесу керування загалом і якісного регулювання збурень електричного режиму дугової печі нерівнозначні. Синтез та реалізація оптимального керування з точки зору підвищення продуктивності печі та зниження питомих витрат електроенергії є у два-три рази ефективнішим підходом за розроблення рішень щодо якісної стабілізації електричного режиму. У той же час, ці задачі є взаємопов'язані і повинні розв'язуватися у комплексі, оскільки якісна стабілізація координат на рівні синтезованих оптимальних значень додатково підвищує ефективність оптимального керування. Також зазначимо, що, зважаючи на неперервну упродовж плавки

зміну стохастичних характеристик збурень у плавильному просторі і силовому колі печі та необхідність зміни параметрів потоку електричної енергії по ходу зміни фізико-хімічного стану і температурного режимів шихти та розплаву, синтез оптимального керування електричним режимом повинен виконуватися оперативно як у функції зміни технологічного стану (ситуації) в плавильному просторі, так і у функції зміни стохастичних характеристик збурень електричного режиму. Тобто традиційний підхід багатокритеріальної оптимізації в даній ситуації не дозволить синтезувати оптимальне керування.

При розв'язанні задачі оптимального керування, в більшості випадків, підінтегральний функціонал формують як зважену суму функціоналів, що відповідають відповідним критеріям, які намагаються забезпечити або залишають тільки домінуючий критерій. У випадку домінуючого критерію оптимальне керування знаходять шляхом мінімізації функціоналу виду:

$$J = \int_0^{\infty} F(\bar{x}(t)) dt = \int_0^{\infty} (F^*(\bar{x}(t)) + u^2(t)) dt = \quad (3.1)$$

$$= \int_0^{\infty} ((x^2(t) + \gamma_1 x^2(t) + \gamma_2 x^2(t) \gamma_3 x^2(t)) + u^2(t)) dt,$$

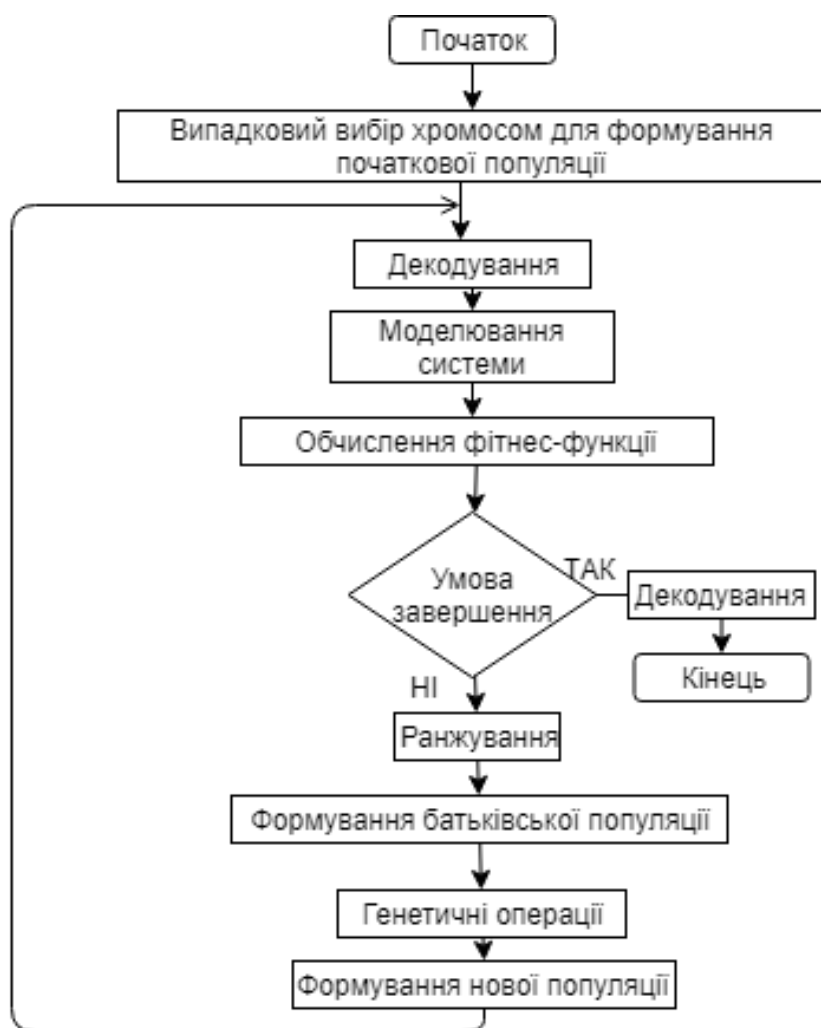
При цьому традиційно використовують відомі методи теорії автоматичного керування. Зокрема принцип максимуму Понтрягіна, динамічне програмування Белмана тощо.

У випадку формування багатокритеріальної задачі як суми окремих критеріїв з певними ваговими коефіцієнтами  $\lambda_i$ :

$$J = \int_0^{\infty} \left( \sum_i \lambda_i F_i^*(\bar{x}(t)) + u^2(t) \right) dt, \quad (3.2)$$

застосовують методи на основі Парето оптимальних рішень, що забезпечують компромісне налаштування залежно від вибраних вагових

коефіцієнтів. У цьому випадку, отримається множина оптимальних рішень, яка залежить від чисто інтуїтивного вибору експерта. Усунення цього недоліку забезпечує застосування для налаштування вагових коефіцієнтів критерію генетичних алгоритмів (рис. 3.1), зокрема VAGE, MOGA, NPGA тощо [6]. Основною відмінністю між такими алгоритмами є вибір функції кросоверу, елітизм або диверсифікаційні підходи. Кожен з цих алгоритмів має свої переваги і недоліки які більш детально описані в [10].



*Рис. 3.1. Блок-схема алгоритму оптимізації з використання методу класичного генетичного алгоритму.*

Однак такі підходи не враховують, що зміна стану об'єкту може привести до зміни критеріїв, які забезпечують синтез оптимального

керування в даній точці простору станів системи. Як зазначалося вище, саме це характерно для керування електричним режимом дугової сталеплавильної печі. Тому, на нашу думку, значного підвищення якості керування динамічною системою можна досягнути використавши змінні в часі вагові коефіцієнти критеріїв, значення яких залежить від точки простору станів, в якій перебуває система в даний момент часу:

$$J = \int_0^{\infty} \left( \sum_i \lambda_i(\bar{x}(t)) F_i^*(\bar{x}(t)) + u^2(t) \right) dt, \quad (3.3)$$

$$\sum_i \lambda_i(\bar{x}(t)) = 1,$$

Таким чином, використання такого критерію, може забезпечити поєднання двох описаних вище підходів багатокритеріальної оптимізації:

- домінантного або однокритеріальної оптимізації в одній точці. При цьому в окремій точці простору станів буде сформований оптимізаційний функціонал, для якого домінантний критерій може відрізнятися від інших;
- зваженої суми, в якій функціонал буде визначатися значеннями вагових критеріїв в даній точці простору станів.

Такий підхід забезпечує синтез керуючих впливів з врахуванням зміни критеріїв чи зміни ваг окремих критеріїв в процесі функціонування системи.

При такому формулюванні задачі важливим є вибір функції зміни вагових коефіцієнтів. При використанні нечіткого регулятора Такагі-Сугено з гравітаційним методом усунення нечіткості керуючий вплив формується як сума керуючих впливів окремих правил з врахуванням ступеня активності цих правил. За аналогією, функціонал (3.3) можна розглядати як нечіткий регулятор, в якому вихід кожного правила формується на основі розв'язання задачі синтезу оптимального керування для однокритеріального випадку, тобто  $u_i$  визначається шляхом мінімізації критеріїв виду (3.1), (3.2), а функції належності еквівалентизують зміну вагових коефіцієнтів в критерії (3.3).

Враховуючи те, що ваговий множник залежить від точки простору станів, в якій зараз перебуває система, приходимо до формування траєкторії системи як набору оптимальних траєкторій для окремих областей.

Кожна з підсистем може формувати різні типи переходів з різними швидкостями. Можливим є формування різних траєкторій переходу до заданої точки простору вихідних сигналів системи, використовуючи регулювання, в якому відбувається перехід між керуючими впливами.

Таким чином, ми не формуємо якусь траєкторію, яка оптимальна для всіх підсистем, а реалізуємо перехід від однієї оптимальної траєкторії до іншої, визначеної для окремої підсистеми. Такий підхід дає змогу покращити якісні характеристики системи.

Для прикладу продемонструємо даний підхід для двокритеріальної задачі, один з критеріїв якої має вигляд:

$$F_i^*(\bar{x}(t)) = x^2(t) + \omega_0^{-6} (\ddot{x}(t))^2 \quad (3.4.1)$$

а інший

$$F_i^*(\bar{x}(t)) = x^2(t) + 3\omega_0^{-2} (\dot{x}(t))^2 + 3\omega_0^{-4} (\ddot{x}(t))^2 + \omega_0^{-6} (\ddot{x}(t))^2 \quad (3.4.2)$$

Тоді функціонал (3.3) матиме вигляд

$$\begin{aligned} J &= \int_0^{\infty} (\lambda_1(t) F_1^*(\bar{x}(t)) + \lambda_2(t) F_2^*(\bar{x}(t)) + u^2(t)) dt = \\ &= \int_0^{\infty} (\lambda_1(t) (x^2(t) + \omega_0^{-6} (\ddot{x}(t))^2) + \\ &+ \lambda_2(t) (x^2(t) + 3\omega_0^{-2} (\dot{x}(t))^2 + 3\omega_0^{-4} (\ddot{x}(t))^2 + \omega_0^{-6} (\ddot{x}(t))^2) + u^2(t)) dt; \\ \lambda_1(t) + \lambda_2(t) &= 1. \end{aligned}$$

Оптимальні керуючі впливи для кожного з функціоналів  $F_1$  та  $F_2$  є такими:

$$u_1^{opt}(t) = (\omega_0 + 1)T_{M_1}\ddot{x}(t) + (T_C T_{M_1} T_{M_2} \omega_0^3 - (\omega_0 + 1)T_{M_1})x(t) + \left( \left( \omega + \omega^2 - \frac{1}{T_C T_{M_2}} \right) T_C T_{M_1} - 1 \right) \dot{x}(t) \quad (3.4.3)$$

$$u_2^{opt}(t) = 3\omega_0 T_{M_1} \ddot{x}(t) + \left( \left( 3\omega_0^2 - \frac{1}{T_C T_{M_2}} \right) T_C T_{M_1} - 1 \right) \dot{x}(t) + (T_C T_{M_2} T_{M_1} \omega_0^3 - 3T_{M_1} \omega_0)x(t). \quad (3.4.4)$$

Вагові коефіцієнти, які еквівалентуються функціями належності, визначаються як параметрами функції належності, так і її виглядом. У такому випадку задача зводиться до знаходження оптимального розміщення функцій належності нечіткого регулятора.

Для лінійної функції належності, що зображена на рисунку 3.2, перехідний процес в системі залежно від параметрів функції належності, матиме вигляд, зображений на рисунку 3.3.

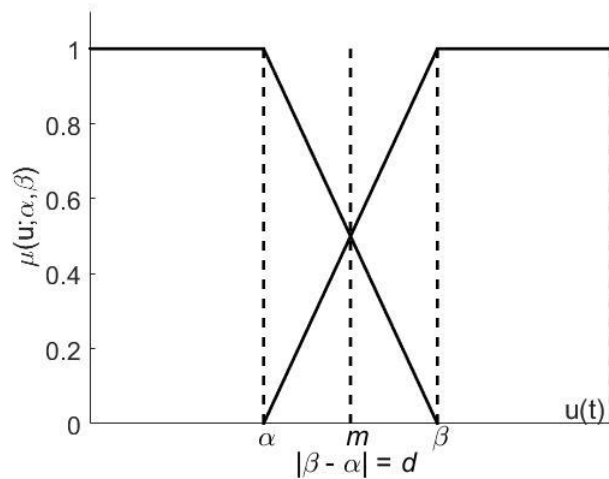


Рис. 3.2. Графік функції належності з шириною вікна перемикання, рівною  $d$ , та серединою інтервалу, рівною  $t$

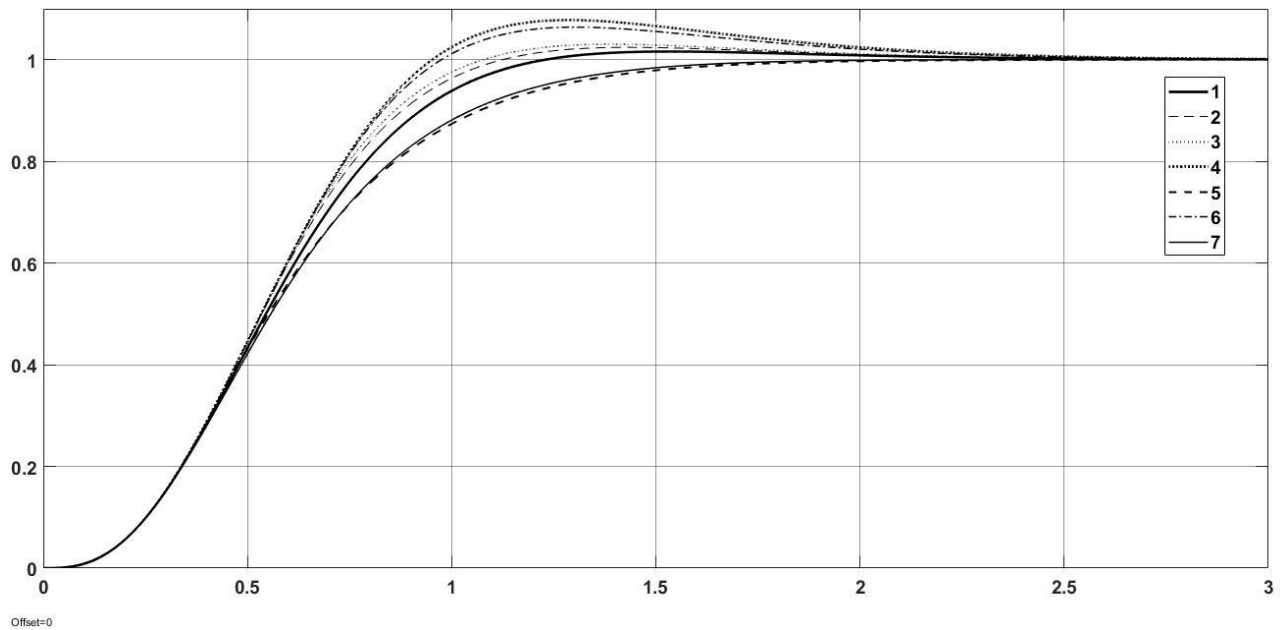


Рис. 3.3. Графіки зміни вихідного сигналу системи в залежності від ширини вікна перемикання та його середини 1 –  $m=0.5$ ,  $d=1$ ; 2 –  $m=0.5$ ,  $d=0.5$ ; 3 –  $m=0.5$ ,  $d=0.1$ ; 4 –  $m=0.2$ ,  $d=0.1$ ; 5 –  $m=0.8$ ;  $d=0.1$ ; 6 –  $m=0.25$ ,  $d=0.5$ ; 7 –  $m=0.75$ ,  $d=0.5$ .

Враховуючи те, що вибрані функціонали, згідно [268], відповідають налаштуванням системи на стандартну форму Баттерворта або біноміальну форму, де  $\omega_0$  – значення середньо-геометричного кореня, то при зміні вагових коефіцієнтів критеріїв в часі, відповідно до вибраного розміщення функцій належності, отримано траєкторії зміни вихідної координати, що формуються з участків траєкторій руху координати системи, синтезованої на основі окремого функціоналу або комбінації функціоналів.

У той же час, при класичному підході, враховуючи те, що технічні системи можуть працювати в різних точках простору станів, для яких характерні різні обмеження і висуваються різні вимоги до якості керування, традиційно використовують компромісне налаштування. Як і у попередньому розділі, з простору станів виділяють множину точок, що визначають розбиття загальної системи на підсистеми. Для кожної з таких



підсистем формують функціонал  $F_i^*(\bar{x}(t))$ , що визначає бажану поведінку підсистеми в околі  $i$ -тої точки.

Таким чином, у випадку компромісного налаштування системи сформований критерій матиме вигляд:

$$J = \int_0^{\infty} (\lambda_1 F_1^*(\bar{x}(t)) + \lambda_2 F_2^*(\bar{x}(t)) + u^2(t)) dt =$$

$$\int_0^{\infty} (\lambda_1 (x^2(t) + \omega_0^{-6} (\ddot{x}(t))^2) + \lambda_2 (x^2(t) + 3\omega_0^{-2} (\dot{x}(t))^2 + 3\omega_0^{-4} (\ddot{x}(t))^2 + \omega_0^{-6} (\ddot{x}(t))^2) + u^2(t)) dt$$

$$\lambda_1 + \lambda_2 = 1$$

Зокрема, при класичному підході при  $\lambda_1 = \lambda_2 = 0.5$  для системи (2.40) отримаємо оптимальне керування виду (3.5):

$$u^{opt}(t) = (1 + \sqrt{1 + 3\lambda_1}) \omega_0 T_{M_1} \ddot{x}(t) +$$

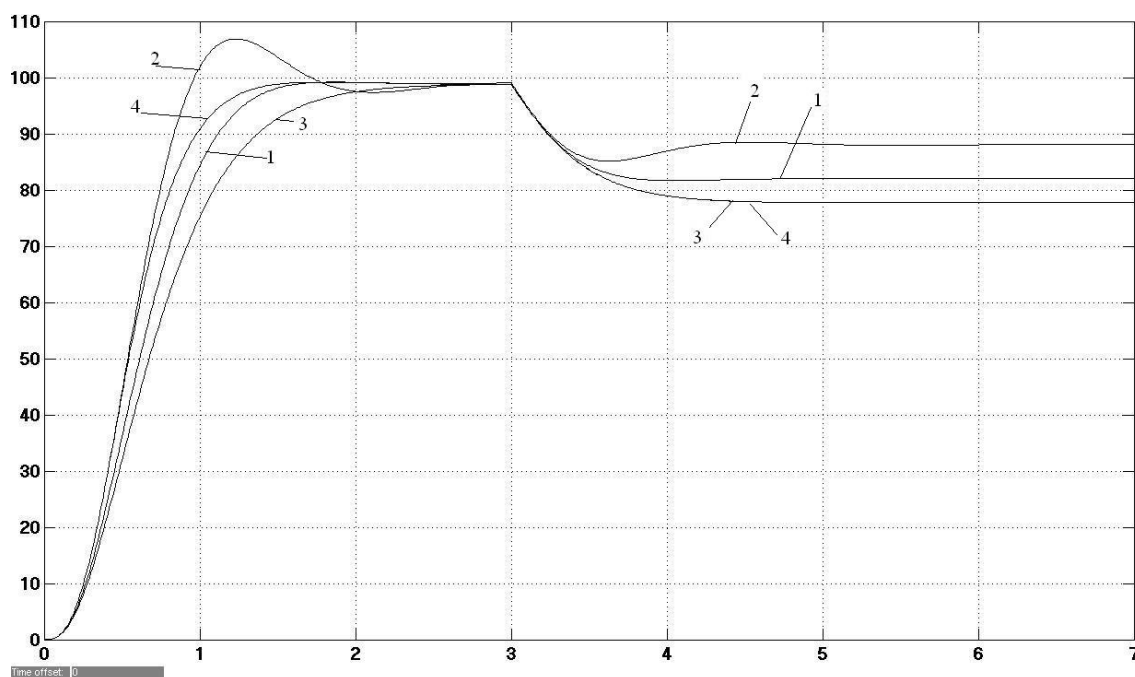
$$+ \left( \left( (1 + \sqrt{1 + 3\lambda_1}) \omega_0^2 - \frac{1}{T_C T_{M_2}} \right) T_C T_{M_1} - 1 \right) \dot{x}(t) +,$$

$$+ (T_C T_{M_1} T_{M_2} \omega_0^3 - (1 + \sqrt{1 + 3\lambda_1}) \omega_0 T_{M_1}) x(t)$$
(3.5)

яке формуватиме траєкторію “1” (рис. 3.4), яка лежатиме в області, обмеженій “2” та ”3”.

Для знаходження оптимального налаштування системи зі змінними в часі ваговими коефіцієнтами критеріїв використано метод генетичного алгоритму. У випадку лінійних функцій належності шуканими параметрами є ширина вікна перекриття та центр перекриття окремих функцій. В результаті роботи генетичного алгоритму отримано оптимальні значення параметрів: ширина вікна перекриття – 0.12, центр вікна перемикання 0.65, які забезпечують мінімум комплексного критерію оцінки якості роботи (2.22). Траєкторія руху вихідної координати системи (крива 4 на рис 3.4)

формується з участків траекторій “2” (Батерворт) та ”3”(Біном), а перехід з однієї на іншу визначає знайдене розміщення функцій належності  $\lambda_i(x)$ .



*Рис. 3.4. Траєкторія руху вихідної координати при різних налаштуваннях системи керування при пуску та зміні зовнішнього навантаження в момент часу, рівний 3с., де: 1 – вихідний сигнал системи з компромісним налаштуванням вагових коефіцієнтів інтегрального функціоналу; 2 – вихідний сигнал системи з більшою швидкістю; 3 – вихідний сигнал системи з меншою швидкістю; 4 – вихідний сигнал системи зі змінними ваговими коефіцієнтами інтегрального функціоналу*

Як видно з рис. 3.4, запропонований підхід забезпечує вигреш у порівнянні з класичним методом, побудованим на основі оптимізації зваженої суми окремих функціоналів при відпрацюванні сигналу завдання. Проте, прийнятий розподіл параметрів функції належності реалізує дещо гірші показники при відпрацюванні збурень. Аналогічний результат отримувався і при дослідженнях, виконаних у розділі 2, і виходом з цієї ситуації є компромісний розподіл функцій належності, які забезпечує вихід на усталене значення з невеликим перерегулюванням і підвищує швидкодію

при відпрацюванні збурень. Це відповідає зсуву оптимальних параметрів функції належності вліво. Дану проблему також можна вирішити ще на етапі синтезу методом генетичного алгоритму, синтезувавши фітнес-функцію з врахуванням не тільки відпрацюванням заданого сигналу, але й якості реакції системи на збурення.

Як зазначалося вище, на значення інтегрального критерію вплив матимуть не тільки параметри, але й вигляд функцій належності. Відповідно, було проведено дослідження для випадку нелінійних функцій належності (2.16), (2.17) та (2.18). (2.19). Отримані траєкторії зміни вихідної координати наведено на рисунку 3.5.

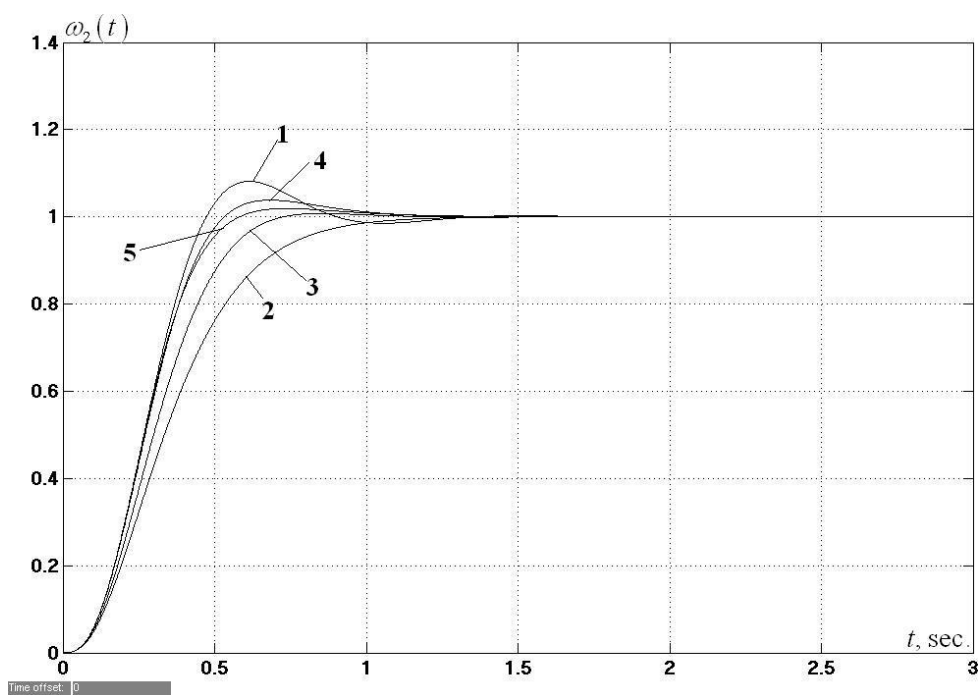


Рис. 3.5. Вихідний сигнал системи третього порядку з такими регуляторами 1 – (3.3); 2 – (3.4); 3 – (3.5); 4 – нечіткий з функцією належності (2.16), (2.17); 5 – нечіткий з функцією належності (2.18), (2.19)

Для порівняння в табл. 3.1 наведено якісні показники регулювання для систем, синтезованих на основі функціоналу (3.3) при різних функціях належності, системи синтезованої на основі багатокритеріальної оптимізації

методом зваженої суми, а також у випадку домінування одного чи іншого з критеріїв.

Таблиця 3.1.

Порівняння характеристик динамічної системи третього порядку з нечітким регулятором та функцією належності (2.16)

	$I_1^*$	$I_2^*$	$F_{penalty}$	$t_{5\%}$	$t_1$	$t_{fin}$	$\max(x_3(t))$
Домінування $F_1$	0.1198	0.1571	0.0451	0.78	0.4718	2.185	1.081
Домінування $F_2$	0.09375	0.125	0.0394	0.7518	1.404	1.742	1
Компромісне налаштування за методом зважених сум	0.06621	0.1093	0.0246	0.5698	0.7215	1.654	1.008
Керування зі змінними ваговими коефіцієнтами і використанням функцій виду (2.14 а,б)	0.05904	0.1026	0.0232	0.4805	0.5805	1.766	1.019
Керування зі змінними ваговими коефіцієнтами і використанням функцій виду (2.15 а,б)	0.0561	0.09807	0.0215	0.4748	0.5308	1.484	1.038

Аналогічні дослідження було проведено для випадку системи четвертого порядку (двомасова позиційна система переміщення). Вигляд траєкторій

зміни вихідної координати показано на рис. 3.6, а отримані значення якісних показників регулювання наведені в таблиці 3.2.

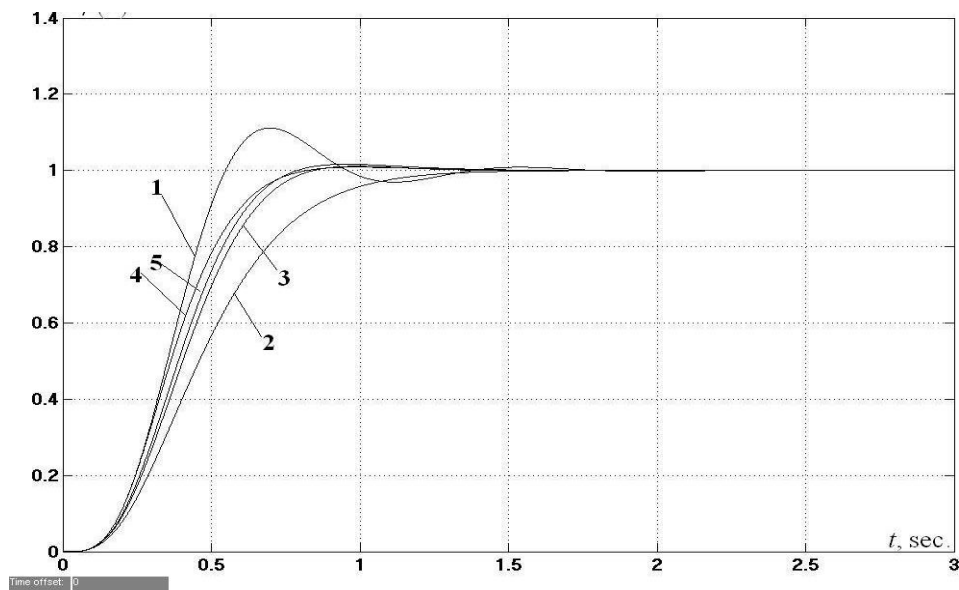


Рис. 3.6. Вихідний сигнал системи четвертого порядку з такими регуляторами 1 – (3.3); 2 – (3.4); 3 – (3.5); 4 – нечіткий з функцією належності (2.16), (2.17); 5 – нечіткий з функцією належності (2.18), (2.19)

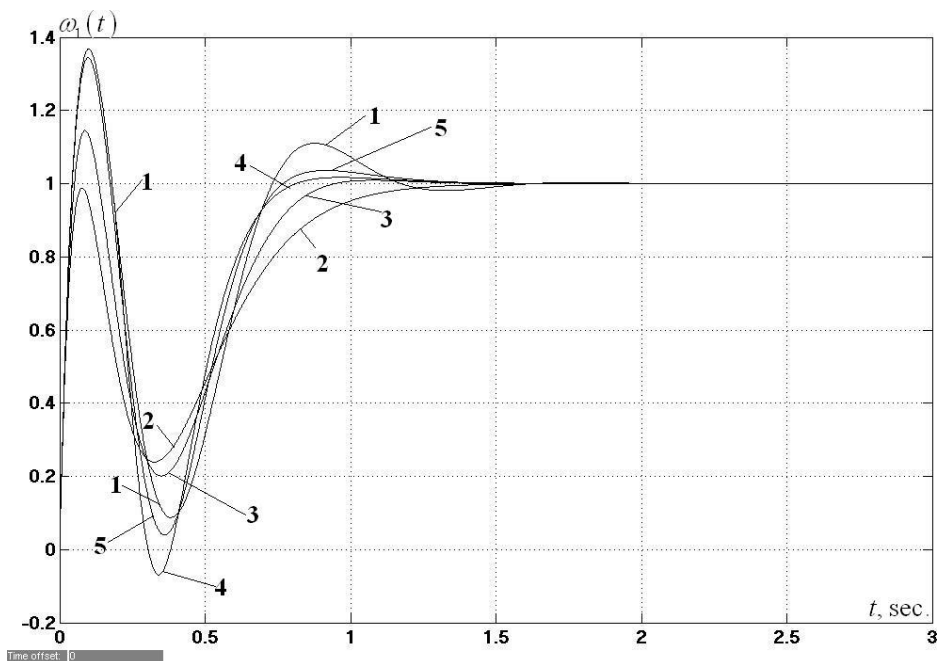


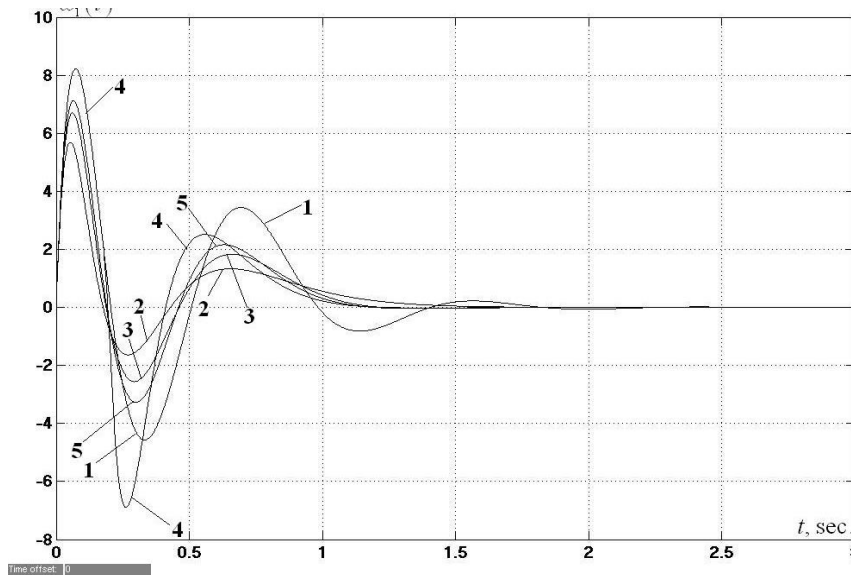
Рис 3.7. Зміна швидкості обертання першої маси у випадку системи третього порядку з такими регуляторами 1 – (3.3); 2 – (3.4); 3 – (3.5); 4 – нечіткий з функцією належності (2.16), (2.17); 5 – нечіткий з функцією належності (2.18). (2.19)

Таблиця 3.2

Порівняння характеристик динамічної системи четвертого порядку з нечітким регулятором та функцією належності (2.16), (2.17)

	$I_1^*$	$I_2^*$	$F_{penalty}$	$t_{5\%}$	$t_1$	$t_{fin}$	$\max(x_3(t))$
Домінування $F_1$	0.2672	0.2949	0.0114	0.8808	0.547	2.853	1.111
Домінування $F_2$	0.183	0.1934	0.0712	0.9305	1.633	1.99	1
Компромісне налаштування за методом зважених сум	0.1469	0.1862	0.0557	0.696	0.84	1.826	1.011
Керування зі змінними ваговими коефіцієнтами і використанням функцій виду (2.16), (2.17)	0.1455	0.1813	0.0549	0.6458	0.815	1.96	1.009
Керування зі змінними ваговими коефіцієнтами і використанням функцій виду (2.18), (2.19)	0.1445	0.1802	0.0547	0.7348	0.547	1.906	1.016

Варто також зазначити, що у випадку функції належності виду (2.18), (2.19) при незначному прогаші в якості регулювання вихідної координати у порівнянні з функцією належності виду (2.16), (2.17) отримуються, як показано на рисунках 3.7 та 3.8, значно менші пульсації проміжної координати як у випадку системи третього, так і четвертого порядку.



*Рис. 3.8. Зміна швидкості обертання першої маси у випадку системи четвертого порядку з такими регуляторами 1 – (3.3); 2 – (3.4); 3 – (3.5); 4 – нечіткий з функцією належності (2.16), (21.7); 5 – нечіткий з функцією належності (2.18), (2.19)*

У випадку застосування трьох і більше критеріїв сума значень функцій належності може бути більшою одиниці, і розподіл цих функцій може допускати значне перекриття не тільки між сусідніми областями. В цьому випадку, оскільки збільшується кількість шуканих параметрів, доцільність застосування генетичного алгоритму ще більше зростає

### **3.2. Синтез каскадних регуляторів для врахування обмежень, які накладаються на змінні стану системи.**

Застосування теорії керування за повним вектором стану забезпечує бажану зміну вихідної координати, у той же час зміна проміжних координат в більшості випадків не розглядається. Нехтування розглядом процесів зміни проміжних координат може унеможливити застосування синтезованого регулятора в реальному об'єкті. Для обмеження проміжних координат задача синтезу формується як оптимізаційна задача з обмеженнями і може

вирішуватись шляхом використання функції покарання. Цей підхід був застосований в розділі 2 для синтезу нечіткого регулятора, зображеного на рисунку 3.9.

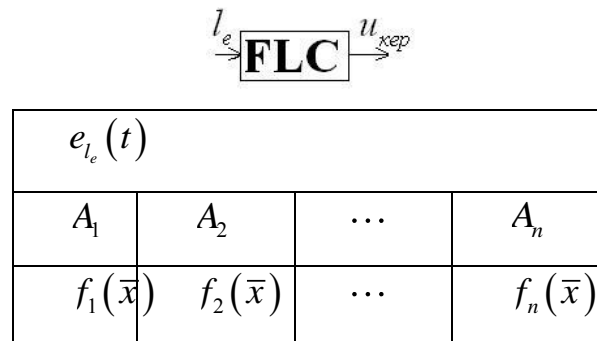


Рис. 3.9. Структура нечіткого регулятора з керуванням за розузгодженням вихідної координати

Величина перерегулювань в системі з керуванням за повним вектором стану суттєво залежить від вибору  $\omega_0$ . Як показано на рисунку 3.10, збільшення власної частоти в 4 рази призводить до збільшення величини максимальної пульсації швидкості першої маси більш ніж в 10 раз.

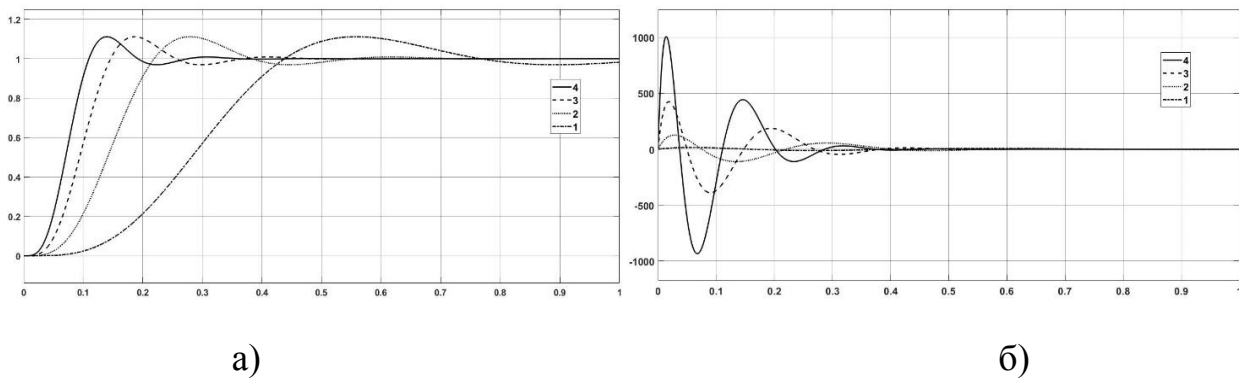
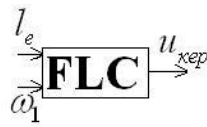


Рис. 3.10. Вихідний сигнал (а) та швидкість першої маси (б) системи при різних значеннях власної частоти системи: 1 –  $x$ ; 2 –  $2*x$ ; 3 –  $3*x$ ; 4 –  $4*x$ .





$x_i(t)$	$e_{l_e}(t)$			
	$A_1$	$A_2$	...	$A_n$
$B_1$	$f_{11}(\bar{x})$	$f_{12}(\bar{x})$	...	$f_{1n}(\bar{x})$
$B_2$				
...	...	...	...	...
$B_m$	$f_{m1}(\bar{x})$	$f_{m2}(\bar{x})$	...	$f_{mn}(\bar{x})$

*Рис. 3.11 Структура нечіткого регулятора з керуванням за розузгодженням вихідної координати та значенням проміжної координати*

Синтез регулятора на основі всіх змінних стану дозволяє уникнути істотних перерегулювань в проміжних координатах, але призводить до значного ускладнення структури нечіткого регулятора (рис. 3.11).

У випадку синтезу за узагальненим параметром (похибкою регулювання), для уникнення значних перерегулювань проміжних координат, пропонується використовувати каскадну структуру регулювання (рис. 3.12). Структура каскадного регулятора утворена двома послідовно з'єднаними регуляторами, перший з яких відповідає регулятору, зображеному на рис. 3.9 і забезпечує формування необхідної динаміки системи. Другий регулятор призначений для корегування вихідного сигналу першого регулятора залежно від величини перерегулювання проміжної координати.

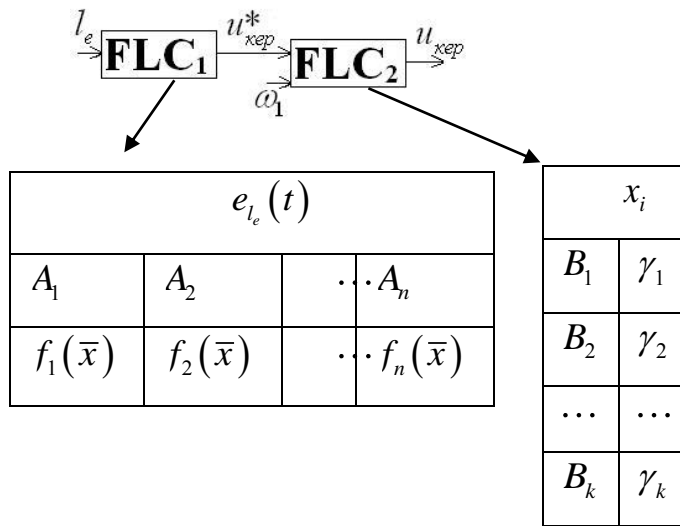


Рис. 3.12. Структура каскадного нечіткого регулятора

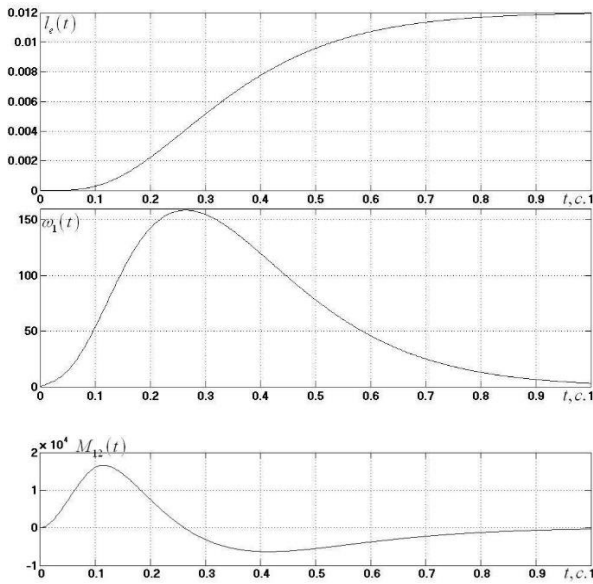


Рис. 3.13. Траєкторії зміни вихідної та проміжних координат системи у випадку регулятора, синтезованого з використанням функції покарання: а  $-l_e(t)$ ; б  $-\omega_1(t)$ ; в  $-M_{12}(t)$

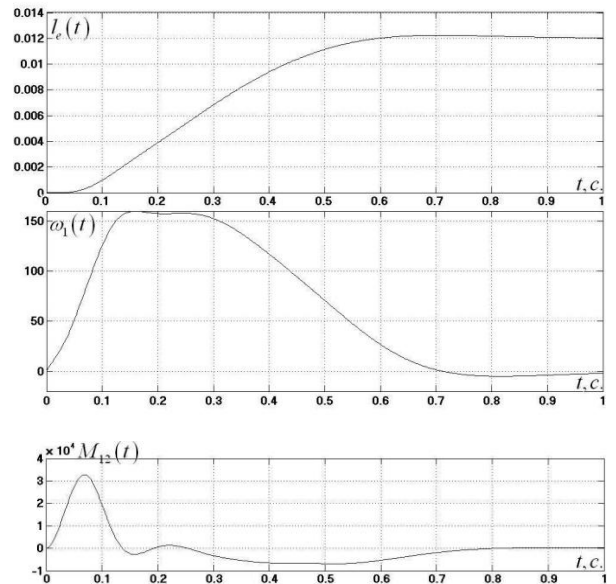


Рис. 3.14. Траєкторії зміни вихідної та проміжних координат системи у випадку регулятора, синтезованого з використанням каскадного регулятора: а  $-l_e(t)$ ; б  $-\omega_1(t)$ ; в  $-M_{12}(t)$

На рис 3.13 наведено перехідний процес в системі четвертого порядку (двомасова система, виходом якої є лінійне переміщення) синтезований з використанням функцій покарання при наявності перерегулювання проміжної координати. А на рис. 3.14 наведені аналогічні результати у випадку застосування каскадного регулятора. Отримані результати свідчать про те, що пропонуваній регулятор забезпечує вищу швидкодію системи у порівнянні з системою, синтезованою з використанням функції покарання. Проте, ускладнюється налаштування такого регулятора, оскільки з'являються додаткові параметри, в той же час структура каскадного регулятора залишається значно простішою, ніж при синтезі регулятора за всіма координатами вектора змінних стану.

Такий підхід дає також змогу уникнути розв'язування оптимізаційної задачі з накладеними обмеженнями і синтезувати регулятори на основі розв'язку значно простішої оптимізаційної задачі без врахування обмежень.

### **3.3. Застосування сімейства динамічних підсистем при синтезі нечітких регуляторів електромеханічних систем з типовими нелінійностями.**

Загально відомо, що більшість технічних систем є нелійними. Однак більшість методів керування створені саме для лінійних систем. Їх застосування вимагає лінеаризації системи в певній точці простору станів. Однак, в такому випадку при переході до реальної фізичної системи можуть виникати суттєві невідповідності між бажаною та реальною поведінкою системи.

Нелінійну систему можна розглядати як лінійну систему зі змінними параметрами. Тоді можна застосовувати підходи робастного керування. Це суттєво покращить дію отриманого керування, однак воно все ще буде далеким від оптимального. Основною проблемою використання лінійної системи є те, що вона відповідає нелінійній системі лише в одній точці та невеликому її околі. Для уникнення такої невідповідності, можливою є

лінеаризація системи в кількох точках. Для забезпечення плавного перемикання між цими точками можна скористатись апаратом нечіткої логіки. Таким чином, нелінійність системи апроксимується сімейством лінійних підсистем, що характерно для фаззи-моделювання.

В електротехнічних системах при синтезі алгоритмів методами класичної теорії керування для апроксимації нелінійності застосовують лінійну залежність  $f(x) \approx f_1(x) = K_{tp}^1 x$ , яку отримують з розкладу нелінійної функції в ряд Тейлора на початку координат при нехтуванні доданків вище другого порядку. Однак, таке наближення справедливе лише в невеликій області зміни вхідної координати, як демонструють рис. 3.15а, 3.16а, 3.17а при апроксимації кривої 1 прямою 2. Застосування апарату нечіткої логіки для апроксимації функції призводить до створення моделі

$f(x) \approx \sum_{i=1}^n \mu_i(x) f_i(x)$ , де  $\mu_i(x)$  – функція належності,

$f_i(x) = K_{tp}^i x, i = \overline{1..n}, K_{tp}^i > K_{tp}^{i+1}$ . Залежно від значення вхідного сигналу та

вигляду функції належності відбувається перемикання між функціями  $f_i(x)$ , тобто змінюється коефіцієнт підсилення. Отримані при застосуванні описаного вище підходу апроксимації нелінійностей наведені на рис. 3.15б, 3.16б, 3.17б.

