

КЛАСИ ГАРМОНІК СИМЕТРИЧНИХ СХЕМ ОБМОТОК ЕЛЕКТРИЧНИХ МАШИН ЗМІННОГО СТРУМУ

© Гаврилюк Р.Б., 2009

Введено показник ваги класу шкідливих гармонік шару струму обмотки, що уможливило оптимізацію їх значень під час проектування симетричної двошарової схеми обмотки.

It is entered the index of weight of class harmful harmonic current layer winding which does possible optimization of their values according to the process of planning two-layer symmetrical chart winding.

Вступ. Розвиток теорії побудови схем обмоток електричних машин змінного струму фактично розпочали у 1885–1891 рр. винахідники цих машин та схем обмоток: Ферраріс, Тесла, Доліво-Добровольський, Даландер. Вже в перших експериментах та їх аналізі виявлено, що шкідливі гармоніки погіршують пускові характеристики електричної машини, коефіцієнт корисної дії, збільшують вібрації та шуми. Упродовж 125-річної історії розвитку теорії електричних асинхронних машин проблема зменшення амплітуд шкідливих гармонік залишається актуальною.

Постановка проблеми. Започаткувати узагальнений підхід створення тиску на різні класи шкідливих гармонік намагнічувальної сили з метою примусового зменшення їх амплітуд за попередньо визначеними критеріями чи правилами.

Аналіз останніх досягнень та публікацій. Зменшення амплітуд шкідливих гармонік намагалися розв'язати: шляхом вкорочення кроку котушок у двошаровій схемі обмотки [1], збільшенням кількості котушок на полюс і фазу обмотки [1], збільшенням кількості фазних зон [2], за допомогою аналізу всіх теоретично можливих структур розташування фазних зон [3,4] та зміною кількості витків у кожній секції обмотки [5]. Останній, зазначений вище підхід, фактично об'єднав всі попередні стратегії в єдину методіку для розв'язання цієї задачі. Однак у всіх цих спробах існувала Ахілесова п'ята: значення величин амплітуд гармонік однозначно визначалися кроком вкорочення та структурою схеми обмотки:

- за однакової кількості витків [1];
- за допомогою зміни кількості витків у кожній секції обмотки [5, 6] з метою усунення заданої гармоніки (або сукупності гармонік);
- за допомогою зміни кількості витків у кожній секції обмотки шляхом мінімізації коефіцієнта диференційного розсіяння схеми обмотки [6].

Задача досліджень. Виконаний аналіз вказує на необхідність пошуку додаткових шляхів, що уможливили б зменшення окремих гармонік залежно від проектних завдань.

Виклад основного матеріалу. Для аналізу якісних показників шару струму, останній, зазвичай, розкладають в ряд Фур'є, після чого оцінюють відносні величини амплітуд гармонік шару струму обмотки або гармонік намагнічувальних сил.

За визначенням [7] амплітуда гармоніки шару струму пропорційна обмотковому коефіцієнту гармоніки

$$k_{\text{он}} = \left| \sum_{i=1}^n \dot{I}_i e^{j\psi_i n} \right| / \sum_{i=1}^n \left| \dot{I}_i e^{j\psi_i n} \right|, \quad (1)$$

де \dot{I}_i – комплексне значення струму з врахуванням його напрямку в i -му активному (що лежить в пазі) провіднику електричної машини; ψ_i – кутовий зсув i -го провідника відносно вибраного початку системи координат (за початок системи координат приймаємо перший паз і враховуємо, що

всі провідники, які лежать в одному пазі, мають однаковий кутовий зсув); ν – порядковий номер гармоніки; n – кількість активних провідників в обмотці якоря.

Для основної гармоніки $\nu = p$, де p – кількість пар полюсів.

На підставі (1) можемо помітити, що обмотковий коефіцієнт можна одержати, якщо відомі комплексні значення струмів з точністю до сталого множника.