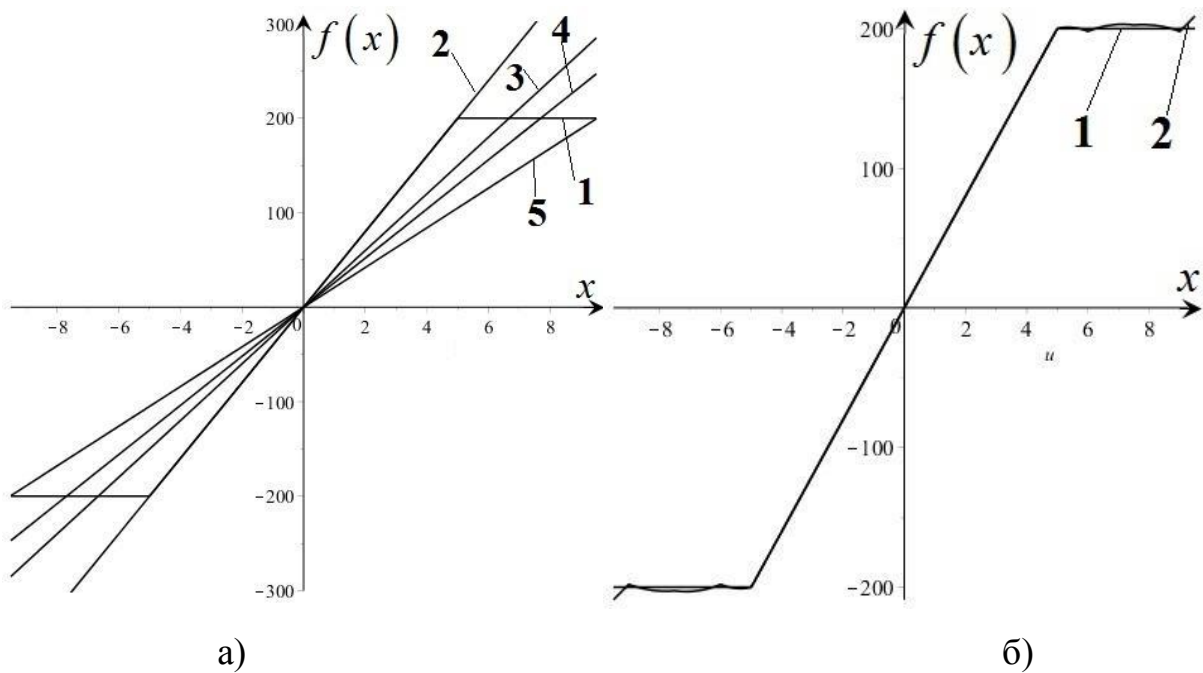


Рис. 3.15 – Апроксимація функції виду насичення: а) традиційний варіант – апроксимація прямою; б) з використанням нечіткої логіки, для перемикання

$$\text{між прямими } f_i(x) = K_{пр}^i x, i = \overline{1..n}, K_{пр}^i > K_{пр}^{i+1}$$

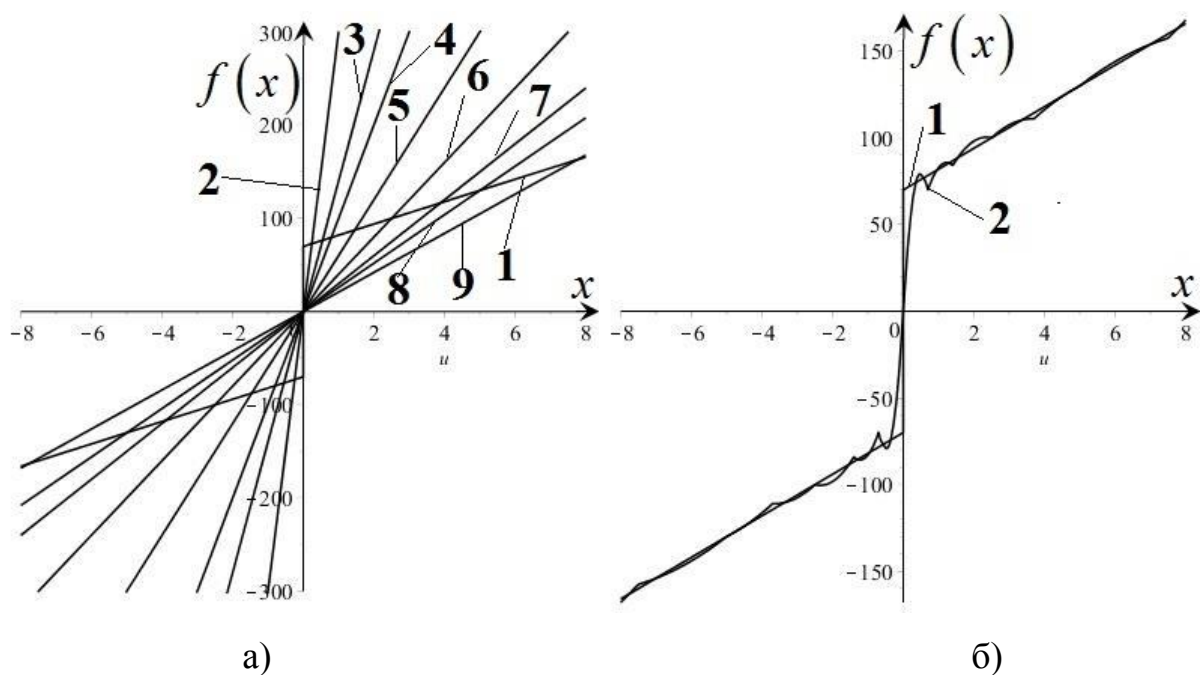


Рис. 3.16. Апроксимація функції виду зміщення: а) традиційний варіант – апроксимація прямою; б) з використанням нечіткої логіки, для перемикання

$$\text{між прямими } f_i(x) = K_{пр}^i x, i = \overline{1..n}, K_{пр}^i > K_{пр}^{i+1}$$

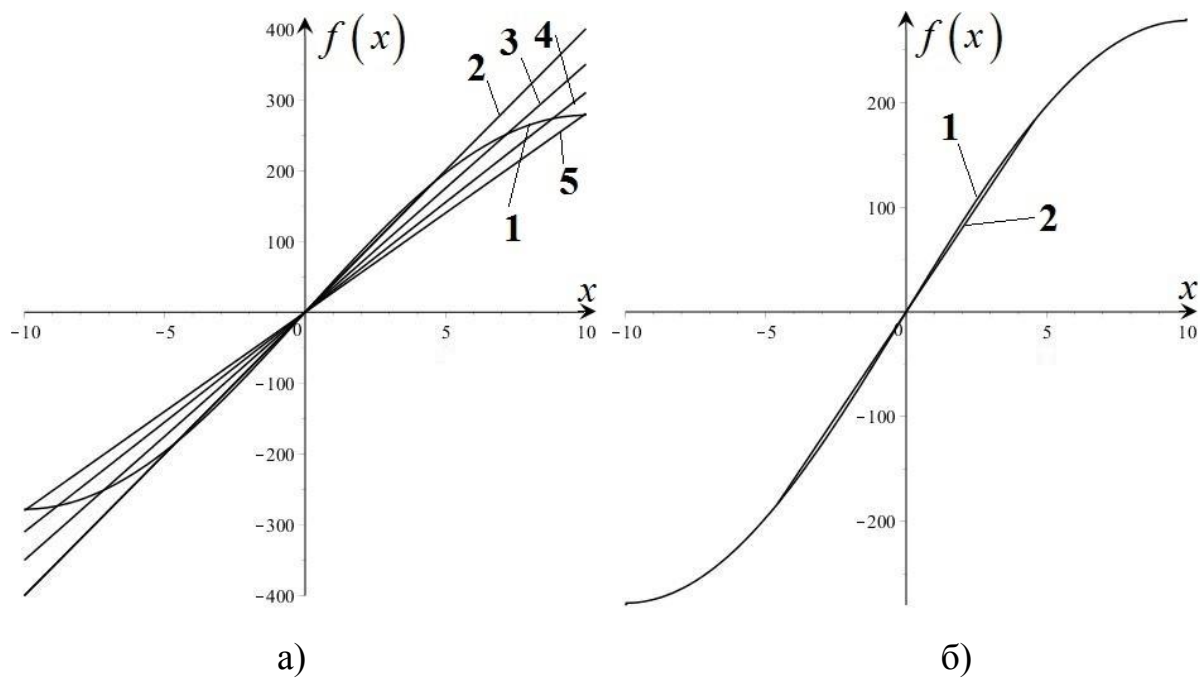


Рис. 3.17. Апроксимація функції виду намагнічення: а) традиційний варіант – апроксимація прямою; б) з використанням нечіткої логіки, для перемикання

$$\text{між прямими } f_i(x) = K_{tp}^i x, i = \overline{1..n}, K_{tp}^i > K_{tp}^{i+1}$$

Наведені на цих рисунках результати демонструють, що даний підхід дозволяє суттєво підвищити точність апроксимації і забезпечує можливість використання методів лінійної теорії керування до синтезу керуючих впливів, зокрема, при використанні нечіткого регулятора Такагі-Сугено. Окреме правило такого регулятора може бути сформовано у наступному вигляді:

$$IF (x \text{ in } U_i) THEN K_{tp} = K_{tp}^i \text{ and } \bar{u}(t) = K(K_{tp}) \cdot x,$$

де  $U_i, i = \overline{1..n}$  визначають області розбиття системи, а  $K(K_{tp})$  – коефіцієнти регулятора за повним вектором стану, які реалізують налаштування на вибрану стандартну форму (Бесселя, біноміальну, Баттерворта), розраховані при певному значенні  $K_{tp}$ .

Ефективність застосування такого підходу буде продемонстровано в підрозділі 4.2 на прикладі системи керування переміщенням електроду

дугової сталеплавильної печі (ДСП) при врахуванні нелінійностей тиристорного перетворювача та обмеженні регулятора.

Як вже зазначалося, нелінійність можна трактувати як зміну параметрів системи в процес її роботи. Тому при синтезі систем зі змінними параметрами можливим є використання описаного вище підходу. В такому випадку, окреме правило нечіткого регулятора матиме вигляд:

$$IF (x \text{ in } U_i) THEN \alpha = \alpha_i \text{ and } \bar{u}(t) = K(\alpha) \cdot x,$$

де  $U_i, i = \overline{1..n}$  визначають області розбиття системи для змінної стану, а  $K(\alpha)$  – коефіцієнти регулятора за повним вектором стану, які реалізують налаштування на вибрану стандартну форму (Бесея, біноміальну, Баттерворта), розраховані при певному значенні  $\alpha$ , а  $x$  – координата вектора стану, яка дає змогу ідентифікувати відповідну зміну параметра. Можливим також є варіант застосування в системі розширеного спостерігача, який дає змогу ідентифікувати відповідний параметр. Тоді окреме правило нечіткого регулятора матиме вигляд:

$$IF (\alpha \text{ in } U_i) THEN \bar{u}(t) = K(\alpha)x,$$

де  $U_i, i = \overline{1..n}$  визначають області розбиття системи для параметру  $\alpha$ .

Запропонований підхід синтезу регулятора у випадку системи зі зміною параметрів дає змогу уникнути недоліків методів синтезу робастного керування [147] та МРС регуляторів [103, 175]. Так при використанні МРС регуляторів переважно застосовують лінійну дискретну модель системи в просторі станів

$$\begin{aligned} x(k+1) &= Ax(k) + Bu(k) \\ y(k) &= Cx(k) \end{aligned}$$

де  $x(k), u(k), y(k)$  – це вектори станів, входів та виходів системи відповідно. Нехай  $y_k$  – є значенням вихідного сигналу у майбутньому часі  $k$  при заданій послідовності  $u_k$  та початковому стані системи  $x_0$ . Тоді в кожен момент часу

$k$ , згідно з алгоритмом прогнозного керування, необхідно розв'язувати оптимізаційну задачу:

$$\begin{aligned} \min_{u_0, \dots, u_{N_c-1}} & \left( \sum_{k=0}^{N_p} y_k^T Q y_k + \sum_{k=0}^{N_c-1} u_k^T R u_k \right) \\ u_{\min} \leq u_k \leq u_{\max}, & \quad k = 0, \dots, N_c - 1 \\ y_{\min} \leq y_k \leq y_{\max}, & \quad k = 0, \dots, N_p \\ x_{k+1} = Ax_k + Bu_k, & \quad k \geq 0 \\ y_k = Cx_k, & \quad k \geq 0 \\ x_0 = x(0) \end{aligned}$$

де  $Q \geq 0, R > 0$  – вагові матриці,  $N_p$  та  $N_c$  – прогнозний та контрольний горизонти відповідно,  $u_{\min}, u_{\max}, y_{\min}, y_{\max}$  – обмеження на значення вхідних та вихідних сигналів системи.

Як зазначено в [103], вибір значення прогнозного та контрольного горизонтів – це компроміс між якістю перехідних процесів в системі та складністю обчислень, тому доцільно вибирати  $N_c \leq N_p$ . Динамічні характеристики системи з MPC-регулятором можна налаштувати за допомогою зміни значень елементів матриці  $Q$ , зокрема за допомогою алгоритм пошуку шаблонів.

У випадку робастного керування при змінних параметрах як в матриці системи, так і в матриці входу постає задача пошуку такого вектора керування  $u = Kx$ , який би для всіх  $p \in P$  забезпечував асимптотичну стійкість замкнутої системи  $\dot{x} = A(p)x + BKx$ . При цьому використовують допоміжну систему  $\dot{x} = A(p)x + Bu + \alpha(I - BB^+)v$  для якої знаходять керування за повним вектором стану  $u = Kx, v = Lx$ , які б мінімізували

значення цільової функції  $\int_0^{\infty} (x^T (F + \rho^2 H + \beta^2 I)x + u^T u + \rho^2 v^T v) dt$ , де

$\alpha \geq 0, \rho \geq 0, \beta \geq 0$  – деякі сталі параметри; матриці  $F$  та  $H$  означені наступним чином:



$$\begin{aligned} (A(p) - A(p_0))^T B^{+T} B^+ (A(p) - A(p_0)) &\leq F \\ \alpha^{-2} (A(p) - A(p_0))^T (A(p) - A(p_0)) &\leq H \end{aligned}$$

$B^+ = (B^T B)^{-1} B^T$  - псевдообернена матриця;  $A(p_0)$  - обмежена матриця номінальних значень величин.

Розв'язком цієї LQR задачі є:

$$\begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix} = -\tilde{R}^{-1} \tilde{B}^T S x,$$

де  $S$  є єдиним додатньовизначеним розв'язком такого алгебраїчного рівняння Рікати  $S\tilde{A} + \tilde{A}^T S + \tilde{Q} + S\tilde{B}\tilde{R}^{-1}\tilde{B}^T S = 0$ .

Складність наведених математичних викладок зменшує привабливість застосування робастного керування та MPC-регуляторів в електротехнічних системах.

Порівняємо ефективність застосування запропонованого нечіткого регулятора та згаданих підходів на прикладі системи другого порядку у випадку зміни сталої часу другої маси двомасової системи. Нехай  $T_{M_2} \in [T_{M_2}^0; T_{M_2}^N]$ . Загалом вважається, що робастний регулятор – це такий регулятор, який забезпечує належну якість керування, наприклад, запас стійкості, якщо об'єкт керування відрізняється від розрахункового. Керування, синтезоване для деякого значення змінної  $T_{M_2}^j$ , має певний запас стійкості, тобто при відхиленні реального значення змінної  $T_{M_2}$  від  $T_{M_2}^j$  на деяку величину  $\rho(T_{M_2}^j)$  система залишається стійкою. Це величина називається радіусом стійкості [147]. У випадку, якщо  $\Delta T_{M_2}^i = T_{M_2}^{i+1} - T_{M_2}^i > \rho(T_{M_2}^i)$ , система втратить стійкість. Для визначення радіуса стійкості системи можна застосовувати, наприклад, годограф Ципкіна-Поляка [147]. Значення параметра  $T_{M_2}$  можна визначити, застосувавши, наприклад, розширений фільтр Калмана чи визначник Люенберга. Крім того,

значення  $T_{M_2}$  можна визначати і на основі координати стану системи, зокрема положення шнеку, роботизованої руки тощо [115]

При застосуванні запропонованого підходу синтезують керуючі впливи окремих правил нечіткого регулятора при таких значеннях  $T_{M_2}^i$ , щоб  $T_{M_2}^{i+1} < T_{M_2}^i + \rho(T_{M_2}^0)$ , що і забезпечить робастність усієї системи. Таким чином, досліджувана система набуде вигляду

$$\dot{x} = A(p)x + B \frac{\sum_{i=0}^N K_i \mu_i(T_{M_2})}{\sum_{i=0}^N \mu_i(T_{M_2})} x$$

Дослідження проводились на прикладі системи, що описана в [103], для якої було синтезовано параметри MPC-регулятора та робастного регулятора при  $\alpha = 0.05, \beta = 10, \rho = 1$  та  $F = 0, H = \alpha^{-2} [H_{ij}]_{i,j=1..3}, H_{ij} = ((pmax - 1) / Tm2)^2$ . Параметри моделі були наступними:  $T_{M_1} = 203ms, T_C = 2.6ms, T_{M_2} \in [203ms, 812ms]$ . Значення середньгеометричного кореня було прийняте рівним  $\omega_0 = 15$ .

Величину інтервалу стійкості можна визначити, обчисливши дійсні частини коренів характеристичного поліному досліджуваної системи при зміні значень її параметрів. Зокрема, на рис. 3.18 наведено зміну значень радіуса стійкості (Ro) при зміні значень  $T_{M_2}$  та  $\omega_0$  при цьому через  $T_{M_2}$  позначено значення сталої часу, для якої синтезовано коефіцієнти підсилення регулятора, а через  $T_{M_2}^*$  – реальне значення сталої часу другої маси.

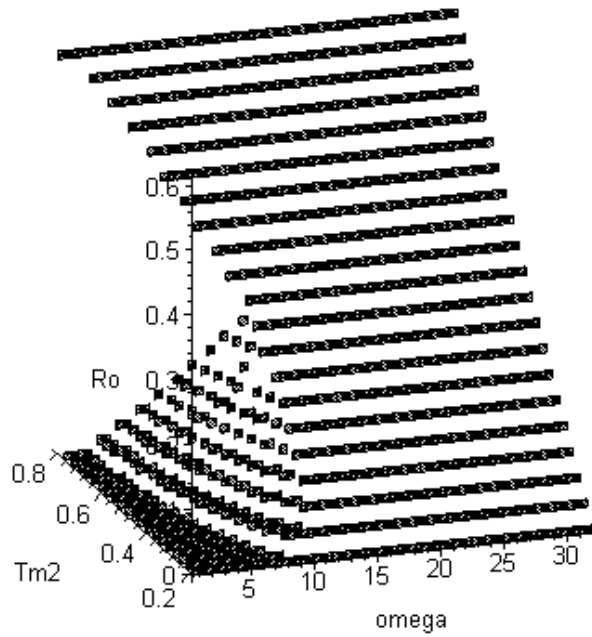


Рис. 3.18. Зміна значення радіуса стійкості  $R_0$  при зміні значень  $T_{M_2}$  та  $\omega_0$ .

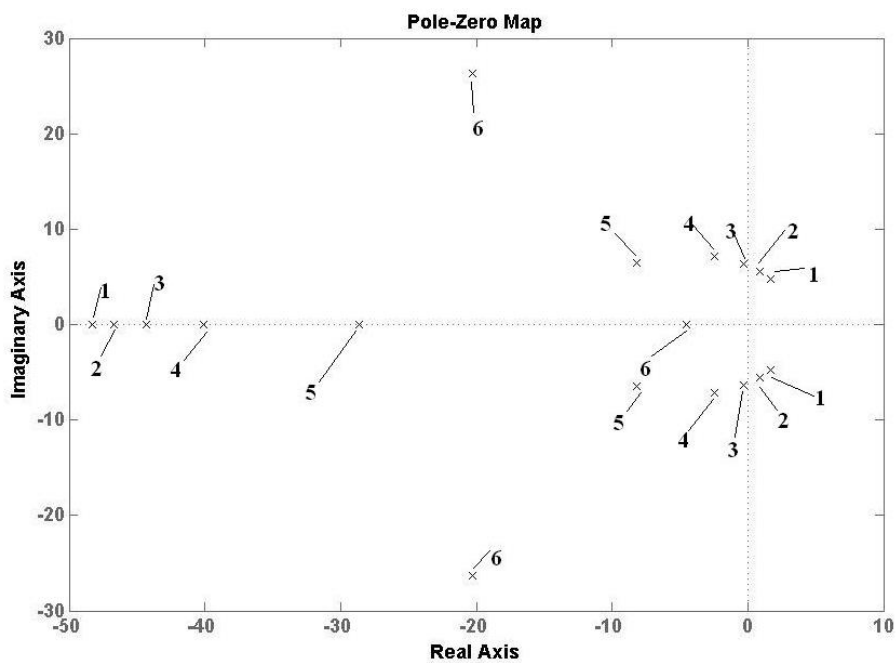


Рис. 3.19. Зміна розміщення коренів характеристичного полінома досліджуваної системи при  $\omega_0 = 15$  та зміні значення сталої часу другої маси:

1 -  $T_{M_2}^* = 0.203$ , 6 -  $T_{M_2}^* = 0.812$ , інші значення  $T_{M_2}^*$  рівномірно розподілені на проміжку  $(0.203, 0.812)$

Наведені результати свідчать, що суттєвий вплив на радіус стійкості системи має значення  $\omega_0$ . Зокрема, при  $\omega_0 > 20$  система залишається стійкою при всіх значеннях  $T_{M_2}^*$  та  $T_{M_2}$  з досліджуваного інтервалу їх зміни. На рис. 3.19 показано зміну розміщення коренів характеристичного полінома системи при зміні сталої часу другої маси та  $\omega_0 = 15$ . При зростанні значення  $T_{M_2}^*$  система переходить з нестійкого стану в стійкий, що цілком узгоджується з рис. 3.18.

На рис. 3.20 у відносних одиницях зображено зміну в часі вхідного сигналу системи та зміну значення сталої часу другої маси  $T_{M_2}(t)$  для яких порівнювалася ефективність роботи синтезованих регуляторів. Слід зазначити, що значення інтегрального показника якості (2.22) було обчислено для кожного інтервалу зміни вхідного сигналу окремо:  $I_i$  при  $t \in [t_i, t_{i+1}]$ .

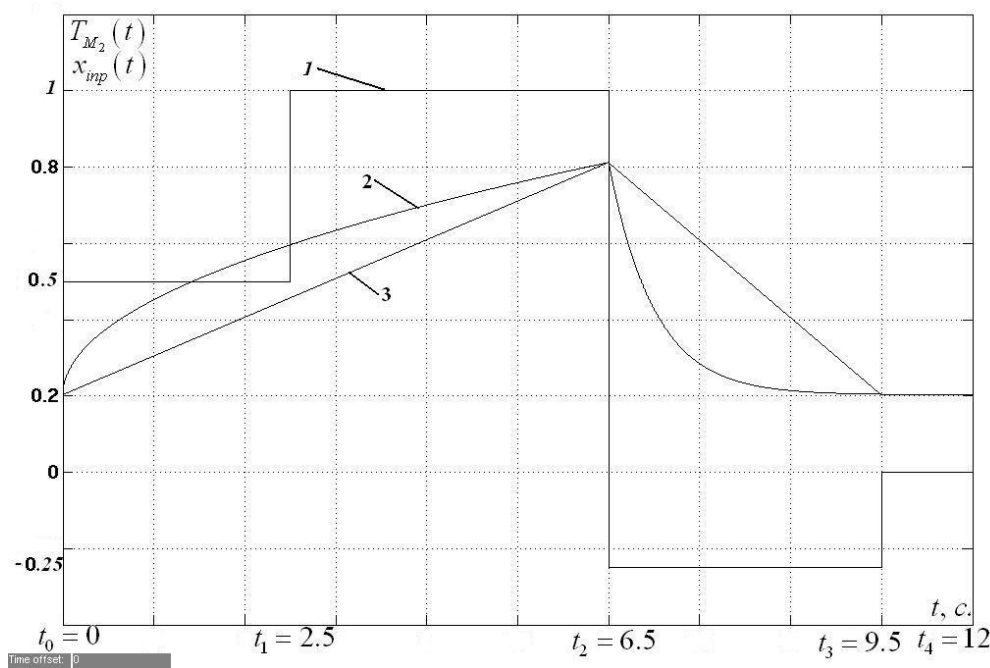


Рис. 3.20. Вхідний сигнал системи (1); характер зміни  $T_{M_2}(t)$  у випадку нелінійної (2) та лінійної (3) функцій.

Як і у роботі [103], при порівнянні робастного керування та МРС-регулятора досліджено два варіанти систем: без та з задавачем інтенсивності у вигляді ланки другого порядку:

$$G = \frac{\hat{\omega}_0^2}{p^2 + 2\zeta\hat{\omega}_0 p + \hat{\omega}_0^2},$$

де частота задавача  $\hat{\omega}_0 = 32$ , коефіцієнт демпфування  $\zeta = 5$ .

На рис. 3.21 – 3.23 наведено траєкторію зміни вихідної координати системи для різних характерів зміни сталої часу другої маси  $T_{M_2}$ . На цих рисунках 1 – вихідний сигнал системи з МРС-регулятором, 2 – вихідний сигнал системи з нечітким регулятором, 3 – вихідний сигнал системи з оптимальним робастним регулятором.

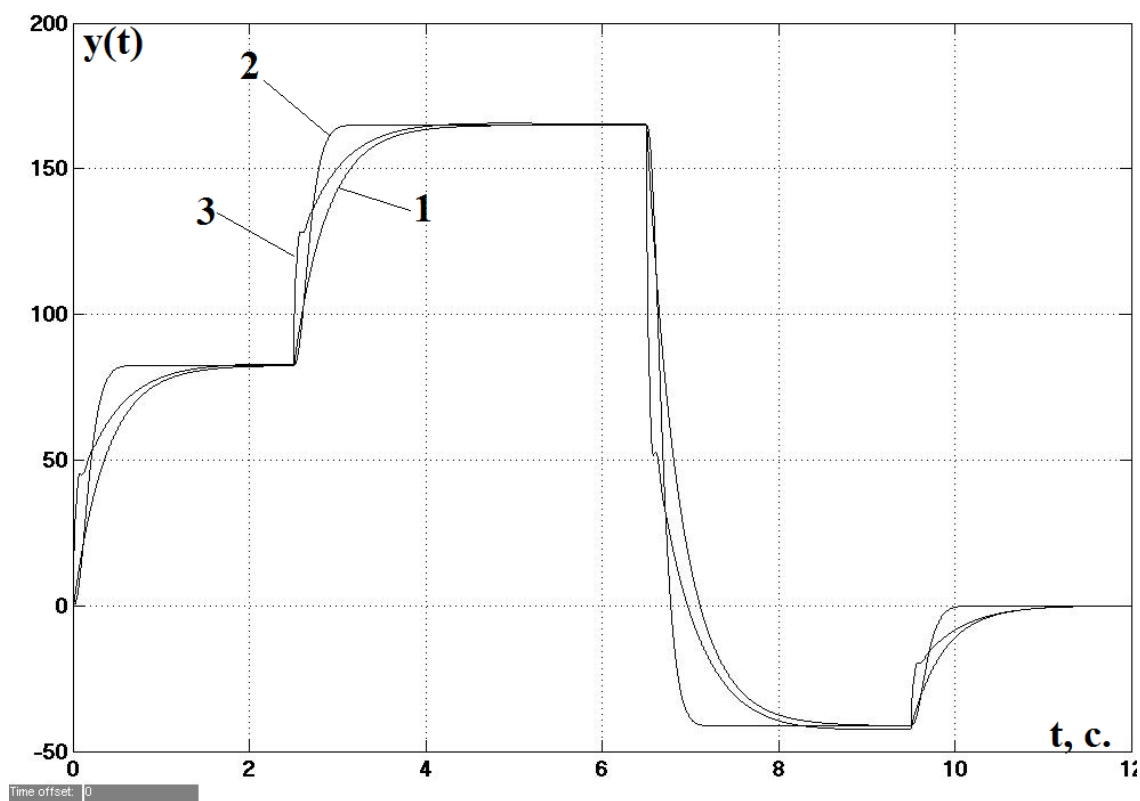


Рис. 3.21. Траєкторія зміни вихідної координати в системі без задавача інтенсивності при  $T_{M_2}(t) = const$

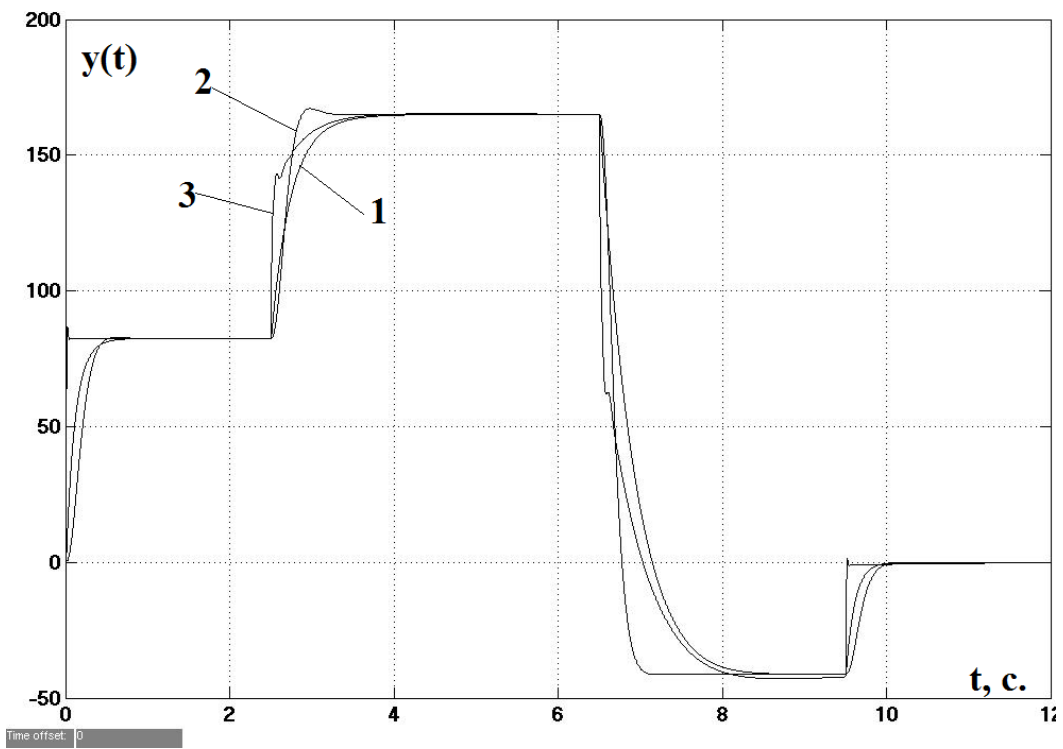


Рис. 3.22. Траєкторія зміни вихідної координати в системі без задавача інтенсивності у випадку кусково-лінійної зміни  $T_{M_2}(t)$

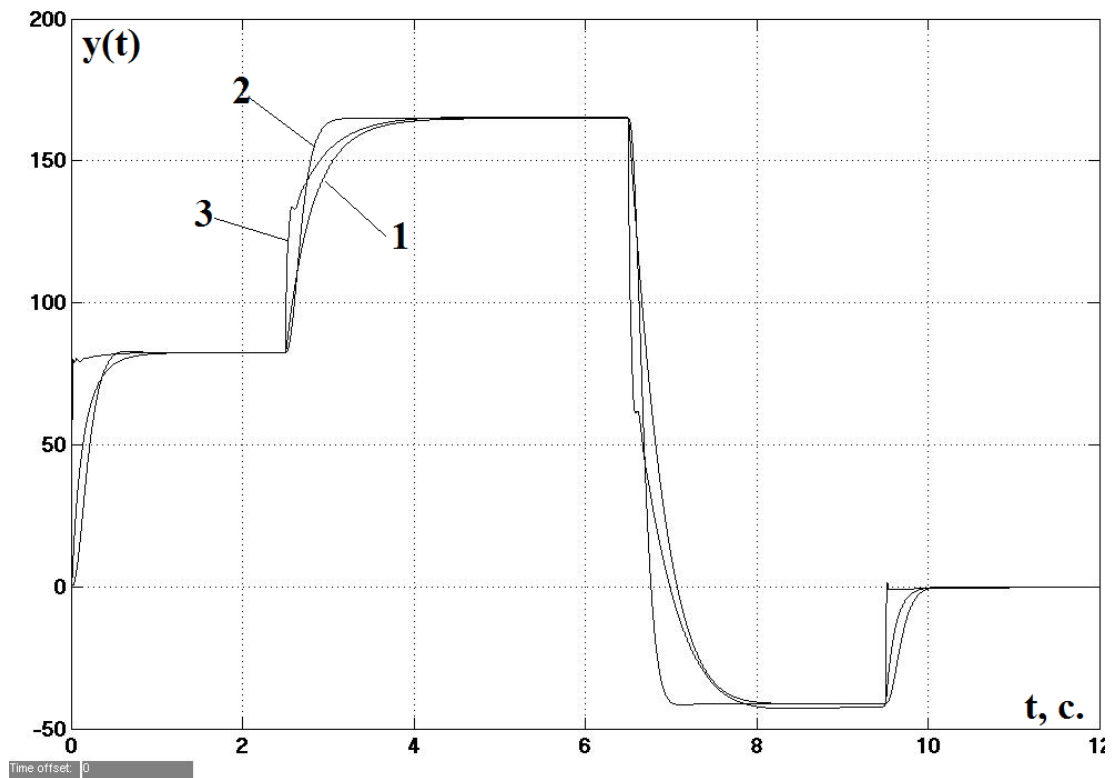


Рис. 3.23. Траєкторія зміни вихідної координати в системі без задавача інтенсивності у випадку нелінійної зміни  $T_{M_2}(t)$

Кількісне порівняння одержаних результатів у вигляді порахованих для кожного інтервалу значень інтегрального критерію наведене в таблиці 3.3.

Таблиця 3.3

Кількісні показники функціонування системи без задавача інтенсивності.

Тип регулятора	Характер зміни значення сталої часу другої маси											
	Нелінійний				Лінійний				Константа			
	$I_1$	$I_2$	$I_3$	$I_4$	$I_1$	$I_2$	$I_3$	$I_4$	$I_1$	$I_2$	$I_3$	$I_4$
MPC	4,684	12,29	22,28	1,872	4,381	9,208	26,23	2,053	12,32	14,85	23,21	5,613
Fuzzy	2,33	2,219	4,662	1,1	2,067	1,87	5,088	1,1	2,069	2,069	5,172	1,034
Optimal robust	2,362	9,186	21,8	0,5095	1,194	5,448	29,47	0,5094	11,74	11,87	29,56	5,862

Наведені в таблиці результати свідчать, що система з нечітким регулятором забезпечує вигреш у швидкодії у порівнянні з системами з іншими досліджуваними регуляторами.

Аналогічні дослідження було проведено і для системи з задавачем інтенсивності. Відповідні результати наведено на рис. 3.24 -3.26 та в табл. 3.4. На цих рисунках 1 – вихідний сигнал системи з MPC регулятором, 2 – вихідний сигнал системи з нечітким регулятором, 3 – вихідний сигнал системи з оптимальним робастним регулятором.

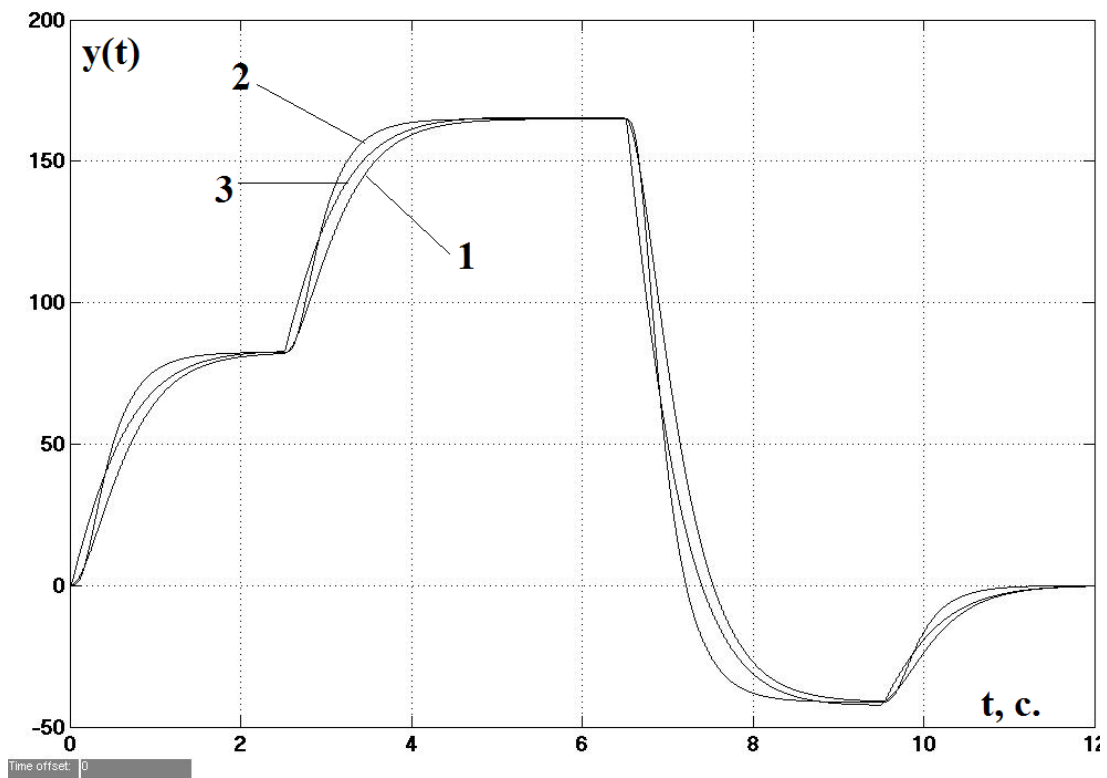


Рис. 3.24. Траєкторія зміни вихідної координати в системі з задавачем інтенсивності при  $T_{M_2}(t) = const$

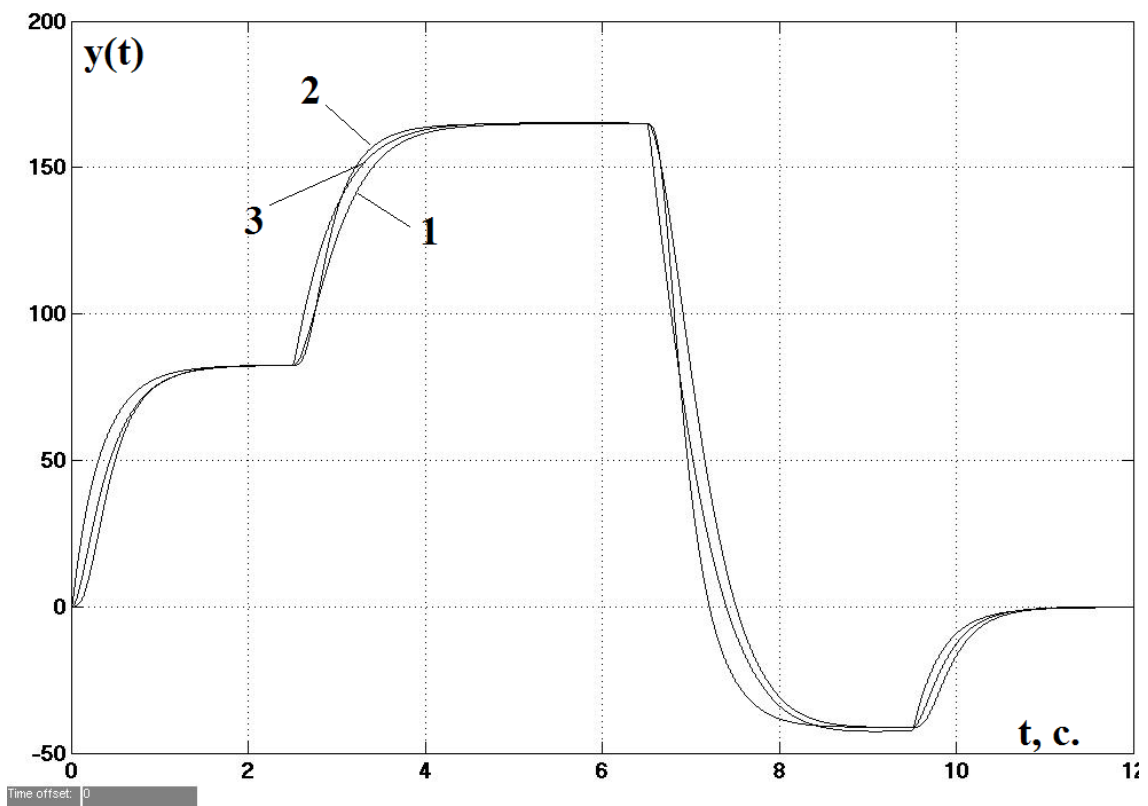


Рис. 3.25. Траєкторія зміни вихідної координати в системі з задавачем інтенсивності у випадку кусково-лінійної зміни  $T_{M_2}(t)$



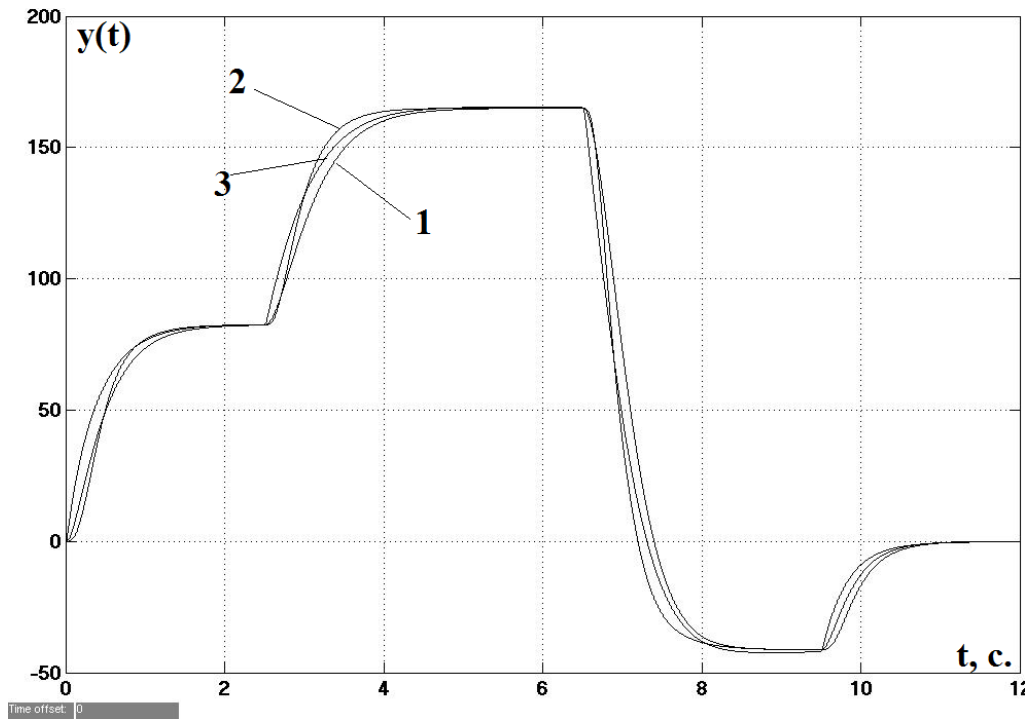


Рис. 3.26. Траєкторія зміни вихідної координати в системі з задавачем інтенсивності у випадку нелінійної зміни  $T_{M_2}(t)$

Таблиця 3.4

Кількісні показники функціонування системи з давачем

Тип регулятора	Характер зміни значення сталої часу другої маси											
	Нелінійний				Лінійний				Сталий			
	$I_1$	$I_2$	$I_3$	$I_4$	$I_1$	$I_2$	$I_3$	$I_4$	$I_1$	$I_2$	$I_3$	$I_4$
MPC	11,72	20,36	43,6	4,941	9,132	15,97	53,55	5,289	21,41	22,93	54,95	12,17
Fuzzy	14,26	15,28	35,34	7,641	14,73	14,17	37,05	7,641	15,04	15,09	37,69	7,519
Optimal robust	17,25	26,96	53,49	5,957	13,44	21,59	66,97	5,957	29,15	29,77	73,81	14,52

Наведені результати дозволяють зробити аналогічні висновки, як і у випадку системи без задавача інтенсивності. Слід зазначити, що на відміну від традиційних робастного та MPC-регуляторів, у пропонованому нечіткому регуляторі можна підвищити швидкодію, застосувавши інший тип характеристичного полінома, на який налаштовані підсистеми, або застосувавши поєднання таких поліномів, як показано у розділі 2.

### 3.4. Висновки.

1. Застосування нечіткого регулятора дає змогу формувати задачу багатокритеріального керування як задачу зі змінними в часі залежно від стану об'єкту та вимог технологічного процесу коефіцієнтами ваги окремих критеріїв, що, на відміну від відомих підходів з теорії Парето оптимальних рішень, забезпечує формування траєкторії вихідної координати як набору оптимальних траєкторій, перехід між якими відбувається на основі методів теорії нечітких множин, і тим самим покращує якісні показники функціонування системи.
2. Використання каскадної структури нечіткого регулятора дає змогу в двомасовій системі забезпечити обмеження проміжної координати на заданому рівні, уникнути необхідності розв'язування оптимізаційної задачі з накладеними обмеженнями на змінні стану і забезпечує покращення динамічних характеристик системи у порівнянні з системою, синтезованою з використанням інтегрального критерію якості та функції покарання.
3. Використання простої фаззи-моделі забезпечує достатньо високу якість апроксимації традиційних нелінійностей електромеханічної системи і можливість формування керуючих впливів з врахуванням цих нелінійностей та створює єдиний методологічний підхід до синтезу систем як зі змінними параметрами, так і з типовими нелінійностями.
4. Порівняльний аналіз запропонованого підходу синтезу керуючих впливів з регуляторами, які синтезовані на основі теорії робастного керування та *model predictive control*, продемонстрував переваги синтезованого нечіткого регулятора при дослідженні двомасової системи зі змінною сталою часу другої маси. До недоліків запропонованого підходу можна віднести необхідність синтезу розширеного спостерігача чи опосередкованої ідентифікації зміни параметру на основі значення координати положення механізму чи іншої змінної простору стану системи.

Отже отримані результати свідчать про можливість та доцільність застосування уніфікованого підходу до формування нечіткого керування для різних типів задач керування, як лінійних так і нелінійних. Застосування пропонує підходів дозволяє одночасно обмежити бажані проміжні координати та підвищити швидкість реакції вихідного сигналу системи та звіну сигналу завдання та зовнішні збурення.

## РОЗДІЛ IV

### ДОСЛІДЖЕННЯ ЕФЕКТИВНОСТІ РОЗРОБЛЕНИХ ПІДХОДІВ ДО СИНТЕЗУ РЕГУЛЯТОРІВ НА ПРИКЛАДІ ЕЛЕКТРОТЕХНІЧНИХ СИСТЕМ

#### 4.1. Математична модель дугової сталеплавильної печі (ДСП)

Для забезпечення оптимального режиму плавлення при вторинній переробці металевого брухту (шихти) важливим є максимально точне формування довжини дуги між електродом і шихтою. Цю величину безпосередньо виміряти неможливо. На практиці системи автоматичного керування ДСП будують на основі поточного вимірювання координат режиму плавлення (електричних, механічних), які фізично пов'язані (тісно корельовані) з довжинами дуг. Зокрема, у сучасних ДСП використовуються САК переміщення електродів, які побудовані за диференціальним принципом [242, 270]. У них реалізують закон керування на основі сигналу розузгодження:

$$\Delta_p = aI - bU ,$$

де  $a, b$  – постійні коефіцієнти, що визначають усталене значення довжини дуги, котру має забезпечити САК в режимі стабілізації положення електрода,  $I$  значення струму дуги, а  $U$  – напруги дуги. Залежність  $I_o(l_o)$  є нелінійною функцією. Цю особливість необхідно враховувати при створенні моделі ДСП, яка б не лише адекватно відображала процеси у фізичному об'єкті, а й дозволяла синтезувати відповідне керування. Адже висока точність, а, отже, і складність, моделі суттєво ускладнює процеси формування керуючих впливів. Використання лінеаризованої моделі дуги при синтезі системи керування дає змогу отримати оптимальну динаміку системи в околі робочої точки. У режимах значних відхилень адекватність лінеаризованої моделі та ефективність її використання при синтезі системи керування значно

знижується, що у подальшому впливає на характеристики та показники роботи дугової печі у цілому.

Традиційно, механізм переміщення електродів (рис. 4.1, див. [270]) описують нелінійною одномасовою (рис. 4.2) або двомасовою системою, де керуюча дія на переміщення електродів формується на основі збурення за довжиною дуги [270].

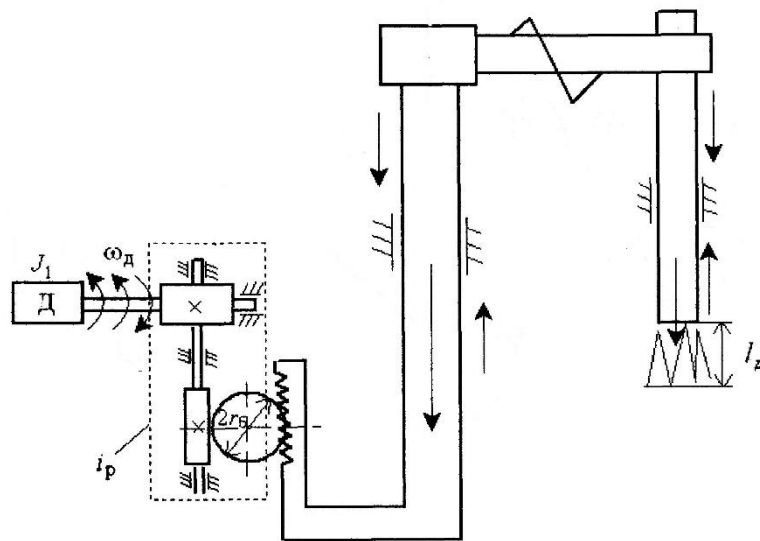


Рис. 4.1. Схема механізму переміщення електрода (рис. з [270])

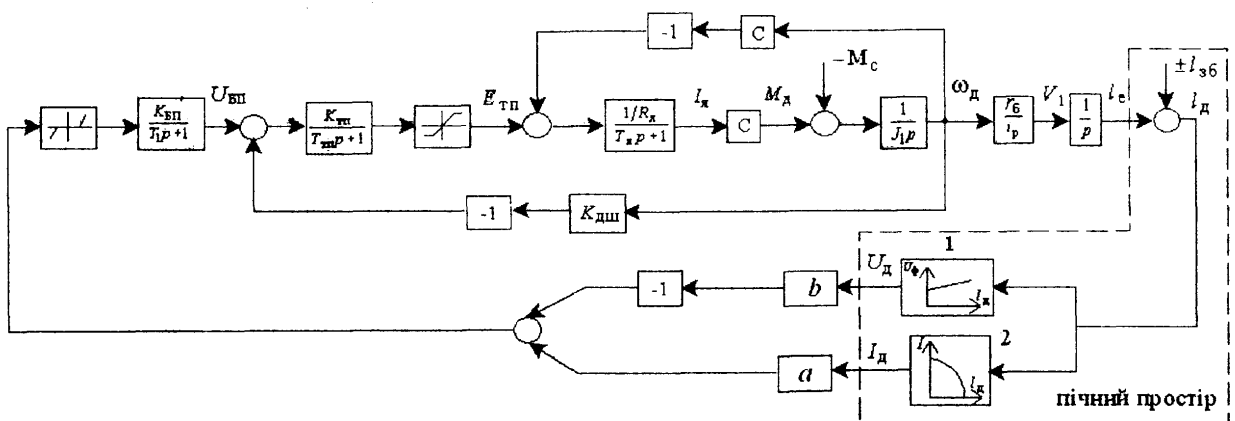


Рис. 4.2. Нелінійна одномасова модель керування переміщенням електрода (рис. з [270])

Одномасову лінеаризовану математичну модель такої системи може бути представлено системою рівнянь виду:

$$\left\{ \begin{array}{l} pU_{БП}(p) = \frac{1}{T_1} (K_{БП}(aI_\delta(l_\delta) - bU_\delta(l_\delta)) - U_{БП}(p)); \\ pE_{ТП}(p) = \frac{1}{T_{ТП}} (K_{ТП}(U_{БП}(p) - \omega_\delta(p)K_{ДШ}) - E_{ТП}(p)); \\ pI_\alpha(p) = \frac{1}{T_\alpha} \left( \frac{1}{R_\alpha} (E_{ТП}(p) - c\omega_\delta(p)) - I_\alpha(p) \right); \\ p\omega_\delta(p) = \frac{1}{J_1} (cI_\alpha(p) - M_c); \\ pl_e(p) = \frac{\omega_\delta(p)r_\delta}{i_p}; \\ I_\delta = f(l_\delta); \quad U_\delta = \alpha + \beta \cdot l_\delta; \quad l_\delta = l_e(p) \pm l_{зб}, \end{array} \right. \quad (4.1)$$

де  $U_{БП}(p)$  – напруга на виході блока порівняння;  $E_{ТП}(p)$  – ЕРС тиристорного перетворювача (ТП);  $I_\alpha(p)$  – струм якоря двигуна;  $\omega_\delta(p)$  – кутова швидкість обертання двигуна;  $l_e(p)$  – положення електрода;  $l_{зб}$  – збурення за довжиною дуги;  $T_1$  – стала часу блока порівняння;  $K_{БП}$  – коефіцієнт підсилення блоку порівняння;  $T_\alpha$  – стала часу якірної кола;  $R_\alpha$  – опір якірної кола двигуна;  $T_{ТП}$  – стала часу ТП;  $K_{ТП}$  – коефіцієнт підсилення ТП;  $c$  – конструктивна стала двигуна;  $J_1$  – момент інерції;  $r_\delta$  – радіус барабана;  $i_p$  – передавальне число редуктора;  $\alpha, \beta$  – колоелектродний спад напруги та градієнт напруги на стовпі дуги 1 відповідно.

У роботі [266] запропоновано для компенсації збурень використовувати закон керування на основі відхилення напруги дуги від заданого значення  $\Delta = (U_{\delta_{зад}} - U_\delta)k$ , де  $k$  – коефіцієнт підсилення регулятора напруги дуги. Це дозволяє уникнути нелінійної залежності  $I_\delta(l_\delta)$  в моделі формування сигналу керування та переміщення електрода.

Синтезовані на основі моделі (4.1) коефіцієнти нечіткого регулятора, що реалізує перехід з форми Баттерворта до біноміальної мають такий вигляд:

$$k_i = \mu k_i^{bin} + (1 - \mu) k_i^{bat}, \quad i = \overline{1..4}, \quad (4.2)$$

де  $\mu$  значення функції належності,  $k_i^{bin}$  та  $k_i^{bat}$ ,  $i = \overline{1..3}$  коефіцієнти підсилення зворотних зв'язків, що налаштовані на біноміальну форму та форму батерворта, відповідно. Для кожної з підобластей розбиття синтезовано регулятори за трьома зворотними зв'язками: струмом двигуна, кутовою швидкістю обертання двигуна та положенням електрода. Значення цих коефіцієнтів наведені нижче

$$k_{1,1}^{bin} = \frac{R_y (3T_y \omega_0 - 1)}{K_{ТП}},$$

$$k_{1,2}^{bin} = \frac{3J_1 R_y T_y \omega_0^2 - c^2}{K_{ТП} c},$$

$$k_{1,3}^{bin} = \frac{\omega_0^3 J_1 T_y R_y i_p T_{ТП}}{K_{ТП} c r_b}$$

$$k_{1,1}^{bat} = \frac{R_y (2T_y \omega - 1)}{K_{ТП}},$$

$$k_{1,2}^{bat} = \frac{2J_1 R_y T_y \omega_0^2 - c^2}{K_{ТП} c},$$

$$k_{1,3}^{bat} = \frac{\omega_0^3 J_1 T_y R_y i_p T_{ТП}}{K_{ТП} c r_b}$$

Застосування двомасової моделі системи переміщення електроду дозволяє точніше моделювати поведінку об'єкта, для якого синтезують керування. В такому випадку отримують лінійну динамічну систему четвертого порядку [242], що задана системою диференціальних рівнянь

$$\left\{ \begin{array}{l} J_1 p \omega_1(p) = M_1(p) - a_{11} \omega_1(p) - a_{12} V_1(p) \frac{r_{\bar{o}}}{i_p} - \frac{G_k r_{\bar{o}}}{i_p} - \\ \quad - \frac{M_{12}(p) r_{\bar{o}}}{L i_p} - \frac{b_{12} r_{\bar{o}}}{L i_p} (V_1(p) - V_2(p)), \\ M_{12}(p) = \frac{C_{12}}{p} (V_1(p) - V_2(p)), \\ L m_e p V_2(p) = M_{12}(p) + b_{12} (V_1(p) - V_2(p)) - G_e L - \\ \quad - a_2 V_2(p) L, \\ l_e(p) = \frac{1}{p} V_2(p) \end{array} \right. \quad (4.3)$$

де  $V_1(p)$  та  $V_2(p)$  – лінійні швидкості переміщення першої та другої мас відповідно;  $\omega_1(p)$  – кутова швидкість двигуна;  $M_{12}(p)$  – момент пружного елемента;  $J_1$  – сумарний момент інерції першої маси;  $l_e(p)$  – переміщення електрода;  $M_1(p)$  – момент двигуна;  $a_{11}, a_{12}, a_2$  – коефіцієнти зовнішнього в'язкого тертя;  $b_{12}$  – коефіцієнт внутрішнього в'язкого тертя;  $r_{\bar{o}}$  – радіус барабана;  $i_p$  – передавальне число редуктора;  $G_k$  – вага рухомої колони;  $G_e$  – вага електрода;  $L$  – довжина тримача електрода;  $m_e$  – маса електрода;  $C_{12}$  – пружність.

У випадку двомасової моделі системи переміщення електрода значення коефіцієнтів нечіткого регулятора розраховують за формулою (4.2), а відповідні коефіцієнти зворотних зв'язків мають вигляд, що наведений нижче:



$$k_{1,1}^{bin} = \frac{(4J_1 L i_p^2 m_e \omega_0 - J_1 b_{12} i_p^2 - b_{12} m_e r_b^2)}{L c_{12}^2 m_e},$$

$$k_{1,2}^{bin} = \frac{(J_1 L b_{12}^2 i_p^2 m_e \omega_0^4 - 4J_1 L b_{12} c_{12} i_p^2 m_e \omega_0^3 + 6J_1 L c_{12}^2 i_p^2 m_e \omega_0^2 - J_1 c_{12}^3 i_p^2 - c_{12}^3 m_e r_b^2)}{(L c_{12}^3 i_p m_e r_b)},$$

$$k_{1,3}^{bin} = \frac{-(J_1 L^2 b_{12} i_p^2 m_e^2 \omega_0^4 - 4J_1 L^2 c_{12} i_p^2 m_e^2 \omega_0^3 + 4J_1 L c_{12}^2 i_p^2 m_e \omega_0 - J_1 b_{12} c_{12}^2 i_p^2 - b_{12} c_{12}^2 m_e r_b^2)}{L c_{12}^2 i_p m_e r_b},$$

$$k_{1,4}^{bin} = \frac{\omega^4 i_p J_1 L m_e}{r_b c_{12}},$$

$$k_{1,1}^{bat} = (2.613J_1 L i_p^2 m_e \omega - J_1 b_{12} i_p^2 - b_{12} m_e r_b^2) / (L i_p^2 m_e),$$

$$k_{1,2}^{bat} = \frac{(J_1 L b_{12}^2 i_p^2 m_e \omega^4 - 2.613J_1 L b_{12} c_{12} i_p^2 m_e \omega^3 + 3.414J_1 L c_{12}^2 i_p^2 m_e \omega^2 - J_1 c_{12}^3 i_p^2 - c_{12}^3 m_e r_b^2)}{L c_{12}^3 i_p m_e r_b},$$

$$k_{1,3}^{bat} = \frac{-(J_1 L^2 b_{12} i_p^2 m_e^2 \omega^4 - 2.613J_1 L^2 c_{12} i_p^2 m_e^2 \omega^3 + 2.613J_1 L c_{12}^2 i_p^2 m_e \omega - J_1 b_{12} c_{12}^2 i_p^2 - b_{12} c_{12}^2 m_e r_b^2)}{L c_{12}^2 i_p m_e r_b},$$

$$k_{1,4}^{bat} = \omega^4 i_p J_1 L m_e / (r_b c_{12})$$

Реалізація моделі 4.2, з класичним регулятором за повним вектором станів, в середовищі пакету Matlab/Simulink зображена на рис. 4.3

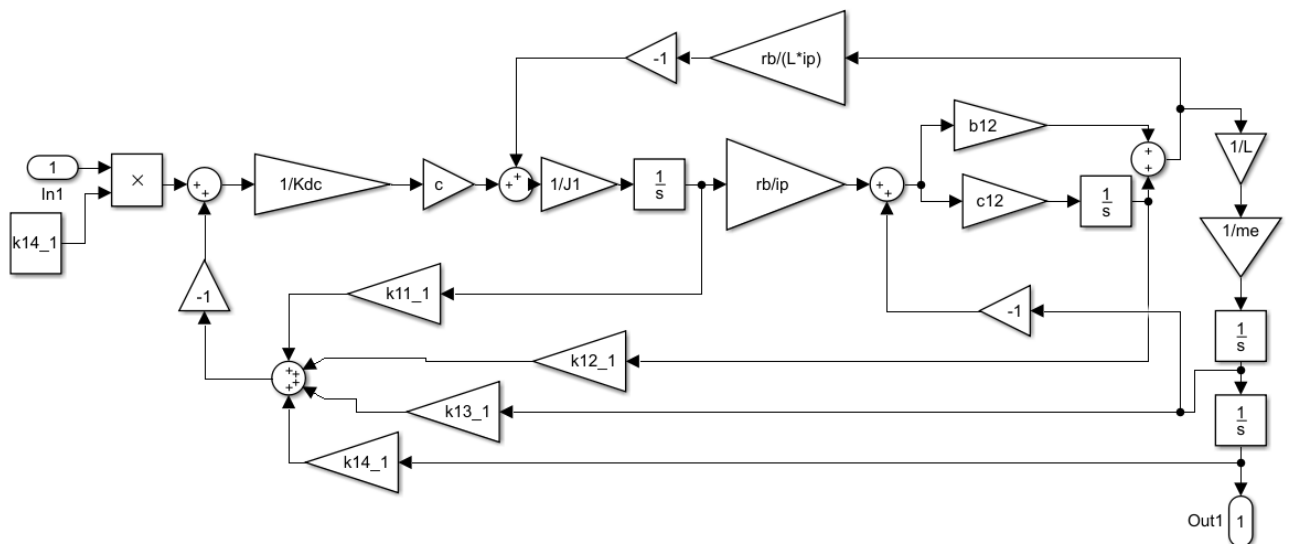


Рис. 4.3 Модель замкненої лінійної системи в середовищі Matlab

У наведених одномасовій та двомасовій моделях системи переміщення електродів не враховувалися характерні системи нелінійності типу «люфт», обмеження сигналу регулятора тощо. Також не врахована дія дисипативних сил внутрішнього та зовнішнього в'язкого тертя.

У випадку розгляду електромагнітних процесів в системі переміщення електроду система рівнянь (4.3) доповнюється рівняннями, що описують електричну частину системи «тиристорний перетворювач – двигун». При цьому в системі з'являється ще одна нелінійність – характеристика вхід – вихід тиристорного перетворювача. Модель замкненої системи системи матиме вигляд:

$$\begin{aligned}
 U_{tp}(p) &= (l_e(p) - l_{imp})k_5 - I_j(p)k_1 - \\
 &- \omega_1(p)k_2 - M_{12}(p)k_3 - V_2(p)k_4, \\
 T_{tp}pE_{tp}(p) &= f(U_{tp}(p)) - E_{tp}(p), \\
 T_jR_jpI_j(p) &= E_{tp}(p) - R_jI_j(p) - c\omega_1(p), \\
 J_1p\omega_1(p) &= \\
 &= cI_j(p) - \frac{M_{12}(p)r}{Li} - \frac{b_{12}r_b}{Li_p} \left( \frac{r_b}{i_p} \omega_1(p) - V_2(p) \right), \tag{4.4}
 \end{aligned}$$

$$pM_{12}(p) = C_{12} \left( \frac{r_b}{i_p} \omega_1(p) - V_2(p) \right),$$

$$Lm_e pV_2(p) = M_{12}(p) + b_{12} \left( \frac{r_b}{i_p} \omega_1(p) - V_2(p) \right),$$

$$l_e = \frac{1}{p} V_2(p).$$

$$f(U_{tp}(p)) = K_{tp} \cos \left( \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{20} U_{tp}(p) \right) \tag{4.5}$$

де  $V_2(p)$  – лінійна швидкість переміщення другої маси, м/с;  $\omega_1(p)$  – кутова швидкість двигуна, рад/с;  $M_{12}(p)$  – момент пружного елемента, Н\*м;  $J_1$  – сумарний момент інерції першої маси, м\*с;  $l_e(p)$  – переміщення електрода, м;  $U_{tp}(p)$  – напруга на вході тиристорного перетворювача, В;  $b_{12}$  –

коефіцієнт внутрішнього в'язкого тертя;  $r_0$  – радіус барабана, м;  $i_p$  – передавальне число редуктора;  $L$  – довжина тримача електрода, м;  $C_{12}$  – пружність.

Відповідну модель, з класичним регулятором за повним вектором станів, в середовищі Matlab/Simulink показано на рис. 4.4.

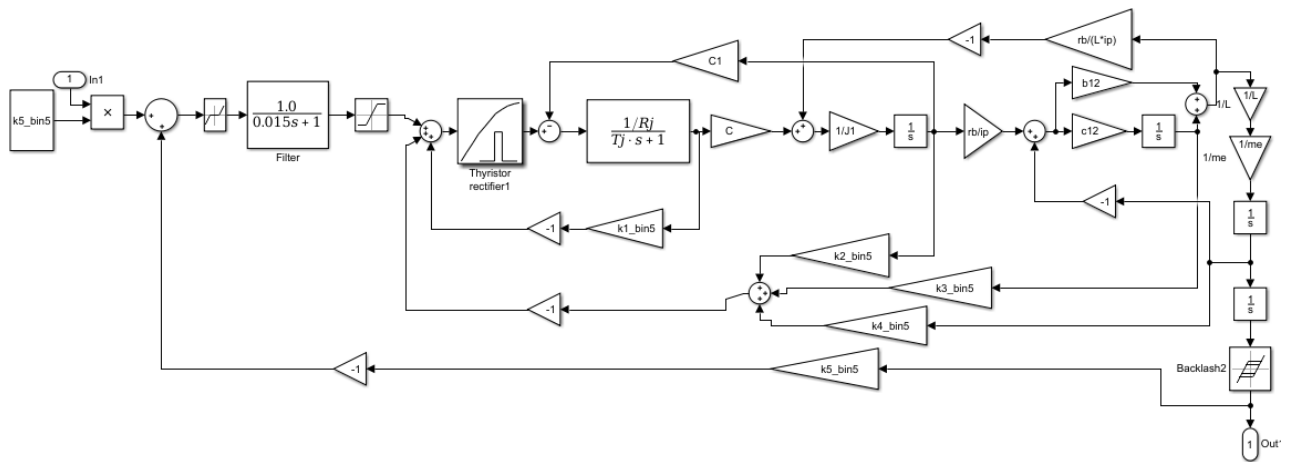


Рис. 4.4 Модель замкненої нелінійної системи з обмеженнями в середовищі Matlab

При дослідженні нелінійної системи для апроксимації нелінійної моделі тиристорного перетворювача було застосовано підхід з підрозділу 3.3, що дало змогу отримати нечітку модель системи з нелінійністю на основі лінійних моделей з різними коефіцієнтами підсилення тиристорного перетворювача. Модель  $i$ -ї системи має такий вигляд

$$\begin{pmatrix} pI_j \\ p\omega_1 \\ pM_{12} \\ pV_2 \\ pl_e \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{-1}{T_j} & \frac{-c}{R_j T_j} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{c}{J_1} & \frac{-b_{12} r_b^2}{J_1 Li_p^2} & \frac{-r_b}{Li_p J_1} & \frac{b_{12} r_b}{Li_p J_1} & 0 \\ 0 & \frac{c_{12} r_b}{i_p} & 0 & -c_{12} & 0 \\ 0 & \frac{b_{12} r_b}{Lm_e i_p} & \frac{1}{Lm_e} & \frac{-b_{12}}{Lm_e} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_j \\ \omega_1 \\ M_{12} \\ V_2 \\ l_e \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \frac{K_{tp}^i}{R_j T_j} & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & 0 \end{pmatrix} K^* \begin{pmatrix} I_j \\ \omega_1 \\ M_{12} \\ V_2 \\ l_e \end{pmatrix}$$

Нечітка модель системи у векторно-матричній формі матиме вигляд:

$$IF u_{inp\_tyr} \leq Q_i THEN K_{tp} = K_{tp}^i$$

Іншим словами,

$$IF u_{inp\_tyr} \leq Q_i THEN A = A_i$$

де  $u_{inp\_tyr}$  – вхідний сигнал в тиристорний перетворювач,  $Q_i$  – стала, що визначає перемикання між прямими лініями, що апроксимують нелінійну функцію, що відповідає моделі тиристорного перетворювача,  $A_i$  - модель  $i$ -ї підсистеми.

У випадку кількох нелінійностей в системі вимірність бази правил збільшиться, але описаний підхід залишиться незмінним.

Слід зазначити, що сигнал, що надходить в тиристорний перетворювач враховує також похибку розузгодження, адже він є сумою вхідного сигналу в систему та суми добутків коефіцієнтів підсилення зворотних зв'язків на значення відповідних значень компонент вектора станів системи.

Для кожної з лінійних підсистем синтезовано регулятор. Коефіцієнти нечіткого регулятора розраховують за формулами:

$$\begin{aligned}
k_{1,1}^{bin} &= \frac{R_j(5J_1LT_j i_p^2 m_e \omega_0 - J_1Li_p^2 m_e - JT_j b_{12} i_p^2 - T_j b_{12} m_e r_b^2)}{J_1 K_{tp}^i L i_p^2 m_e}, \\
k_{1,2}^{bin} &= -\frac{-10J_1^2 L^2 RT_j i_p^4 m_e^2 \omega_0^2 + 5J_1^2 LR T_j b_{12} i_p^4 m_e \omega_0 + 5J_1 LR T_j b_{12} i_p^2 m_e^2 \omega r_b^2 + C^2 J_1 L i_p^4 m_e^2}{J_1 L i_p^4 m_e^2 C K_{tp}^i} \\
&\quad - \frac{J_1^2 LR T_j c_{12} i_p^4 m_e + J_1 LR T_j c_{12} i_p^2 m_e^2 r_b^2 - J_1^2 RT_j b_{12}^2 i_p^4 - 2J_1 R T_j b_{12}^2 i_p^2 m_e r_b^2 - R T_j b_{12}^2 m_e^2 r_b^4}{J_1 L i_p^4 m_e^2 C K_{tp}^i}, \\
k_{1,3}^{bin} &= \frac{RT_j (J_1^2 L^2 b_{12}^2 i_p^4 m_e^2 \omega_0^5 - 5J_1^2 L^2 b_{12} c_{12} i_p^4 m_e^2 \omega_0^4 + 10J_1^2 L^2 c_{12}^2 i_p^4 m_e^2 \omega_0^3)}{CJ_1 K_{tp}^i L c_{12}^3 i_p^3 m_e^2 r_b} + \\
&\quad + \frac{RT_j (-5J_1^2 L c_{12}^3 i_p^4 m_e \omega_0 - 5J_1 L c_{12}^3 i_p^2 m_e^2 \omega_0 r_b^2 + J_1^2 b_{12} c_{12}^3 i_p^4 + 2J_1 b_{12} c_{12}^3 i_p^2 m_e r_b^2 + b_{12} c_{12}^3 m_e^2 r_b^4)}{CJ_1 K_{tp}^i L c_{12}^3 i_p^3 m_e^2 r_b}, \\
k_{1,4}^{bin} &= \frac{-R_j T_j (J_1^2 L^3 b_{12} i_p^4 m_e^3 \omega_0^5 - 5J_1^2 L^3 c_{12} i_p^4 m_e^3 \omega_0^4 + 10J_1^2 L^2 c_{12}^2 i_p^4 m_e^2 \omega_0^2 - 5J_1^2 L b_{12} c_{12}^2 i_p^4 m_e \omega_0)}{CJ_1 K_{tp}^i L^2 c_{12}^2 i_p^3 m_e^2 r_b} + \\
&\quad + \frac{-R_j T_j (-5J_1 L b_{12} c_{12}^2 i_p^2 m_e^2 \omega_0 * r_u^2 - J_1^2 L c_{12}^3 i_p^4 m_e - J_1 L c_{12}^3 i_p^2 m_e^2 r_u^2 + J_1^2 b_{12}^2 c_{12}^2 i_p^4)}{CJ_1 K_{tp}^i L^2 c_{12}^2 i_p^3 m_e^2 r_b} + \\
&\quad + \frac{-R_j T_j (2J_1 b_{12}^2 c_{12}^2 i_p^2 m_e r_b^2 + b_{12}^2 c_{12}^2 m_e^2 r_b^4)}{CJ_1 K_{tp}^i L^2 c_{12}^2 i_p^3 m_e^2 r_b} \\
k_{1,5}^{bin} &= \frac{\omega_0^5 J_1 i_p R T_j L m_e}{C r_b K_{tp}^i c_{12}}
\end{aligned}$$

$$k_{1,1}^{bat} = \frac{R_j(1.618J_1LT_ji_p^2m_e\omega_0 - 0.5LJ_1i_p^2m_e - 0.5JT_jb_{12}i_p^2 - 0.5T_jb_{12}m_e r_b^2)}{J_1K_p^iLi_p^2m_e},$$

$$k_{1,2}^{bat} = -\frac{(-5.236J_1^2L^2R_jT_ji_p^4m_e^2\omega_0^2 + 3.236J_1^2LR_jT_jb_{12}i_p^4m_e\omega_0 + 3.236J_1LR_jT_jb_{12}i_p^2m_e^2\omega_0r_b^2)}{J_1L^2i_p^4m_e^2CK_p^i} -$$

$$-\frac{(C^2J_1L^2i_p^4m_e^2 + J_1^2LR_jT_jc_{12}i_p^4m_e + J_1LR_jT_jc_{12}i_p^2m_e^2r_b^2 - J_1^2R_jT_jb_{12}i_p^4)}{J_1L^2i_p^4m_e^2CK_p^i} +$$

$$+\frac{(+2J_1R_jT_jb_{12}i_p^2m_e r_b^2 + R_jT_jb_{12}m_e^2r_b^4)}{J_1L^2i_p^4m_e^2CK_p^i},$$

$$k_{1,3}^{bat} = \frac{R_jT_j(J_1^2L^2b_{12}^2i_p^4m_e^2\omega_0^5 - 3.236J_1^2L^2b_{12}c_{12}i_p^4m_e^2\omega_0^4 + 5.236J_1^2L^2c_{12}^2i_p^4m_e^2\omega_0^3)}{CJ_1K_p^iL^2c_{12}^3i_p^3m_e^2r_b} +$$

$$+\frac{R_jT_j(-3.236J_1^2Lc_{12}^3i_p^4m_e\omega_0 - 3.236J_1Lc_{12}^3i_p^2m_e^2\omega_0r_b^2 + J_1^2b_{12}c_{12}^3i_p^4)}{CJ_1K_p^iL^2c_{12}^3i_p^3m_e^2r_b} +$$

$$+\frac{R_jT_j(2J_1b_{12}c_{12}^3i_p^2m_e r_b^2 + b_{12}c_{12}^3m_e^2r_b^4)}{CJ_1K_p^iL^2c_{12}^3i_p^3m_e^2r_b},$$

$$k_{1,4}^{bat} = -\frac{R_jT_j(J_1^2L^3b_{12}i_p^4m_e^3\omega_0^5 - 3.236J_1^2L^3c_{12}i_p^4m_e^3\omega_0^4 + 5.236J_1^2L^2c_{12}^2i_p^4m_e^2\omega_0^2)}{CJ_1K_p^iL^2c_{12}^2i_p^3m_e^2r_b} -$$

$$-\frac{R_jT_j(-3.236J_1^2Lb_{12}c_{12}^2i_p^4m_e\omega - 3.236J_1Lb_{12}c_{12}^2i_p^2m_e^2\omega r_b^2 - J_1^2Lc_{12}^3i_p^4m_e - J_1Lc_{12}^3i_p^2m_e^2r_b^2)}{CJ_1K_p^iL^2c_{12}^2i_p^3m_e^2r_b} -$$

$$-\frac{R_jT_j(J_1^2b_{12}^2c_{12}^2i_p^4 + 2J_1b_{12}^2c_{12}^2i_p^2m_e r_b^2 + b_{12}^2c_{12}^2m_e^2r_b^4)}{CJ_1K_p^iL^2c_{12}^2i_p^3m_e^2r_b},$$

$$k_{1,5}^{bat} = \frac{\omega_0^5 J_1 i_p R_j T_j L m_e}{C r_b K_p^i c_{12}}$$

що враховують зміну коефіцієнту підсилення тиристорного перетворювача.

## 4.2 Дослідження систем керування ДСП з синтезованими нечіткими регуляторами

4.2.1 Порівняльний аналіз ефективності роботи корегуючого нечіткого регулятора та запропонованого нечіткого регулятора, синтезованого з використанням стандартних форм розподілу коренів характеристичного полінома.

Ефективність застосування двох підходів проаналізуємо на основі лінійної моделі системи керування переміщенням електродів в ДСП виду (4.1). При синтезі нечіткого регулятора на основі запропонованого підходу траєкторія руху системи розбивається на дві зони: великих і малих відхилень довжини дуги від заданого значення. Лінгвістичні змінні для цих зон мають лінійні функції належності *S*-типу та *Z*-типу. В зоні малих відхилень для уникнення перерегулювань використано регулятор, який надає мінімального значення функціоналу (3.4.1), а для зони великих відхилень, з метою підвищення швидкодії системи, синтезовано керуючий вплив, що забезпечує мінімум функціоналу (3.4.2). Застосування такого поділу на зони дає змогу уникнути громіздких баз правил (див. [94]) і не вимагає фазифікації усіх змінних, з яких формується керуючий вплив. Точка перетину функцій належності визначається шляхом мінімізації узагальненого функціоналу

$$J = \int_0^{\infty} (\lambda_1(t) F_1^*(\bar{x}(t)) + \lambda_2(t) F_2^*(\bar{x}(t)) + r(x \cdot \text{sign}(x))) dt,$$
$$\lambda_1(t) + \lambda_2(t) = 1,$$

де  $r(\cdot)$  – функція покарання за перерегулювання.

Вигляд отриманого розміщення функцій належності наведено на рис.

4.5

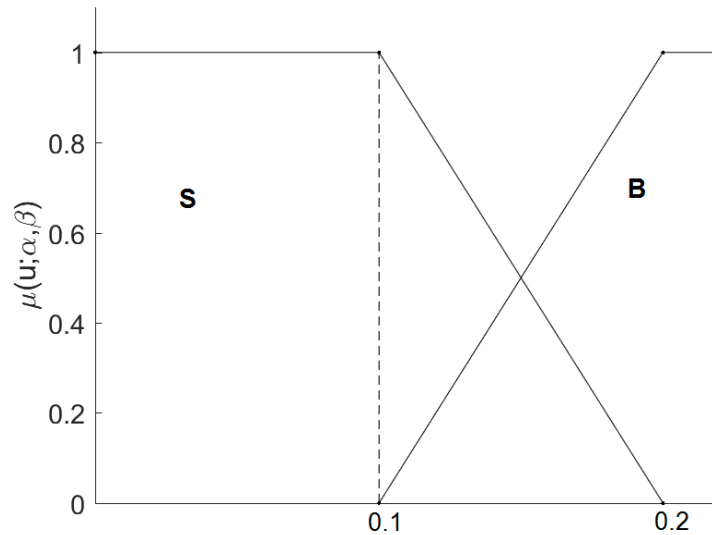


Рис. 4.5 Розміщення функцій належності.

На рис. 4.5 позначення  $B$  та  $S$  відповідають термам «велика похибка розузгодження» та «мала похибка розузгодження».

Таким чином, база правил у цьому випадку матиме вигляд

$$IF e \text{ in } S \text{ THEN } u = K^{bin} \bar{x}$$

$$IF e \text{ in } B \text{ THEN } u = K^{bat} \bar{x}$$

де  $e$  – похибка розузгодження,  $\bar{x}$  – вектор станів системи,  $K^{bat}, K^{bin}$  – коефіцієнти зворотних зв'язків системи, що відповідають налаштування на стандартну біноміальну форму чи форму Батерворта.

Для дефазифікації використано спрощений гравітаційний метод.

Додатковим параметром при синтезі нечіткого регулятора є вибір значеннями середньгеометричного кореня  $\omega_0$ , що впливає на характер зміни та величину перерегулювання проміжних координат, а, отже, і на величину функції покарання.

Синтез системи з корегуючим регулятором показано у роботі [272].

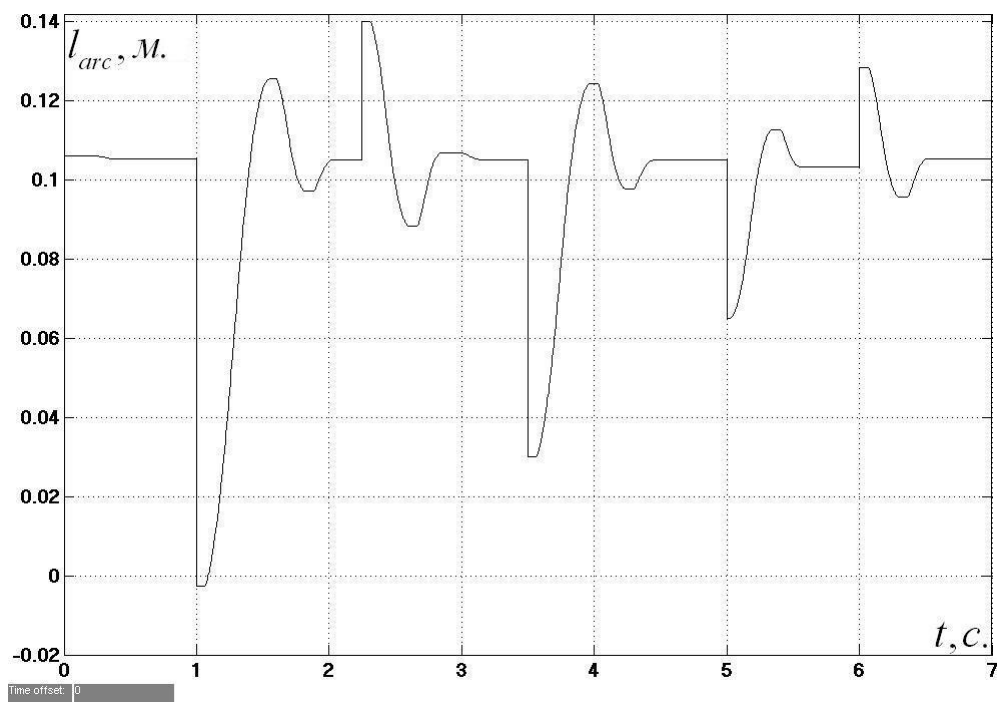
Дослідження виконано для таких параметрів моделі ДСП:



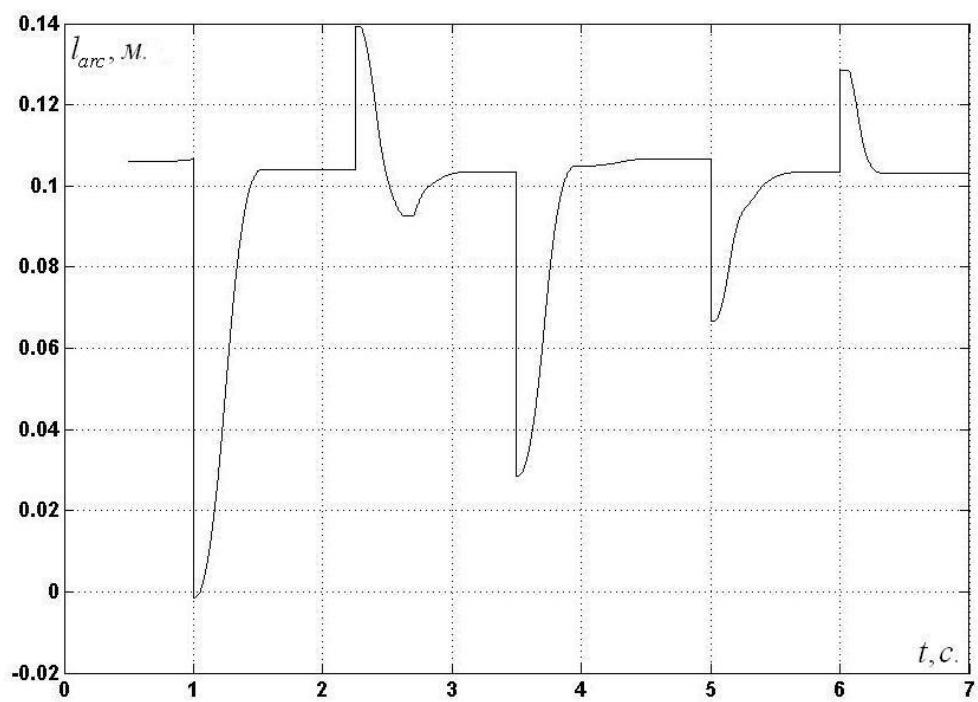
Параметри досліджуваної моделі

Номер	Позначення	Назва	Значення
1	$\frac{r_b}{i_p}$	Відношення радіусу барабана до передавального числа редуктора	$10^{-4}$
2	$J_1$ [Нм]	Момент інерції першої маси	0.8325
3	c	Конструктивна стала двигуна	2.409
4	$R_j$ Ом	Опір якірного кола	0.5
5	$T_j$	Стала часу першої маси	0.021
6	$K_{БП}$	Коефіцієнт підсилення блоку порівняння	10
6	$K_{ТП}$	Коефіцієнт тиристорного перетворювача	40
4	c	Конструктивна стала двигуна	0.7

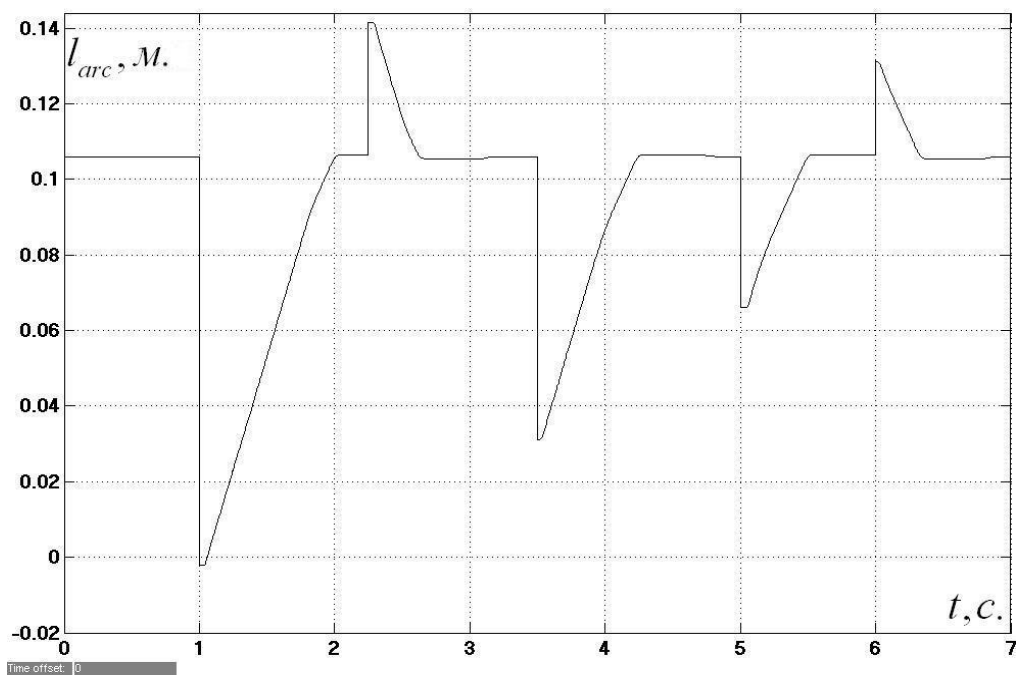
На рис. 4.5 показано часова залежність довжини дуги  $l_{arc}$  у випадку використання серійного диференційного регулятора (рис. 4.5а), регулятора з нечітким коректором (рис. 4.5б) та регулятора за повним вектором стану (рис. 4.5в) при власній частоті системи  $\omega_0 = 50$ . Основні показники якості динаміки відпрацювання детермінованих збурень за довжиною дуги зведено у табл.4.2. Задачею керування є утримання значення довжини дуги на заданому рівні. Аналіз отриманих показників дає змогу стверджувати, що застосування принципів інтелектуального керування, у порівнянні з системою з диференційним регулятором, забезпечується швидший вихід на заданий рівень функціонування системи за відсутності перерегулювання.



a)



б)



в)

Рис. 4.5. Часові залежності довжини дуги електрода за використання а) диференційного регулятора; б) регулятора з нечітким коректором; в) нечіткого регулятора за повним вектором стану

Таблиця 4.2

Показники динаміки досліджуваних систем керування положенням електрода ДСП.

Тип регулятора	Характеристика											
	Перерегулювання, %			Час першого досягнення околу робочої точки, с			Час виходу на усталений режим, с			Макс. похибка в усталеному режимі, %		
	к.з.	збільш.	зменш.	к.з.	збільш.	зменш.	к.з.	збільш.	зменш.	к.з.	збільш.	зменш.
		довж. дуги	довж. дуги		довж. дуги	довж. дуги		довж. дуги	довж. дуги		довж. дуги	довж. дуги
Диференційний	18.5	9.6-16.6	6.5-17.5	0.405	0.2	0.3	1.03	0.5-0.9	0.56-0.94	2.45		
З нечітким коректором	0	0-12.73	0	0.5	0.207-0.34	0.8-1	0.5	0.34-0.95	0.8-1	2.55		
Нечіткий регулятор за повним вектром стану	0	0	0	1.05	0.38-0.43	0.54-0.78	1.05	0.38-0.43	0.54-0.78	0.43		

Отже, порівнюючи між собою досліджувані системи, в першу чергу слід зазначити майже цілковиту відсутність перерегулювань та коливальних рухів при застосування систем з інтелектуальним керуванням, що підвищує зносостійкість механізмів ДСП. У випадку короткого замикання нечіткий регулятор з коректором має суттєвий (до двох разів у порівнянні з іншими досліджуваними регуляторами) вигреш в часі виходу на усталений режим на фоні відсутніх коливань. Проте при відпрацюванні інших режимів, зокрема, зміни довжини дуги, цей регулятор суттєво програє нечіткому регулятору за повним вектором станів. Крім того, у нечіткого коректора більша похибка в усталеному режимі, хоча вона і знаходиться в допустимих межах, адже в системі присутня зона нечутливості  $\delta = 20\%$ . Програш нечіткого регулятора за повним вектором станів можна усунути, взявши іншу структуру регулятора, зокрема змінивши значення середньгеометричного кореня.

Одержані результати свідчать про доцільність застосування систем інтелектуального керування ДСП при модернізації чи проектування нових САК за такого керування замість систем з диференціальним регулятором, адже таким чином можна одержати покращення за усіма досліджуваними параметрами.

#### *4.2.2 Аналіз поведінки системи при врахуванні нелінійностей в системі керування переміщенням електрода ДСП*

У випадку застосування досліджуваних у попередньому розділі регуляторів при використанні нелінійної моделі, в якій враховано нелінійність тиристорного перетворювача, зона нечутливості, обмеження на сигнал регулятора, що характерні системі керування переміщенням електродів ДСП, ефективність їх роботи суттєво погіршується. Для покращення характеристик роботи системи запропоновано застосовувати регулятор, при синтезі якого враховано окремі нелінійності системи. Відповідно до апроксимації тиристорного перетворювача отримуються чотири набори коефіцієнтів регулятора. При цьому варто зазначити, що одні

з них відповідають налаштуванню на стандартну форму Баттерворта, а інші – біноміальну. Значення коефіцієнтів нечіткого регулятора розраховані при значенні середньгеометричного кореня  $\omega_0 = 12$ . Вигляд отриманого розміщення функцій належності наведено на рис. 4.6

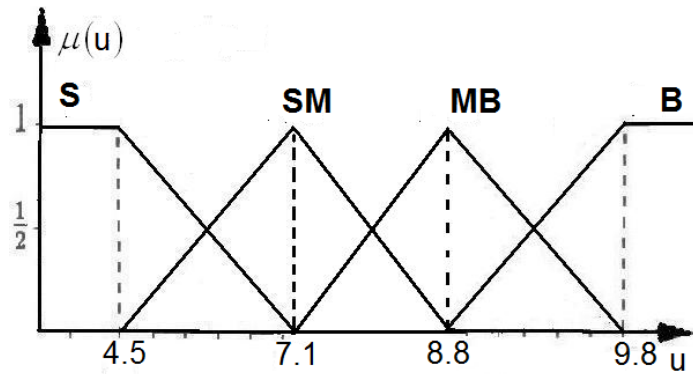


Рис. 4.6 Розміщення функцій належності.

В такому випадку база правил матиме вигляд

$$IF u_{inp\_tyr} < 4.5 THEN \dot{x} = A(K_p = 43)x + B(K_p = 43)u$$

$$IF u_{inp\_tyr} < 7.1 THEN \dot{x} = A(K_p = 35)x + B(K_p = 35)u$$

$$IF u_{inp\_tyr} < 8.8 THEN \dot{x} = A(K_p = 31)x + B(K_p = 31)u$$

$$IF u_{inp\_tyr} < 9.8 THEN \dot{x} = A(K_p = 28)x + B(K_p = 28)u$$

При цьому можливим є також застосування коефіцієнтів зворотних зв'язків, що налаштовані на різні стандартні лінійні форми: Бесея, біноміально Батерворта тощо. Зокрема, якщо для термів S (Small) та SM (Small Medium) використати налаштування на біноміально форму, а для термів MB (Medium Big) та B (Big) використати налаштування на стандартну форму Батерворта, то отримаємо правила виду

$$IF u_{inp\_tyr} < 4.5 THEN u = u^{bin} (43)$$

$$IF u_{inp\_tyr} < 7.1 THEN u = u^{bin} (35)$$

$$IF u_{inp\_tyr} < 8.8 THEN u = u^{bat} (31)$$

$$IF u_{inp\_tyr} < 9.8 THEN u = u^{bat} (28)$$

Для дефазифікації використано спрощений гравітаційний метод.  
Дослідження проводилися для моделі ДСП з такими параметрами:

Таблиця 4.3

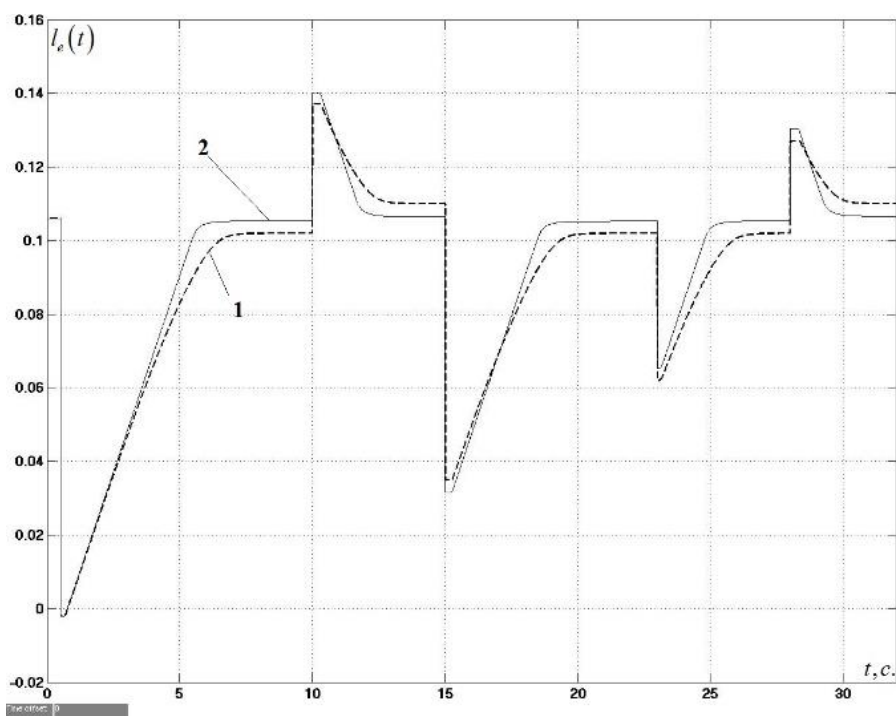
Параметри досліджуваної моделі

Номер	Позначення	Назва	Значення
1	$r_b$ м	Радіус барабана	0,8
2	$i_p$	Передавальне число редуктора	4300
3	$J_1$ [Нм]	Момент інерції першої маси	0.2
4	c	Конструктивна стала двигуна	0.7
5	$R_j$ Ом	Опір якірного кола	0.3
6	$T_j$	Стала часу першої маси	0.1
7	L м	Довжина тримача електрода	1
8	$c_{12}$	пружність	$24 \cdot 10^{-7}$
9	$m_e$ кг	Маса електрода	77400.2
10	$b_{12}$	Коефіцієнт внутрішнього в'язкого тертя	1000
11	$K_{БП}$	Коефіцієнт підсилення блоку порівняння	10

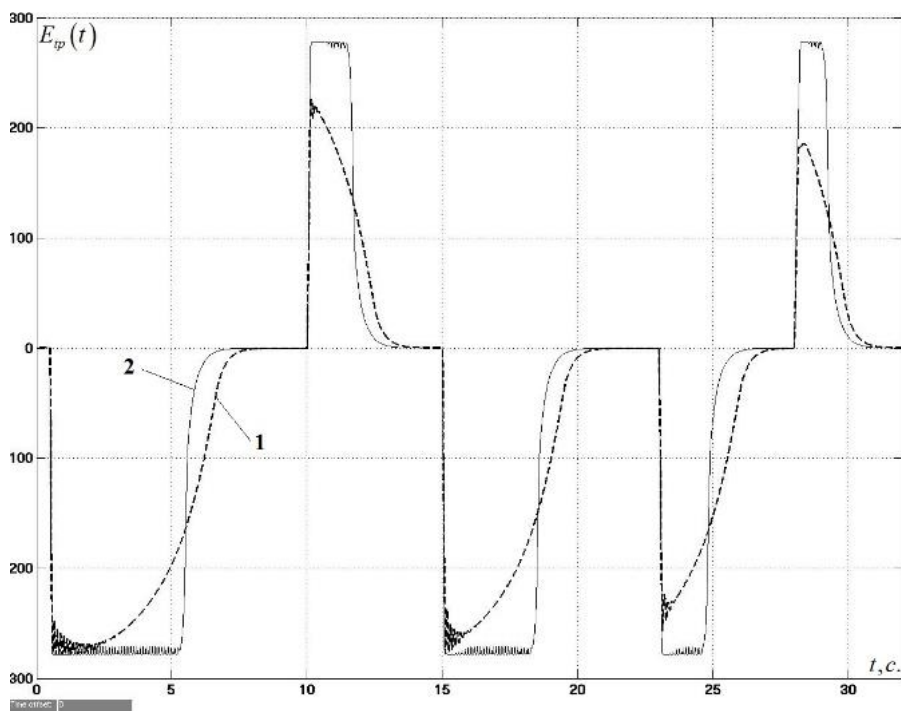
Для підтвердження ефективності синтезованого нечіткого регулятора проведено порівняльний аналіз роботи запропонованої системи з роботою системи з традиційним регулятором системи керування переміщенням електрода дугової сталеплавильної печі (ДСП). Результати моделювання системи представлено на рис. 4.7.

Наведені результати свідчать, що застосування пропонованого підходу дозволяє одержати перехідні процеси, які відповідають реальній системі. Крім того, як видно з рисунків, у випадку застосування нечіткого регулятора,

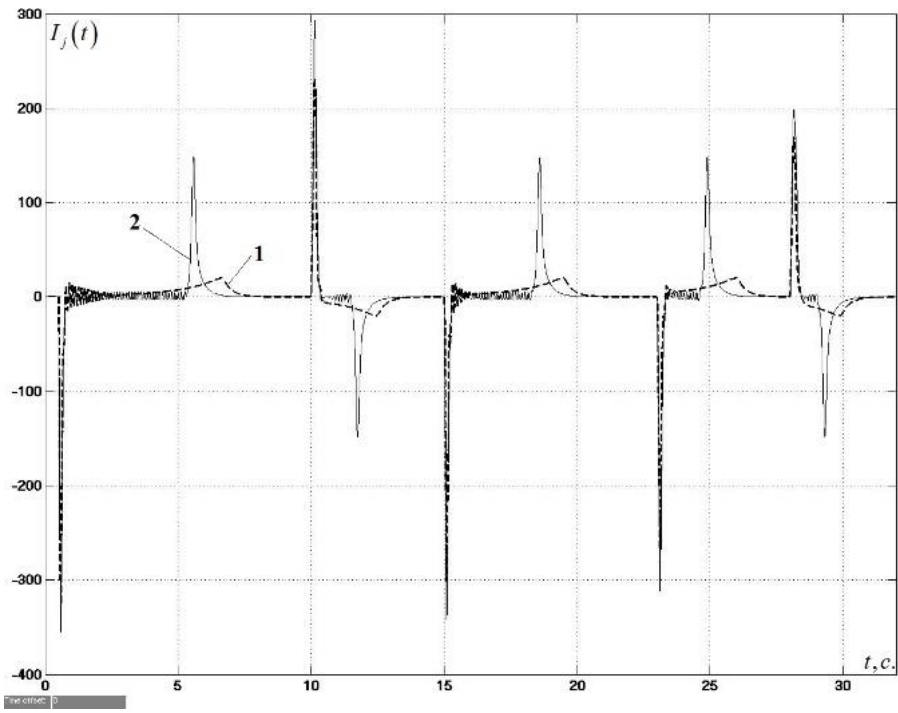
відсутні перерегулювання довжини дуги, відсутня статична похибка в усталеному режимі, швидший вихід вихідного сигналу системи на задане значення. При цьому в проміжних координатах системи також відсутні недопустимі перерегулювання тощо.