Вираз (1), з одного боку, є найзагальнішим та придатним для визначення обмоткового коефіцієнта кожної схеми обмотки і будь-якої гармоніки незалежно від технологічного процесу виготовлення обмотки. Але, з іншого, цей вираз громіздкий з огляду кількості математичних операцій, необхідних для визначення обмоткового коефіцієнта. Тому вираз (1) зазвичай зводять до інших еквівалентних форм, які придатні для певних схем обмоток і є простішими. Розглянемо двошарові симетричні петлеві (або концентричні) трифазні схеми обмоток з однаковою кількістю провідників у пазі. З врахуванням того, що провідники, які лежать в одному шарі й пазі обмотки, мають однаковий кутовий зсув і в них протікає один і той самий струм, вираз (1) можемо записати у вигляді

$$k_{0n} = \left| \sum_{i=1}^z \sum_{k=1}^x \dot{I}_{ik} N_{ik} e^{jY_i n} \right| / \left| \sum_{i=1}^z \sum_{k=1}^x \dot{I}_{ik} N_{ik} e^{jY_i n} \right|, \quad (2)$$

де i – порядковий номер паза; k – порядковий номер шару обмотки; z – кількість пазів; ξ – кількість шарів обмотки; \dot{I}_{ik} – комплексне значення струму з врахуванням його напрямку в i -му пазі та k -му шарі обмотки; N_{ik} – кількість провідників в i -му пазі та k -му шарі обмотки; Y_i – кутовий зсув i -го паза.

Вираз (2) доцільно використовувати для аналізу обмоткових коефіцієнтів асиметричних та симетричних багатошарових обмоток з кількістю шарів понад один.

З врахуванням того, що в симетричних обмотках в одному шарі й одній фазі протікають струми, рівні за амплітудами та кутовим фазовим зсувом, який визначений структурою схеми обмотки, після нескладних перетворень (2) одержимо

$$k_{0n} = \frac{\sqrt{\left(\sum_i \sum_{\kappa=1}^x (N_{ik} \sin(Y_i n + a_{ik})) \right)^2 + \left(\sum_i \sum_{\kappa=1}^x (N_{ik} \cos(Y_i n + a_{ik})) \right)^2}}{\sum_i |N_{ik}|}, \quad (3)$$

де i – приймає всі значення від 1 до z , в яких розташовані провідники фази A ; N_{ik} – кількість провідників в i -му пазі k шару; Y_i – кутовий зсув i -го паза; $a_{ik} = 1$, якщо струм у провідниках фази A протікає в додатному напрямі, та $a_{ik} = -1$, якщо напрям струму протилежний.

Важливою характеристикою шару струму обмотки є **коефіцієнт диференційного розсіяння обмотки**, який залежить від усіх гармонік намагнічувальної сили обмотки.

Відомо [7], що амплітуда гармоніки намагнічувальної сили обмотки пропорційна відношенню обмоткового коефіцієнта до порядку гармоніки

$$F_n \equiv k_{0n} / n, \quad (4)$$

а електромагнітні моменти електричної машини, які створює кожна гармоніка, пропорційні квадратам амплітуд гармонік намагнічувальних сил обмотки.

При зростанні порядку гармоніки ν амплітуда шкідливої гармоніки зменшується, тому вплив шкідливих гармонік високого порядку $\nu \gg z$ (де z – кількість пазів) на характеристики електричної машини – невеликий. Проте, за умови, що $\nu < z$, шкідливі гармоніки істотно впливають на характеристики асинхронної машини [8], особливо на її механічну характеристику, унеможливаючи інколи нормальну роботу.

За загальноприйнятим визначенням [7] коефіцієнт диференційного розсіяння

$$t_d = \frac{\sum_{n=1}^{\infty} (k_{0n} / n)^2 - (k_{0p} / p)^2}{(k_{0p} / p)^2} = \frac{\sum_{n=1}^{\infty} k_{0n}^2 / n^2}{k_{0p}^2 / p^2} - 1, \quad (5)$$

де p – кількість пар полюсів основної гармоніки.

Як зрозуміло з (5), коефіцієнт диференційного розсіяння можна інтерпретувати як відношення суми шкідливих електромагнітних моментів до електромагнітного моменту основної гармоніки. У разі зменшення обмоткових коефіцієнтів шкідливих гармонік, коефіцієнт диференційного розсіяння теж знижується.

Коефіцієнт диференційного розсіяння є інтегральною характеристикою схеми обмотки. Визначення коефіцієнта диференційного розсіяння за (5) призводить до великої кількості арифметичних операцій, оскільки ряд в чисельнику (5) слабо збіжний.