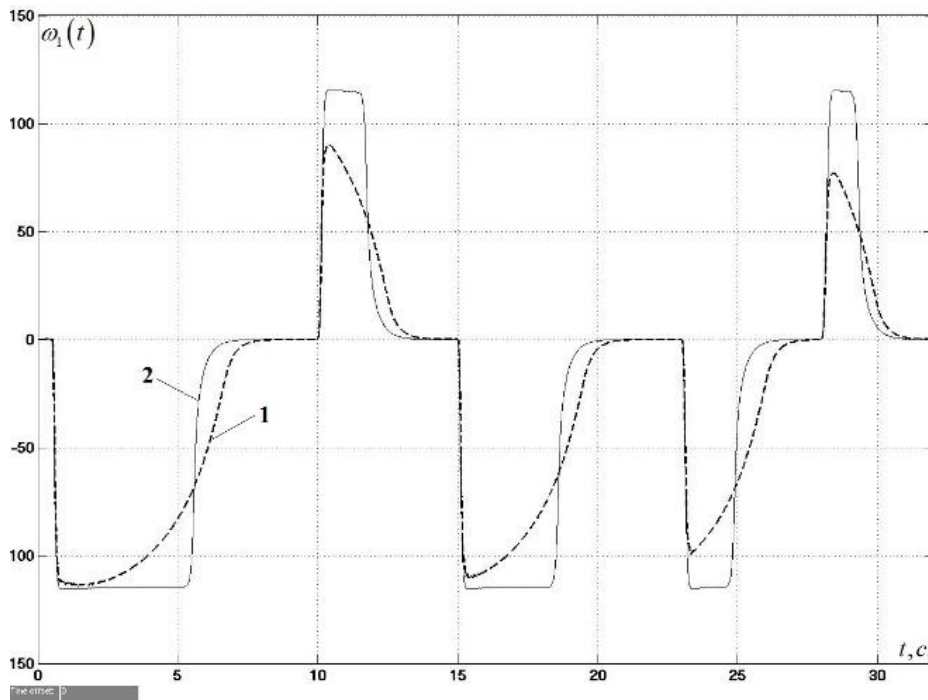
a)



б)



В)



Г)

Рис. 4.7 Залежності а) довжини дуги електрода, б) вихідного сигналу тиристорного перетворювача, в) струму якоря двигуна від часу, г) кутової швидкості обертання двигуна для випадків 1) – лінійний регулятор; 2) – нечіткий регулятор.



Для кількісного порівняння одержаних результатів було обчислено основні показники функціонування динамічної системи з різними регуляторами (табл. 4.4).

Таблиця 4.4

Кількісні характеристики динамічної системи

Тип регулятора	Характеристика					
	Час виходу на усталений режим, с			Макс. похибка в усталеному режимі, %		
	к.з.	збільш. довж. дуги	зменш. довж. дуги	к.з.	збільш. довж. дуги	зменш. довж. дуги
Лінійний	7.5	3.5-4	6	3.8		
Нечіткий	6.5	3	3-5	0.5		

Наведені результати підтверджують ефективність застосування нечіткого регулятор.

#### 4.2.3 Каскадний регулятор з обмеженнями

У традиційних системах керування за повним вектором стану для знаходження проміжних координат в допустимих межах застосовується зміна середньо-квадратичного кореня характеристичного поліному системи. Так, при зменшенні значення середньгеометричного кореня зменшується час виходу на заданий рівень функціонування, однак збільшується перерегулювання проміжних координат. Так, для системи керування переміщення електродів ДСП графіки зміни вихідної координати – величини переміщення електрода при різних значеннях  $\omega_0$  наведено на рис. 4.8. Задачею керування в цьому випадку є мінімізація часу відпрацювання заданого вхідного значення системи. При цьому максимальне значення

проміжної координати - струму якоря двигуна при  $\omega_0 = 50$ ,  $I_{я} = 263A$ , а при  $\omega_0 = 30$ ,  $I_{я} = 355A$ .

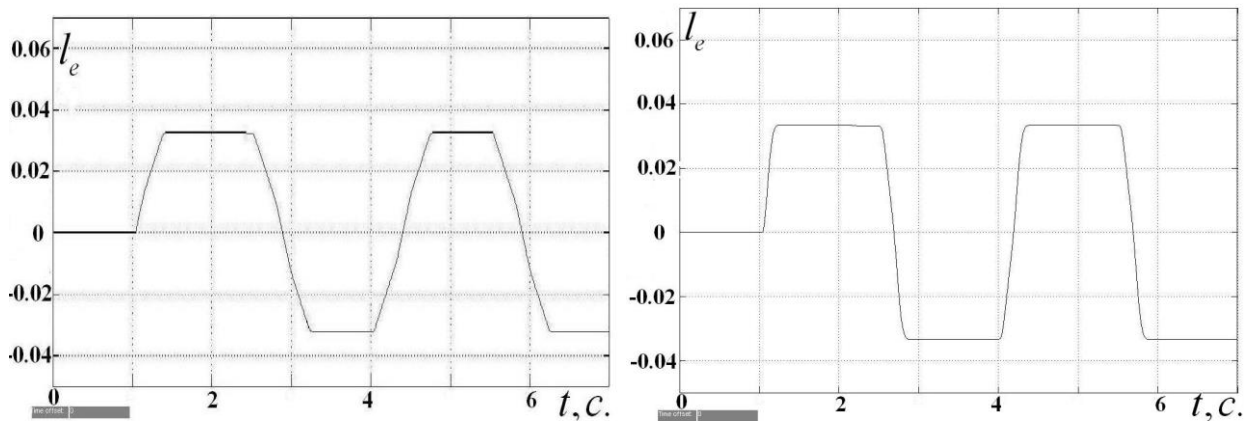


Рис. 4.8. Переміщення електрода ДСП для системи керування за повним вектором стану синтезованої при а)  $\omega_0=50$ , б)  $\omega_0 = 30$ .

У випадку синтезу нечіткого регулятора з перемиканням між різними стандартними формами розміщення коренів характеристичного полінома окрім вибору середньо-геометричного кореня  $\omega_0$  можливим є також вибір параметрів функції належності – точки перемикання між домінуванням одного чи іншого налаштування системи. При цьому за перерегулювання проміжної координати встановлюється покарання.

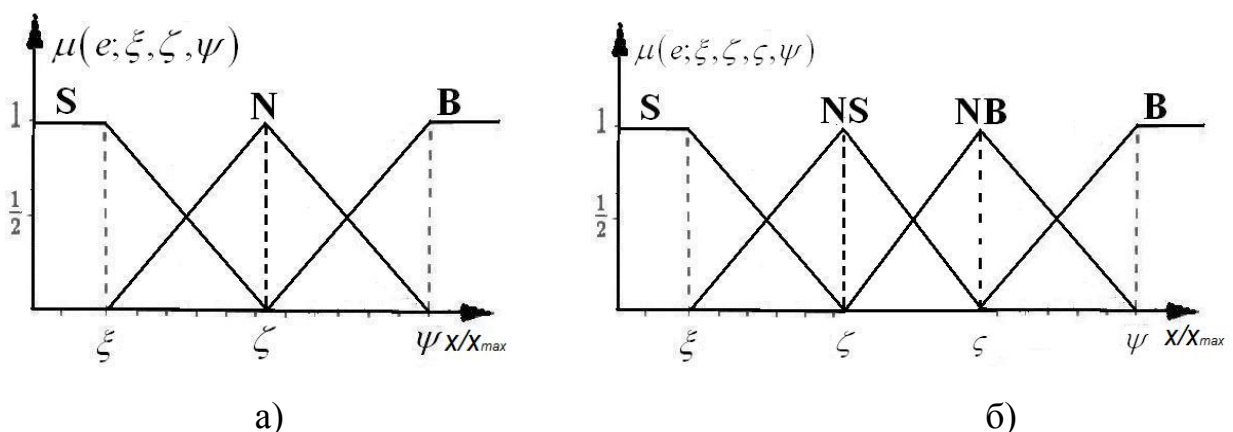


Рис. 4.9. Розподіл функцій належності корегуючої частини нечіткого каскадного регулятора.

Застосування каскадного нечіткого регулятора, описаного в розділі 3, дає змогу реалізувати ще один підхід для обмеження проміжних координат. Синтез першої частини каскадного регулятора виконано як і нечіткого регулятора з перемиканням між стандартними формами налаштування розподілу коренів характеристичного полінома. Синтез другої частини каскадного регулятора - коректуючого регулятора при рівномірному розміщенні функцій належності виконано за допомогою генетичного алгоритму. Розглянуто випадки використання регулятора з трьома та чотирма функціями належності (рис. 4.9). В окремій хромосомі кодуються значення вихідного сигналу кожного з правил регулятора типу Такагі-Сугено з постійним виходом:

*Якщо  $x / x_{max}$  є «відсутнє» Тоді  $K_{кор} = 1$ .*

*Якщо  $x / x_{max}$  є «мале» Тоді  $K_{кор} = K_{кор1}$ .*

*Якщо  $x / x_{max}$  є «велике» Тоді  $K_{кор} = K_{кор2}$ .*

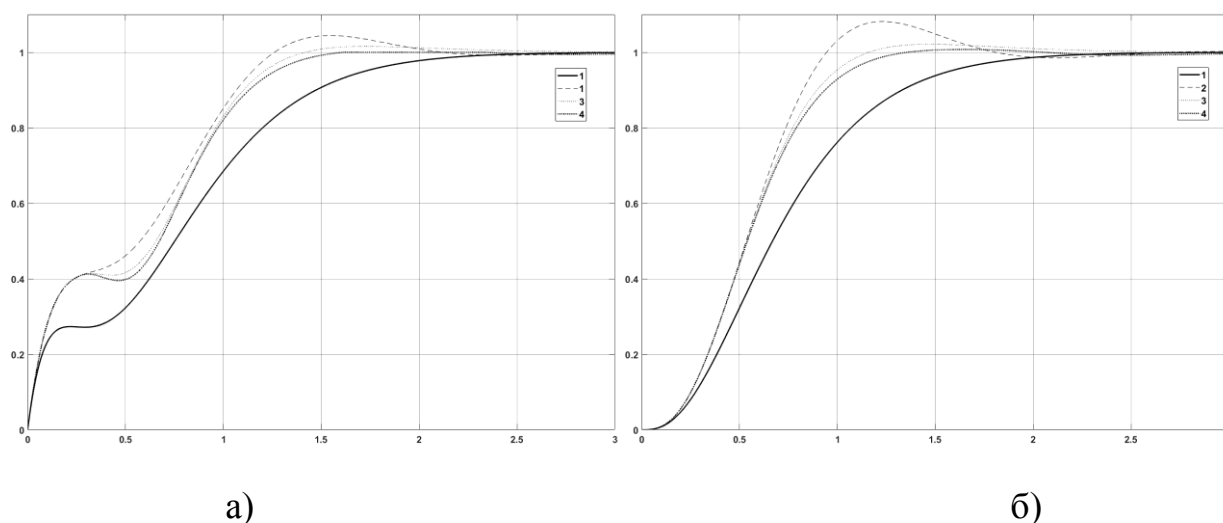
а для випадку чотирьох функцій належності додається ще одне правило:

*Якщо  $x / x_{max}$  є «дуже велике» Тоді  $K_{кор} = K_{кор3}$ .*

При цьому значення  $K_{кор} \in [0; 1]$ . Кодування параметрів в хромосомі проводилося з точністю  $10^{-2}$ , тобто  $m_i = \text{int}(\log_2((1-0) \cdot 10^2 + 1))$  Застосовано класичний генетичний алгоритм з одноточковим кроссовером та методом селекції на основі кола рулетки. Фітнес функція відповідає критерію оптимізації при синтезі регулятора з перемиканням між стандартними формами розташування коренів. У результаті роботи генетичного алгоритму було отримано наступні значення коректуючи коефіцієнтів  $K_{кор1} = 4.31$  та  $K_{кор2} = 6.15$ .

На рис. 4.10 наведені залежності вихідної та проміжних координат систем з регуляторами за повним вектором стану при значенні середньгеометричного кореня  $\omega_0 = 30$  при використанні налаштування на біноміальну форму, форму Баттерворта, нечіткий регулятор з перемиканням

між стандартними формами та при застосуванні каскадного регулятора. Для дефазифікації використано спрощений гравітаційний метод.



*Рис. 4.10. Вихідний а) та проміжний (кутова швидкість обертання двигуна) б) сигнали системи у випадку: 1 – налаштування на стандартну форму Батерворта. 2 – налаштування на біноміальну форму, 3 – налаштування на нечіткий регулятор 4- налаштування на каскадний нечіткий регулятор*

Аналіз наведених результатів дає змогу стверджувати, що каскадний регулятор забезпечує обмеження проміжних координат і дає змогу отримати швидкодію вищу, ніж системи, в яких максимальне значення проміжної координати є на такому ж рівні.

#### *4.2.4 Синтез робастного регулятора керування рухом електродів ДСП*

##### *а) Випадок стійких підсистем*

У випадку синтезу нечіткого регулятора системи переміщення електрода ДСП з врахуванням нелінійності тиристорного перетворювача та зміни моменту інерції другої маси при зміні маси електрода внаслідок ерозії торця електрода за рахунок випаровування графіта в зоні горіння дуги та розчиненні графіту в шлаці, а також окислення графіту з бокової поверхні електрода, а також для системи промислового маніпулятора, в якому зміна

моменту інерції другої маси може відбуватися внаслідок завантаження, вигляд окремого правила буде наступним:

$$IF \text{ e in } A_i \text{ and } J_2 \text{ in } B_i \text{ THEN } u = u_0 + \sum_{i=1}^n k_i x_i$$

де  $k_i$  – значення коефіцієнтів регулятора, що розраховані на основі окремої лінійної моделі при певних значеннях коефіцієнта підсилення тиристорного перетворювача та моменту інерції другої маси.

При моделюванні використано лінійний та нелінійний закони зміни моменту інерції в часі. Отримані коефіцієнти нечіткого регулятора для нелінійної системи п'ятого порядку зі змінним моментом інерції є наступними:

$$\begin{aligned}
k_1^{bin} &= -(5J_2 J_m L_a n^2 \omega + B_L J_1 L_a n^2 + B_m J_2 L_a n^2 + B_s J_1 L_a n^2 + J_2 J_1 R_a n^2 + B_s J_2 L_a) / (J_2 J_1 V_m n^2), \\
k_2^{bin} &= (10J_2^2 J_1^2 L_a n^4 \omega^2 - 5B_L J_2 J_1^2 L_a n^4 \omega - 5B_m J_2^2 J_m L_a n^4 \omega - 5B_s J_2 J_1^2 L_a n^4 \omega + B_L^2 J_1^2 L_a n^4 + \\
&+ B_L B_m J_2 J_1 L_a n^4 + 2B_L B_s J_1^2 L_a n^4 + B_m^2 J_2^2 L_a n^4 + B_m B_s J_2 J_1 L_a n^4 + B_s^2 J_1^2 L_a n^4 - J_2^2 J_1 K_m^2 n^4 - \\
&- J_2 J_1^2 L_a k_s n^4 - 5B_s J_2^2 J_1 L_a n^2 \omega + B_L B_s J_2 J_1 L_a n^2 + 2B_m B_s J_2^2 L_a n^2 + 2B_s^2 J_2 J_1 L_a n^2 - \\
&- J_2^2 J_1 L_a k_s n^2 + B_s^2 J_2^2 L_a) / (J_2^2 J_1 K_m V_m n^4); \\
k_3^{bin} &= L_a (-B_s^2 J_2^3 J_1^2 n^4 \omega^5 + 5B_s J_2^3 J_1^2 k_s n^4 \omega^4 - 10J_2^3 J_1^2 k_s^2 n^4 \omega^3 + 10B_L J_2^2 J_1^2 k_s^2 n^4 \omega^2 - \\
&- 5B_L^2 J_2 J_1^2 k_s^2 n^4 \omega - 5B_L B_s J_2 J_1^2 k_s^2 n^4 \omega + 5J_2^2 J_1^2 k_s^3 n^4 \omega + B_L^3 J_1^2 k_s^2 n^4 + 2B_L^2 B_s J_1^2 k_s^2 n^4 + \\
&+ B_L B_s^2 J_1^2 k_s^2 n^4 - 2B_L J_2 J_1^2 k_s^3 n^4 - B_s J_2 J_1^2 k_s^3 n^4 - 5B_L B_s J_2 J_1 k_s^2 n^2 \omega + 5J_2^3 J_1 k_s^3 n^2 \omega + \\
&+ B_L^2 B_s J_2 J_1 k_s^2 n^2 + B_L B_m B_s J_2^2 k_s^2 n^2 + 2B_L B_s^2 J_2 J_1 k_s^2 n^2 - B_L J_2^2 J_1 k_s^3 n^2 - B_m J_2^3 k_s^3 n^2 - \\
&- 2B_s J_2^2 J_1 k_s^3 n^2 + B_L B_s^2 J_2^2 k_s^2 - B_s J_2^3 k_s^3) / (J_2^2 J_1 K_m V_m k_s^2 n^3 (B_L B_s - J_2 k_s)); \\
k_4^{bin} &= -L_a (-B_s J_2^4 J_1^2 n^4 \omega^5 + 5J_2^4 J_1^2 k_s n^4 \omega^4 - 10B_L J_2^3 J_1^2 k_s n^4 \omega^3 + 10B_L^2 J_2^2 J_1^2 k_s n^4 \omega^2 + \\
&+ 10B_L B_s J_2^2 J_1^2 k_s n^4 \omega^2 - 10J_L^3 J_1^2 k_s^2 n^4 \omega^2 - 5B_L^3 J_2 J_1^2 k_s n^4 \omega - 10B_L^2 B_s J_2 J_1^2 k_s n^4 \omega - \\
&- 5B_L B_s^2 J_2 J_1^2 k_s n^4 \omega + 10B_L J_2^2 J_1^2 k_s^2 n^4 \omega + 5B_s J_2^2 J_1^2 k_s^2 n^4 \omega + B_L^4 J_1^2 k_s n^4 + \\
&+ 3B_L^3 B_s J_1^2 k_s n^4 + 3B_L^2 B_s^2 J_1^2 k_s n^4 - 3B_L^2 J_L J_1^2 k_s^2 n^4 + B_L B_s^3 J_1^2 k_s n^4 - \\
&- 4B_L B_s J_2 J_1^2 k_s^2 n^4 - B_s^2 J_2 J_1^2 k_s^2 n^4 + J_2^2 J_1^2 k_s^3 n^4 - 5B_L B_s^2 J_2 J_1 k_s n^2 \omega + 5B_s J_2^3 J_1 k_s^2 n^2 \omega + \\
&+ 2B_L^2 B_s^2 J_2 J_1 k_s n^2 + B_L B_m B_s^2 J_2^2 k_s n^2 + 2B_L B_s^3 J_2 J_1 k_s n^2 - 3B_L B_s J_2^2 J_1 k_s^2 n^2 - \\
&- B_m B_s J_2^3 k_s^2 n^2 - 2B_s^2 J_2^2 J_1 k_s^2 n^2 + J_2^3 J_1 k_s^3 n^2 + B_L B_s^3 J_2^2 k_s - \\
&- B_s^2 J_2^3 k_s^2) / (k_s J_2^2 J_1 K_m V_m n^3 (B_L B_s - J_2 k_s)); \\
k_5^{bin} &= \omega^5 J_1 n L_a J_2 / (V_m k_s K_m);
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
k_1^{bat} &= -(-2.5\omega L_a n^2 J_1 J_2 + B_L J_1 L_a n^2 + B_m J_2 L_a n^2 + B_s J_1 L_a n^2 + J_2 J_1 R_a n^2 + \\
&+ B_s J_2 L_a) / (J_2 J_1 V_m n^2); \\
k_2^{bat} &= ((5.3J_2^2 J_1^2 L_a n^4 \omega^2 - 2.5B_L J_2 J_1^2 L_a n^4 \omega - 2.5B_m J_2^2 J_1 L_a n^4 \omega - \\
&2.5B_s J_2 J_1^2 L_a n^4 \omega + B_L^2 J_1^2 L_a n^4 + B_L B_m J_2 J_1 L_a n^4 + 2B_L B_s J_1^2 \\
&L_a n^4 + B_m^2 J_2^2 L_a n^4 + B_m B_s J_2 J_1 L_a n^4 + B_s^2 J_1^2 L_a n^4 - J_2^2 J_1 K_m^2 n^4 - J_2 J_1^2 L_a k_s n^4 - \\
&- 2.5B_s J_2^2 J_1 L_a n^2 \omega + B_L B_s J_2 J_1 L_a n^2 + 2B_m B_s J_2^2 L_a n^2 + 2B_s^2 J_2 J_1 L_a n^2 - \\
&- J_2^2 J_1 L_a k_s n^2 + B_s^2 J_2^2 L_a)) / (J_2^2 J_1 K_m V_m n^4); \\
k_3^{bat} &= L_a (B_s^2 J_2^3 J_1^2 n^4 \omega^5 + 36.4B_s J_2^3 J_1^2 k_s n^4 \omega^4 - 5.46J_2^3 J_1^2 k_s^2 n^4 \omega^3 + \\
&5.3B_L J_2^2 J_1^2 k_s^2 n^4 \omega^2 - 2.5B_L^2 J_2 J_1^2 k_s^2 n^4 \omega - 2.5B_L B_s J_2 J_1^2 k_s^2 n^4 \omega + 2.5J_L^2 J_1^2 k_s^3 n^4 \omega + \\
&B_L^3 J_1^2 k_s^2 n^4 + 2B_L^2 B_s J_1^2 k_s^2 n^4 + 10B_L B_s^2 J_1^2 k_s^2 n^4 - \\
&2B_L J_2 J_1^2 k_s^3 n^4 - B_s J_2 J_1^2 k_s^3 n^4 - 2.5B_L B_s J_2^2 J_m k_s^2 n^2 \omega + 2.5J_2^3 J_1 k_s^3 n^2 \omega + \\
&+ B_L^2 B_s J_2 J_1 k_s^2 n^2 + B_L B_m B_s J_2^2 k_s^2 n^2 + 2B_L B_s^2 J_2 J_1 k_s^2 n^2 - B_L J_L^2 J_1 k_s^3 n^2 - \\
&- B_m J_2^3 k_s^3 n^2 - 2B_s J_2^2 J_1 k_s^3 n^2 + B_L B_s^2 J_2^2 k_s^2 - \\
&- B_s J_2^3 k_s^3) / (J_2^2 J_1 K_m V_m k_s^2 n^3 (B_L B_s - J_2 k_s)); \\
k_4^{bat} &= -0.2e - 1L_a (-3B_L^2 J_2 J_1^2 k_s^2 n^4 + B_L B_s^3 J_1^2 k_s n^4 - B_s^2 J_2 J_1^2 k_s^2 n^4 - B_m B_s J_2^3 k_s^2 n^2 - \\
&2B_s^2 J_2^2 J_1 k_s^2 n^2 - B_s J_L^4 J_1^2 n^4 \omega^5 + 3.64J_2^4 J_1^2 k_s n^4 \omega^4 - 5.23J_2^3 J_1^2 k_s^2 n^4 \omega^2 + \\
&+ 3B_L^3 B_s J_1^2 k_s n^4 + 3B_L^2 B_s^2 J_1^2 k_s n^4 + B_L^4 J_1^2 k_s n^4 + J_L^2 J_1^2 k_s^3 n^4 + J_L^3 J_1 k_s^3 n^2 + B_L B_s^3 J_L^2 k_s + \\
&+ 5.23B_L B_s J_2^2 J_1^2 k_s n^4 \omega^2 - 5B_L^2 B_s J_2 J_1^2 k_s n^4 \omega - 2.5B_L B_s^2 J_2 J_1^2 k_s n^4 \omega - \\
&- 2.5B_L B_s^2 J_L^2 J_m k_s n^2 \omega - 5.46B_L J_2^2 J_1^2 k_s n^4 \omega^3 + 5.23B_L^2 J_2^2 J_1^2 k_s n^4 \omega^2 - \\
&- 2.5B_L^3 J_2 J_1^2 k_s n^4 \omega + 5B_L J_2^2 J_1^2 k_s^2 n^4 \omega + 2.5B_s J_2^2 J_1^2 k_s^2 n^4 \omega - 4B_L B_s J_2 J_1^2 k_s^2 n^4 + \\
&+ 2.5B_s J_2^3 J_1 k_s^2 n^2 \omega + 2B_L^2 B_s^2 J_2 J_1 k_s n^2 + B_L B_m B_s^2 J_L^2 k_s n^2 + 2B_L B_s^3 J_2 J_1 k_s n^2 - \\
&- 3B_L B_s J_2^2 J_1 k_s^2 n^2 - B_s^2 J_2^3 k_s^2) / (k_s J_2^2 J_1 K_m V_m n^3 (B_L B_s J_2 k_s)); \\
k_5^{bat} &= \omega^5 J_1 n L_a J_2 / (V_m k_s K_m); \\
k_1^{bes} &= -(-3.81\omega_0 L_a n^2 J_1 J_2 + B_L J_1 L_a n^2 + B_m J_2 L_a n^2 + B_s J_1 L_a n^2 + J_2 J_1 R_a n^2 + \\
&+ B_s J_2 L_a) / (J_2 J_1 V_m n^2); \\
k_2^{bes} &= (6.78J_2^2 J_1^2 L_a n^4 \omega_0^2 - 3.81B_L J_2 J_1^2 L_a n^4 \omega_0 - \\
&- 3.81B_m J_2^2 J_1 L_a n^4 \omega_0 - 3.81B_s J_2 J_1^2 L_a n^4 \omega_0 + B_L^2 J_1^2 L_a n^4 + \\
&B_L B_m J_2 J_1 L_a n^4 + 2B_L B_s J_1^2 L_a n^4 + B_m^2 J_2^2 L_a n^4 + B_m B_s J_2 J_1 L_a n^4 + B_s^2 J_1^2 L_a n^4 - \\
&J_2^2 J_1 K_m^2 n^4 - J_2 J_1^2 L_a k_s n^4 - 3.81B_s J_2^2 J_1 L_a n^2 \omega_0 + B_L B_s J_2 J_1 L_a n^2 + 2B_m B_s J_2^2 L_a n^2 + \\
&2B_s^2 J_2 J_1 L_a n^2 - J_2^2 J_1 L_a k_s n^2 + B_s^2 J_2^2 L_a) / (n^4 J_2^2 J_1 K_m V_m);
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
k_3^{bes} = & L_a (-B_s^2 J_2^3 J_1^2 n^4 \omega_0^5 + 3.94 B_s J_2^3 J_1^2 k_s n^4 \omega_0^4 - 6.89 J_2^3 J_1^2 k_s^2 n^4 \omega_0^3 + \\
& 6.78 B_L J_2^2 J_1^2 k_s^2 n^4 \omega_0^2 - 3.81 B_L^2 J_2 J_1^2 k_s^2 n^4 \omega_0 - 3.81 B_L B_s J_2 J_1^2 k_s^2 n^4 \omega_0 + \\
& 3.81 J_2^2 J_1^2 k_s^3 n^4 \omega_0 + B_L^3 J_1^2 k_s^2 n^4 + 2 B_L^2 B_s J_1^2 k_s^2 n^4 + B_L B_s^2 J_1^2 k_s^2 n^4 - 2 B_L J_2 J_1^2 k_s^3 n^4 - \\
& - B_s J_2 J_1^2 k_s^3 n^4 - 3.81 B_L B_s J_2^2 J_m k_s^2 n^2 \omega_0 + 3.81 J_2^3 J_1 k_s^3 n^2 \omega_0 + B_L^2 B_s J_2 J_1 k_s^2 n^2 + \\
& + B_L B_m B_s J_2^2 k_s^2 n^2 + 2 B_L B_s^2 J_2 J_1 k_s^2 n^2 - B_L J_2^2 J_1 k_s^3 n^2 - B_m J_2^3 k_s^3 n^2 - \\
& - 2 B_s J_2^2 J_1 k_s^3 n^2 + B_L B_s^2 J_2^2 k_s^2 - B_s J_2^3 k_s^3) / (J_2^2 J_1 K_m V_m k_s^2 n^3 (B_L B_s - J_2 k_s));
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
k_4^{bes} = & -L_a (B_L B_s^3 J_1^2 k_s n^4 - B_s^2 J_2 J_1^2 k_s^2 n^4 - B_m B_s J_L^3 k_s^2 n^2 - 2 B_s^2 J_2^2 J_1 k_s^2 n^2 - \\
& B_s J_2^4 J_1^2 n^4 \omega_0^5 + 3.94 J_2^4 J_1^2 k_s n^4 \omega_0^4 - 6.78 J_2^3 J_1^2 k_s^2 n^4 \omega_0^2 + 3 B_L^3 B_s J_1^2 k_s n^4 + \\
& 3 B_L^2 B_s^2 J_1^2 k_s n^4 - 3 B_L^2 J_2 J_1^2 k_s^2 n^4 + B_L^4 J_1^2 k_s n^4 + J_2^2 J_1^2 k_s^3 n^4 + J_2^3 J_1 k_s^3 n^2 + \\
& + B_L B_s^3 J_2^2 k_s + 6.78 B_L B_s J_2^2 J_1^2 k_s n^4 \omega_0^2 - 7.62 B_L^2 B_s J_2 J_1^2 k_s n^4 \omega_0 - \\
& - 3.81 B_L B_s^2 J_2 J_1^2 k_s n^4 \omega_0 - 3.81 B_L B_s^2 J_2^2 J_1 k_s n^2 \omega_0 - 6.89 B_L J_2^3 J_1^2 k_s n^4 \omega_0^3 + \\
& + 6.78 B_L^2 J_2^2 J_1^2 k_s n^4 \omega_0^2 - 3.81 B_L^3 J_2 J_1^2 k_s n^4 \omega_0 + 7.62 B_L J_2^2 J_1^2 k_s^2 n^4 \omega_0 + \\
& + 3.81 B_s J_2^2 J_1^2 k_s^2 n^4 \omega_0 - 4 B_L B_s J_2 J_1^2 k_s^2 n^4 + 3.81 B_s J_2^3 J_1 k_s^2 n^2 \omega_0 + \\
& + 2 B_L^2 B_s^2 J_2 J_1 k_s n^2 + B_L B_m B_s^2 J_2^2 k_s n^2 + 2 B_L B_s^3 J_2 J_1 k_s n^2 - 3 B_L B_s J_2^2 J_1 k_s^2 n^2 - \\
& - B_s^2 J_2^3 k_s^2) / (k_s J_2^2 J_1 K_m V_m n^3 (B_L B_s - J_2 k_s));
\end{aligned}$$

$$k_5^{bes} = \omega_0^5 J_1 n L_a J_2 / (V_m k_s K_m);$$

$$\begin{aligned}
k_1^{uns} = & -((-1.5 \omega_0 L_a n^2 J_1 J_2 + B_L J_1 L_a n^2 + B_m J_2 L_a n^2 + B_s J_1 L_a n^2 + \\
& + J_2 J_1 R_a n^2 + B_s J_2 L_a) / (J_2 J_1 V_m n^2);
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
k_2^{uns} = & (0.8 J_2^2 J_1^2 L_a n^4 \omega_0^2 - 1.5 B_L J_2 J_1^2 L_a n^4 \omega_0 - 1.5 B_m J_2^2 J_1 L_a n^4 \omega_0 - \\
& - 1.5 B_s J_2 J_1^2 L_a n^4 \omega_0 + B_L^2 J_1^2 L_a n^4 + B_L B_m J_2 J_1 L_a n^4 + \\
& 2 B_L B_s J_1^2 L_a n^4 + B_m^2 J_2^2 L_a n^4 + B_m B_s J_2 J_1 L_a n^4 + B_s^2 J_1^2 L_a n^4 - J_2^2 J_1 K_m^2 n^4 \\
& - J_2 J_1^2 L_a k_s n^4 - 1.5 B_s J_2^2 J_1 L_a n^2 \omega_0 + B_L B_s J_2 J_1 L_a n^2 + 2 B_m B_s J_2^2 L_a n^2 + \\
& + 2 B_s^2 J_2 J_1 L_a n^2 - J_2^2 J_1 L_a k_s n^2 + B_s^2 J_2^2 L_a) / (n^4 J_2^2 J_1 K_m V_m);
\end{aligned}$$

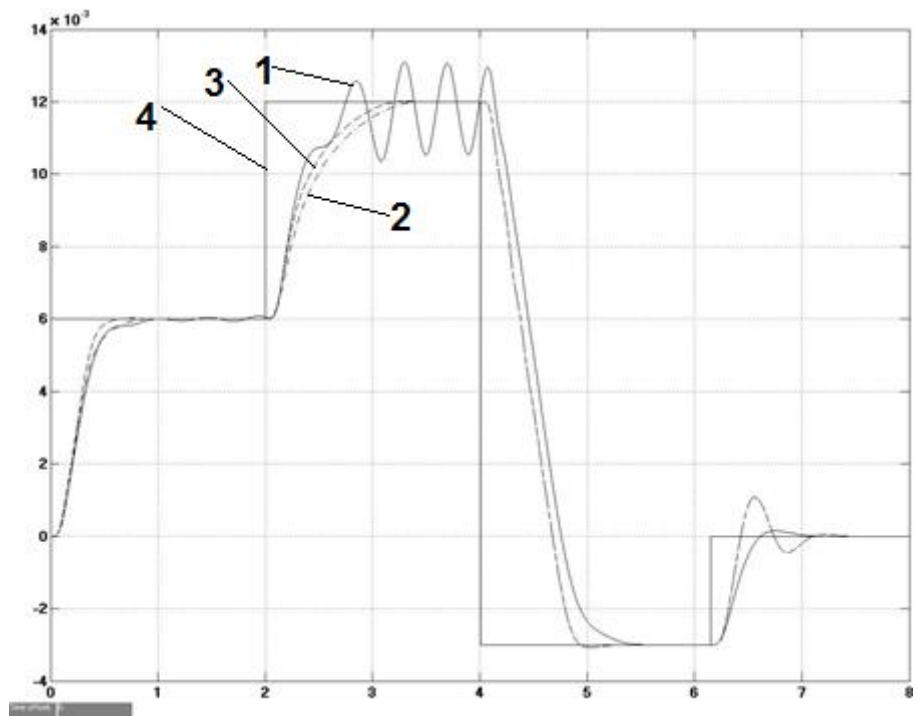
$$\begin{aligned}
k_3^{uns} = & 0.16L_a(0.016B_s^2J_2^3J_1^2n^4\omega_0^5 - J_2^3J_1^2k_s^2n^4\omega_0^3 + 5B_LJ_2^2J_1^2k_s^2n^4\omega_0^2 - \\
& -9.375B_L^2J_2J_1^2k_s^2n^4\omega_0 - 9.375B_LB_sJ_2J_1^2k_s^2n^4\omega_0 + 9.375J_2^2J_1^2k_s^3n^4\omega_0 + \\
& +6.25B_L^3J_1^2k_s^2n^4 + 12.5B_L^2B_sJ_1^2k_s^2n^4 + 6.25B_LB_s^2J_1^2k_s^2n^4 - \\
& -12.5B_LJ_2J_1^2k_s^3n^4 - 6.25B_sJ_2J_1^2k_s^3n^4 - 9.375B_LB_sJ_2^2J_1k_s^2n^2\omega_0 + \\
& +9.375J_2^3J_1k_s^3n^2\omega_0 + 6.25B_L^2B_sJ_2J_1k_s^2n^2 + 6.25B_LB_mB_sJ_2^2k_s^2n^2 + 12.5B_LB_s^2J_2J_1k_s^2n^2 - \\
& -6.25B_LJ_2^2J_1k_s^3n^2 - 6.25B_mB_sJ_2^2k_s^3n^2 - 12.5B_sJ_2^2J_1k_s^3n^2 + 6.25B_LB_s^2J_2^2k_s^2 - \\
& -6.25B_sJ_2^3k_s^3) / (J_2^2J_1K_mV_mk_s^2n^3(B_LB_s - J_2k_s));
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
k_4^{uns} = & -0.16L_a(6.25B_LB_s^3J_1^2k_s^4 - 6.25B_i^2J_2J_1^2k_i^2n^4 - 6.25B_mB_sJ_2^2k_s^2n^2 - \\
& -12.5B_s^2J_2^2J_1k_s^2n^2 + 0.16B_sJ_2^4J_1^2n^4\omega_0^5 - 5J_2^3J_1^2k_s^2n^4\omega_0^2 + 18.75B_L^3B_sJ_1^2k_s^4 + \\
& +18.75B_L^2B_s^2J_1^2k_s^4 - 18.75B_L^2J_2J_1^2k_s^2n^4 + \\
& +6.25B_L^4J_1^2k_s^4 + 6.25J_2^2J_1^2k_s^3n^4 + 6.25J_2^3J_1k_s^3n^2 + 6.25B_LB_s^3J_2^2k_s + \\
& +5B_LB_sJ_2^2J_1^2k_s^4\omega_0^2 - 18.75B_L^2B_sJ_2J_1^2k_s^4\omega_0 - 9.375B_LB_s^2J_2J_1^2k_s^4\omega_0 - \\
& -9.375B_LB_s^2J_2^2J_1k_s^3n^2\omega_0 - B_LJ_2^3J_1^2k_s^4\omega_0^3 + 5B_L^2J_2^2J_1^2k_s^4\omega_0^2 - \\
& -9.375B_L^3J_2J_1^2k_s^4\omega_0 + 18.75B_LJ_2^2J_1^2k_s^2n^4\omega_0 + 9.375B_sJ_2^2J_1^2k_s^2n^4\omega_0 - \\
& -25B_LB_sJ_2J_1^2k_i^2n^4 + 9.375B_sJ_2^3J_1k_s^2n^2\omega_0 + 12.5B_L^2B_s^2J_2J_1k_s^2n^2 + \\
& +6.25B_LB_mB_s^2J_2^2k_s^2n^2 + 12.5B_LB_s^3J_LJ_1k_s^2n^2 - 18.75B_LB_sJ_2^2J_mk_s^2n^2 - \\
& -6.25B_s^2J_2^3k_s^2) / (k_sJ_2^2J_mK_mV_mn^3(B_LB_s - J_2k_s));
\end{aligned}$$

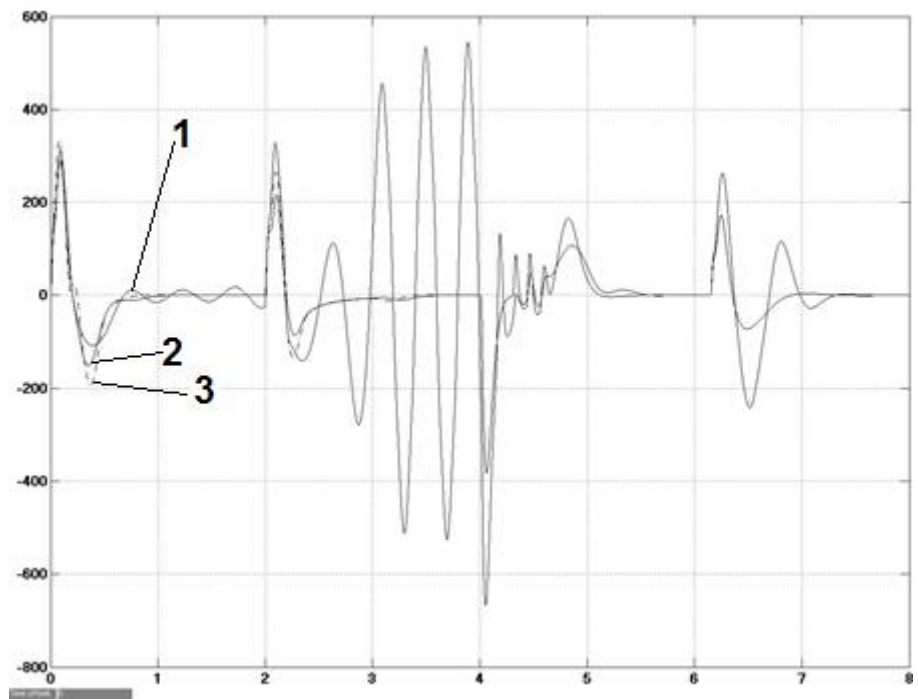
$$k_5^{uns} = -0.00256\omega_0^5J_2nL_aJ_L / (V_mk_sK_m);$$

Для випадку, якщо величина інерції другої маси змінюється нелінійно, результати моделювання наведено на рисунку 4.11, а на рис. 4.12 показано відповідні залежності при лінійній зміні моменту інерції. Отримані результати дають змогу стверджувати, що класичний регулятор, синтезований на основі лінійної моделі системи у випадку нелінійної системи зі змінним в часі параметрами, стає практично непрацездатним.

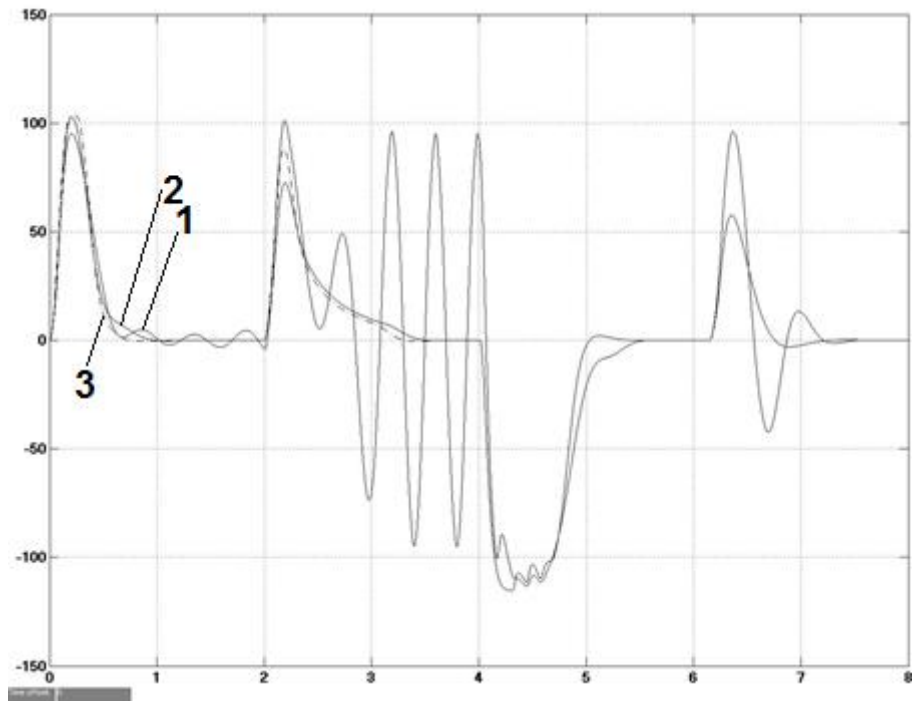




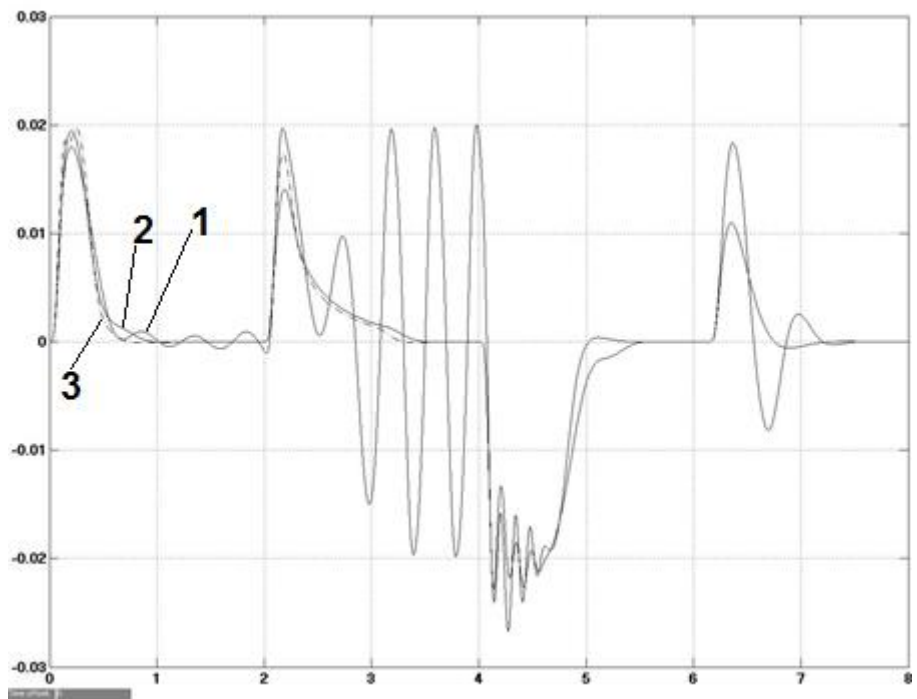
a)



б)

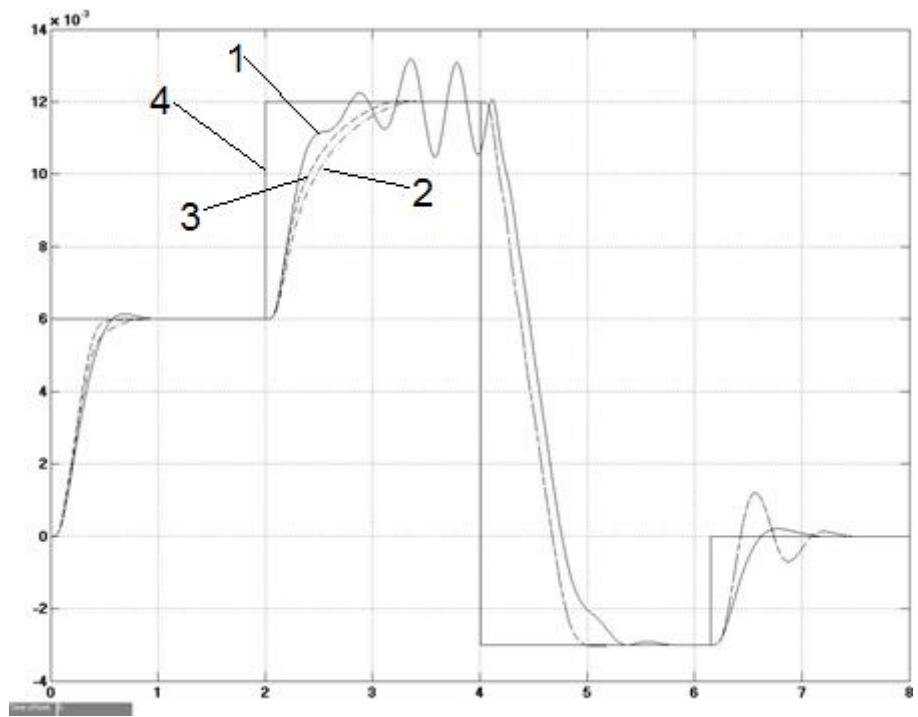


б)

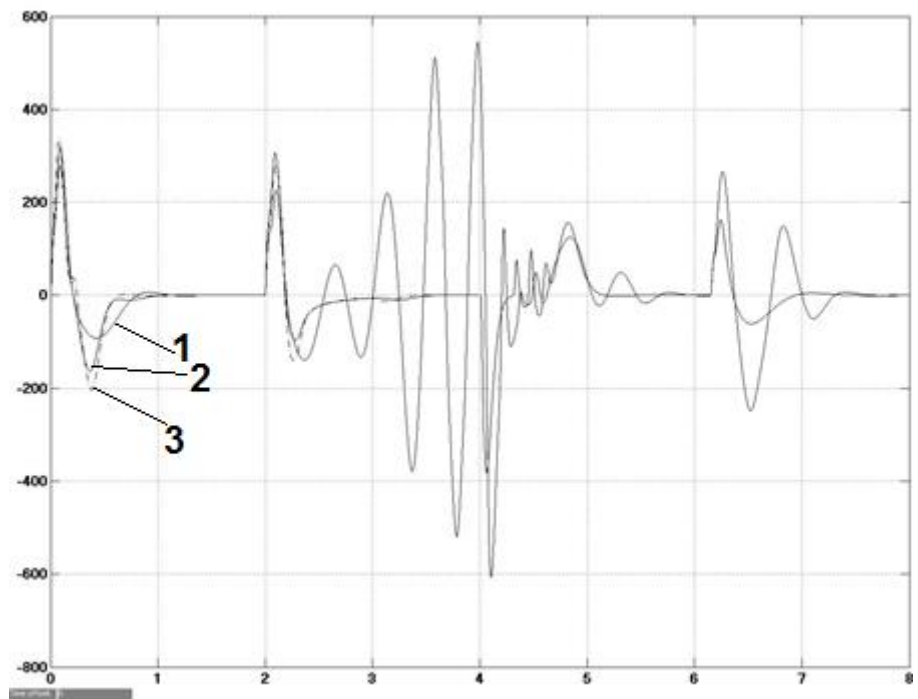


г)

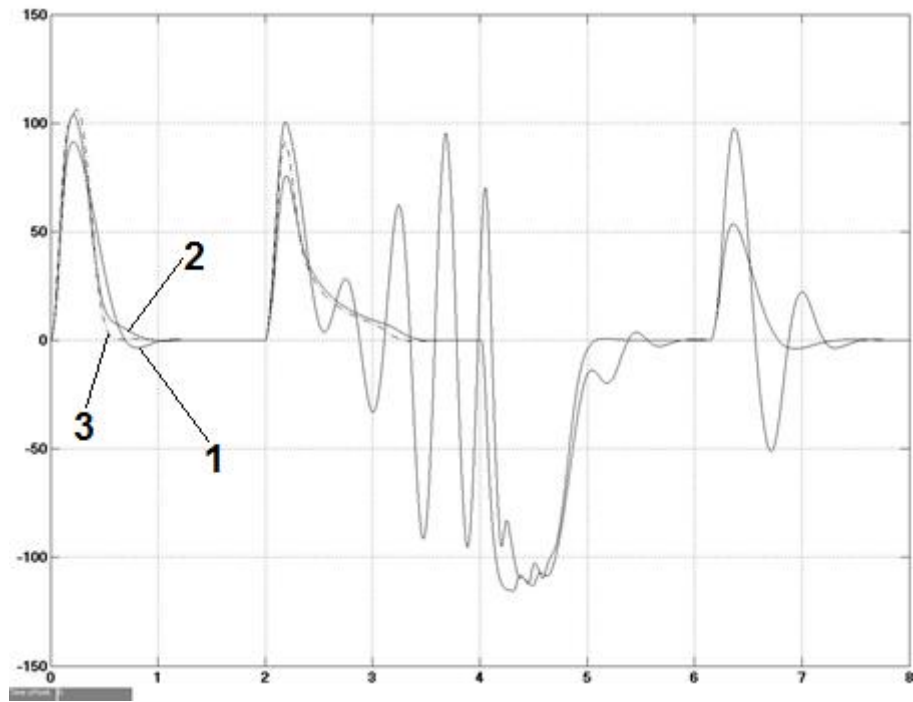
*Рис. 4.11. Результат моделювання для випадку, коли закон зміни моменту інерції другої маси нелінійний: а) вихідний сигнал системи, б) струм в якорі двигуна в) кутова швидкість обертання валу двигуна г) кутова швидкість обертання другої маси*



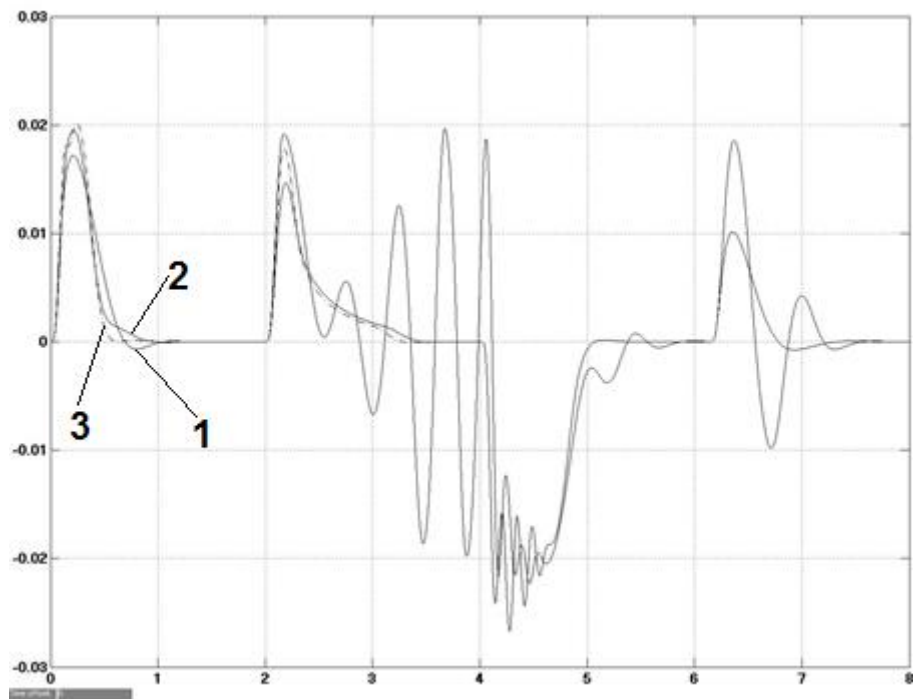
a)



б)



б)



г)

*Рис. 4.12. Результат моделювання для випадку, коли закон зміни моменту інерції другої маси лінійний а) вихідний сигнал системи, б) струм в якорі двигуна в) кутова швидкість обертання валу двигуна г) кутова швидкість обертання другої маси*

Позначення ліній на рисунках відповідає відповідним рядкам з таблиці 4.4 – 1-лінійний регулятор налаштований на стандартну біноміальну форму, 2-нечіткий регулятор, що здійснює перемикання з стандартної лінійної форми Батерворта на біноміальну форму, 3-нечіткий регулятор, що здійснює перемикання з стандартної лінійної форми Беселя на біноміальну форму, 4 – сигнал завдання системи.

Таблиця 4.5.

Значення критеріїв якості для випадку систем з стійкими підсистемами

Тип регулятора	Характер зміни моменту інерції другої маси									
	Нелінійний					Лінійний				
	$I_1$	$I_2$	$I_3$	$I_4$	$I$	$I_1$	$I_2$	$I_3$	$I_4$	$I$
Лінійний (біном)	93.04	219.4	12.93	0.6196	325.99	221.5	208.4	13.38	0.7094	443.99
Нечіткий (Батерворт-біном)	1.54	3.708	9.64	0.9398	15.83	1.473	3.578	9.629	1.163	15.84
Нечіткий (Бесель – біном)	<b>1.232</b>	<b>2.927</b>	<b>9.64</b>	<b>0.9398</b>	<b>14.74</b>	<b>1.195</b>	<b>2.824</b>	<b>9.629</b>	<b>1.163</b>	<b>14.81</b>

Наведені в таблицю 4.5 результати свідчать про ефективність застосування нечіткої моделі системи, утвореної сімейством лінійних динамічних моделей при синтезі нечіткого регулятора нелінійної системи зі змінними параметрами.

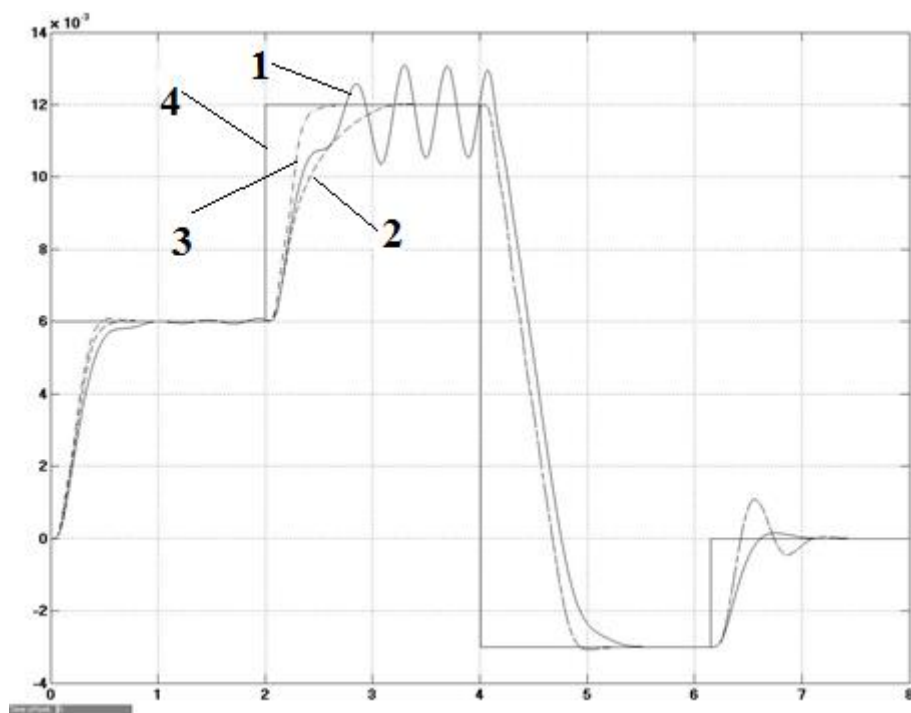
#### *Б) Випадок нестійких підсистем*

Як свідчать наведені результати, застосування нечіткого регулятора дозволяє забезпечити вигреш у швидкодії системи при відсутності недопустимих перерегулювання. Однак, для досягнення подальшого вигрешу

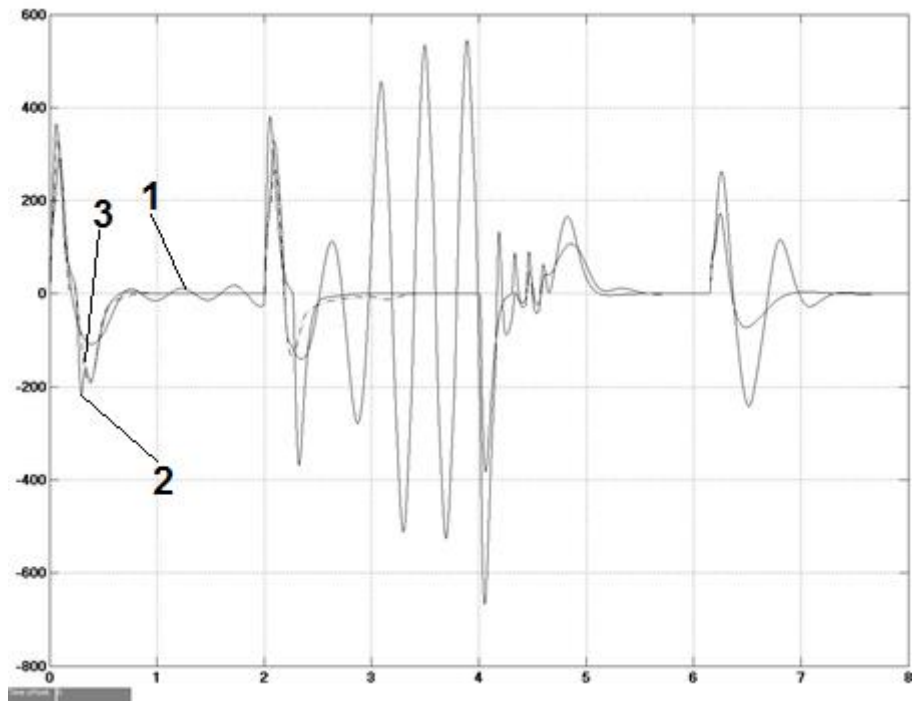
в швидкодії доцільно застосовувати нестійку підсистему в області великих відхилень вихідної координати системи.

Вихідний сигнал нечіткого регулятора забезпечує плавне перемикання між регулятором, що забезпечує нестійку поведінку системи, та регулятором, що описаний в попередніх пунктах.

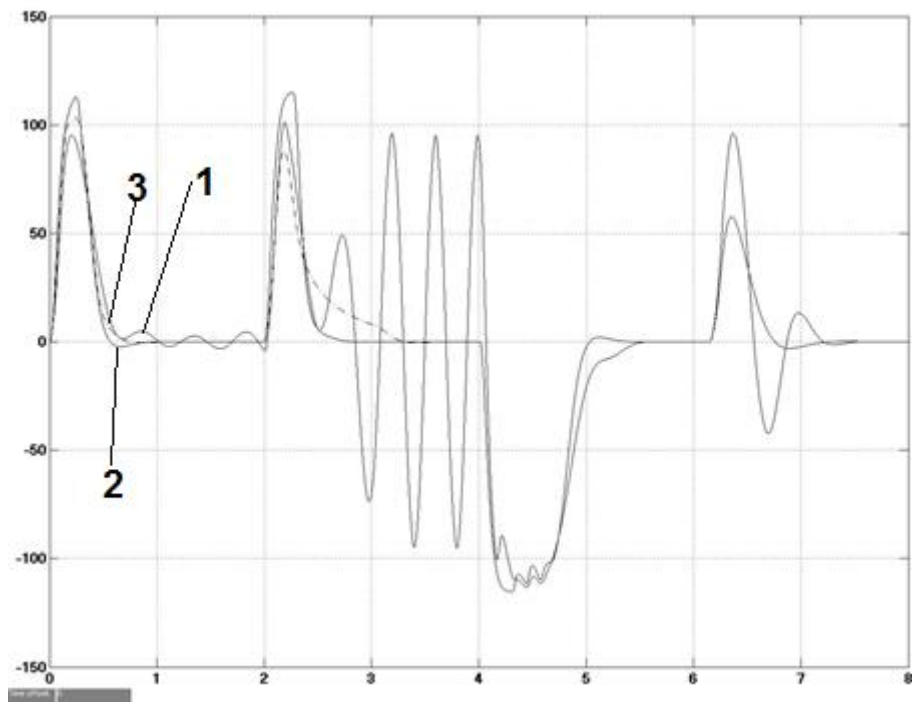
На рис. 4.13 – 4.14 зображено графіки компонент вектора стану системи для різних випадків закону зміни моменту інерції другої маси. Наведені результати свідчать, що застосування такого підходу не спричиняє недопустимих режимів в роботі динамічної системи



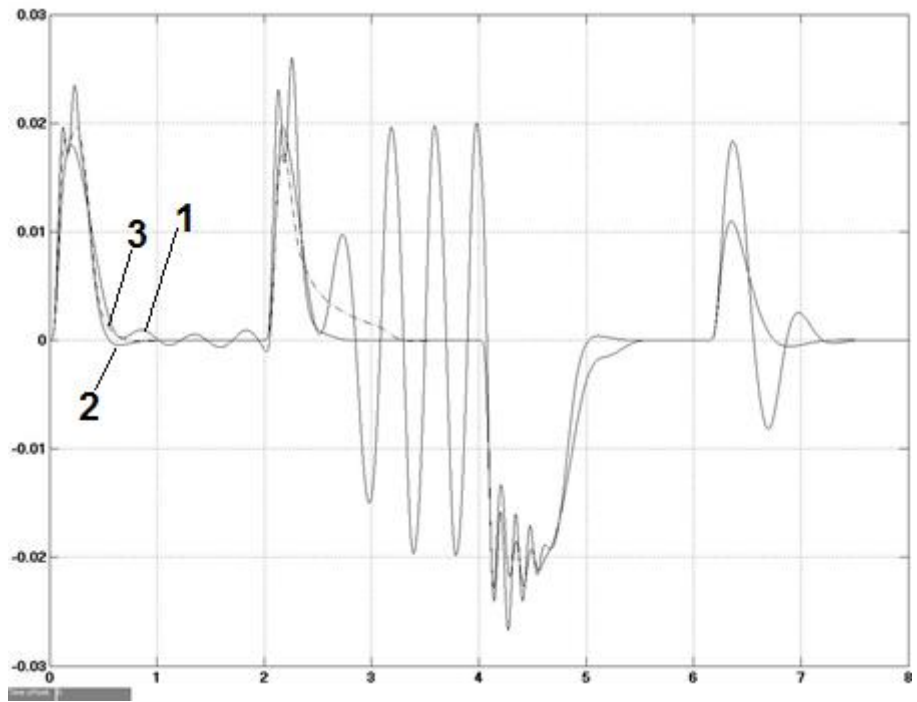
а)



б)

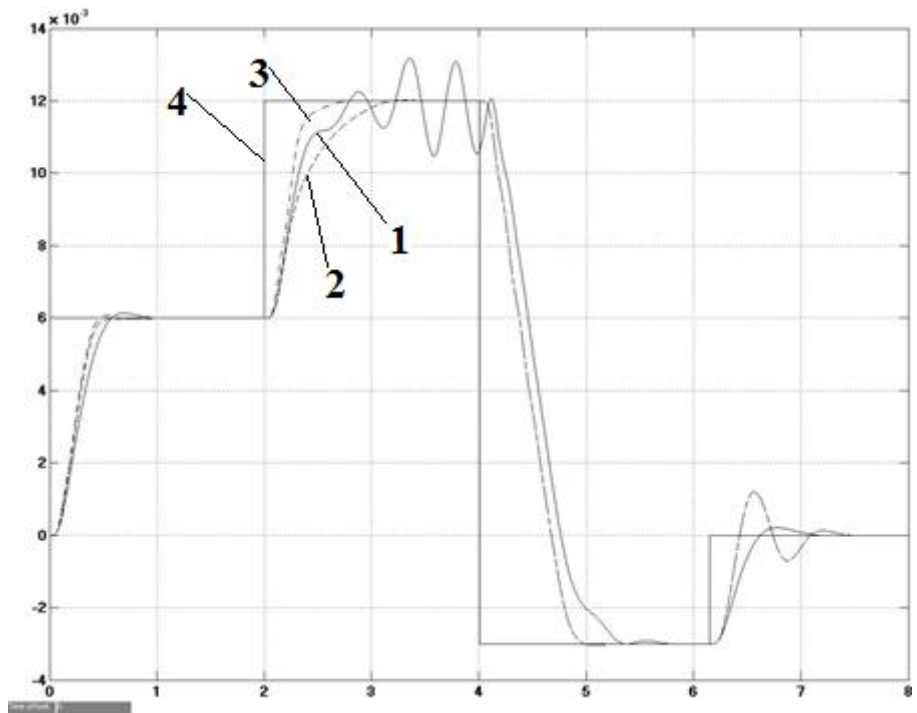


в)



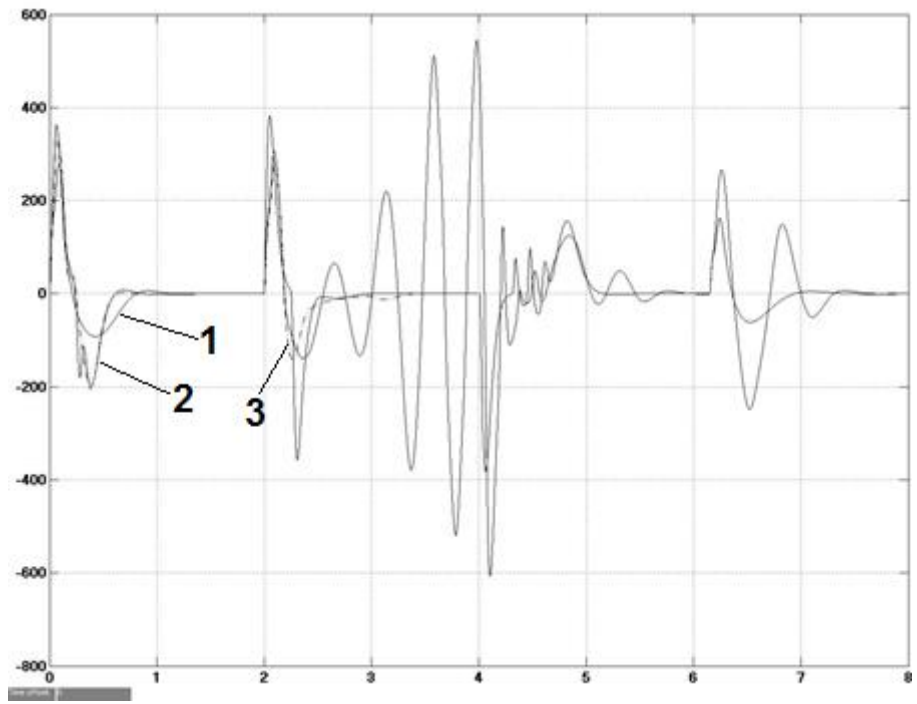
г)

Рис. 4.13 Вихідний сигнал системи у випадку, коли закон зміни моменту інерції другої маси є нелінійним а) вихідний сигнал системи, б) струм в якорі двигуна в) кутова швидкість обертання валу двигуна г) кутова швидкість обертання другої маси

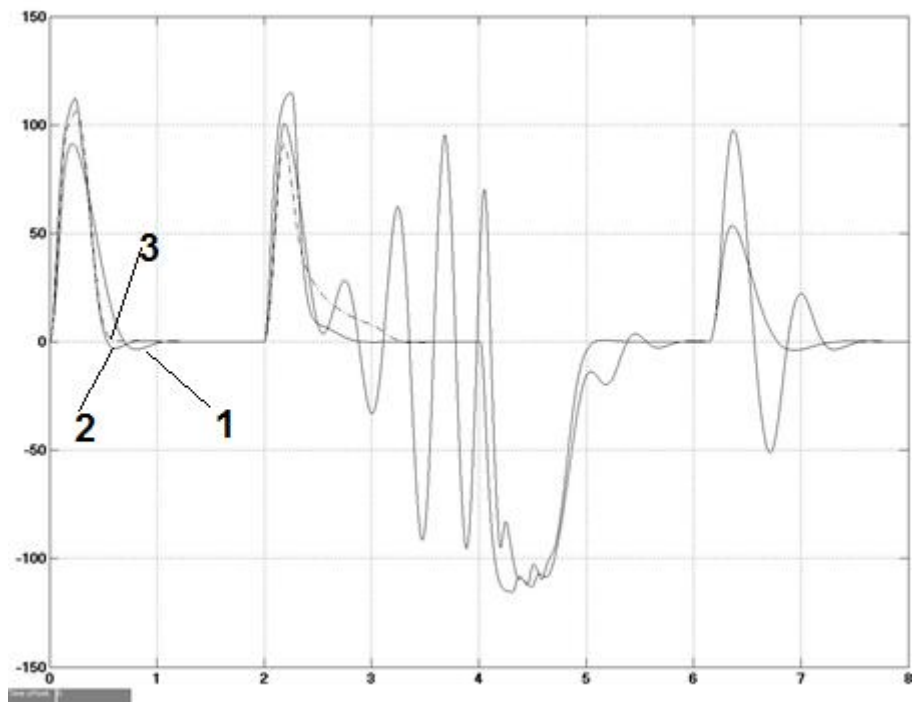


а)

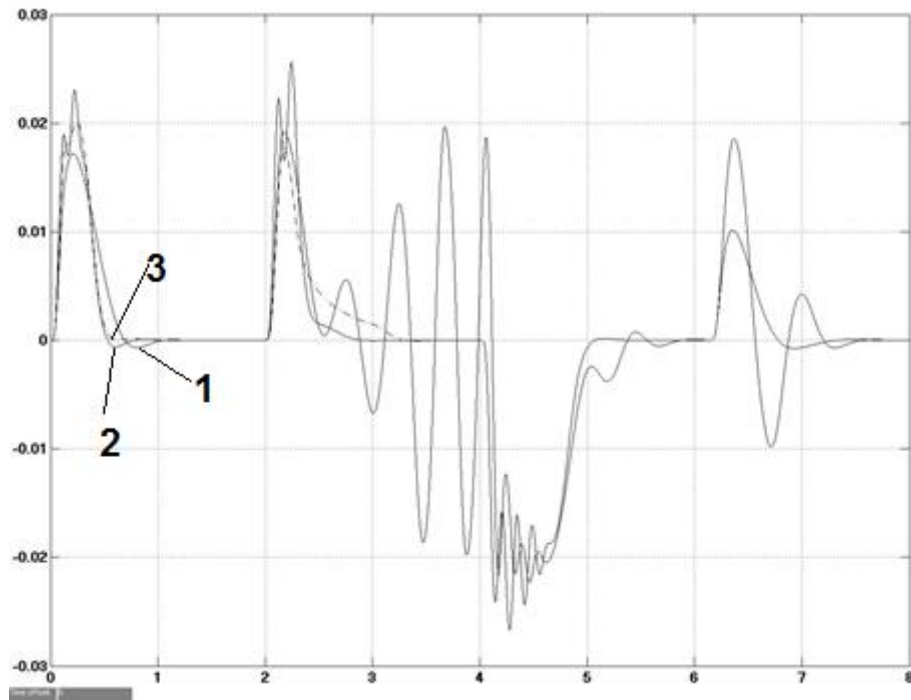




б)



в)



г)

*Рис. 4.14 Вихідний сигнал системи у випадку коли закон зміни моменту інерції другої маси є лінійним а) вихідний сигнал системи, б) струм в якорі двигуна в) кутова швидкість обертання валу двигуна г) кутова швидкість обертання другої маси*

Позначення ліній на рисунках відповідає відповідним рядкам з таблиці 4.4 – 1-лінійний регулятор налаштований на стандартну біноміальну форму, 2-нечіткий регулятор, що здійснює перемикання з нестійкої підсистеми на підсистему з налаштовану на стандартну біноміальну форму, 3-нечіткий регулятор, що здійснює перемикання з стандартної лінійної форми Бесея на біноміальну форму.

Таблиця 4.6.

Значення критеріїв якості для випадку систем з нестійкими підсистемами

Тип регулятора	Характер зміни моменту інерції другої маси									
	Нелінійний					Нелінійний				
	$I_1$	$I_2$	$I_3$	$I_4$	$I$	$I_1$	$I_2$	$I_3$	$I_4$	$I$
Лінійний (біном)	93.04	219.4	12.93	<b>0.6196</b>	325.99	221.5	208.4	13.38	0.7094	443.99
Нечіткий (нестійка-біном).	<b>1.109</b>	<b>1.069</b>	<b>9.64</b>	0.9398	<b>12.76</b>	23.9	<b>1.126</b>	<b>9.629</b>	<b>1.163</b>	35.82
Нечіткий (Бесель біном)	1.232	2.927	9.64	0.9398	14.74	<b>1.195</b>	2.824	<b>9.629</b>	<b>1.163</b>	<b>14.81</b>

### 4.3 Модель динаміки колеса електромобіля

Загальновідомо, що,  $s_\delta$  проковзування колеса є однією з основних причин втрати маневреності, оскільки збільшення ковзання може суттєво зменшити фактичну лінійну швидкість руху колеса,  $v_x$ , порівняно з його теоретичною швидкістю при нульовому проковзуванні,  $v_t$ :

$$v_x(t) = v_t(t)(1 - s_\delta(t)).$$

Одним з шляхів покращення руху автомобіля в режимі реального часу, є розробка належного регулятора, який може мінімізувати проковзування колеса та підтримувати фактичну швидкість на рівні, близькому до його опорного значення за рахунок врахування обох компонентів вектора стану системи пересування та зовнішніх порушень поверхні місцевості.

Синтез керування для коліс з електроприводом, як правило, стикається з двома основними технічними проблемами, пов'язаними з управлінням проковзування колеса в умовах поганого зчеплення: 1) визначення умов

дорожного покриття/місцевості, та 2) синтезування відповідного регулятора, що задовольняє динаміку колеса в режимі реального часу.

#### 4.3.1. Одномасова модель електроприводу колеса електромобіля

На рис.4.16 зображено схему незамкнутого пересувного модуля, що включає колесо, яке приводиться в рух двигуном постійного струму через зубчатий редуктор. Вхідний сигнал регулятора ШІМ в акумулятор відповідає вихідному сигналу запропонованого нечіткого логічного регулятора, який описано далі. Дорожні умови представлені зовнішніми нерівностями на рис. 4.16.

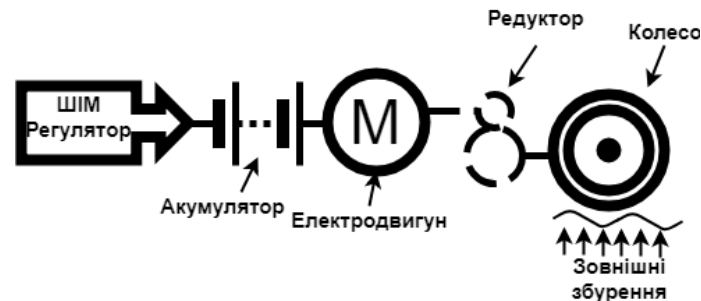


Рис. 4.16. Схема незамкнутого пересувного модуля (електроприводу колеса автомобіля)

Механічна підсистема (колесо з редуктором) та електрична підсистема (електродвигун з акумулятором), які є незамкнутим пересувним модулем, інтегровані в блок-схему запропонованого керування на рис. 4.17. Дві підсистеми описуються такими двома диференціальними рівняннями:

$$\begin{cases} \frac{dI_m(t)}{dt} = -\frac{R_a}{L_a} I_m(t) - \frac{k_{emf} u_{rg}}{L_a} \omega(t) + \frac{k_{bat}}{L_a u_{max}} u(t) \\ \frac{d\omega(t)}{dt} = \frac{k_t u_{rg}}{J_{eq}} I_m(t) - \frac{1}{J_{eq}} T_c(t) \end{cases} \quad (4.6)$$

де  $I_m(t)[A]$  - електричний струм двигуна,  $R_a[\Omega]$  - опір обмотки,  $L_a[H]$  - індуктивність обмотки,  $k_{emf} \left[ \frac{V \cdot s}{rad} \right]$  - константа ЕРС,  $u_{rg}$  - передавальне число

редуктора,  $\omega(t) \left[ \frac{rad}{s} \right]$  - кутова швидкість колеса,  $k_{bat} [V]$  - максимальна вихідна потужність акумулятора,  $u(t) = u_{inp}(t) + u_{cont}(t)$  - загальний регулюючий вхідний сигнал, з максимумом  $u_{max}$ ,  $u_{inp}(t)$  - базовий (вхідний) сигнал системи контролю,  $u_{cont}(t)$  - керуючий вплив регулятора за повним вектором станів, опис якого наведено далі по тексту,  $k_t \left[ \frac{N \cdot m}{A} \right]$  - стала двигуна,  $J_{eq} [kg \cdot m^2]$  - еквівалентна обертальна інерція системи, зведена до осі колеса,  $T_c(t) [N \cdot m]$  - зовнішні збурення, що впливають на динаміку колеса (напр., характеристики "колесо-дорожнє покриття").

Блок вхідного сигналу (див. рис. 4.17) відповідає сигналу керування, який надходить від регулятора вищого рівня безпілотного наземного транспортного засобу або водія. Його значення може коливатися від 0 до  $u_{max}$ . Це значення встановлює максимально потрібний сигнал на рівні ШІМ. Сигнал,  $u_{inp}(t)$ , - це вхідний сигнал нечіткого регулятора. Цей регулятор згладжує цей вхідний сигнал; в результаті сигнал досягає свого максимуму не миттєво, а протягом певного періоду часу. Таким чином, регулятор дозволяє зменшити проковзування колеса пересувного модуля. У блоці профілю дорожнього покриття (рис. 4.17) створюється профіль стохастичного рельєфу місцевості, який потім використовується у вигляді зовнішніх збурень в блоці динаміки транспортного засобу. Профіль рельєфу місцевості також подається як вхідний сигнал у блок нечіткого регулятора, оскільки рівень згладжування вхідного сигналу регулятором залежить від типу місцевості (див. рис. 4.17). Еквівалентна системна модель динаміки повздовжнього руху пересувного модуля представлена відповідним блоком на рис. 4.17. Запропонований підхід забезпечує формування вхідного сигналу в систему як суми згладженого вхідного сигналу та сигналу регулятора за

повним вектором станів. Цей сигнал визначає параметри ШІМ блоку акумулятора.

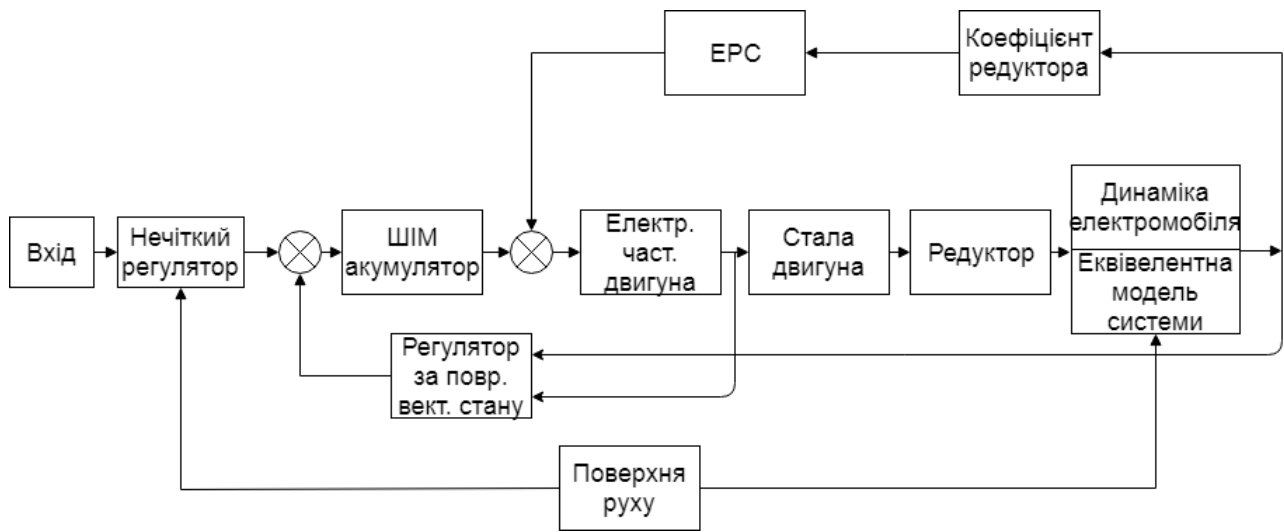


Рис. 4.17. Блок-схема запропонованого керування.

Динамічна модель пересувного модуля і стохастичні характеристики рельєфу (дорожнього покриття) представлено блоком динаміки модуля, що детально досліджено в роботах [14, 61-63, 139]. Відношення між силою  $F_x(t)$ , що діє на колесо та проковзуванням шини представлено у [14]

$$F_x(t) = R_z(t) \mu_{rx}(t) (1 - \exp(-k(t) s_\delta(t))) \quad (4.7)$$

де  $\mu_{px}(t)$  коефіцієнт максимального зчеплення,  $R_z(t)[N]$  – звичайна реакція колеса, яка створюється під дією характеристик модуля та стохастичної характеристики місцевості, та  $k(t)$  – емпіричний коефіцієнт, що залежить від властивостей шини та дорожніх умов (місцевості).

Зовнішні збурення, що впливають на систему, описуються такими рівняннями

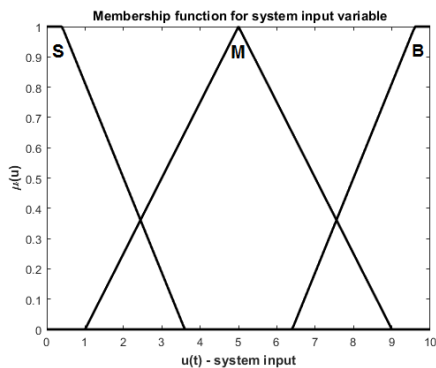
$$T_C(t) = T_{wl}(t) = (R_x(t) + F_{frame.x}(t) + F_j(t)) r_w^0(t) \quad (4.8)$$

де  $\varepsilon_w(t) \left[ \frac{rad}{s} \right]$  - кутове прискорення колеса та  $r_w^0(t)[m]$  – обертовий радіус колеса в режимі руху,  $R_x(t)$  - загальний опір руху [22] [86],  $F_{frame.x}$  – несуче зусилля,  $F_j$  - інерція транспортного засобу при поступальному русі,  $T_{wl}$  - крутний момент на колесі.

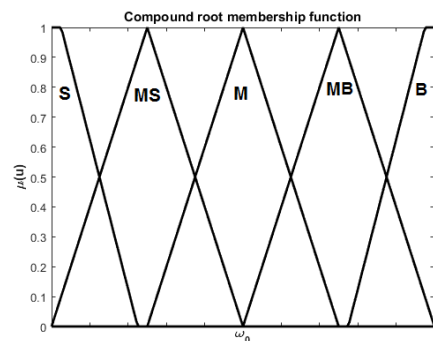
У системі керування електроприводом колеса використано регулятор за повним вектором змінних стану (4.9) для керування колесом електромобіля у формі

$$u_{cont}(t) = k_1 I_m(t) + k_2 \omega(t), \quad (4.9)$$

де коефіцієнти зворотного зв'язку  $k_i, i = \overline{1,2}$  були синтезовані з метою згладжування вхідного сигналу  $u_{inp}(t)$ . Ці коефіцієнти зворотного зв'язку одержано шляхом мінімізації критерію ІТАЕ [156] передатної функції замкнутої системи пересувного модуля.



а) Вхідний сигнал



б) Вихідна функція належності

Рис. 4.19. Функції належності

База правил регулятора Мамдані

Вхідний сигнал системи	Тип поверхні руху			
	Лід	Ґрунт	Луг	Асфаль
S	S	S	S	S
M	MS	MS	M	M
B	MS	M	MB	B

Для дефазифікації використано метод центру мас, який описується таким рівнянням

$$\omega_0 = z^* = \frac{\sum_i z_i \mu_i}{\sum_i \mu_i}, \quad (4.10)$$

де  $z_i$  - вихідне значення, що є сталим у певному інтервалі,  $\mu_i$  - відповідна функція приналежності, що одержується в результаті виведення (висновку). Відповідні чіткі значення  $z^*$ , одержані внаслідок дефазифікації, визначають значення середньгеометричного кореня  $\omega_0$ . Модифікування вхідного сигналу здійснюється згідно зі стандартною лінійною формою Баттерворта з відповідним  $\omega_0$  [156]. Результатом такої модифікації є вхідний сигнал, який плавно зростає у часовій області згідно зі стандартною лінійною формою Баттерворта. Цей модифікований вхідний сигнал забезпечує значне зменшення проковзування колеса, як це показано нижче.

Загальна схема запропонованого нечіткого задавача показана на наступному рисунку, де початковий системний ввід позначається як небажаний вхідний сигнал системи, оскільки він може бути помилково відправлений із системи керування вищого рівня (у випадку автономного керування) або її значення може бути змінено після небажаного втручання іншої людини.



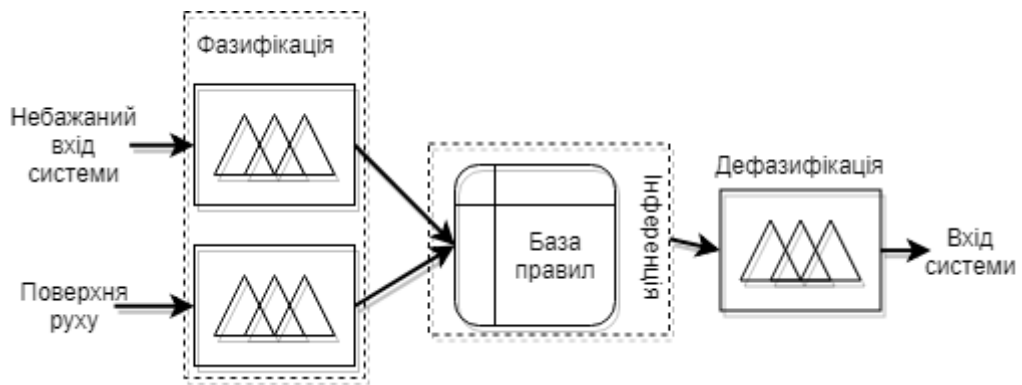


Рис. 4.20. Загальна схема запропонованого нечіткого регулятора.

#### 4.3.2 Двомасова модель електроприводу колеса електромобіля

У випадку двомасової моделі, її загальну схему можна зобразити так як на рис. 4.21. Система складається з електродвигуна, що з'єднаний з ведучим колесом через редуктор.

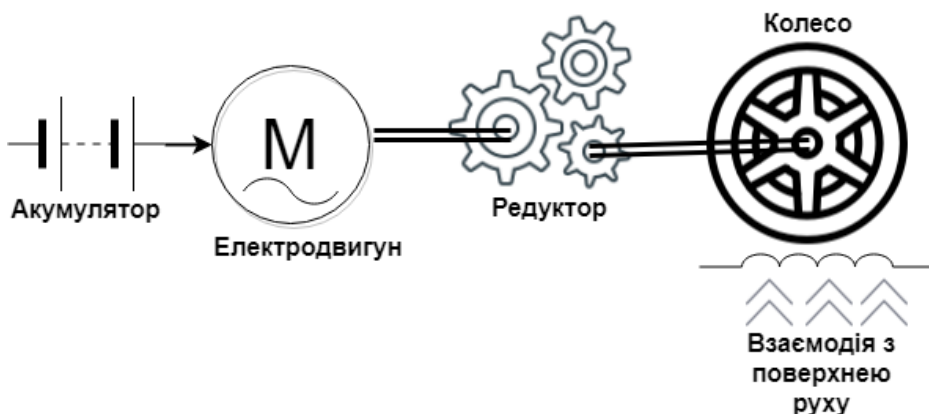


Рис. 4.21 Схема електродвигуна з приєднаним колесом

Динамічні процеси, що відбуваються в колесі, описано, зокрема, в [13, 14]. Для спрощеного моделювання акумуляторної батареї використано коефіцієнт підсилення  $k_{bat}$ , нехтуючи імовірними коливаннями ШІМ, що можуть виникнути під дією керуючих впливів.

Нехтуючи нелінійними процесами, редуктор змодельовано його передатним числом  $r_v$ .

Модель динаміки колеса можна представити у такому вигляді (див [13, 14])

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{d\omega_m(t)}{dt} = \frac{1}{J_m} (k_t i_m(t) - r_v T_{sd}(t)) \\ \frac{dT_{sd}(t)}{dt} = k_{sh} r_v \omega_m(t) - k_{sh} \omega_w(t) \\ \frac{d\omega_w(t)}{dt} = \frac{1}{J_w(R_z)} (T_{sd}(t) - T_{wl}(t)), \\ R_z = W_w \cos \theta_n + k_{tg} (z_r - z_u) + c_{tg} (\dot{z}_r - \dot{z}_u), \\ m_s \ddot{z}_s = k_s (z_u - z_s) + c_s (\dot{z}_u - \dot{z}_s), \\ m_u \ddot{z}_u = k_{tg} (z_r - z_u) + c_{tg} (\dot{z}_r - \dot{z}_u) - k_s (z_u - z_s) - c_s (\dot{z}_u - \dot{z}_s), \end{array} \right.$$

де  $\omega_w(t)$  – кутова швидкість колеса,  $J_w$  – момент інерції колеса, що залежить від нормальної реакції  $R_z$ ,  $T_{wl}(t)$  зовнішнє збурення, що діє на колесо внаслідок взаємодії з ґрунтом (див. [15]),  $T_{sd}$  – еластичний крутний момент валу,  $\theta_n$  кут нахилу поверхні руху,  $W_w$  – статичне навантаження що діє на колесо як з боку підресореної так і не ідресореної мас,  $k_{tg}$  коефіцієнт жорсткості взаємодії між землею та ґрунтом,  $c_{tg}$  демпфувальний коефіцієнт ґрунту,  $z_s, z_u$  зміщення підресореної та непідресореної мас (див. рис. 4.22.)  $m_s$  та  $m_u$ ,  $z_r$  зміна висоти дороги порівняно з нульовою позначкою,  $k_s$  жорсткість підвіски,  $c_s$  демпфування підвіски,  $k_{sh}$  коефіцієнт еластичності валу.

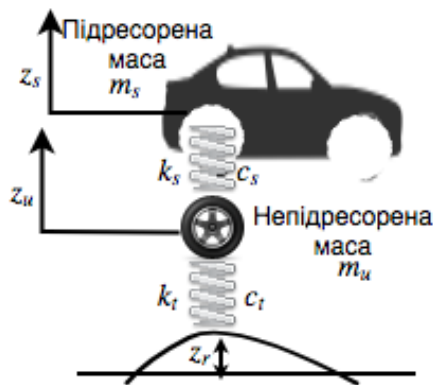


Рис. 4.22. Графічна модель пересувного колісного модуля.

Вище описані вхідні сигнали графічно зображено в лівій частині блок-схеми керування на рис. 4.23.

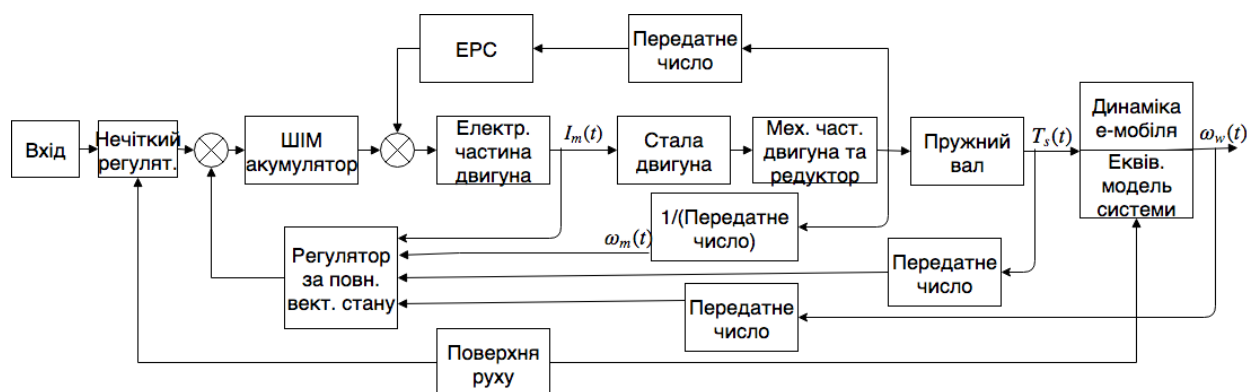


Рис. 4.23: Блок-схема керування

Результат роботи запропонованого нечіткого задавача полягає у зміні небажаного вхідного сигналу. Для згладжування такого сигналу та отримання нового вхідного сигналу використано нечіткий регулятор типу Такагі-Сугено.

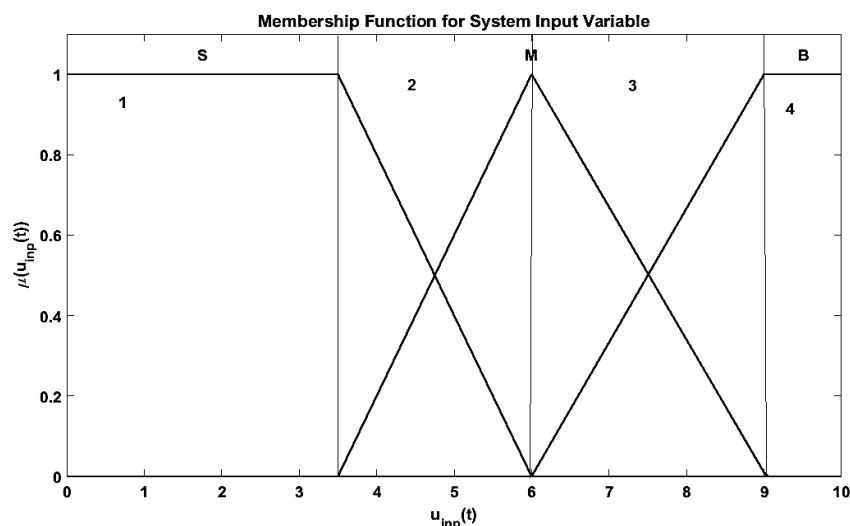


Рис. 4.24: Функції приналежності вхідного сигналу

Тоді правило в базі правил нечіткої моделі Такагі-Сугено має такий вигляд

$$R^l : IF (u_{inp} \text{ in } A_i) \text{ AND } (y \text{ in } B_j) \text{ THEN } f = f_k(\bar{x}),$$

де  $l = \overline{1..12}$  - порядковий номер правила,  $y$  – вид дорожнього покриття, що зазначено у блоці на рис.4.23,  $f$  - вихід з нечіткого правила,  $A_i$  - набір умов вхідної змінної,  $B_j$  - набір умов для вхідної змінної профілю дорожнього покриття,  $f_k(\bar{x})$  - вихідна функція правила, яка у загальному випадку залежить від вектора стану  $\bar{x}$  системи. Цю функцію визначено таким чином:

$$f_k(\omega_{0,k}) = s^2 + 1.4142\omega_{0,k}s + \omega_{0,k}^2$$

де  $s$  – оператор Лапласа,  $\omega_{0,k}$  - значення середньгеометричного кореня, що відповідає певному виду дорожнього покриття та впливає на швидкість передачі вхідного сигналу, що надходить від блоку нечіткого регулятора на рис. 4.23. Константи у цьому рівнянні визначають типові (комплексні або дійсні) значення коренів характеристичного поліному системи. Зазначені константи відповідають стандартній формі Баттерворта другого порядку (див. [156]).

Небажаний вхідний сигнал, який згадувався раніше (див. рис. 4.23), може змінюватися від 0 до  $u_{\max}$ . Його чисельне значення встановлює максимум еталонного сигналу, який повинен надходити до системи керування на рівні ШІМ. На рис. 4.25 показано лінійний вхідний сигнал, який було прийнято як небажаний. Згладжені сигнали, згенеровані запропонованим регулятором, також наведено на рис. 4.25. Як видно, темп наростання згладженого вхідного сигналу є меншим, що дає змогу зменшити надлишкове проковзування у різних дорожніх умовах. На рис. 4.24 також представлено пояснення підобластей, позначених як 1, 2, 3 та 4. Потрібно підкреслити, що значення сигналу  $u_{inp}(t)$  також визначає рівень активації відповідних правил з бази правил, а отже, вихідний сигнал з нечіткого регулятора відрізняється для кожної з підобластей.

## 4.4 Синтез керування електроприводом колеса електромобіля

### 4.4.1 Аналіз роботи нечіткого задавача інтенсивності на основі структури нечіткого керування типу Мамдані для одномасової системи з врахуванням поверхні руху колеса

Синтезований задавач інтенсивності був апробований в комп'ютерних симуляціях незамкнутого пересувного модуля, що рухається по чотирьох різних поверхнях, включаючи асфальт, трав'яне покриття, засніжену дорогу та ґрунт. Схординковий сигнал (див. рис. 4.25), який розглядається як некоректний сигнал, та вхідні сигнали, які змінюються запропонованим регулятором, наведено на рис. 4.25. З рисунку випливає, що регулятор забезпечує згладжені вхідні сигнали системи для всіх умов місцевості.