Відомі геометрично-аналітичні способи визначення коефіцієнта диференційного розсіяння на підставі діаграми Гергеса [7], згідно з якою коефіцієнт диференційного розсіяння визначають за відношенням площі багатокутника до площі кола, що є незручним, бо вимагає створення спеціальної трикутної сітки, однак має перевагу наочного зображення – чим точніше площа багатокутника наближається до площі кола, тим менший коефіцієнт диференційного розсіяння обмотки.

Коефіцієнт диференційного розсіяння використовують для розрахунку індуктивного опору диференційного розсіяння обмотки [9], що входить в заступну схему асинхронної машини.

Нижчі і вищі шкідливі гармоніки неоднаково впливають на характеристики асинхронної машини [8], зокрема на її механічну характеристику.

Відомо [8], що нижчі шкідливі гармоніки ($v < p$) не створюють провалів у механічній характеристиці асинхронного двигуна (за винятком його роботи в гальмівному режимі), тому допускається існування доволі великих відносних амплітуд (порівняно з основною гармонікою) нижчих гармонік, наприклад, в схемах обмоток з перемиканням кількості пар полюсів. Проте ці гармоніки зменшують коефіцієнт корисної дії.

Загальновідомо, що для симетричних схем обмоток

$$k_{on} = k_{o(cz+n)} = k_{o(c_1z-n)}, \quad (6)$$

де $c, c_1 = 1, 2, 3, \dots$

З врахуванням (6) і умови $\text{entier}(z/2) \geq v \geq 1$, безмежний ряд гармонік можна розбити на класи, кожен з яких визначається номером гармоніки v , де $\text{entier}(z/2) > v \geq 1$. Наприклад, кількість пар полюсів $v = p$ утворює клас гармонік, які називають зубцевими:

$$v = p, z - p, z + p, 2z - p, 2z + p, 3z - p, 3z + p, \dots$$

З використанням (6) та застосувавши підсумовування безмежного ряду в чисельнику рівняння (5), одержимо

$$t_d = \frac{\sum_{n=1}^{\text{entier}(z/2)} A_n k_{on}^2}{k_{op}^2 / p^2} - 1, \quad (7)$$

де

$$A_n = (p / (z \cdot \sin(p / z \cdot n)))^2 \quad (8)$$

Значення A_n спадають за умови збільшення порядку гармоніки v , яка не може перебільшувати величини $\text{entier}(z/2)$.

Введемо нове поняття: **ваговий коефіцієнт диференційного розсіяння**

$$t_{da} = \frac{\sum_{n=1}^{\text{entier}(z/2)} a_n A_n k_{on}^2}{k_{op}^2 / p^2} - 1, \quad (9)$$

де a_n – коефіцієнт ваги класу гармонік ($a_n \geq 0$).

Якщо в (9) прийняти що $a_v = 1$, то (9) буде ідентичним до (7).

З врахуванням (9) можемо визначити, який вплив мають вищі шкідливі гармоніки, що пов'язані з основною гармонікою $v = p$ (їх називають зубцевими), на коефіцієнт диференційного розсіяння обмотки. Прийmemo $a_p = 1$, а для значень $v \neq p$ $a_n = 0$. Отже,

$$t_{dp} = p^2 A_p - 1 \quad (10)$$

У загальному випадку, коли $z > m$ (де m – кількість фаз), складова коефіцієнта диференційного розсіяння (10) не може бути знищеною, бо зубцеві шкідливі гармоніки пропадуть тільки за умови, що амплітуда основної гармоніки дорівнює нулю, а це не має сенсу.

Для будь-якої гармоніки, за умови $\text{entire}(z/2) \geq \nu \geq 1$ (окрім $n = p$), можемо визначити її вплив на значення коефіцієнта диференційного розсіяння

$$t_{dn} = p^2 A_n k_{on}^2 / k_{op}^2. \quad (11)$$

В одношарових схемах обмоток при $z > 2m$ неможлива ситуація, щоб всі шкідливі гармоніки, крім зубцевих, дорівнювали нулю, бо сума квадратів прямих гармонік від 1 до $z - 1$ дорівнює одиниці [10], тобто, $k_{op}^2 + \dots = 1$, а $k_{op}^2 < 1$, тобто, існує ще хоча б одна пряма шкідлива гармоніка, амплітуда якої більша від нуля. Інваріанти теж існують і для двошарових симетричних схем обмоток. Зростання кількості пазів z призводить до збільшення числа класів гармонік.