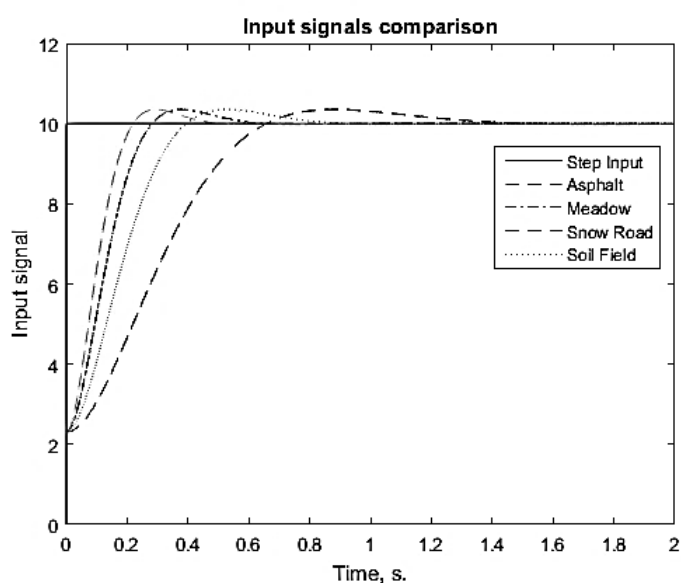
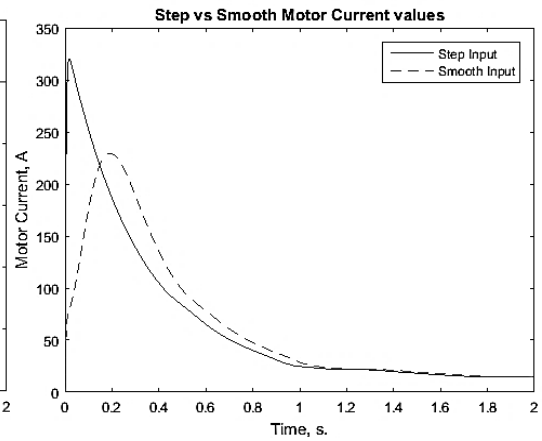
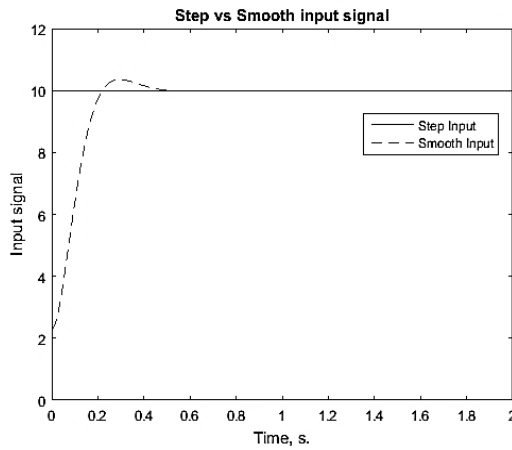


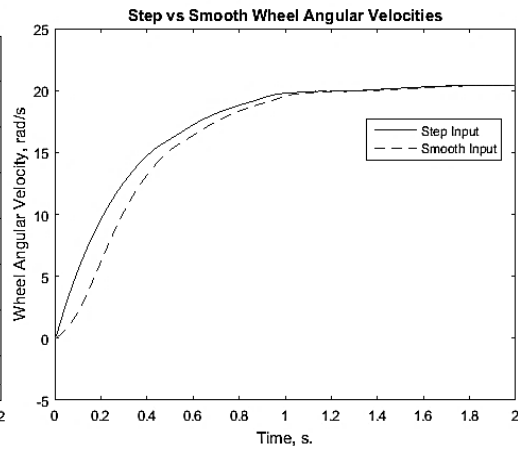
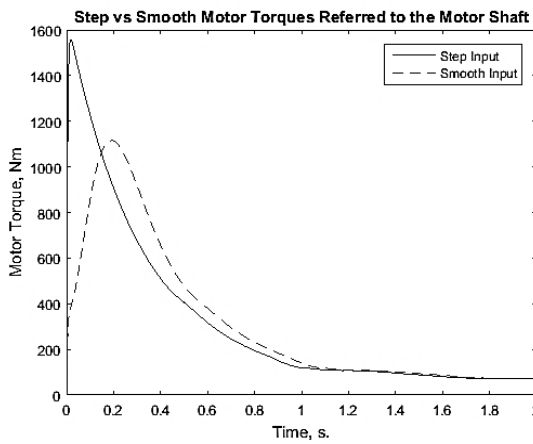
Рис. 4.25. Вхідний сигнал системи з врахуванням дорожніх умов.

Результати моделювання представлені на рис. 4.26 – 4.29. Суцільна лінія на цих рисунках вказує на небажаний вхідний імпульсний сигнал і реакції пересувного модуля на цей вхід. Штрихові лінії використовуються для ілюстрації входів і виходів модуля, які були згладжені запропонованим нечітким логічним регулятором.



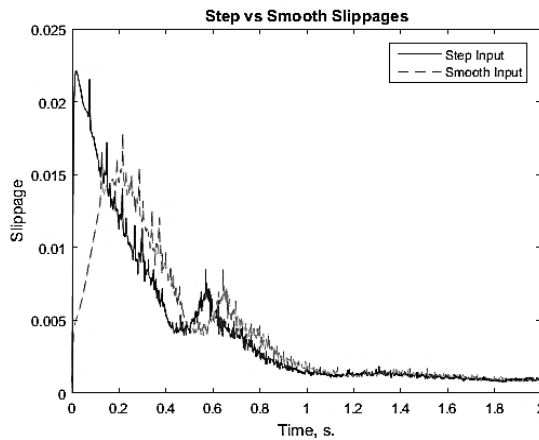
а) Порівняння вхідних сигналів системи

б) Порівняння значень струму електродвигуна системи



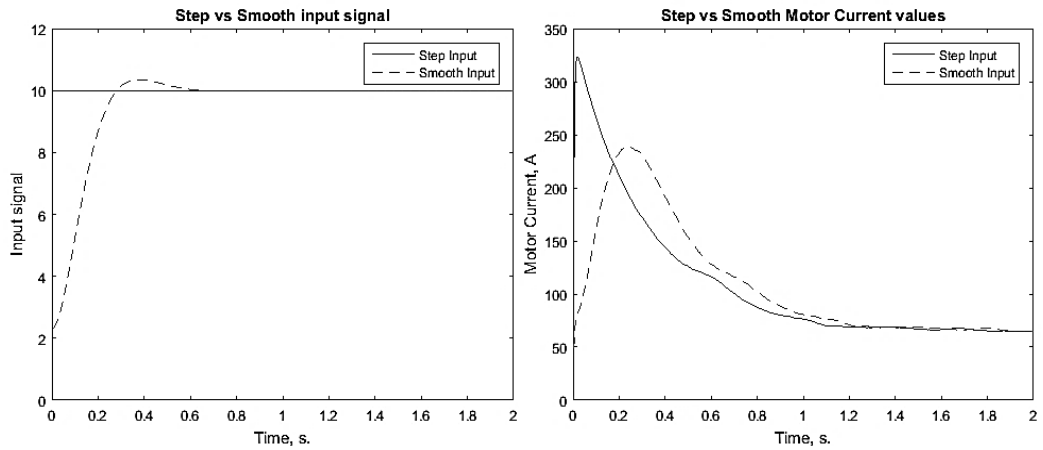
в) Порівняння значень крутного моменту двигуна системи

г) Порівняння кутових швидкостей колеса

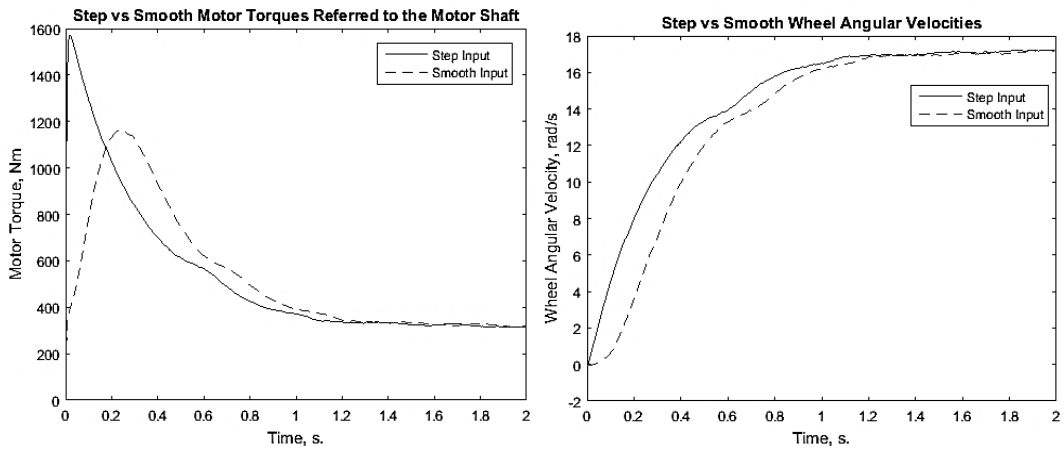


д) Порівняння проковзувань колеса

Рис. 4.26. Порівняння характеристик системи на асфальті

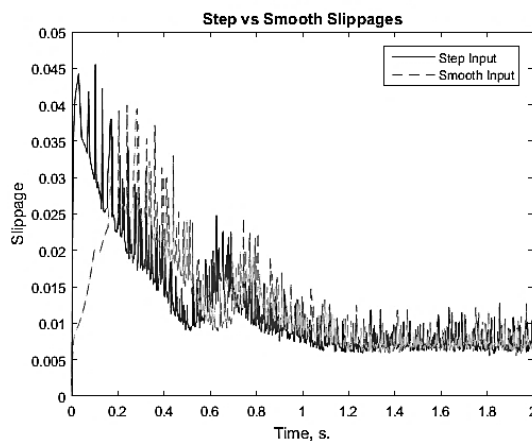


а) Порівняння вхідних сигналів системи б) Порівняння значень струму електродвигуна системи



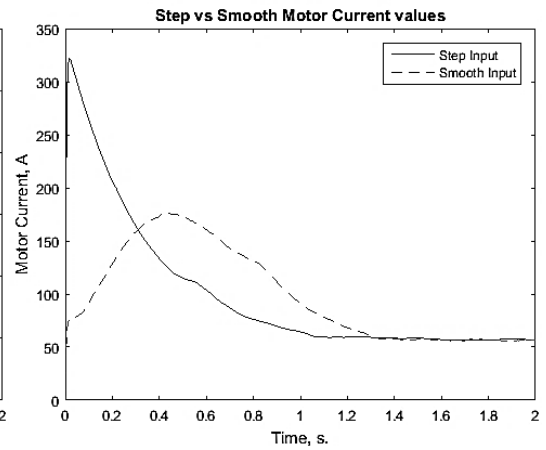
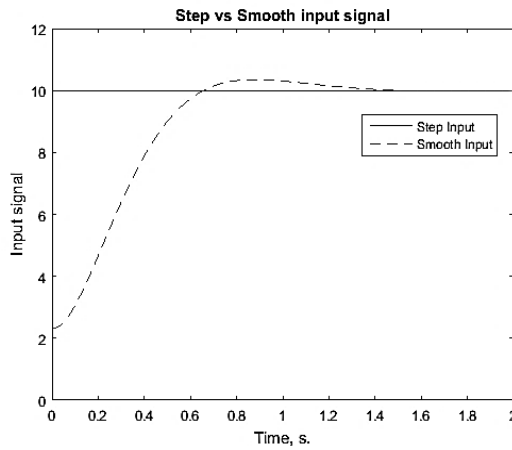
в) Порівняння значень крутного моменту двигуна системи

г) Порівняння кутових швидкостей колеса

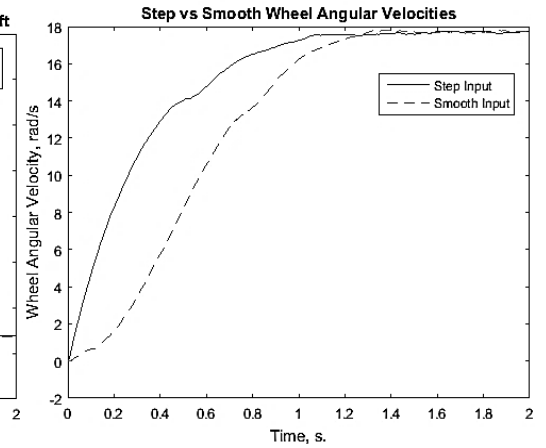
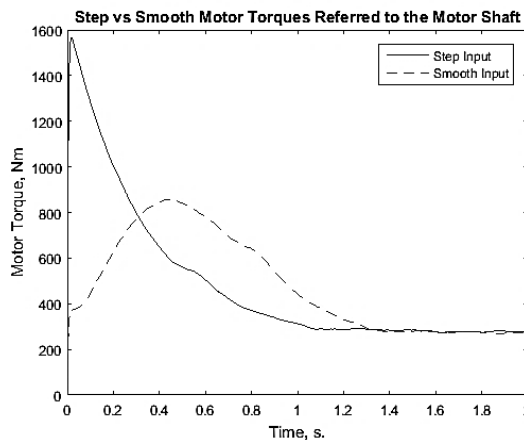


д) Порівняння проковзувань колеса

Рис. 4.27. Порівняння характеристик системи на трав'яному покритті

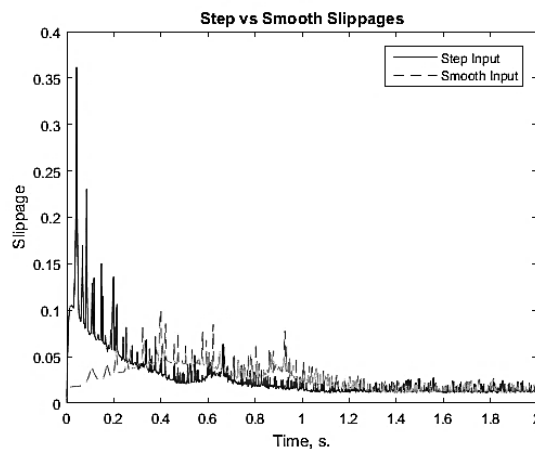


а) Порівняння вхідних сигналів системи б) Порівняння значень струму електродвигуна системи



в) Порівняння значень крутного моменту двигуна системи

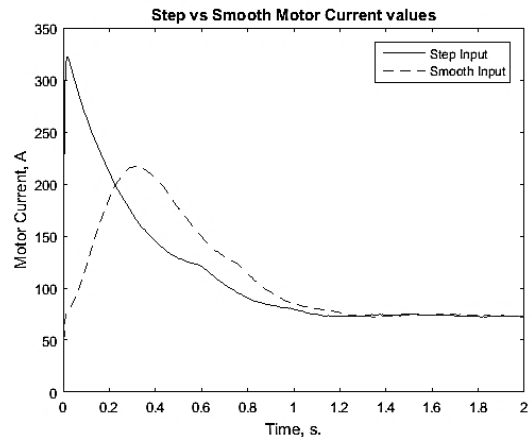
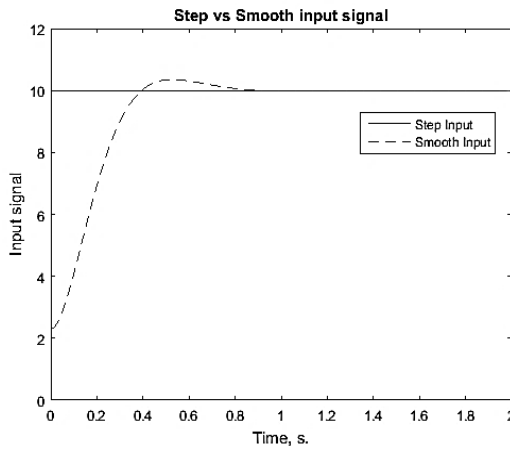
г) Порівняння кутових швидкостей колеса



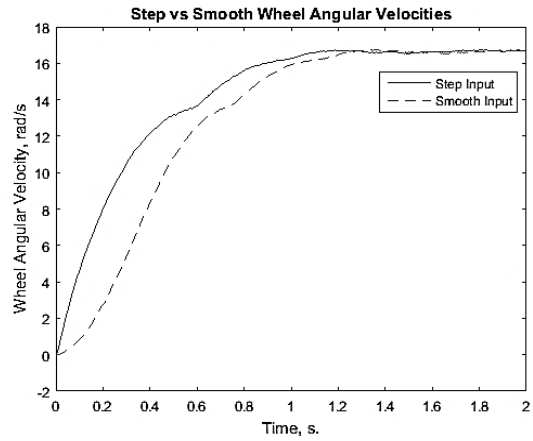
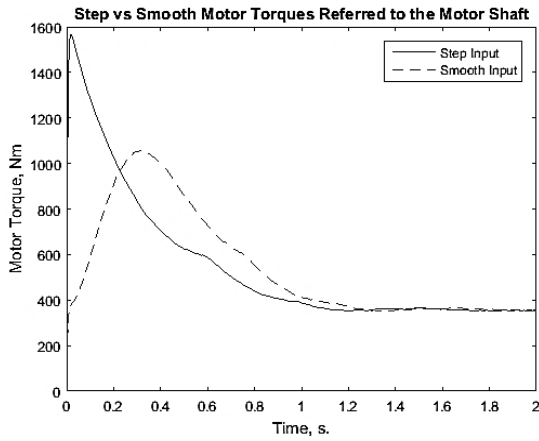
д) Порівняння проковзувань колеса

Рис. 4.28. Порівняння характеристик системи на засніженій дорозі



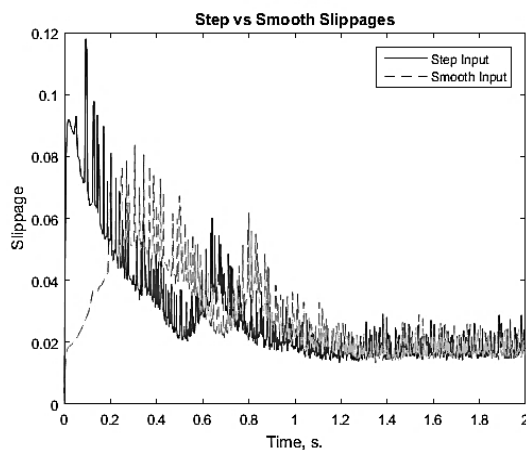


а) Порівняння вхідних сигналів системи б) Порівняння значень струму електродвигуна системи



в) Порівняння значень крутного моменту двигуна системи

г) Порівняння кутових швидкостей колеса



д) Порівняння проковзувань колеса

Рис. 4.29. Порівняння характеристик системи на ґрунтовому полі

Наведені вище графіки з результатами моделювання входів на різних видах поверхонь місцевості, зведені на рис. 4.25. Цей рисунок ілюструє здатність регулятора згладжувати некоректний сходячковий вхідний сигнал до гладкого значення вхідного сигналу з врахуванням поверхні руху. Згладжені вхідні сигнали обумовлюють більш рівномірні зміни електричного струму  $a$ , отже, і більш рівномірну швидкість обертання колеса.

Як видно з графіків, проковзування шини (рис. 4.26д, 4.27д, 4.28д, 4.29д), динамічна поведінка пересувного модуля залежить від вхідного сигналу, тобто некоректного та згладженого сигналу. Згладжений вхідний сигнал, який надходить від нечіткого регулятора у відповідності до умов покриття місцевості, дає змогу усунути додаткове проковзування колеса на самому початку руху. Таке зменшення проковзування свідчить, що рух пересувного модуля може бути покращений при застосуванні запропонованого регулятора.

Крім того, значення електричного струму зі згладженим вхідним сигналом нижче в порівнянні з імпульсним входом (рис. 4.26б, 4.27б, 4.28б, 4.29б). Це сприяє енергозбереженню  $a$ , отже, дає змогу збільшити термін служби акумулятора. Швидкість реакції пересувного модуля практично однакова для імпульсного та згладженого вхідного сигналів, що означає, що збільшенню продуктивності пересувного модуля не зменшується.

Хоча інші значення (крутний момент, струм і т. д.) можна безпосередньо порівнювати, порівняння проковзування не є таким очевидним, оскільки значення проковзування залежить від кутової швидкості колеса. З рис. 4.26е – 4.29е можна побачити, що проковзування має певний зсув у часі, що відповідає зміщенню кутової швидкості на рис. 4.26 г– 4.29 г. Відповідне порівняння можна зробити, вимірюючи середнє ковзання в межах тих самих областей кутової швидкості. Ми розбиваємо діапазон кутової швидкості на інтервали та обчислюємо абсолютну та відносну різницю проковзування в залежності від поверхні місцевості, по якій рухається

колесо, використовуючи такі відомі формули, в яких верхній індекс відповідає типу вхідного сигналу системи.

$$\Delta = s_{\delta}^{ramp} - s_{\delta}^{smooth},$$

$$\delta = \frac{s_{\delta}^{ramp} - s_{\delta}^{smooth}}{s_{\delta}^{ramp}} \cdot 100\%, \quad (4.11)$$

$$s_{\delta}^{input} = \frac{\sum_{t=t_1^{input}}^{t_2^{input}} s_{\delta}^{input}(t)}{t_2^{input} - t_1^{input}}, \quad input = \{ramp; smooth\}$$

На наступному рисунку представлено порівняння між проковзуваннями в залежності від вхідного сигналу під час руху по різних поверхнях.

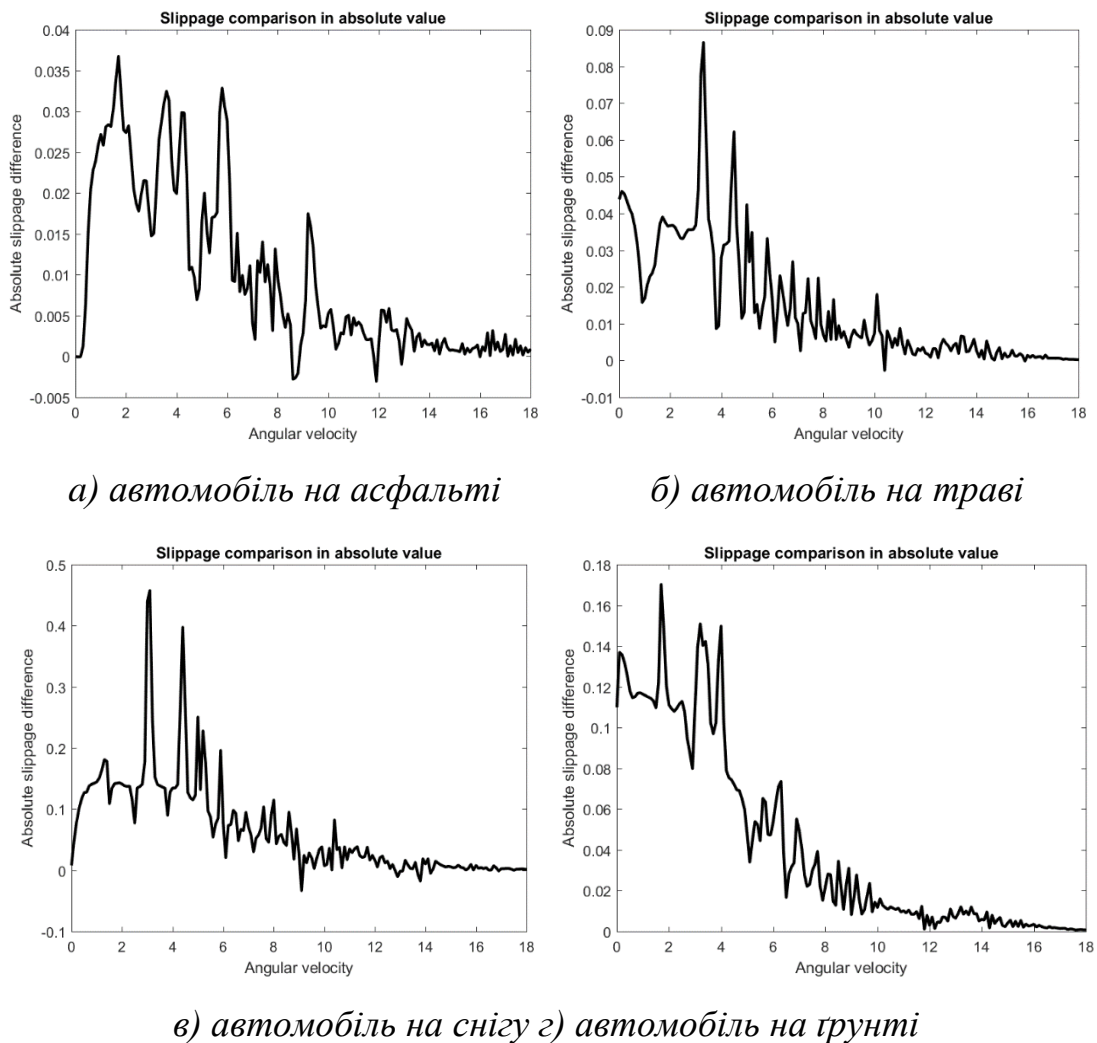
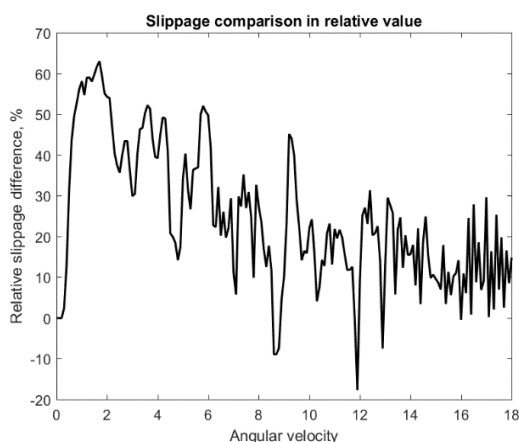
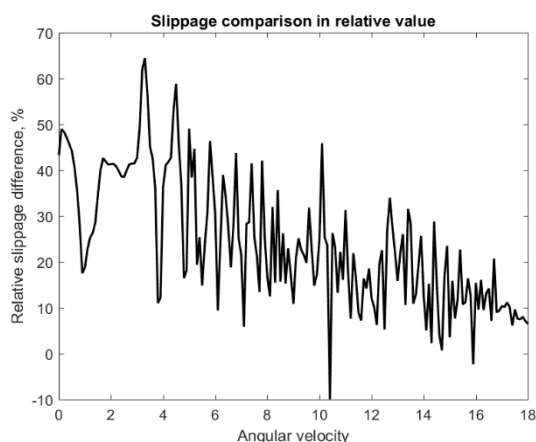


Рис. 4.30. Порівняння абсолютної різниці проковзування в залежності від поверхні дорожнього покриття

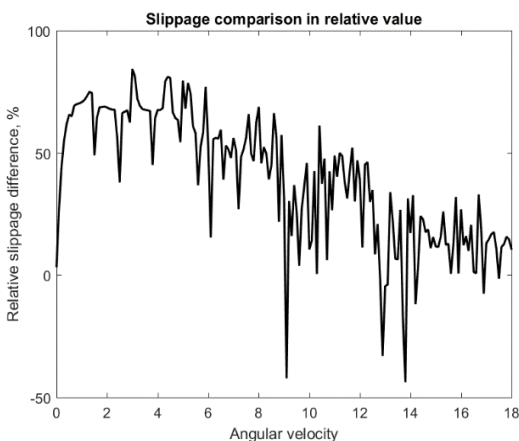
Крім того, проведено порівняння відносної різниці проковзування. Результати наведено на рисунку.



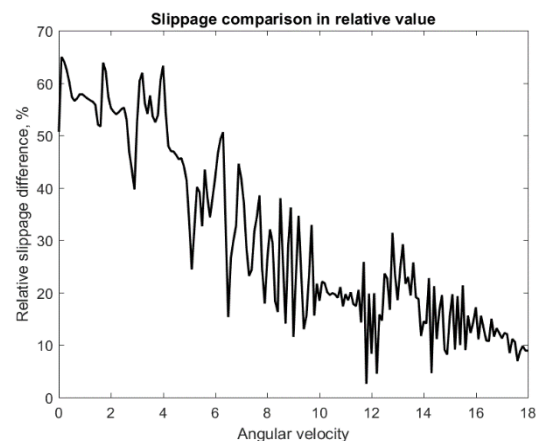
*а) автомобіль на асфальті*



*б) автомобіль на лузі*



*в) автомобіль на засніженій дорозі*



*г) автомобіль на ґрунтовому полі*

*Рис. 4.31. Порівняння відносної різниці проковзування в залежності від поверхні дорожнього покриття*

Як видно з рис. 4.30 та 4.31, проковзування відрізняється не тільки в залежності від поверхні дорожнього покриття, а також в залежності від кутової швидкості колеса. Тому ми додатково розбиваємо діапазон швидкостей колеса на чотири інтервали і розраховуємо відповідну різницю проковзувань за допомогою (4.11)

Таблиця 4.8

## Відхилення проковзувань залежно від вхідного сигналу системи

Кутова швидкість колеса, рад/с.	Тип поверхні руху							
	Асфальт		Луг		Засніжена дорога		Грунт	
	Абсолютне відхилення	Відносне відхилення, %	Абсолютне відхилення	Відносне відхилення, %	Абсолютне відхилення	Відносне відхилення, %	Абсолютне відхилення	Відносне відхилення, %
[0,4]	0.02	46.56	0.036	39.09	0.15	64.18	0.12	54.87
(4;9]	0.01	26.54	0.016	29.40	0.09	58.73	0.04	34.82
(9;13]	0.04	19.22	0.04	19.52	0.016	27.22	0.008	18.31
(13;18]	0.001	13.52	0.0001	9.24	0.002	9.90	0.002	11.62

З цих результатів можна зробити висновок, що запропонований метод є високоефективним під час початку руху автомобіля або зміни його швидкості. Одномоментна ефективність, якої можна досягнути, складає 70% зменшення проковзування, що значно підвищує маневреність автомобіля.

Запропонований нечіткий регулятор швидкості обертання колеса незамкнутого пересувного модуля було розроблено для запобігання негативного впливу від некоректного вхідного сигналу, який може спричинити додаткове проковзування колеса з подальшою втратою маневреності. Регулятор включає в себе додаткові чотири умови для врахування чотирьох різних видів дорожнього покриття, які було змодельовано за допомогою звичайних террамеханічних рівнянь і стохастичних профілів поверхонь. Регулятор змінює некоректний вхідний сигнал, використовуючи стандартну лінійну форму Баттерворта з змінним складним коренем.

Обчислювальні результати підтвердили доцільність запропонованого підходу. Застосування нечіткої логіки дає змогу змінювати/модифікувати

некоректні вхідні сигнали керування швидкості обертання колеса пересувного модуля, а отже, підвищити маневреність модуля. На всіх чотирьох видах поверхонь нечіткий логічний регулятор продемонстрував значне зменшення проковзування колеса. Запропонований спосіб керування також сприяє збільшенню терміну служби акумулятора за рахунок зменшення сили струму електродвигуна в початковий момент руху.

#### 4.4.2 Аналіз роботи нечіткого задавача інтенсивності на основі структури нечіткого керування типу Такагі-Сугено для двомасової системи з врахуванням поверхні руху колеса

Пропонований підхід до формування вхідного сигналу в двомасовій моделі системи колеса електромобіля з приводом було застосовано до моделювання руху колеса по різних поверхнях. А саме: засніжена дорога, луг, ґрунт асфальт. Результати роботи нечіткого задавача інтенсивності, а саме модифікований вхідний сигнал в систему, з врахуванням поверхні руху, зображено на рис 4.32.

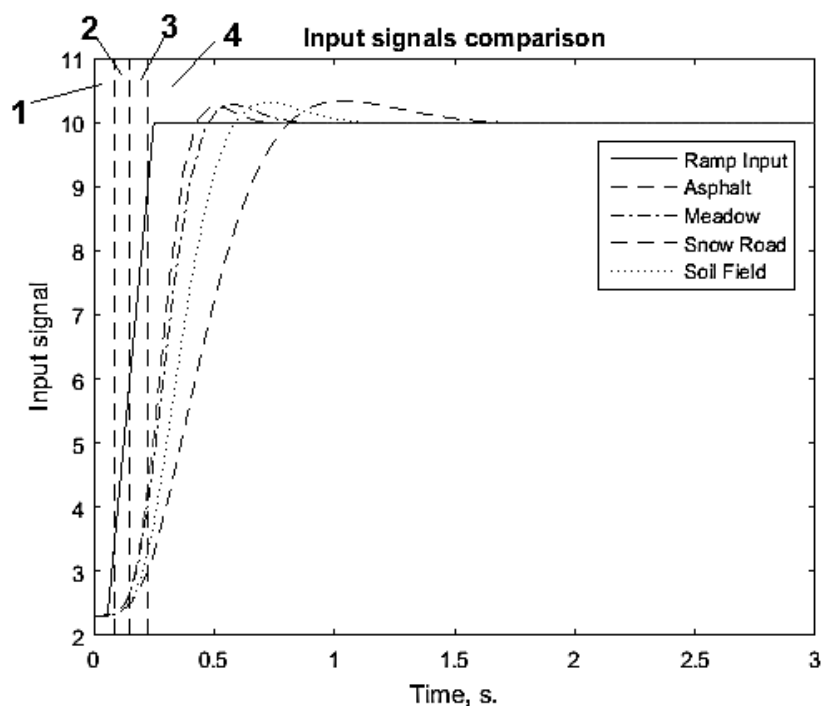
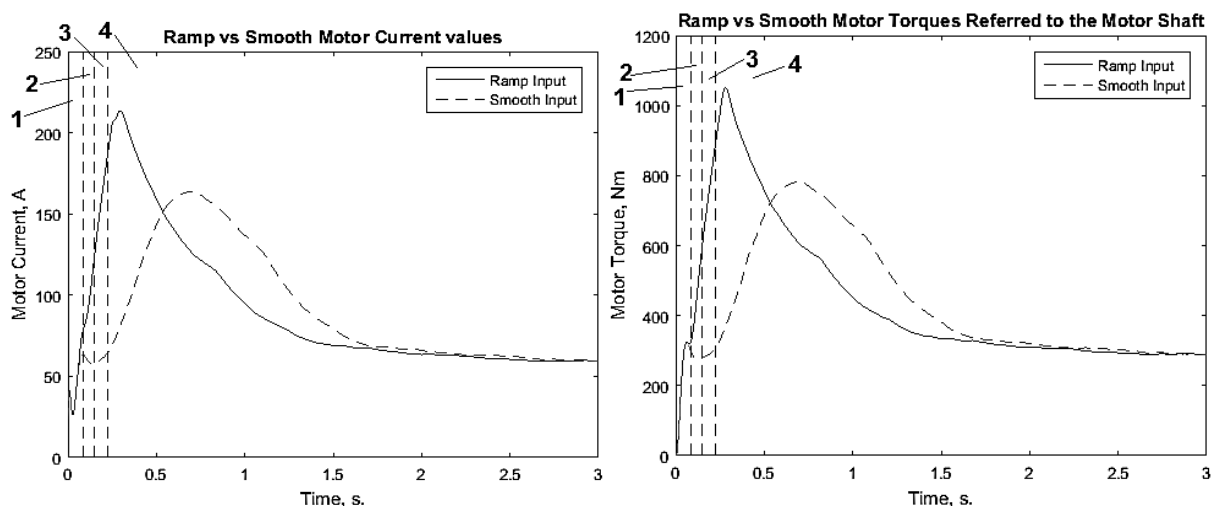


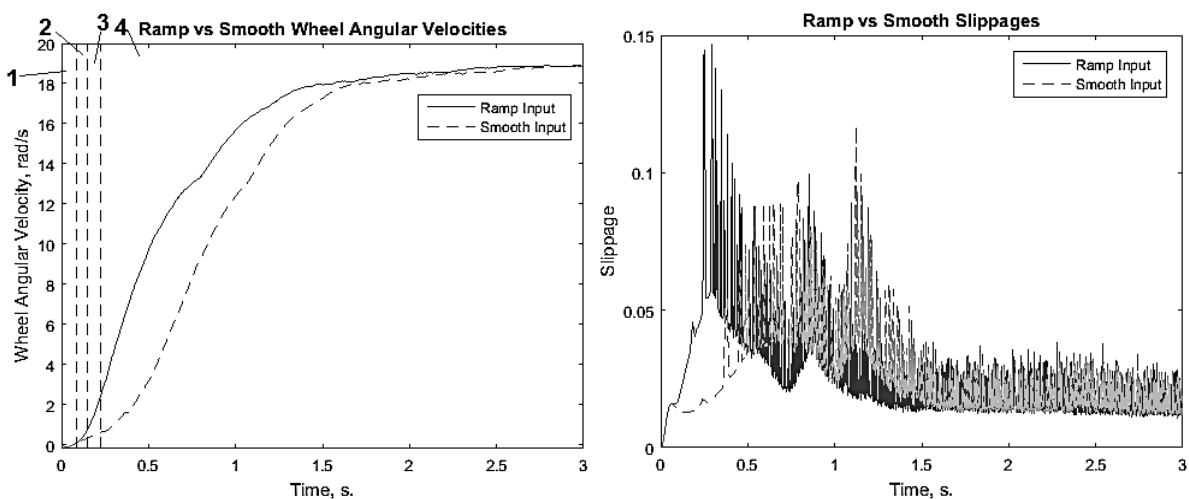
Рис. 4.32: Некоректний лінійний вхідний сигнал та згладжений вхідний сигнал на різних дорожніх покриттях

На рис 4.33 – 4.36 наведено результати моделювання системи з задавачем інтенсивності. На них показані характеристики модуля для лінійного вхідного сигналу та згладженого вхідного сигналу на різних поверхнях руху.



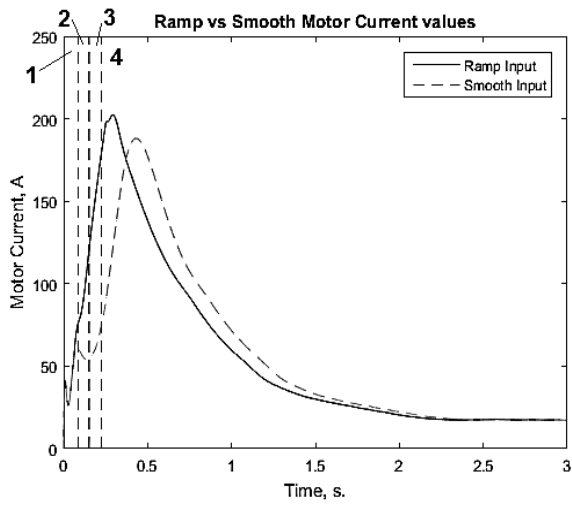
а) Порівняння значень сили струму електродвигуна

б) Порівняння значень крутного моменту

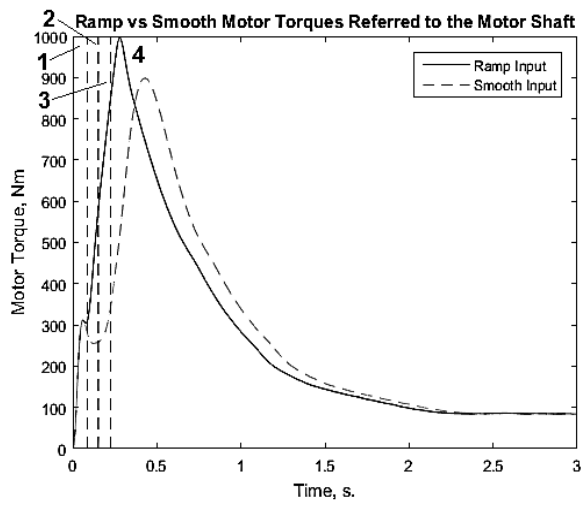


в) Порівняння кутових швидкостей колеса г) Порівняння проковзувань колеса

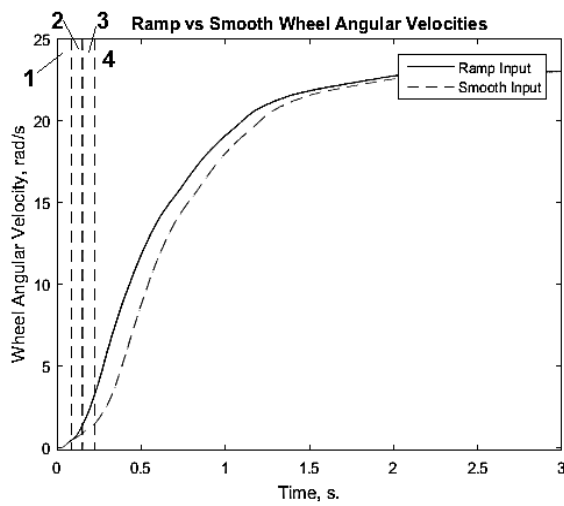
Рис. 4.33. Порівняння характеристик системи на засніженій дорозі



а) Порівняння значень сили струму електродвигуна



б) Порівняння значень крутного моменту



в) Порівняння кутових швидкостей колеса г) Порівняння проковзувань колеса

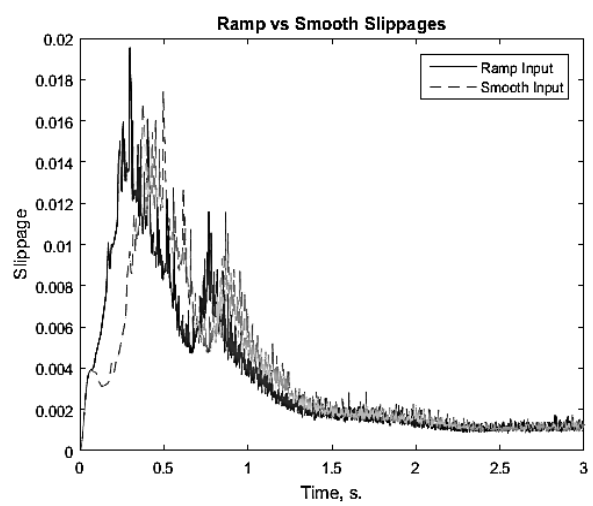
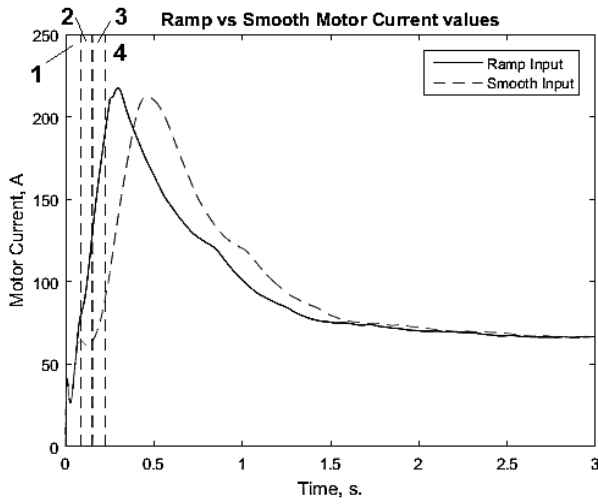
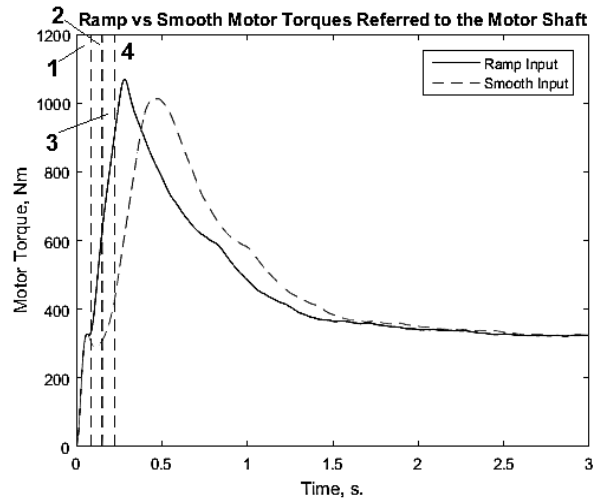


Рис. 4.34. Порівняння характеристик системи на асфальті

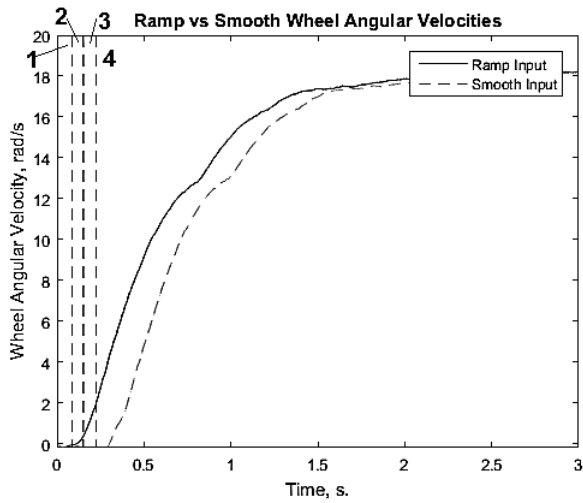




а) Порівняння значень сили струму електродвигуна



б) Порівняння значень крутного моменту



в) Порівняння кутових швидкостей колеса г) Порівняння проковзувань колеса

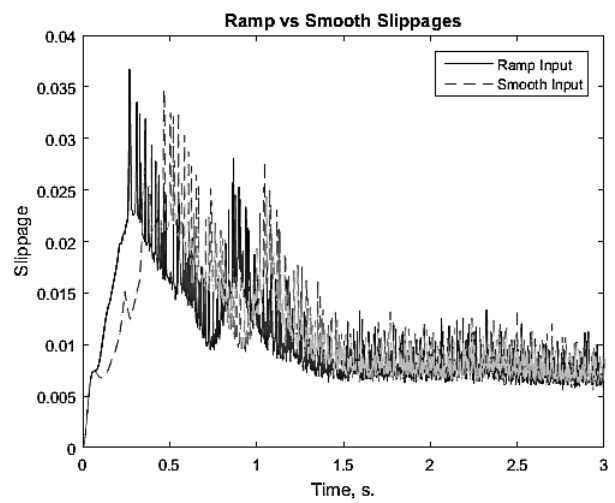
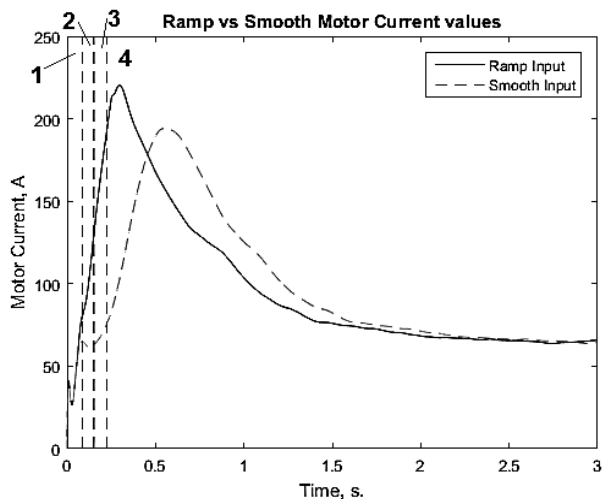
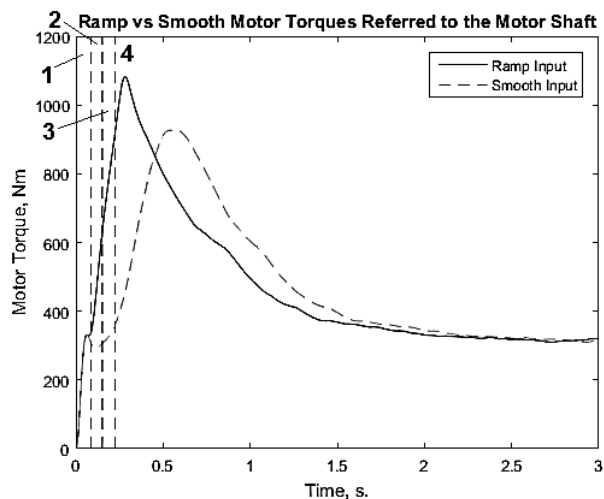


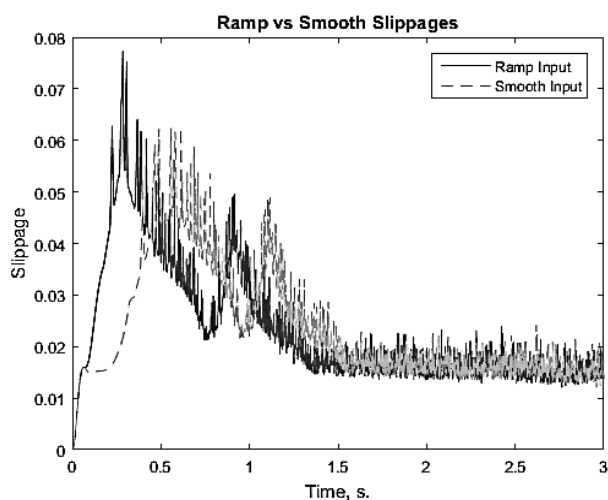
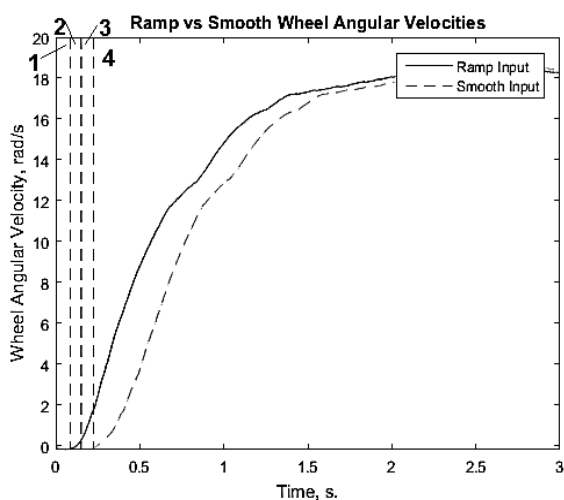
Рис. 4.35. Порівняння характеристик системи на лузі



а) Порівняння значень сили струму електродвигуна



б) Порівняння значень крутного моменту



в) Порівняння кутових швидкостей колеса г) Порівняння проковзувань колеса

Рис. 4.36. Порівняння характеристик системи на ґрунті

Синтезований у цьому пункті нечіткий регулятор зменшує проковзування колеса, забезпечуючи його рух в заданій точці його швидкості обертання. Це досягається шляхом згладжування змін електричного струму, обертаючого моменту та швидкості обертання у ділянці 1. Підвищена швидкість проходження сигналу регулятора всередині процесу прискорення колеса (ділянки 2 і 3) дає змогу підтримувати швидкодію пересувного

модуля; стаціонарна фаза досягається через 1,5 с. Ділянка 4 показує плавний перехід швидкості обертання до заданої точки.

Обчислювальні результати підтвердили доцільність запропонованого способу керування. Нечіткий регулятор згладжує вхідний сигнал у часі. Згладжування сигналу на початковій стадії руху дає змогу зменшити проковзування колеса. Незважаючи на гнучкі (еластичні) властивості механічної підсистеми, стаціонарна фаза швидкості обертання колеса досягається без зменшення швидкодії пересувного модуля.

#### 4.5. Висновки

1. Для випадку лінійної одномасової системи проведено порівняння з диференціальним регулятором для САК ДСП та регулятором з нечітким коректором. Аналіз результатів проведених досліджень дає змогу стверджувати, що запропонований підхід до побудови системи забезпечує відпрацювання збурень різної величини з необхідною швидкодією і без перерегулювання. При цьому проміжні координати системи перебувають в допустимих межах і САК є фізично реалізованою.
2. Проведено дослідження для випадку застосування каскадного регулятора, що дозволило обмежити швидкість обертання валу двигуна системи переміщення електрода. Застосування такого підходу дозволяє суттєво зменшити кількість правил в  $(mn)/(m+n)$ , у випадку фазифікації двох змінних з  $m$  та  $n$  термами відповідно. Таким чином, використання каскадного регулятора в порівнянні з регулятором, де відбувається фазифікація змінних  $\omega_1, l_e$ , дозволяє суттєво спростити структуру регулятора. Обидві структури можна застосовувати для синтезу регуляторів ДСП, однак у випадку каскадного регулятора є можливість забезпечувати обмеження по будь-якій проміжній координаті фактично без значних змін у самому регуляторі.

3. Запропоновано підхід до побудови регулятора на основі теорії нечітких множин забезпечує роботу нелінійної системи переміщення електрода з врахуванням нелінійностей тиристорного перетворювача. Пропонований підхід дозволив отримати адекватне представлення досліджуваної моделі у вигляді сімейства динамічних систем, для кожної з яких було побудовано множину можливих керуючих впливів. Перемикання між ними здійснюється залежно від значень похибки розузгодження, нечіткого регулятора. Перемикання між лінеаризованими в різних точках моделями відбуваються в залежності від вхідного сигналу тиристорного перетворювача.
4. У випадку зміни параметрів моделі ДСП, наведено результати, що свідчать про доцільність застосування нечіткого регулятора, адже застосування апарату теорії нечітких множин дозволяє суттєво збільшити швидкодію системи на фоні відсутніх недопустимих коливань як вихідної так і проміжних координат.
5. Досліджено вплив застосування нечіткого задавача інтенсивності на динамічні характеристики привода електромобіля з приєднаним колесом. Отримані результати дозволяють зробити висновок, що врахування поверхні руху при формуванні вхідного сигналу в систему дозволяє оптимізувати перехідні процеси в системі та підвищити її ефективність.

Таким чином, можна зробити висновок, що при синтезі регулятора САК переміщення електрода ДСП доцільно проводити синтез регулятора запропонованими в розділі способами, адже це забезпечує суттєвий виграш у швидкодії.

Застосування теорії нечітких множин до формування задавача інтенсивності системи, що відповідає колесу електромобіля, дозволяє підвищити його мобільність, зменшивши проковзування. Отримані результати свідчать, що таким чином можна отримати виграш до 54% у

величині проковзування. При дослідженнях враховувались впливи швидкості колеса автомобіля на величину проковзування та були проведені відповідні розрахунки, що співставили величину проковзування та швидкість колеса автомобіля.

## ***ВИСНОВКИ***

У дисертації теоретично узагальнено та по-новому вирішено науково-прикладну проблему синтезу та аналізу нечітких регуляторів, які забезпечують формування необхідних динамічних характеристик керованих об'єктів і тим самим розвивають методи проектування інтелектуальних регуляторів і методи аналізу стійкості систем з такими регуляторами.

Виконані в дисертаційній роботі дослідження дали змогу зробити такі висновки:

1. Застосування стандартних форм розподілу коренів характеристичного полінома при синтезі нечіткого регулятора на основі використання сімейства динамічних підсистем уможливорює формування бажаної перехідної характеристики та істотно спрощує процедуру синтезу нечіткого регулятора.
2. Використання при синтезі нечіткого регулятора комбінації стандартних форм, зокрема Батерворта-Біноміальної, Батерворта-Беселя тощо дає змогу покращити динамічні характеристики системи до 20–30%, при врахуванні накладених обмежень на вихідну координату порівняно з традиційним підходом.
3. Формування бажаного характеристичного полінома системи високого порядку як комбінації поліномів стандартних форм нижчих порядків із різними значеннями середньгеометричного кореня дає змогу на 5–10% покращити динамічні характеристики системи порівняно з використанням стандартної форми високого порядку.
4. Реалізація в нечіткому регуляторі керуючих впливів, отриманих на основі використання стандартної форми з різним значенням середньгеометричного кореня, забезпечує формування різного темпу розгону на етапі вибору люфтів чи провисання канатів, дає змогу суттєво нарощувати її після завершення цих етапів і тим самим покращувати динамічні характеристики системи.

5. Застосування в нечіткому регуляторі нестійкої підсистеми забезпечує покращення на 7% динамічних показників порівняно з нечітким регулятором, синтезованим на основі стандартної форми і більше ніж на 30% при використанні класичних систем із модальним регулятором.
6. Формування трєєкторії руху коренів нестійкої підсистеми приводить до суттєвого ускладнення системи керування або використання нестандартних функцій належності лінгвістичних змінних при незначному, до 3%, покращення динамічних характеристик.
7. Запропонована структура нечіткого регулятора демонструє суттєву залежність якості перехідних процесів від параметричних ступенів його свободи та вибраного методу дефазифікації. Водночас метод інференції за такої структури не впливає на роботу регулятора.
8. Застосування запропонованої структури нечіткого регулятора дає змогу формувати оптимізаційну задачу як задачу зі змінними ваговими коефіцієнтами і тим самим забезпечує покращення характеристик системи порівняно з використанням традиційного підходу розв'язання багатокритеріальної задачі на основі Парето оптимальних рішень.
9. Використання нестійкої підсистеми в нечіткому регуляторі з трьома областями лінгвістичної змінної дає змогу формувати керовані коливні режими в заданій області простору станів системи. При цьому амплітуда і частота коливань залежить від параметрів нечіткого регулятора.
10. Використання сімейства динамічних підсистем дає змогу сформувати єдиний методологічний апарат синтезу нечіткого регулятора і у випадку систем зі змінними параметрами, і для систем із характерними типами нелінійностей, застосування якого забезпечує врахування особливостей систем на етапі синтезу регулятора і тим самим дає змогу формувати необхідні динамічні характеристики системи.
11. Запропонований підхід до аналізу стійкості забезпечує можливість аналізу систем і зі стійкими, і нестійкими підсистемами та дає

теоретичне підґрунтя до можливості застосування досліджуваних у роботі підходів для синтезу регулятора.

12. Застосування запропонованого підходу до синтезу нечіткого регулятора для синтезу керування електродами ДСП забезпечує відсутність перерегулювань при відпрацюванні сигналів завдання та покращення динамічних характеристик, що підвищує техніко-економічні показники функціонування ДСП.
13. Запропонована структура каскадного нечіткого регулятора, з одного боку, дає змогу уникнути формування оптимізаційної задачі з накладеними обмеженнями на змінні стану при синтезі керуючого впливу, а з іншого – забезпечує ефективне обмеження проміжних координат вектора стану системи та формування бажаних динамічних характеристик.
14. Застосування інтелектуального задавача інтенсивності зі змінним, залежно від умов поверхні руху, значенням середньгеометричного кореня забезпечило зменшення проковзування при розгоні до 54% і тим самим підвищило мобільність та енергоефективність електромобіля.

Отже, виконані в дисертаційній роботі дослідження є подальшим розвитком теорії інтелектуального керування щодо синтезу нечітких регуляторів Такагі-Сугено, які дають змогу отримати методологічний підхід до формування динамічних характеристик системи заданого вигляду; забезпечують вирішення оптимізаційної задачі зі змінними ваговими коефіцієнтами; дозволяють формувати динамічних характеристик і тим самим суттєво покращують техніко-економічні показники функціонування технологічних об'єктів.



## СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. *Методы классической и современной теории автоматического управления*. 2004, Москва: Вид-во МГТУ ім. Н.Е. Баумана.
2. Al-Gburi A., French M., Freeman C.T., *Robustness Analysis of Nonlinear Systems with Feedback Linearizing Control*, in *52nd IEEE Conference on Decision and Control, December 10-13, 2013. Florence, Italy*. 2013. p. 3055-3060.
3. Bounemour A., Chemachema M., Essounbouli N., *New approach of robust Direct Adaptive Control of a class of SISO Nonlinear Systems*, in *15th international conference on Sciences and Techniques of Automatic control & computer engineering - STA'2014*,. 2014: Hammamet, Tunisia. p.725-730.
4. Filasov'a A., Hladk'y V., Krokavec D., *Nonlinear System  $H_\infty$  Fuzzy Control within Takagi-Sugeno Framework*, in *International Conference on Process Control (PC) June 18–21, 2013, Štrbské Pleso, Slovakia*. 2013. p. 13-18.
5. Abdellah Benzaouia, Driss Mehdi, Ahmed El Hajjaji, Meriem Nachidi, *Piecewise Quadratic Lyapunov Function for Nonlinear Systems with Fuzzy Static Output Feedback Control*, in *Proceedings of the European Control Conference 2007*. 2007: Kos, Greece. p. 190-195.
6. Konak A., David W. Coit, Alice E. Smith,, *Multi-objective optimization using genetic algorithms: A tutorial*. Reliability Engineering & System Safety, 2006. **91**(9): p. 992-1007.
7. Aceves-Lopes A., *A simplified version of Mamdani's fuzzy controller: the natural logic controller*. IEEE Transactions on fuzzy systems, 2006. **14**(1): p. 16-30.
8. Adrien Le Coent, Julien Alexandre dit Sandretto, Alexandre Chapoutot, Laurent Fribourg. *Control of nonlinear switched systems based on validated simulation*. in *2016 International Workshop on Symbolic and Numerical Methods for Reachability Analysis (SNR), 11-11 April 2016*,. 2016. Vienna, Austria: IEEE
9. Ahmad Bala Alhassan, Bashir Bala Muhammad, Kumeresan A. Danapalasingam, Yahaya Md Sam, *Optimal Analysis and Control of 2D Nonlinear*

*Gantry Crane System*, in *International Conference on Smart Sensors and Application (ICSSA)*. 2015. p. 30-35.

10. Aimin Zhou, Bo-Yang Qu, Hui Li, Shi-Zheng Zhao, Ponnuthurai Nagarathnam Suganthan, Qingfu Zhang, *Multiobjective evolutionary algorithms: A survey of the state of the art*. *Swarm and Evolutionary Computation*, 2011. **1**(1): p. 32-49.

11. Al-Mutar, W. H. Abdalla, T. Y. , *Quarter Car Active Suspension System Control using Fuzzy Controller tuned by PSO*. *International Journal of Computer Applications*. **127**(2): p. 38-43.

12. Amir Hajiloo, Wen-Fang Xie. *Multi-objective control design of the nonlinear systems using genetic algorithm*. in *2014 IEEE International Symposium on Innovations in Intelligent Systems and Applications (INISTA) Proceedings, 23-25 June 2014*. 2014. Alberobello, Italy: IEEE.

13. Andika Aji Wijaya, F.Y., Mustafa Al-ani, *Practical control for two-mass positioning systems in presence of saturation*. *Telkomnika*, 2012. **10**(1): p. 91-102.

14. Andreev A.F., Kabanau, V.I, Vantsevich, V.V., *Driveline of Ground Vehicles: Theory and Design*. 2010: Taylor and Francis Group/CRC Press.

15. Ashfahani A., Shun-Feng Su, Trihastuti Agustinah, *Fuzzy Control Design for Nonlinear Dynamic Systems Using Constrained  $H_\infty/LTR$* , in *2013 International Conference on Fuzzy Theory and Its Application*. 2013: National Taiwan University of Science and Technology, Taipei, Taiwan. p. 13-18.

16. Lozynskyy A., Demkiv L., *Application of Dynamic Systems Family for Synthesis of Fuzzy Control with Account of Non-Linearities*. *Advances in electrical and electronic engineering*, 2016. **14**(5): p. 543-550.

17. Villafuerte A., Fernando Ornelas-Tellez, J. Jesus Rico-Melgoza. *Adaptive Polynomial Identification and Robust Optimal Tracking Control for Nonlinear Systems*. in *2015 12th International Conference on Electrical Engineering, Computing Science and Automatic Control (CCE), 28-30 Oct. 2015*. 2015. Mexico City, Mexico: IEEE.

18. Arwa Abdelkarim, Khalil Jouili, Naceur Benhadj Braiek, *An Advanced Linearization Control for a Class of Switched Nonlinear Systems*, in *14th*

*international conference on Sciences and Techniques of Automatic control & computer engineering - STA'2013*. 2013. p. 14-19.

19. Astrom, K.J., Wittenmark B., *Adaptive control*. 1989: Addison-Wesley. 580.
20. Hu B.G., Mann G.K.I., Gosine R.G., *A systematic study of fuzzy PID controllers function based evaluation approach*. IEEE Trans. on fuzzy systems, 2001. **9**(5): p. 699-712.
21. Bächle T., Graichen K., Buchholz M., Dietmayer K. , *Model predictive control allocation in electric vehicle drive trains*.IFAC-PapersOnLine,2015.**48**(15):p.335-340
22. Bekker M.G., *Introduction to Terrain-Vehicle Systems*. 1969: The University of Michigan Press.
23. Ben Niu, Lina Liu. *Adaptive Fuzzy-Based Tracking Control for Switched Lower Triangular Nonlinear Systems with Time-Delays*. in *2015 Sixth International Conference on Intelligent Control and Information Processing (ICICIP)*, 26-28 Nov. 2015. 2015. Wuhan, China: IEEE.
24. Bing Chen; Chong Lin, Xiaoping Liu, Kefu Liu, *Adaptive Fuzzy Tracking Control for a Class of MIMO Nonlinear Systems in Nonstrict-Feedback Form*. IEEE Transactions on Cybernetics, 2015. **45**(12): p. 2744-2755.
25. Bingwei Xia, Chunyue Song, Bing Wu. *An Integrated State Space Partition and Optimal Control Method of Multi-model for Nonlinear Systems with State Estimation*. in *The 27th Chinese Control and Decision Conference (2015 CCDC)*, 23-25 May 2015. 2015. Qingdao, China: IEEE.
26. Bonifacio Sánchez, Patricio Ordaz, Abel García-Barrientos, Edgar Vera. *Nonlinear Suboptimal Control for a Class of Underactuated Mechanical Systems*. in *2015 12th International Conference on Electrical Engineering, Computing Science and Automatic Control (CCE)*, 28-30 Oct. 2015. 2015. Mexico City, Mexico: IEEE.
27. Braiek Ahmed Hamdi, Zohra Kardous; Naceur Benhadj. *Nonlinear state feedback control of bilinear systems*. in *2015 4th International Conference on Systems and Control (ICSC)*, 28-30 April 2015. 2015. Sousse, Tunisia: IEEE.
28. Charfeddine Samia, Sbita Lassaad. *Polynomial approach to nonlinear-system control via the exact state-input linearization method*. in *2015 16th International*

- Conference on Sciences and Techniques of Automatic Control and Computer Engineering (STA), 21-23 Dec. 2015, . 2015. Monastir, Tunisia: IEEE*
29. Chen, Guanyu Lai; Zhi Liu; Yun Zhang; C. L. Philip, *Adaptive Fuzzy Tracking Control of Nonlinear Systems With Asymmetric Actuator Backlash Based on a New Smooth Inverse*. IEEE Transactions on Cybernetics, 2016. **46**(6): p. 1250 - 1262.
  30. Chen, H. Han and Jiaying. *Polynomial fuzzy controller using state and disturbance observers*. in *IECON 2016 - 42nd Annual Conference of the IEEE Industrial Electronics Society*. 2016. Florence.
  31. Cheng-Wu Chen, Wei-Ling Chiang, Chung-Hung Tsai, Chen-Yuan Chen, Morris H.L.Wang *Fuzzy Lyapunov method for stability conditions of nonlinear systems*. Int.J. Artificial Inteli.Tools, 2006. **15**(2): p. 163-171.
  32. Chopra S., Mitra R., Kumar V., *Analysis of Fuzzy PI and PD Type Controllers Using Subtractive Clustering*. International journal of computational cognition, 2006. **4**(2): p. 30-34.
  33. Chun-Yan Li, Guo-Ping Liu, *Optimal fuzzy power control and management of fuel cell/battery hybrid vehicles*. Journal of Power Sources, 2009. **192**: p. 525–533.
  34. Rapaport D., Dochain A., *Minimal time control of fed-batch processes with growth functions having several maxima*. Automatic Control, IEEE Transactions on, 2011. **56**(11): p. 2671 – 2676.
  35. Pham D.T., Castellani M., . *Action aggregation and defuzzification in Mamdani-type fuzzy system* in *Proc. I.Mech.E*. 2002.
  36. Dang Xuan Ba, Kyoung Kwan Ahn, *Direct Nonlinear Control for an Electro-hydraulic System*, in *International Conference on Fluid Power and Mechatronics*. 2015: Harbin, China. p. 922-927.
  37. Daniel A. Dirks, Jacquelin M.A. Scherpen, *Tuning of dynamic feedback control for nonlinear mechanical systems*, in *European Control Conference (ECC) July 17-19, 2013, Zürich, Switzerland*. 2013. p. 173-178.
  38. De-Xin Gao, Huan Liu. *Optimal Dynamic Control for CSTR Nonlinear System based on Feedback Linearization*. in *The 27th Chinese Control and Decision Conference (2015 CCDC), 23-25 May 2015*. 2015. Qingdao, China: IEEE.

39. Demkiv L., Lozynskyy A., Lozynskyy O. Demkiv I. *A new approach to dynamical system's fuzzy controller synthesis: Application of the unstable subsystem.* in *Int. Conf. on Modern Electrical and Energy Systems (MEES)*. 2017. Kremenchuk.
40. Dombi J. , *Membership function as an evaluation.* *Fuzzy Sets and Systems*, 1990. **75**: p. 1-21.
41. Dongya Zhao, Sarah K. Spurgeon, Xinggong Yan. *Adaptive output feedback finite time control for a class of second order nonlinear systems.* in *2016 14th International Workshop on Variable Structure Systems (VSS), 1-4 June 2016.*. 2016. Nanjing, China: IEEE.
42. Driankov, D. , Hellendoorn H., Reinfrank M., *Wprowadzenie do sterowania rozmytego.* 1996, Warszawa: «Wydawnictwa Naukowo-Techniczne». 320.
43. Dušan Krokavec, Anna Filasov´a, Pavol Lišćinsk´y, *Dynamic Output Control of Nonlinear Systems Described by Takagi-Sugeno Models,* in *IEEE Conference on Control Applications (CCA) Part of 2014 IEEE Multi-conference on Systems and Control.* 2014: Antibes, France. p. 959-964.
44. Ronco E., Srinivasan B., Favez J. Y., Bonvin D., *Predictive control with added feedback for fast nonlinear systems,* in *European Control Conference (ECC).* 2001: Porto, Portugal. p. 3167-3172.
45. Sontag E., Sussmann H., *Time-optimal control of manipulators.* in *Robotics and Automation. Proceedings. IEEE International Conference on.* 1986.
46. Eckstein, J., Peitz, S., Schäfer, K., Friedel, P., Köhler, U., Hessel-von Molo, M., Dellnitz, M. , *A Comparison of two Predictive Approaches to Control the Longitudinal Dynamics of Electric Vehicles* in *Proc. Techn.* 2016. p. 465-472.
47. Enliang Zhao, Baoyan Zhu, Lihua Sun, Changchun Sun, Chunling Chang. *Finite-time Dissipative Control for a Kind of Nonlinear System Based on T-S Fuzzy Model.* in *2016 Chinese Control and Decision Conference (CCDC), 28-30 May 2016,* . 2016. Yinchuan, China: IEEE.
48. Eugenie L. Eremin, Larisa V. Chepak, Evgeniy A. Shelenok. *Robust Control of Multi-Connected Nonlinear System.* in *2015 International Siberian Conference on Control and Communications (SIBCON), 21-23 May 2015.* 2015.Omsk, Russia: IEEE

49. Peker F., Kaya I. *Identification and real time control of an inverted pendulum using PI-PD controller* in *21st Int. Conference on System Theory, Control and Computing (ICSTCC)*. 2017. Sinaia.
50. Sanchez F.H., Nijmeijer H., *Dynamic input-output linearization for nonlinear systems;theory and applications in process control*, in *European Control Conference (ECC)*. 1997: Brussels, Belgium. p. 3392-3397.
51. AL-Sunni F.M., Mukarram S.K., *Adaptive variable structure control of nonlinear systems*, in *European Control Conference*.1999:Karlsruhe, Germany.p.7-13
52. Fan Xiangxiang; Yi Yang, Zhang Tianping, Zheng Weixing. *T-S fuzzy modeling-based anti-disturbance tracking control for systems with nonlinear disturbances*. in *2015 34th Chinese Control Conference (CCC), 28-30 July 2015*. 2015. Hangzhou, China: IEEE.
53. Faten Baklouti, Aloui Sinda, Abdessattar Chaari. *Adaptive Fuzzy Moving Sliding Mode Control for a Class of Perturbed Underactuated Nonlinear Systems*. in *Modelling, Identification and Control (ICMIC), 2015 7th International Conference, 18-20 Dec. 2015*. 2015. Sousse, Tunisia: IEEE.
54. Faten Baklouti, Sinda Aloui, Olivier Pagès, Abdassattar Chaari, Ahmed El Hajjaji, *Improved Fault-Tolerant Fuzzy Sliding-Mode Control For a Class of MIMO Nonlinear Systems*, in *14th int. conference on Sciences and Techniques of Automatic control & computer engineering - STA'2013*. 2013: Sousse, Tunisia. p. 376-381.
55. Fei Siang Tay, Zhihong Man, Zhenwei Cao, Jiong Jin, Sui Yang Khoo, *A Robust Learning Control for SISO Nonlinear Systems with T-S Fuzzy Model*, in *International Conference on Control, Automation, Robotics & Vision Guangzhou, China, 5-7th December 2012 (ICARCV 2012)*. 2012. p. 492-497.
56. Feng Gang, *A survey on analysis and design of model-based fuzzy control systems*. IEEE transactions on fuzzy systems, 2006. **14**(5): p. 676-697.
57. Feng Yu, Zhizhong Mao *Internal model control for electrode in electric arc furnace based on rbf neural networks*. in *24th Chinese CCDC*. 2012.
58. Fu Jian, Wang Liangming, Du Yanli, Zhang Jun. *A robust sliding mode control for nonlinear system with adjustable chattering phenomenon*. in *2016 14th*

- International Workshop on Variable Structure Systems (VSS), 1-4 June 2016, . 2016.*  
Nanjing, China: IEEE
59. Espinosa-Perez G., Velasco-Villa M., Madero-Aguirre P., *Nonlinear control of a generalized model for electromechanical systems*, in *European Control Conference (ECC)*. 1997: Brussels, Belgium. p. 2389-2394.
  60. Georges, D. *Nonlinear robust control of power systems*. in *European Control Conference (ECC)*. 2001. Porto, Portugal.
  61. Gray J. P., Vantsevich V. V., Opeiko A. F. *6x6 UGV: Stochastic Dynamics Fundamentals for Mobility Estimation*. in *ASME 16th International Conference on Advanced Vehicle Technologies*. 2014.
  62. Gray J. P., Vantsevich V. V., Overholt J. L. *Indices and Computational Strategy for Unmanned Ground Wheeled Vehicle Mobility Estimation and Enhancement*. in *ASME 2013 International Design Engineering Technical Conferences and Computers and Information in Engineering Conference*. 2013.
  63. Gray J. P., Vantsevich V. V., Paldan J., *Agile tire slippage dynamics for radical enhancement of vehicle mobility*. *Journal of Terramechanics*, 2016(65): p. 14-37.
  64. Guldner J., Utkin V.I., *The chattering problem in sliding mode systems*. Fourteenth International Symposium of Mathematical Theory of Networks and systems, MTNS2000, 2000: p. 346-350.
  65. Guo Jianguo, Liu Yuchao, Zhou Jun, Wang Guoqing. *A New Nonlinear Sliding Mode Control System Design*. in *The 27th Chinese Control and Decision Conference (2015 CCDC), 23-25 May 2015*. 2015. Qingdao, China: IEEE.
  66. Lam H .K., Seneviratne L.D., *LMI-based stability design of fuzzy controller for nonlinear systems* *IEET Control Theory Appl.*, 2007. **1**(1): p. 393-401.
  67. Han H., Higaki Y. *Controller Designs for a Class of Polynomial Fuzzy Models*. *JACIII*, 2015. **19**(6): p. 796-803
  68. Lam H. K., Liu C., Wu L., Zhao X., *Polynomial Fuzzy-Model-Based Control Systems: Stability Analysis via Approximated Membership Functions Considering Sector Nonlinearity of Control Input*. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 2015. **23**(6): p. 2202-2214.

69. Kharrati H., Khanmohammadi S., Pedrycz W., Alizedeh G., *Improved Polynomial Fuzzy Modeling and Controller with Stability Analysis for Nonlinear Dynamical Systems*. Mathematical Problems in engineering, 2012. **2012**: p. 21.
70. Hafedh Abid, Ahmed Toumi. *Indirect Fuzzy Sliding Adaptive Control law For Nonlinear Systems*. in *2015 IEEE 12th International Multi-Conference on Systems, Signals & Devices (SSD15), 16-19 March 2015, . 2015*. Mahdia, Tunisia: IEEE.
71. Haitao Song, Tao Zhang, Zhang Chen. *Robust Terminal Sliding Mode Control for High-Order Feedback Nonlinear Systems*. in *2014 IEEE Chinese Guidance, Navigation and Control Conference*. 2014. Yantai, China.
72. Hak Keung Lam, Hongyi Li, Honghai Liu, *Stability analysis and control synthesis for fuzzyobserver-based controller of nonlinear systems: a fuzzy-model-based control approach*. IET Control Theory Appl., 2012. **7(5)**: p. 663-672.
73. Han Zhaoyu, Niu Ben. *Adaptive Neural Network Tracking Control for a Class of Output-Constrained Nonlinear Switched Systems*. in *Proceedings of the 35th Chinese Control Conference, July 27-29, 2016, . 2016*. Chengdu, China,: IEEE.
74. Hao Sun, Harald Aschemann. *Robust Control of Nonlinear Affine Systems via Second-Order Sliding Mode*. *20th Int. Conf. on Methods and Models in Automation and Robotics(MMAR),24-27 Aug. 2015*. 2015.Miedzyzdroje,Poland: IEEE
75. Haobin Chen, Bin Tang, Jianan Huang, Yun Zhang, *Improvement on Fuzzy-Model-Based Stability Criteria of Nonlinear Networked Control Systems*, in *IEEE Int. Conference on Fuzzy Systems (FUZZ-IEEE)*. 2014: Beijing, China. p. 695-700.
76. Haoping Wang, Yang Tian, Christian Vasseur, *Adaptive Optimal Trajectory Tracking Control of Non-Affine Nonlinear System*, in *13th Int. Conference on Control, Automation, Robotics & Vision*. 2014: Marina Bay Sands, Singapore. p. 936-939.
77. Hou Xiang-lin, Hu Jian-qiang, Chen Cong. *Balance control algorithm research on nonlinear rolling wheel inverted pendulum system*. in *2016 Chinese Control and Decision Conference (CCDC), 28-30 May 2016, . 2016*. Yinchuan, China: IEEE
78. Huang H.Z., *Fuzzy multi-objective optimization decision-making of reliability of series system*. Microelectronics Reliability, 1997. **3(37)**: p. 447 – 449.



79. Hui-min Lia, Xiao-bo Wang<sup>b</sup>, Shang-bin Song<sup>a</sup>, Hao Lia, *Vehicle Control Strategies Analysis Based on PID and Fuzzy Logic Control*. *Procedia Engineering*, 2016. **137**: p. 234 – 243.
80. Huifang Min, Shengyuan Xu, Na Duan. *Adaptive Stabilization of High-order Nonlinear Parameterized Systems with Time-varying Control Coefficient*. in *2016 35th Chinese Control Conference (CCC), 27-29 July 2016, . 2016*. Chengdu, China: IEEE
81. Hwang Chih-Lyang. *Globally Fuzzy Model Based Adaptive Variable Structure Control for a Class of Nonlinear Time-Varying Systems*. in *IEEE International Conference on Fuzzy Systems (FUZZ-IEEE)*. 2014. Beijing, China.
82. Ikuro Mizumoto, Taro Takagi. *Output Tracking Control of Discrete-Time Nonlinear Systems by Adaptive PID based on Output Feedback Passivity*. in *11th World Congress on Intelligent Control and Automation*. 2014. Shenyang, China.
83. Ikuro Mizumoto, Taro Takagi. *Output Tracking Control of Discrete-Time Nonlinear Systems by Output Feedback Passivity based Adaptive PID*. in *2015 54th IEEE Conference on Decision and Control (CDC), 15-18 Dec. 2015*. 2015. Osaka, Japan: IEEE.
84. Isidori A., *Nonlinear control systems*. 1995: Springer-Verlag. 550.
85. Slotine J.-J.E., Yang H.S., *Improving the efficiency of timeoptimal path-following algorithms*. *Robotics and Automation, IEEE Transactions on control systems technology*, 1989. **5**(1): p. 118 –124.
86. Wong J.Y., *Terramechanics and Off-Road Vehicle Engineering*. 2010: Elsevier
87. Javier Cabrera Martinez, Vadim Azhmyakov. *Optimal Switched-Type Control Design for a Class of Nonlinear Systems*. in *IEEE International Conference on Automation Science and Engineering (CASE)*. 2013.
88. Jianan Huang, Bing Tang, Defeng He, Yun Zhang. *Fuzzy-Model-Based Stabilization of Nonlinear Networked Control Systems*. in *26th Chinese Control and Decision Conference (CCDC)*. 2014.
89. Jianqiu Mu, Xing-Gang Yan, Bin Jiang, Sarah K. Spurgeon, Zehui Mao. *Sliding mode control for a class of nonlinear systems with application to a wheeled mobile robot*. in *2015 54th IEEE Conference on Decision and Control (CDC)*. 2015. Osaka, Japan: IEEE.

90. Jie Wen, Yanlin Du. *Adaptive Fuzzy Control for a class of MIMO Nonaffine Nonlinear Systems*. in *2013 Int. Conference on Fuzzy Theory and Its Application*. 2013. National Taiwan University of Science and Technology, Taipei, Taiwan.
91. Jin Wei, Tang Bin, Qin Jiali, Zhang Yun. *Improvement on Fuzzy-Model-Based Stabilization of Nonlinear Networked Control Systems*. in *33rd Chinese Control Conference*. 2014. Nanjing, China.
92. Jingli Kang. *Iterative Learning Control Algorithm Based on Chebyshev Orthonormal Basis for Nonlinear Systems*. in *2015 34th Chinese Control Conference (CCC), 28-30 July 2015*. 2015. Hangzhou, China: IEEE.
93. Jos'e A. De Don'a, Jean L'evine. *On constrained continuous-time nonlinear control systems*. in *Australian Control Conference*. 2013.
94. Jun Mao, Tianping Zhang, Qikun Shen. *Adaptive Output Feedback Dynamic Surface Control of Nonlinear Systems with Actuator Failures and Unmodeled Dynamics*. in *2016 12th World Congress on Intelligent Control and Automation (WCICA), 12-15 June 2016*. 2016. Guilin, China: IEEE.
95. Justin Sill, Beshah Ayalew, *Cascaded predictive control of tire force saturation levels for vehicle stability*, in *Proceedings of the ASME 2014 International Design Engineering Technical Conferences & Computers and Information in Engineering Conference IDETC/CIE 2014*. 2014. p. 1-9.
96. Li K., Cao J., Yu F., *Nonlinear tire-road friction control based on tire model parameter identification*. *International Journal of Automotive Technology*, 2012. **13**(7): p. 1077–1088.
97. Tanaka K., Yoshida H., Ohtake H., Wang H. O., *A Sum-of-Squares Approach to Modeling and Control of Nonlinear Dynamical Systems With Polynomial Fuzzy Systems*. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 2009. **17**(4): p. 911-922.
98. Karim Khayati, Jiang Zhu. *Optimal Control Design for Nonlinear Systems*. in *Control, Decision and Information Technologies (CoDIT), 2013 International Conference on*. 2013.
99. Kobayashi J. I., Masakatsu Kawanoue, Tomoaki J.. *Optimal feedback control of nonlinear systems with a finite horizon based on HJ equations*. in *2015 IEEE*

*International Conference on Industrial Technology (ICIT), 17-19 March 2015.* 2015. Seville, Spain: IEEE.

100. Koprinkova P., *Membership function shape and its influence on the dynamical behavior of fuzzy logic controller.* Cybernetics and Systems: An International Journal, 2000(31): p. 161-173.

101. Koprinkova P. , *Membership function shape and its influence on the stability of fuzzy control systems.* Cybernetics and Systems: An Int. Journal, 2000. **31**: p. 353-371

102. Kosko B. , *Fuzzy engineering.* 1996: Prentice Hall. 549.

103. Szabat K., Orłowska-Kowalska T., Serkies P. *Robust Control of the Two-mass Drive System Using Model Predictive Control,* in *Robust Control, Theory and Applications,* P.A. Bartoszewicz, Editor. 2011, InTech.

104. Kuz'menko A.A., *Synergetics Approach to Multi-Machine Power System Hierarchical Nonlinear Control,* in *5th International Conference on Ultra Modern Telecommunications and control Systems and Workshops.* 2013. p. 146-150.

105. Demkiv L., *Research of dynamic system with unstable subsystem that has one root in the right half-plane* Math. modeling and computing, 2014. **1**(2): p. 156-162.

106. Lozynskyy A., Demkiv L., *Synthesis of Multicriteria Controller by Means of Fuzzy Logic Approach.* Advances in Fuzzy Systems. **2014**: p. 5.

107. Magni L., G. De Nicolao, Scattolini R. *Predictive control of nonlinear systems: output feedback and tracking.* in *European control Conference (ECC).* 1999. Karlsruhe. Germany.

108. Lam H. K., *Polynomial Fuzzy Model-Based Control Systems: Stability Analysis and Control Synthesis Using Membership Function Dependent Techniques.* Springer International Publishing, Series Studies in Systems, Decision and Control. **64**: p. 296.

109. Lam H. K., *Polynomial Fuzzy-Model-Based Control Systems: Stability Analysis Via Piecewise-Linear Membership Functions.* IEEE Transactions on Fuzzy Systems, 2011. **19**(3): p. 588-593.

110. Lamjed Lamloumi, Adel Yaïch, Abdelkader Chaari. *Tracking control design based on symbolic fuzzy switching for nonlinear systems.* in *Computer Applications Technology (ICCAT), 2013 International Conference on.* 2013.

111. Lei Zhang, Dedong Yang, Kun Zhang. *Robust finite-time control for continuous-time nonlinear systems based on T-S fuzzy model*. in *25th Chinese Control and Decision Conference (CCDC)*. 2013.
112. Li Yongming, Tong Shaocheng, Sui Shuai. *Fuzzy Adaptive Output Constrained Control for SISO Switched Nonlinear Systems in Pure Feedback Form*. in *2015 34th Chinese Control Conference (CCC), 28-30 July 2015*. 2015. Hangzhou, China: IEEE.
113. Liang Luo, Shile Luo, Ling Liu. *Adaptive Control for Nonlinear Systems by Fuzzy Systems with Vector Rules*. in *The 27th Chinese Control and Decision Conference (2015 CCDC)*. 2015. Qingdao, China: IEEE.
114. Lijia Cao, Yongcao Wang, Shengxiu Zhang, Shiyuan Yan. *Robust Adaptive Backstepping Control for a Class of Uncertain Nonlinear System*. in *Chinese Control and Decision Conference (CCDC), 28-30 May 2016*. 2016. Yinchuan, China: IEEE.
115. Lin F., *Robust Control Design. An Optimal Control Approach*. 2007: John Wiley & Sons Ltd.
116. Liu Meiqin, Zhang Senlin, Fan Zhen, Sheng Weihua. *Optimal H8 Output Feedback Control for a Class of Nonlinear Systems*. in *32nd Chinese Control Conference July 26-28, 2013, Xi'an, China*. 2013.
117. Loetamonphong, J., Fang S.C., Young R.E., *Multi-objective optimization problems with fuzzy relation equation constrains*. *Fuzzy Sets and Systems*, 2002(127): p. 141-164.
118. Lotfi Chaouech, Abdelkader Chaari. *Design of Sliding Mode Control of Nonlinear System Based on Takagi-Sugeno Fuzzy Model*. in *Fuzzy Systems (FUZZ), 2013 IEEE International Conference on*. 2013.
119. Lozynskyy A., Demkiv L., *Synthesis of fuzzy logic controller of nonlinear dynamic system with variable parameters*. *Computational problems of electrical engineering* 2016. **6**(2): p. 91-98.
120. Lozynskyy A., Demkiv L., *Forming of controlled influences in the system with fuzzy regulator*. *Computational problems of electrical engineering*, 2011. **1**(1):p.27-34
121. Lozynskyy A., Demkiv L. *Investigation of multicriteria optimal control with time-variable weight coefficients* *Electrical Review* 2012(2a): p. 195-198.

122. Lozynskyy A.O., Demkiv L.I. *Stability analysis of dynamical system with variable coefficients and fuzzy controller in CPEE '2015: Proc.Int.Conf.* Lviv, Ukraine, September 2-5, 2015.
123. Lu Hongqian, Huang Xianlin, Gao X.Z., Ban Xiaojun, Yin Hang, *Stability analysis of the simplest Takagi-Sugeno fuzzy control system using circle criterion.* J. Sys.Engin. and Electr, 2007. **18**(2): p. 311-319.
124. Lu Qing, et al., *Interval Type-2 Fuzzy Model Predictive Control of Nonlinear Networked Control Systems.* IEEE Trans. on Fuzzy Systems, 2015.**23**(6): p.2317-2328
125. Luis Rodrigues, Alexandre Trofino. *A Note on Optimal Control of a Class of Single Input Nonlinear Systems.* in *2015 American Control Conference (ACC), 1-3 July 2015.* 2015. Chicago, IL, USA: IEEE.
126. Abou Omar M.S., Khedr T.Y., Abou Zalam B.A. *Particle Swarm Optimization of Fuzzy Supervisory Controller for Nonlinear Position Control System.* in *Computer Engineering & Systems (ICCES), 2013 8th International Conference, 26-28 Nov. 2013, .* 2013. Cairo, Egypt: IEEE.
127. Maali Zaghdoudi, Chaker Jammazi. *On the rational stabilizability of nonlinear systems by optimal feedback control: The bilinear case.* in *Control, Decision and Information Technologies (CoDIT), 2016 International Conference, 6-8 April 2016, .* 2016. St. Julian's, Malta: IEEE.
128. MacVicar-Whelan P.J., *Fuzzy sets for man machine interaction.* Int. J. Man-Mach. Stud., 1976(8): p. 687-697.
129. Margaliot M. *On the Reachable Set of Nonlinear Control Systems with a Nilpotent Lie Algebra.* in *European Control Conference.* 2007. Kos, Greece.
130. Mang Gui Zhi, Kemao M.A., Zhang JiaWei. *Adaptive Fuzzy Control of a class of Pure-feedback Nonlinear Systems by Output Feedback.* in *32nd Chinese Control Conference, July 26-28, 2013, Xi'an, China.* 2013.
131. Minh, V. T., Oamen, G., Vassiljeva, K., Teder, L, *Development of Anti-lock Braking System (ABS) for Vehicles Braking.* Open Engineering, 2016. **6**(1).
132. Mitsuishi T., Kiyoshi Sawada, Yasunari Shidma *Continuity of defuzzification and its application to fuzzy control.* Int. J. Information and Math.Sci., 2009. **5**(3): p. 233-237

133. Mitsuishi T., Shidama Y., *Minimization of Quadratic Performance Function in T-S Fuzzy Model*. FUZZ-IEEE'02. Proceedings of the 2002 IEEE International Conference on Fuzzy Systems, 2002: p. 75-79.
134. Moghadasian Mahmod, Emad Alenasser, *Modelling and artificial intelligence-based control of electrode system for an electric arc furnace*. J. Electromagnetic Analysis & Applications, 2011(3): p. 47-55.
135. Mohamadreza Homayounzade, Mehdi Keshmiri. *Robust Output Feedback Control for a Class of Nonlinear Systems*. in *2nd RSI/ISM International Conference on Robotics and Mechatronics*. 2014. Tehran, Iran.
136. Mohamed Hamdy, Sameh Abd-Elhaleem, M. A. Fkirin, *Time-Varying Delay Compensation for a Class of Nonlinear Control Systems Over Network via  $H_\infty$  Adaptive Fuzzy Controller*. IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems, 2016. **PP(99)**: p. 1-11.
137. Mohammad Ali Javaheri Koopae, Vahid Johari Majd. *Controller design with constraint on control input and output for T-S fuzzy systems with nonlinear local model*. in *2015 23rd Iranian Conference on Electrical Engineering, 10-14 May 2015*. 2015. Tehran, Iran: IEEE.
138. Moreno Jaime, *Optimal time control of bioreactors for the wastewater treatment*. Optimal Control Applications and Methods, 1999. **20(3)**: p. 145-164
139. Mostafa Salama, Vantsevich V.V., *A parallel control of four independently driven wheels to maintain ugv inverse dynamics*, in *Proc. of the ASME 2014 int. mechanical engineering congress & exposition IMECE2014*. 2014. p. 1-10
140. Mustafa Ali Arat, Saied Taheri, *An adaptive vehicle stability control strategy using tire slipangle feedback*, in *Proceedings of the ASME 2014 Dynamic Systems and Control Conference DSCC2014*. 2014. p. 1-7.
141. Nagrath, I.J., M. Gopal, *Control systems engineering*. 2011: New age Int.
142. Naidu D.S. , *Optimal control systems*. 2002: CRC Press. 433.
143. Nien-Tsu Hu, Ter-Feng Wu, Pu-Sheng Tsai, Jen-Yang Chen. *Adaptive TSK Fuzzy Control Design Using Scaling Gain Adaptation for Nonlinear Systems*. in *Tenth International Conference on Intelligent Information Hiding and Multimedia Signal Processing*. 2014.

144. Patel A.V. , *Simplest fuzzy PI controller under various defuzzification methods*. Int.J. computational cognition, 2005. **3**(1): p. 21-34.
145. Piegat A. , *Modelowanie i sterowanie rozmyte*. 2003, Warszawa: “Akademicka Oficyna Wydawnicza EXIT”. 678.
146. Ping Guan, Xiao-he Liu, Xiang-jun Zhang, Ming-hui Li. *Direct adaptive fuzzy robust control of arc furnace*. in *8th IEEE International Conference on ,ICCA*. 2010.
147. Polyak B.T., Tsypkin P.S., *Robust stability and control*. 2002, Moscow: Nauka. 303p. (in Russian).
148. Pu-Sheng Tsai, Ter-Feng Wu, Nien-Tsu Hu, Jen-Yang Chen. *Modeling of Fuzzy Control Design for Nonlinear Systems Based on Takagi-Sugeno Method*. in *Tenth International Conference on Intelligent Information Hiding and Multimedia Signal Processing*. 2014.
149. Qiu Jianbin, et al., *Fuzzy-Model-Based Reliable Static Output Feedback Control of Nonlinear Hyperbolic PDE Systems*. IEEE Transactions on Fuzzy Systems, 2016. **24**(2): p. 388-400.
150. Furqon R., Chen Y. J., Tanaka M., Tanaka K., Wang H. O. *Stabilization analysis of single-input polynomial fuzzy systems using control Lyapunov functions*. in *IEEE Int. Conference on Fuzzy Systems* .2014. Beijing
151. Furqon R., Chen Y. J., Tanaka M., Tanaka K., Wang H. O., *An SOS-Based Control Lyapunov Function Design for Polynomial Fuzzy Control of Nonlinear Systems*. IEEE Transactions on Fuzzy Systems, 2017. **25**(4): p. 775-787.
152. Yager R.R., Filev D.P. *Essentials of fuzzy modeling and control*. 1994: New York: John Wiley & Sons.
153. Rao S.S., *Multi-objective optimization of fuzzy structural systems*. International Journal for Numerical Methods in Engineering, 1987. **24**: p. 1157-1171.
154. Ray Laura E., *Autonomous terrain parameter estimation for wheeled vehicles*, in *Proc. SPIE 6962, Unmanned Systems Technology*. 2008. p. 1-12.
155. Reshmin S.A. *Threshold Amplitude of a Minimum-Time Control for a Nonlinear Second-Order System*. in *2016 International Conference Stability and Oscillations of Nonlinear Control Systems (Pyatnitskiy's Conference), 1-3 June 2016*. 2016. Moscow, Russia: IEEE.

156. Richard C. Dorf, Robert H. Bishop, *Modern Control Systems*. 12 ed. 2011: Prentice Hall.
157. Saad Y., *Iterative methods for sparse linear systems* 2003: SIAM. 528.
158. Saade J.J., *A defuzzification based new algorithm for the design of Mamdani-type fuzzy controllers*. *Mathwar & Soft Computing*, 2000. **7**: p. 159-173.
159. Sala A., *On the conservativeness of fuzzy and fuzzy-polynomial control of nonlinear systems*. *Annual Reviews in Control*, 2009. **33**(1): p. 48-58.
160. Sanaz Tahmasebi, Mojtaba Ahmadih Khanesar, Mohammad Teshnehlab, *Adaptive Direct Fuzzy Control of SISO Nonlinear Systems Using a Fuzzy Reference Model*, in *3rd International Conference on Advances in Computational Tools for Engineering Applications (ACTEA)*. 2016. p. 93-98
161. Vrazhevsky S., Kremlev A. *Suboptimal Control Algorithm For Nonlinear MIMO System*. in *2015 7th International Congress on Ultra Modern Telecommunications and Control Systems and Workshops (ICUMT)*, 6-8 Oct. 2015. 2015. Brno, Czech Republic: IEEE.
162. Shchur I., Rusek A., Biletskyi Y., *Energy-shaping optimal load control of PMSG in a stand-alone wind turbine as a port-controlled Hamiltonian system*. *Electrical review*, 2014. **5**: p. 50-55.
163. Shchur I., Rusek A., Mandzyuk M., *Power effective work of PMSM in electric vehicles at the account of magnetic saturation and iron losses*. *Przegląd elektrotechniczny*, 2015. **1**: p. 199-202.
164. Shen, Xiaoyu Zhang; Wenzhuo Chen; Bin. *Direct Adaptive Fuzzy Sliding Mode Control for a Class of Non-Affine Discrete Nonlinear Systems*. in *2015 12th International Conference on Fuzzy Systems and Knowledge Discovery (FSKD)*, 15-17 Aug. 2015. 2015. Zhangjiajie, China: IEEE.
165. Shi Li, Tianping Zhang, Ningning Wang, Jiwei Ge, Hongchun Li. *Adaptive Output Feedback Tracking Control of Nonlinear Systems with Dynamic Uncertainties and Prescribed Performance*. in *2016 Chinese Control and Decision Conference (CCDC)*, 28-30 May 2016. 2016. Yinchuan, China: IEEE
166. Shih C.J., Chang C.J., *Pareto optimization of alternative global criterion method for fuzzy structural design*. *Computers and Structures*, 1995. **54**(3):p.455–460.



167. Shyrokau B., Wang D., Savitski D., Hoeping K., Ivanov V. , *Vehicle motion control with subsystem prioritization*. Journal of Terramechanics, 2015. **57**: p. 1-22.
168. Sira-Ramirez, Hebertt. *A General Canonical Form for Sliding Mode Control of Nonlinear Systems* in *Lecture Notes in Control and Information Sciences* 1999. Karlsruhe, Germany: IEEE.
169. Slotin, J.J., Li W., *Applied nonlinear control*. 1998:Prenstine Hall,USA. 461
170. Souad Bezzaoucha, Benoît Marx, Didier Maquin, Jos'e Ragot. *Model Reference Tracking Control for Nonlinear Systems described by Takagi-Sugeno Structure*. in *Fuzzy Systems (FUZZ), 2013 IEEE International Conference on*. 2013.
171. Sun K., Yu Z., Xiong, L., Zhang R. *Adaptive anti-slip regulation method for distributed drive electric vehicle*. In *Advanced Vehicle Control in Proceedings of the 13th International Symposium on Advanced Vehicle Control (AVEC'16)*. 2016. Munich, Germany.
172. T. Boukhobza, Karsenti L. *Sliding-mode control for nonlinear systems non affine in the input*. in *European Control Conference (ECC)*. 1997. Brussels, Belgium.
173. Takagi, T., Sugeno M., *Fuzzy identification of systems and its application to modeling and control*. IEEE Trans. on Syst., 1985. **SMC-15**(1): p. 116-132
174. Taslimian M., Shabaninia F., Vaziri M., Vadhva S. *Fuzzy type-2 electrode position controls for an Electric Arc Furnace*. in *IEEE 13th International Conference on IRI*. 2012.
175. Tri Tran and K-V. Ling, Jan M. Maciejowski. *Model Predictive Control of Nonlinear Input-Affine Systems with Feasibility and Stability Constraints*. in *13th International Conference on Control, Automation, Robotics & Vision*. 2014. Marina Bay Sands, Singapore.
176. Tsukamoto, Y., *Advances in fuzzy set theory and application*. 1979: North-Holland.
177. Utkarsh Patil, Pranita Katkol, Menka Havagondi, Ajay Patil. *Genetic algorithm approach for Controlling Nonlinear Systems*. in *International Conference on Circuit, Power and Computing Technologies [ICCPCT]*. 2014.
178. Utkin, V.I., *Sliding mode control design principles and applications to electrical drives*. IEEE Trans. on Industrial Electronics, 1993. **40**(1): p.23-36

179. Vadim Azhmyakov, Javier Cabrera Martinez, Alexander Poznyak, Ruthber Rodriguez Serrezuela, *Optimization of a Class of Nonlinear Switched Systems with Fixed-Levels Control Inputs*, in *American Control Conference*. 2015: Palmer House Hilton July 1-3, 2015. Chicago, IL, USA. p. 1770-1775.
180. Vantsevich, V. V., *Inverse wheel dynamics*, in *Proceedings of IMECE06 2006 ASME International Mechanical Engineering Congress and Exposition*. 2006. p. 1-12.
181. Vantsevich V. V., Lozynskyy A. , Demkiv L. . *A wheel rotational velocity control strategy for an open-link locomotion module*. in *19th International & 14th European-African Regional Conference of the ISTVS*. 2017. Budapest, Hungary, 25-27 September 2017.
182. Vantsevich V. V., Lozynskyy A. , Demkiv L. , Holovach I. *Fuzzy Logic Control of Agile Dynamics of a Wheel Locomotion Module*. in *25th International Symposium on Dynamics of Vehicles on Roads and Tracks*. 2017. Central Queensland University Rockhampton, Queensland, from 14-18 August 2017.
183. Vantsevich V. V., Lozynskyy A., Demkiv L., Klos S. *A foundation for real-time tire mobility Estimation and Control, ISTVS*. in *19th International & 14th European-African Regional Conference of the ISTVS*. 2017. Budapest.
184. Yuhua W., *Based on Fuzzy Control of Ore Smelting Electric Arc Furnace Electrode Regulator System*. in *2009 Second International Conference on Intelligent Computation Technology and Automation*. 2009. Changsha, Hunan
185. Yuhua W., *The Fuzzy Control of Electrode Regulator System*. in *2009 International Conference on Intelligent Human-Machine Systems and Cybernetics*. 2009. Hangzhou, Zhejiang.
186. Wang, G.-Y., Wang W.-Q., *Fuzzy optimum design of structures*. *Engineering Optimization*, 1985. **8**: p. 291-300.
187. Wang L.X., Mendel J.M., *Generating fuzzy rules by learning from examples*. *IEEE Trans. on System, Man and Cybernetics*, 1992. **Vol. 22**( No 6): p. 1414-1427.
188. Wang Yuhua, Lu Xiuhe, Wang Shirong. *Double Close Loop Electrode Regulator System Based on Active Disturbance Rejection Control Technology*. in *Second International Symposium on ISISE*. 2009.

189. Wang Yuhua, Miao Jianlin. *Electrode regulator system for ore smelting electric arc furnace based on active disturbance rejection control technology* in *2nd International Conference on ICACC*. 2010.
190. Wei Wang, Changyun Wen, Jiangshuai Huang. *Adaptive Consensus Tracking Control of Uncertain Nonlinear Systems: A First-Order Example*. in *International Conference on Control, Automation, Robotics & Vision, Guangzhou, China, 5-7th December 2012 (ICARCV 2012)*. 2012.
191. Wei Wang, Dan Wang, Zhouhua Peng. *Adaptive Fuzzy Control for Synchronization of Second-order Nonlinear Systems with Prescribed Performance*. in *Fifth International Conference on Intelligent Control and Information Processing*. 2014. Dalian, Liaoning, China.
192. Wu Huai-Ning, Huan-Yu Zhu, and Jun-Wei Wang,  *$H_\infty$  Fuzzy Control for a Class of Nonlinear Coupled ODE-PDE Systems with Input Constraint*. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 2015. **23**(3): p. 593-604.
193. Wu Zheng-lan, Liu Xiao-he. *Robust Control of Regulator System of Arc Furnace Based on Feedback Linearization*. in *Third International Symposium on IITAW '09*. 2009.
194. Wuxi Shi, Rui Luo, Dongwei Wang. *Adaptive Fuzzy Terminal Sliding Mode Control for MIMO Nonlinear Systems*. in *Control and Decision Conference (CCDC), 2016 Chinese, 28-30 May 2016*. 2016. Yinchuan, China: IEEE
195. Wuxi Shi, Shaoping Chang, Mingxia Bao. *Adaptive Fuzzy Control for MIMO Nonlinear Systems*. in *The 27th Chinese Control and Decision Conference (2015 CCDC), 23-25 May 2015*. 2015. Qingdao, China: IEEE.
196. Zhang X., Han H. and Higaki Y. *Comparison Between Controllers of Polynomial Fuzzy Control System*. in *Int. Conference on Cyber-Enabled Distributed Computing and Knowledge Discovery*. 2015. Xi'an.
197. Xiang Wu, Kanjian Zhang. *Constrained optimal control problems of nonlinear systems based on improved Newton algorithms*. in *3rd International Conference on Informative and Cybernetics for Computational Social Systems (ICCSS), 26-29 Aug. 2016*, . 2016. Jinzhou, China,: IEEE.

198. Xiangyang Jia, Bin Tang, Defeng He, Shiguo Peng. *Fuzzy-Model-Based Robust Stability of Nonlinear Networked Control Systems with Input Missing*. in *26th Chinese Control and Decision Conference (CCDC)*. 2014.
199. Xiao-Yun Lu , Sarah K. Spurgeon. *Dynamic Sliding Mode Control for Nonlinear Systems: Stability Analysis*. in *European Control Conference (ECC)*. 1997. Brussels, Belgium.
200. Xiaohui Zhang, Xue Bai, Li Sun, Gang Zhang, Junyu Hu. *Novel State-Feedback Control Designs of Discrete-Time Nonlinear Systems Based on Takagi-Sugeno Fuzzy Model*. in *25th Chinese Control and Decision Conf. (CCDC)*. 2013
201. Xiaoyan Li, Xiuhe Lu, D. Wang *Arc furnace electrode control system design*. in *International Conference on CMCE*. 2010.
202. Xu C.W., *Fuzzy optimum design of structures based on fuzzy decision-making*. Proceedings of the Seventh International Conference on Offshore Mechanics and Arctic Engineers, New York, 1988: p. 429-432.
203. Xue J.Q., *Optimize theory and method*. 1982, Beijing: Metalurgical industry press
204. Xuehai Tu, Junfeng Lai, Kai Zhao. *Robust Adaptive Control of Nonlinear Systems with Asymmetric Non-smooth Saturation*. in *2016 Chinese Control and Decision Conference (CCDC), 28-30 May 2016, . 2016*. Yinchuan, China: IEEE.
205. Okuyama Y., Kosaka T., Takemori F. *Robust stability analysis for nonlinear sampled-data control systems in a frequency domain*. in *European Control Conference (ECC)*. 1999. Karlsruhe, Germany.
206. Zhao Y., Lam H.K., Song G., Yin X., *Relaxed stability conditions for polynomial-fuzzy-model-based control system with membership function information*. IET Control Theory & Applications, 2017. **11**(10): p. 1493-1502.
207. Zhao Y., He Y., Zhao T., Shi P. *Design of polynomial fuzzy controller for depth control of autonomous underwater vehicles*. in *36th Chinese Control Conference (CCC)*. 2017. Dalian.
208. Yang, Dedong. *Finite-Time  $H_\infty$  Fuzzy Control for Continuous-Time and Discrete-Time Nonlinear Systems*. in *26th Chinese Control and Decision Conference (CCDC)*. 2014.

209. Yang Yang, Dong Yue, Jing Shi. *Output Feedback Tracking Control of A Class of Continuous Nonlinear Systems via Adaptive Dynamic Programming Approach*. in *2016 12th World Congress on Intelligent Control and Automation (WCICA), 12-15 June 2016, Guilin, China*. 2016. Guilin, China: IEEE.
210. Yinhe Wang, Chen Haoguang, Wenli Wang, Tang Xiao. *Adaptive Control for a Class of Nonlinear Systems via T-S Fuzzy logic Systems with Nonlinear Rule Consequents*. in *The 27th Chinese Control and Decision Conference (2015 CCDC), 23-25 May 2015*. 2015. Qingdao, China: IEEE.
211. Yongming Li, Shaocheng Tong. *Fault diagnosis and fuzzy fault-tolerant control design of nonlinear systems with actuator faults*. in *Control Conference (CCC), 2016 35th Chinese, 27-29 July 2016*. 2016. Chengdu, China: IEEE
212. Yongming Li, Shaocheng Tong, Tieshan Li, *Composite Adaptive Fuzzy Output Feedback Control Design for Uncertain Nonlinear Strict-Feedback Systems With Input Saturation*. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2015. **45**(10): p. 2299-2308.
213. Yuanheng Zhu, Dongbin Zhao. *Model-Free Adaptive Algorithm for Optimal Control of Continuous-Time Nonlinear System, 27-29 Nov. 2015*. in *2015 Chinese Automation Congress (CAC), 27-29 Nov. 2015*. 2015. Wuhan, China: IEEE.
214. Yuchao Wang, Lifei Bai, Sheng Liu. *Robust  $H_2/H_\infty$  Control of Nonlinear System with Differential Uncertainty*. in *2014 IEEE Conference and Expo Transportation Electrification Asia-Pacific (ITEC Asia-Pacific), 31 Aug.-3 Sept. 2014*. 2014. Beijing, China: IEEE
215. Yutao Tang, Yiguang Hong. *Hierarchical Control Design of Nonlinear Systems Based on Approximate Simulation*. in *12th International Conference on Control, Automation, Robotics & Vision, Guangzhou, China, 5-7th December 2012 (ICARCV 2012)*. 2012.
216. Zakeri, H., Ozgoli, S., *A sum of squares approach to robust PI controller synthesis for a class of polynomial multi-input multi-output nonlinear systems*. *Nonlinear Dyn*, 2014. **76**: p. 1485–1495.
217. Zeng, Xiao-Jun. *A Comparison between T-S Fuzzy Systems and Affine T-S Fuzzy Systems as Nonlinear Control System Models*. in *2014 IEEE International Conf. on Fuzzy Systems (FUZZ-IEEE), 6-11 July 2014*. 2014. Beijing, China: IEEE

218. Zhang, Huanqing Wang; Wanjing Sun; Weiyi Qian; Yufeng. *An improved adaptive stabilization control scheme for nonlinear systems with unknown gain directions*. in *2016 3rd International Conference on Informative and Cybernetics for Computational Social Systems (ICCSS)*, 26-29 Aug. 2016. 2016. Jinzhou, China: IEEE
219. Zhao, Xudong, et al., *Control of Switched Nonlinear Systems via T–S Fuzzy Modeling*. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 2016. **24**(1): p. 235-241.
220. Zhenguo Liu, Yuqiang Wu. *Adaptive Control for a Class of Time-delay Nonlinear Systems with Unknown Control Coefficients*. in *25th Chinese Control and Decision Conference (CCDC)*. 2013.
221. Zhiyun Zhang, Miaohua Huang, Meixia Ji, Shuanglong Zhu, *Design of the Linear Quadratic Control Strategy and the Closed-Loop System for the Active Four-Wheel-Steering Vehicle*. *SAE Int. J. Passeng. Cars - Mech. Syst.*, 2015. **8**(1): p.354-365
222. Zhu, Y., *A fuzzy optimal control model*. *Journal of Uncertain Systems*, 2009. **3**(4): p. 270-279.
223. Zongcheng Liu, Xinmin Dong, Jianping Xue, Hongbo Li, Yong Chen, *Adaptive Neural Control for a Class of Pure-Feedback Nonlinear Systems via Dynamic Surface Technique*. *IEEE Transactions on neural networks and learning systems*, 2016. **27**(9): p. 1969-1975.
224. Самарский А.А., Николаев Е.С., *Методы решения сеточных уравнений*. 1978: М.: Наука. 592.
225. Лозинський А.О., *Застосування fuzzy logic регулятора в системах керування за повним вектором стану*. Вісник ХДПУ “Проблеми автоматизованого електропривода. Теорія і практика”. Спец. вип. - Харків, 1998: с. 388-389.
226. Лозинський А.О., Демків Л.І., *Застосування нечіткої моделі системи при синтезі системи автоматичного керування нелінійними об'єктами Електромеханічні і енергозберігаючі системи*, 2015. **2**(30): с. 24-30.
227. Лозинський А.О., Паранчук Я.С., Демків Л.І., *Дослідження системи переміщення електродів дугової сталеплавильної печі з нечітким регулятором*. *Технічка електродинаміка*, 2014. **2**: с. 73-77.

228. Акимов Л.В., Колотило В.И., Марков В.С., *Динамика двухмассовых систем с нетрадиционными регуляторами скорости и наблюдателями состояния*. 2000, ХГПУ: Харків. с. 93.
229. Александрова И.Е., Александрова Т.Е., *К решению многокритериальной задачи аналитического конструирования оптимальных регуляторов*, in *Вісник Харківського Нац. політехнічного університету. Проблеми автоматизованого електроприводу. Теорія і практика*. Харків: ХНПУ. 2001. с. 168-170.
230. Демидович Б.П., Марон И.А., *Основы вычислительной математики*. 1966: М.:Наука. 664.
231. Башарин А.В., Новиков В.А., Соколовский Г.Г., *Управление электроприводами*. 1982, Ленинград: «Энергоиздат».
232. Бойчук, Б.Г., Паранчук Я.С. *Аналіз динаміки систем автоматичного керування 4-го порядку за коефіцієнтами їх структурованих характеристичних поліномів*, in *Збірник наукових праць Дніпродзержинського ДТУ. Тематичний випуск "Проблеми автоматизованого електропривода. Теорія і практика" / Дніпродзержинськ: ДДТУ. 2007. с. 334-337.*
233. Буякас В.И., *Оптимальное управление системами с переменной структурой*, in *Автоматика и телемеханика*. 1966. с. 57-68.
234. Габасов Р., Кирилова Ф.М., Костюкова О.И., *Прямой точный метод оптимизации линейной динамической системы со многими входами*, in *Автоматика и телемеханика*. 1986. с. 6-13.
235. Генкин М.Д., Крейнин А.Я., *Об одном подходе к многокритериальным задачам оптимизации*, in *Автоматика и телемеханика*. 1988. с.146-155
236. Головач І.Р., Лозинський А.О. *Формування характеристичного полінома на основі компромісних поєднань стандартних форм*, in *Збірник наукових праць Дніпродзержинського ДТУ. Тематичний випуск "Проблеми автоматизованого електропривода. Теорія і практика" / Дніпродзержинськ: ДДТУ. 2007. с. 346-348.*
237. Демків Л.І., *Дослідження двомасової системи, що складається з двох підсистем, при дії зовнішніх збурень* in *Електромеханічні і енергозберігаючі системи*. 2012. с. 505-506.

238. Демків Л.І., *Дослідження впливу параметрів функції належності на якісні показники функціонування системи з двома коренями в правій півплощині*, in *Вісник НУ "Львівська політехніка"*. 2012. с. 36-43.
239. Демків Л.І., *Дослідження впливу вибору параметрів функції належності, як ступенів свободи нечіткого регулятора, на характеристики динамічної системи*, in *Вісник НУ"Львівська політехніка", серія "Фізико-математичні науки"*. 2013. с. 105-110.
240. Иткис Ю.Ф., *Об устойчивости некоторых систем с переменной структурой*. Автомат. и телемех., 1971(№ 6): с. 158–163
241. Колесников, А.А., *Синергетическая теория управления*. 1994, Энергоатомиздат: Москва. с. 344.
242. Костинюк Л.Д., Лозинський А.О., Лозинський О.Ю., Маляр А.В., Марущак Я.Ю., Паранчук Я.С., Перевознюк В.Я., Сметанюк Я.Б., *Ситуаційне керування в дугових сталеплавильних печах*. 2004.
243. Краснощеченко В.И., Грищенко. А.П., *Нелинейные системы: геометрический метод анализа и синтеза*. 2005, Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана: Москва. с. 520.
244. Демків Л.І., *Аналіз стійкості системи з фаззи регуляторами частотними методами* Тематичний випуск «Проблеми автоматизованого електроприводу. Теорія і практика» науково технічного журналу «ЕЛЕКТРОІНФОРМ», Львів: ЕКОінформ, 2009: с. 435-436.
245. Демків Л.І., *Дослідження стійкості систем з нечіткими регуляторами*. in *Автоматика – 2010*. 2010 Харків: ХНУРЕ.
246. Демків Л.І., *Синтез багатокритеріального оптимального керування зі змінними ваговими коефіцієнтами* in *Интеллектуальные системы принятия решений и проблемы вычислительного интеллекта: Материалы международной научной конференции*. 2011. Херсон: ХНТУ.
247. Демків Л.І., *Дослідження впливу методу дефазифікації на характеристики системи з нечітким регулятором Такагі-Сугено*. Вісник НУ "Львівська політехніка", серія«Електроенергетичні та електромеханічні системи», 2013. **763**: с. 34-39.



248. Демків Л.І., *Дослідження впливу методу агрегації на характеристики системи з нечітким регулятором Такагі-Сугено*. Вісник НУ “Львівська політехніка”, серія «Фізико-математичні науки», 2013. **36**(1009) с.120-121
249. Демків Л.І., *Дослідження впливу розподілу коренів характеристичного полінома на характеристики перехідних процесів в динамічній системі*. Вісник НУ “Львівська політехніка”, сер. «Фіз.-мат. науки», 2014. **804**: с.131-141
250. Демків Л.І., *Вплив вибору стандартної лінійної форми на характеристики динамічної системи з нечітким модальним регулятором*. Вісник НУ “Львівська політехніка”, серія «Електроенергетичні та електромеханічні системи», 2014. **785**: с. 20-33.
251. Лозгачев Г. И., *К вопросу об устойчивости систем автоматического регулирования с переменной структурой*. Автомат. и телемех., 1979(№ 1):с.19-25
252. Лозинський А. О., Демків Л.І., *Дослідження стійкості систем з регулятором Такагі-Сугено-Канга*, in *Харків: Вісник НТУ «ХП» «Проблеми автоматизованного електропроводу»*. 2008. с. 89-90.
253. Лозинський А.О., Демків Л. І., *Аналіз стійкості систем з регулятором Такагі-Сугено*, *Донецьк: ІПШ МОНіНАН України «Наука і освіта»* 2008с.545-549
254. Лозинський А.О., Демків Л.І. *Синтез оптимальних систем з застосуванням багатокритеріальної оптимізації зі змінними ваговими коефіцієнтами* in *Автоматика – 2011: Матеріали міжнародної конференції з автоматичного управління*. Львів: НУ”Львівська політехніка”.
255. Лозинський А.О., Демків Л.І. *Аналіз стійкості систем з регулятором Такагі-Сугено*. IX Міжн. науково-техн. конф. 2008. Донецьк: ИПИИ"Наука і освіта"
256. Лозинський А.О., Демків Л.І. *Умовно стійкі системи з нечітким регулятором*. in *ИИ2010*. 2010. Донецьк: ИПИИ "Наука і освіта".
257. Лозинський А.О., Демків Л.І. *Нечітке робастне керування двомасовою динамічною системою*. in *Проблеми енергоресурсозбереження в електротехнічних системах. Наука, освіта і практика. Наукове видання*. 2014. Кременчук: КрНУ.

258. Лозинський А.О., Демків Л.І., *Дослідження впливу каскадного нечіткого регулятора на характеристики системи автоматичного керування переміщення електродів дугової сталеплавильної печі*. Науковий вісник НГУ, 2014. 4: с. 32-38.
259. Лозинський, А.О., Демків Л.І., *Умовно стійкі системи з фазі-регулятором*, in *Штучний інтелект*. 2010. с. 415-420.
260. Лозинський, А.О., Демків Л.І., *Дослідження стійкості систем з нестійкою підсистемою*, in *Електром. та електроенергетика*. 2010. с. 19-29.
261. Лозинський А.О., Демків Л.І., *Синтез багатокритеріального оптимального керування зі змінними ваговими коефіцієнтами* in *Радіоелектроніка, інформатика, управління*. 2012. с. 144-147.
262. Лозинський А.О., Демків Л.І., *Дослідження впливу параметрів функцій належності нечіткого регулятора зі сформованою нестійкою підсистемою на прикладі двомасової електромеханічної системи*, in *Електротехніка і Електроенергетика* 2012. с. 4-11.
263. Лозинський А.О., Демків Л.І., *Дослідження впливу вигляду функції належності на динамічні показники системи при багатокритеріальній оптимізації зі змінними ваговими коефіцієнтами*, in *Електротехнічні та комп'ютерні системи*. 2012. с. 137-144.
264. Лозинський А.О., Паранчук Я.С., Демків Л.І., *Аналіз структур нечітких регуляторів дугових сталеплавильних печей*. збірник ДонНТУ, серія «Електротехніка і енергетика», 2013. 1(14): с. 173-177.
265. Лозинський О.Ю., Марущак Я.Ю., Паранчук Я.С., Попова Н.Ю., *Синтез двомасових і тримасових систем автоматичного регулювання положення електродів при врахуванні випадкового характеру збурень.*, in *Вісник НУ"Львівська політехніка"*. 1997. с. 77-85.
266. Лозинський, О.Ю., Паранчук Я.С., Лозинський А.О., Марущак Я.Ю., Паранчук Р.Я., *Багатокритеріальне оптимальне керування режимами плавлення в дугових сталеплавильних печах*. 2010, Видавництво Львівської політехніки: Львів. с. 208.

267. Лозинський, О.Ю., Паранчук Я.С., Мороз В.І., Паранчук Р.Я., Андріяс І.А., Нечай О.М., *Система оптимального керування режимами плавлення в дугових печах за комплексним критерієм продуктивності*, in *Енергетика та електротехніка: Вісник Вінницького політехнічного інституту*. 2012. с.119-123
268. Марущак, Я.Ю., *Використання стандартних форм розподілу коренів при синтезі електромеханічних систем методом параметричної оптимізації*, in *Вісник Харківського Нац. політехнічного унів. Проблеми автоматизованого електроприводу. Теорія і практика*. Харків: ХНПУ. 2001. с. 88-90.
269. Марущак, Я.Ю., *Синтез електромеханічних систем з послідовним та паралельним коригуванням*. 2005, Видавництво НУ "Львівська політехніка": Львів. с. 207.
270. Марущак, Я.Ю., Лозинський А.О., Кушнір А.П., *Динаміка двомасових систем стабілізації режиму в електродугових печах*. 2011, Видавництво Львівської політехніки: Львів. с. 224.
271. Осичев А.В., Котляров В.О., Марков В.С., *Стандартные распределения корней в задачах синтеза в электроприводе*, in *Проблемы автоматизированного электропривода. Теория и практика: [Труды конференции]*.-Харьков:Основа. 1997. с. 104-109.
272. Паранчук Я.С., *Дослідження законів регулювання довжини дуги у двоконтурній системі керування режимами дугової сталеплавильної печі*, in *Вісник Технологічного університету Поділля*. 2002. с. 173-177.
273. Толочко О.И., *Применение метода стандартных полиномов при синтезе систем подчинённого регулирования*, in *Вісник Східноукраїнського національного університету ім. В.Даля. – Луганськ*. 2003. с. 114-120.
274. Фельдбаум А.А., *Основы теории оптимальных автоматических систем*. 1966, Наука: Москва. с. 624.
275. Хабаров В.С., *Об одной задаче оптимального управления системами с переменной структурой*, in *Автоматика и телемеханика*. 1969. с. 68-74.

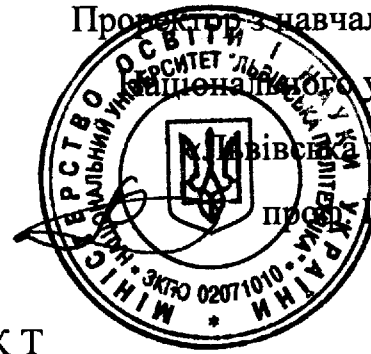
***ДОДАТКИ***

## Додаток А

Документи, які підтверджують впровадження результатів дисертаційної роботи

ЗАТВЕРДЖУЮ

Проректор з навчальної роботи



національного університету

«Київська політехніка»

проректор Павлиш В.А.

## А К Т

про впровадження результатів дисертаційної роботи  
«Аналіз та синтез нечітких регуляторів динамічних систем»  
докторанта кафедри ЕКС Демківа Любомира Ігоровича  
в навчальний процес

Комісія в складі завідувача кафедри ЕКС д.т.н. проф. Лозинського О.Ю., проф. кафедри ЕКС д.т.н. проф. Ткачука В.І., проф. кафедри ЕКС д.т.н. проф. Паранчука Я.С., проф. кафедри ТЗЕ д.т.н. проф. Маляра В. С. підтверджує використання результатів поданої на здобуття наукового ступеня доктора технічних наук дисертаційної роботи Демківа Л.І. в матеріалах лекційних курсів «Інтелектуальне керування», «Інтелектуальне керування транспортними засобами», а саме:

- \* методу синтезу робастних нечітких регуляторів;
- \* методу синтезу каскадних нечітких регуляторів;
- \* методу синтезу регуляторів на основі нечіткого багатокритеріального керування.

Голова комісії:

завідувач кафедри ЕКС, д.т.н. проф.

Лозинський О.Ю.

Члени комісії:

професор кафедри ЕКС, д.т.н. проф.

Ткачук В.І.

професор кафедри ЕКС, д.т.н. проф.

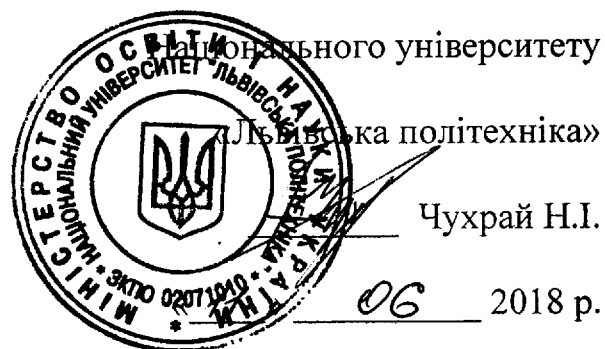
Паранчук Я.С.

професор кафедри ТЗЕ, д.т.н. проф.

Маляр В. С.

ЗАТВЕРДЖУЮ

Проректор з наукової роботи



## А К Т

про використання результатів дисертаційної роботи,  
докторанта кафедри ЕКС Демківа Любомира Ігоровича  
поданої на здобуття наукового ступеня доктора технічних наук,  
при виконанні держбюджетних науково-дослідних тем

Комісія в складі начальника НДЧ доц. к.т.н. Жук Л.В., зав. відділу науково-організаційного супроводу к.т.н. Лазько Г.В. та заст. начальника планово-фінансового відділу Чулой Т.М. цим актом підтверджує, що результати дисертаційної роботи докторанта кафедри електромехатроніки і комп'ютеризованих електромеханічних систем Демківа Л.І., представленої на здобуття наукового ступеня доктора технічних наук, були використані при виконанні науково-дослідних держбюджетних робіт ДБ "Еплік" (держреєстрація № 0107U001103), ДБ "Інтелектуал" (держреєстрація 0109U001149), ДБ "FuzzyOpt" (держреєстрація 0111U001230) які виконувалися протягом 2007-2011 рр, і в яких Демків Л.І. був виконавцем.

Серед результатів, що отримано Демківим Л.І. у його докторській дисертаційній роботі, використано, зокрема:


- метод синтезу нечітких регуляторів з нестійкою підсистемою та на їх основі метод синтезу керованих коливань в системі в околі робочої точки;

- метод синтезу каскадних регуляторів динамічних систем;
- метод синтезу нечітких робастних регуляторів;
- метод синтезу оптимальних регуляторів на основі багатокри-  
теріального керування зі змінними ваговими коефіцієнтами критеріїв.

**Голова комісії:**

Начальник НДЧ,

к.т.н. доцент



Л.В. Жук

**Члени комісії:**

зав. відділу НОСНД, к.т.н.



Г.В. Лазько

заст. нач. ПФВ



Т.М. Чулой

зав. кафедри ЕКС, д.т.н. професор



О.Ю. Лозинський





ЗАТВЕРДЖУЮ

Проректор з наукової роботи  
Українського Католицького  
Університету  
проф. Ігор Скочиляс  
\_\_\_\_\_ 2018р.

### А К Т

про впровадження результатів дисертаційної роботи  
«Аналіз та синтез нечітких регуляторів динамічних систем»  
докторанта кафедри електромехатроніки та  
комп'ютеризованих електромеханічних систем  
Національного університету «Львівська політехніка»  
Демківа Любомира Ігоровича  
в навчальний процес

Комісія в складі декана факультету прикладних наук кандидата фізико-математичних наук Ярослава Притули, завідувача кафедри прикладної математики і статистики доктора наук з математики і статистики Ростислава Гриніва, доцента кафедри прикладної математики і статистики кандидата фізико-математичних наук Степана Фединяка, доцента кафедри комп'ютерних наук та інформаційних технологій кандидата технічних наук Андрія Романюка підтверджує використання результатів поданої на здобуття наукового ступеня доктора технічних наук дисертаційної роботи Демківа Л.І. в матеріалах лекційних курсів «Штучний інтелект», «Мережі Інтернет речей», а саме:

- методу синтезу нечітких регуляторів, що формують нестійку поведінку системи в околі робочої точки;
- методу синтезу нечіткого керування системами з нелінійностями;
- методу синтезу нечіткого коректора для системи керування швидкістю обертання колеса електромобіля.

Голова комісії:

Декан факультету прикладних наук, кандидат  
фізико-математичних наук

Ярослав Притула

Члени комісії:

Завідувач кафедри прикладної математики і  
статистики, доктор наук з математики і статистики

Ростислав Гринів

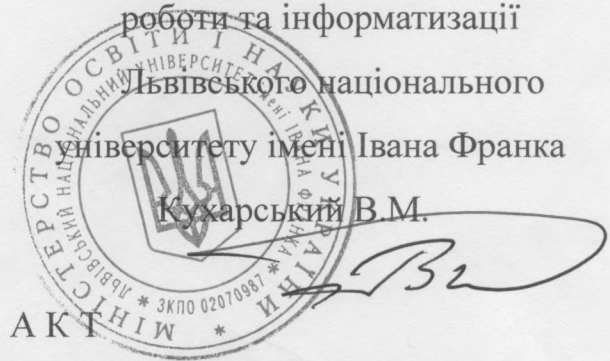
Доцент кафедри прикладної математики і  
статистики, кандидат фізико-математичних наук

Степан Фединяк

Доцент кафедри комп'ютерних наук та  
інформаційних технологій, кандидат технічних наук

Андрій Романюк

ЗАТВЕРДЖУЮ  
Проректор з науково-педагогічної  
роботи та інформатизації



про впровадження результатів дисертаційної роботи  
«Аналіз та синтез нечітких регуляторів динамічних систем»  
докторанта кафедри електромехатроніки та  
комп'ютеризованих електромеханічних систем  
Національного університету «Львівська політехніка»  
Демківа Любомира Ігоровича  
в навчальний процес

Комісія в складі завідувача кафедри радіофізики та КТ (РКТ) д.ф.-м.н. проф. Болести І.М., доцента кафедри РКТ к.т.н. Злобіна Г.Г., доцента кафедри РКТ к.т.н. Рабика В.Г., доцента кафедри РКТ к.ф.-м.н. Карбовника І.Д. підтверджує використання результатів поданої на здобуття наукового ступеня доктора технічних наук дисертаційної роботи Демківа Л.І. в матеріалах лекційного курсу «Основи робототехніи», а саме:

- методу синтезу нечітких регуляторів, що формують нестійку поведінку системи в області великих відхилень;
- методу синтезу нечітких регуляторів, що забезпечують обмеження значення проміжних координат системи;
- підходу до корегування вхідного сигналу системи для підвищення мобільності електромобіля.

Голова комісії:  
завідувач кафедри РКТ, д.т.н., проф.

Болеста І.М.

Члени комісії:  
доцент кафедри РКТ, к.т.н.

Злобін Г.Г.

доцент кафедри РКТ, к.т.н.

Рабик В.Г.

доцент кафедри РКТ, к.ф.-м.н.

Карбовник І.Д.

August 14, 2018

A C T

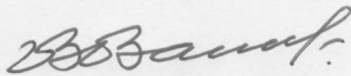
That testifies the utilization of results of the ScD thesis of  
the ScD Student of Lviv Polytechnic National University (Ukraine),  
Institute of Power Engineering and Control Systems  
Associate Professor Demkiv Lyubomyr Ihorovych, PhD  
in academic courses offered at  
The University of Alabama at Birmingham, USA

This act is issued to state that the indicated below results of the ScD Dissertation titled  
“Analysis and Synthesis of Fuzzy controllers of Dynamical Systems” and authorized by Dr. Lyubomyr  
Demkiv are in use in the four academic courses offered by the Department of Mechanical Engineering  
of the University of Alabama at Birmingham.

In particular, the expansion of fuzzy control theory to systems with unstable subsystem, cascade  
fuzzy control to limit components of the state vector, and topics related to fuzzy optimal control with  
application to fully electric vehicles are included and delivered in the following courses:

ME632 and ME732 Autonomous Wheel Power Management Systems

ME430 and ME530 Vehicle Dynamics



Vladimir Vantsevich, ScD, PhD, ASME Fellow  
Professor, Department of Mechanical Engineering  
Director, Vehicle and Robotics Engineering Laboratory

**Mechanical Engineering**  
257 Business-Engineering Complex  
1150 10<sup>th</sup> Avenue South  
205.934.8460  
Fax 205.975.7217

The University of  
Alabama at Birmingham  
Mailing Address:  
BEC 257  
1720 2ND AVE S  
BIRMINGHAM AL 35294-4461



14 серпня 2018 р.

АКТ

що підтверджує використання результатів дисертації  
на здобуття звання доктора технічних наук  
докторанта Національного університету „Львівська Політехніка” (Україна),  
Інституту енергетики та систем керування  
кандидата наук, доцента Демків Любомира Ігоровича  
у навчальному процесі  
Університету Алабами в Бірмінгемі, США

Цей Акт видано на підтвердження того, що нижчезазначені результати дисертаційної роботи Любомира Демківа на здобуття звання доктора технічних наук під назвою „Аналіз та синтез нечітких регуляторів динамічних систем”, використовуються у чотирьох навчальних курсах, що проводяться кафедрою інженерної механіки університету Алабами в Бірмінгемі.

Зокрема:

ME632 та ME732 Розподіл потужності в автономних колісних системах.

ME430 та ME530 Динаміка автомобіля

Підпис.

Володимир Ванцевич, доктор наук, доктор філософії, науковий співробітник Американської спілки інженерів-механіків, Професор Кафедри інженерної механіки  
Директор лабораторії інженерії транспортних засобів та робототехніки

<b>Інженерна механіка</b>	Університет Алабами в Бірмінгемі
257 Бізнес-Інженерний Комплекс	Поштова адреса:
1150, 10-та Авеню Сауз	ВЕС 257
205.934.8460	1720 2-га авеню Сауз
факс: 205.975.7217	Бірмінгем, Алабама 35294-4461

Підпис.

*Перекладено з англійської мови.*

*Перекладач: М. Чернілевський*





**ЕЛЕКТРОН**  
ЕЛЕКТРОНПОБУТПРИЛАД

ТзОВ «ЗАВОД  
ЕЛЕКТРОНПОБУТПРИЛАД»  
вул. Зелена, 251,  
м. Львів, 79035, Україна

## ДОВІДКА

про використання результатів дисертаційної роботи

Демківа Любомира Ігоровича

при розробці програмного забезпечення управління двигуном

Результати дисертаційного дослідження “Аналіз та синтез нечітких регуляторів динамічних систем”, проведеного Демківим Любомиром Ігоровичем, застосовано для розробки програмного забезпечення для керування вентильним електроприводом.

У компанії ТзОВ «Електронпобутприлад» використано розроблену автором методику синтезу каскадних регуляторів динамічних систем, що дозволяє суттєво зменшити кількість правил в базі правил нечіткого регулятора. Такий підхід дозволяє враховувати обмеження проміжних координат, що суттєво підвищує ефективність роботи електродвигуна для якого синтезоване керування. Використання коригуючого коефіцієнта в другому шарі каскадного регулятора підвищує швидкодію його функціонування та спрощує синтез регулятора. Дана методика застосовується заводом в процесі синтезу керуючих впливів для електроприводу.

Головний інженер

Заводу «Електронпобутприлад»



Б.В. Басараб

# softserve

вул. В.Великого, 52, м.Львів, 79053

Телефон/факс:  
+38 032 240 99 99 / +38 032 240 90 80

Сайт: <http://softserveinc.com>

## ДОВІДКА

про використання результатів дисертаційної роботи

Демківа Любомира Ігоровича

при розробці програмного забезпечення

для мобільних роботів у SoftServe Inc.

Результати проведеного Демківим Любомиром Ігоровичем дисертаційного дослідження на тему «Аналіз та синтез нечітких регуляторів динамічних систем», використовуються SoftServe Inc. для розробки програмного забезпечення для мобільних роботів.

Компанія SoftServe Inc. застосовує запропоновану автором методику покращення динамічних характеристик через використання у зоні великих відхилень нестійкої підсистеми. Такий підхід дозволяє підвищити динаміку перехідних процесів в електромеханічній частині мобільного робота, залишаючи загальну систему стійкою в околі робочої точки. Дана методика застосовується працівниками відділу Intelligent Enterprise SoftServe Inc. в процесі розробки програмного забезпечення для керування електродвигунами мобільного робота.

Газієв Сергій,

Старший віце-президент по провідним технологіям SoftServe Inc.

  3.08.2018

## Додаток Б

Список публікацій здобувача за темою дисертації  
та відомості про апробацію результатів дисертації

### *Наукові праці, в яких опубліковані основні наукові результати дисертації:*

- 1) Лозинський А.О., Демків Л.І. Аналіз стійкості систем з регулятором Такагі-Сугено // Искусственный интеллект. - 2008. - № 4. - С. 545-550. **(фахова)**
- 2) Лозинський А.О., Демків Л.І. Аналіз стійкості систем з регулятором Такагі-Сугено-Канга // Вісн. НТУ"ХПІ", Серія"Електротехніка, електроніка і електродвигун". -2008. Вип. 30. – С.89-90. **(фахова)**
- 3) А.О. Лозинський, Л.І. Демків Умовно стійкі системи з фазі-регулятором // Искусственный интеллект. - 2010. - № 4. - С. 415-420. **(фахова)**
- 4) А.О. Лозинський, Л.І. Демків Дослідження стійкості систем з нестійкою підсистемою // Електротехніка та електроенергетика. – 2010. – №1. – С. 19-29. **(фахова)**
- 5) А.О. Лозинський, Л.І. Демків Дослідження впливу виду функції належності на динамічні показники системи при багатокритеріальній оптимізації // Електротехнічні та комп'ютерні системи. – 2012. – № 5. – С. 137-144. **(фахова)**
- 6) А.О. Лозинський, Л.І. Демків Синтез багатокритеріального оптимального керування зі змінними ваговими коефіцієнтами // Радіоелектроніка, інформатика, управління. – 2012. – №1. –С. 144-147. **(фахова)**
- 7) Л.І. Демків Дослідження впливу параметрів функції належності на якісні показники функціонування системи з двома коренями в правій півплощині // Вісник НУ "Львівська політехніка". – 2012. – №736. –С. 36-43. **(фахова)**
- 8) Л.І. Демків Дослідження двомасової системи,що складається з двох підсистем, при дії зовнішніх збурень // Електромеханічні і енергозберігаючі

системи. – 2012. – №3. – С.505-506. (фахова)

9) А.О. Лозинський, **Л.І. Демків** Дослідження впливу параметрів функцій належності нечіткого регулятора зі сформованою нестійкою підсистемою на прикладі двомасової електромеханічної системи // Електротехніка і Електроенергетика. – 2012. – №2. –С.4-11. (фахова)

10) А.О. Лозинський, Я.С. Паранчук, **Л.І. Демків** Аналіз структур нечітких регуляторів дугових сталеплавильних печей// збірник ДонНТУ, серія «Електротехніка і енергетика». – 2013. – №1(14), – С.173-177. (фахова)

11) **Демків Л.І.** Дослідження впливу методу дефазифікації на характеристики системи з нечітким регулятором Такагі-Сугено// Вісник НУ “Львівська політехніка”, серія«Електроенергетичні та електромеханічні системи». – 2013. –№763.–С.34-39. (фахова)

12) **Демків Л.І.** Дослідження впливу методу агрегації на характеристики системи з нечітким регулятором Такагі-Сугено// Вісник НТУ “ХПІ”, серія «Проблеми автоматизованого електроприводу. Теорія і практика». – 2013. – №36(1009). – С.120-121. (фахова)

13) **Демків Л.І** Дослідження впливу вибору параметрів функції належності, як ступенів свободи нечіткого регулятора, на характеристики динамічної системи // Вісник НУ “Львівська політехніка”, серія «Фізико-математичні науки». – 2013. –№768.–С.105-110. (фахова)

14) **Л.І. Демків** Вплив вибору стандартної лінійної форми на характеристики динамічної системи з нечітким модальним регулятором// Вісник НУ “Львівська політехніка”, серія«Електроенергетичні та електромеханічні системи». – 2014.–№785.–С.20-33. (фахова)

15) **Демків Л.І.** Дослідження впливу розподілу коренів характеристичного полінома на характеристики перехідних процесів в динамічній системі // Вісник НУ “Львівська політехніка”, серія «Фізико-математичні науки». – 2014. –№804.–С.131-141. (фахова)

16) **Demkiv L.I.** Research of dynamic system with unstable subsystem that has one root in the right half-plane // Mathematical modeling and computing, Vol. 1,



№ 2, (2014) pp. 156–162. **(фахова)**

17) Лозинський А.О., **Демків Л.І.** Застосування нечіткої моделі системи при синтезі системи автоматичного керування нелінійними об'єктами // Електромеханічні і енергозберігаючі системи. – 2015. – №2(30). – С.24-30.

**(фахова)**

18) A. Lozynskyy, **L. Demkiv** Synthesis of fuzzy logic controller of nonlinear dynamic system with variable parameters // Computational problems of electrical engineering Vol. 6, No. 2, 2016, p.91-98 **(фахова)**

19) A. Lozynskyy, **L. Demkiv** Analysis of the application efficiency of a fuzzy controller in two-mass systems with variable moment of inertia of the second mass // Energy engineering and control systems, 2016;V. 2, N. 2:pp. 59 – 68 **(фахова)**

20) А.О. Лозинський, Я.С. Паранчук, **Л.І. Демків** Дослідження системи переміщення електродів дугової сталеплавильної печі з нечітким регулятором// Технічна електродинаміка.–2014.–№2.–С.73-77. **(фахова, Scopus)**

21) А.О. Лозинський, **Л.І. Демків** Дослідження впливу каскадного нечіткого регулятора на характеристики системи автоматичного керування переміщення електрода дугової сталеплавильної печі// Науковий вісник НГУ. – 2014. .–№4.–С.32-38. **(фахова, Scopus)**

22) A. Lozynskyy, **L. Demkiv** Investigation of multicriteria optimal control with time-variable weight coefficients // Electrical Review. – 2013. –№2а. –С.195-198. **(Scopus)**

23) Andrew Lozynskyy, **Lyubomyr Demkiv**, “Synthesis of Multicriteria Controller by Means of Fuzzy Logic Approach,” Advances in Fuzzy Systems, vol. 2014, Article ID 758207, 5 pages, 2014. doi:10.1155/2014/758207 **(Scopus)**

24) A. Lozynskyy, **L. Demkiv** Application of dynamic systems family for synthesis of fuzzy control with account of non-linearities // Advances in electrical and electronic engineering, volume 14, number: 5, 2016, p. 543-550. **(Scopus)**

*Наукові праці, які засвідчують апробацію матеріалів дисертації:*

25) V. V. Vantsevich, A. Lozynskyy, **L. Demkiv** A wheel rotational velocity

control strategy for an open-link locomotion module, 19th International & 14th European-African Regional Conference of the ISTVS, Budapest, Hungary, 25-27 September 2017. (**Scopus**)

26) Lozynskyy A., Vantsevich V. V., Demkiv L. Enhancement of dynamical characteristics of a fuzzy control system by using unstable subsystem, IEEE Int. Conf. On Fuzzy Systems (FUZZ-IEEE) 2018, Rio de Janeiro, Brazil, 8–13 July 2018, pp 1240–1247.

27) **L. Demkiv**, A. Lozynskyy, O. Lozynskyy and I. Demkiv, "A new approach to dynamical system's fuzzy controller synthesis: Application of the unstable subsystem," 2017 International Conference on Modern Electrical and Energy Systems (MEES), November 15–17, 2017, Kremenchuk, Ukraine, Kremenchuk, 2017, pp. 84-87 (**Scopus**)

28) Lozynskyy A. **Demkiv L.** Stability analysis of dynamical system with variable coefficients and fuzzy controller//CPEE 2015:Proc.Int.Conf. – Lviv,Ukraine,September 2-5,2015. – P.99-102 (**Scopus**)

29) V. V. Vantsevich, A. Lozynskyy, **L. Demkiv**, I. Holovach Fuzzy Logic Control of Agile Dynamics of a Wheel Locomotion Module, 25th International Symposium on Dynamics of Vehicles on Roads and Tracks, taking place at Central Queensland University Rockhampton, Queensland, from 14-18 August 2017.

30) Лозинський А.О., **Демків Л.І.** Аналіз стійкості систем з регулятором Такагі-Сугено: Матеріали ІХ Міжн. науково-техн. конф. смт Кацивелі, Крим, Україна - Донецьк: ІПІІІ "Наука і освіта". - 2008. - Т. 2. - С. 175-178.

31) А.О. Лозинський, **Л.І. Демків** "Умовно стійкі системи з нечітким регулятором", Матеріали Міжн. науково-техн. конф. ІІІ2010. смт Кацивелі, Крим, Україна - Донецьк: ІПІІІ "Наука і освіта". - 2010. - Т. 2. - С. 110-112

32) **Демків Л.І.** Дослідження стійкості систем з нечіткими регуляторами//Автоматика – 2010: Матеріали міжнародної конференції з автоматичного управління. – Харків: ХНУРЕ, 2010 – С. 203-205.

33) **Демків Л.І.** Синтез багатокритеріального оптимального керування зі змінними ваговими коефіцієнтами // Интеллектуальные системы принятия

решений и проблемы вычислительного интеллекта: Материалы международной научной конференции. Том 2. - Херсон: ХНТУ, 2011 – С. 59-61.

34) Лозинський А.О., **Л.І. Демків** Синтез оптимальних систем з застосуванням багатокритеріальної оптимізації зі змінними ваговими коефіцієнтами //Автоматика – 2011: Матеріали міжнародної конференції з автоматичного управління. – Львів: НУ”Львівська політехніка”, 2011 – С. 139-140.

35) Лозинський А.О., **Демків Л.І.** Нечітке робастне керування двомасовою динамічною системою//Проблеми енергоресурсозбереження в електротехнічних системах. Наука, освіта і практика. Наукове видання. – Кременчук: КрНУ, 2014.–1/2014(2).–с.338-340.

36) Лозинський А.О., **Демків Л.І.** Застосування нечіткої моделі про синтезі системи автоматичного керування нелінійними об’єктами//Проблеми енергоресурсозбереження в електротехнічних системах. Наука, освіта і практика. Наукове видання. – Кременчук: КрНУ, 2015.–1/2015(3).–С. 28-30.

*Наукові праці, які додатково відображають наукові результати дисертації*

37) **Демків Л.І.** Аналіз стійкості системи з фаззи регуляторами частотними методами //Тематичний випуск «Проблеми автоматизованого електроприводу. Теорія і практика» науково технічного журналу «ЕЛЕКТРОІНФОРМ» – Львів: ЕКОінформ. – 2009. – С.435-436.

38) A. Lozynskyi, **L. Demkiv** Forming of the controlled influence in the system with fuzzy regulator // Comp.Probl. Of Elec.Eng. - Lviv:LPNU, 2011. - Vol.1. - P.27-34.