У виразі (9) обмоткові коефіцієнти залежать від кількості витків у кожній секції схеми обмотки. Мінімізація цієї функції, з попередньо внесеними в неї ваговими коефіцієнтами, уможливило цілеспрямовану “боротьбу” з класами шкідливих гармонік, які створені заданою структурою схеми обмотки [3]. На прикладі симетричної трифазної двошарової схеми обмотки з однаковою кількістю витків у кожному пазі оптимізуємо спектр класів шкідливих гармонік.

Нехай задано петлеву двошарову схему обмотки: кількість пазів $z = 36$, кількість фаз $m = 3$, кількість пар полюсів $p = 1$, кількість пазів на полюс і фазу $q = 6$, крок вкорочення схеми обмотки $y = 12$. Це загальновідома схема, яку можемо одержати й на підставі теорії симетричних кілець елементів (СКЕ) [3]. Для цієї схеми обмотки кількість СКЕ другого порядку $n = 6$. В елементах (секціях) кожного із шести СКЕ можна незалежно змінювати кількість витків. У загальному випадку це призведе до різної кількості витків у пазах.

На основі заданої схеми створимо нову двошарову схему обмотки з концентричними котушками. За умови однакової кількості витків у кожній секції схеми обмотки гармонічний склад обох (петлевої та концентричної) схем обмоток буде ідентичним. Для заданого кроку вкорочення петлевої схеми обмотки неможлива зміна кількості витків у секціях обмотки без порушення умови, що кількість витків у кожному пазі є константою (за умови іншого значення кроку вкорочення схеми обмотки зміна кількості витків можлива). Оскільки верхній та нижній шари схеми обмотки утворені з СКЕ, то, для заданого кроку вкорочення обмотки, підстановка відображень елементів СКЕ верхнього шару в нижній для петлевої обмотки

$$\mathbf{b} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \end{pmatrix} \quad (12)$$

На підставі аналізу (12) можемо встановити, що у верхньому та нижньому шарі обмотки розташовані СКЕ з однаковими номерами, а отже, кількість витків у всіх СКЕ мусить бути однаковою.

Для концентричної схеми обмотки зміна витків у секціях, з певними обмеженнями, є можливою. Оскільки верхній та нижній шари схеми обмотки утворені з СКЕ, то, для заданого кроку вкорочення обмотки, підстановка

$$\mathbf{b}_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 6 & 5 & 4 & 3 & 2 & 1 \end{pmatrix} \quad (13)$$

На підставі аналізу (13) можемо встановити, що незалежно можемо змінювати кількість витків тільки в 1, 2 та 3 СКЕ, за умови, що кількість витків у кожному пазі буде однаковою. Нехай в одному шарі двошарової рівновиткової схеми обмотки кількість витків в одному пазі дорівнює w . Тоді в двох шарах одного паза є $2w$ витків, або у відносних одиницях до $w - 2$ витки.

Розглянемо показники петлевої та концентричної схеми обмотки за умови трьох стратегій проектування:

- 1) кількість провідників в секціях є константою;
- 2) кількість провідників в пазах є константою, а кількість провідників в секціях визначена на підставі мінімізації (9) за умови, що вагові коефіцієнти $a_n = 1$;

3) кількість провідників в пазах є константою, а кількість провідників в секціях визначена на підставі мінімізації (9) за умови, що вагові коефіцієнти a_n вибрані з метою зменшення обмоткових коефіцієнтів шкідливих гармонік з порядковими номерами $n = 5, 7, 11, 13$.

У табл. 1–3 наведено основні показники схем обмоток із застосуванням різних стратегій проектування.

Таблиця 1

Порівняння значень обмоткових коефіцієнтів гармонік, одержаних за умови застосування різних стратегій проектування схем обмоток

Варіанти схем	Стратегія проектування №	Обмотковий коефіцієнт гармоніки №					
		1	5	7	11	13	17
Петлева рівновиткова схема обмотки	1	0,8280	0,1708	0,1258	0,0881	0,0796	0,0724
Концентрична рівновиткова схема обмотки № 1	1	0,8280	0,1708	0,1258	0,0881	0,0796	0,0724
Концентрична різновиткова схема обмотки № 2	2	0,9009	0,0129	0,0260	0,0102	0,0151	0,0112
Концентрична різновиткова схема обмотки № 3	3	0,8934	0,0077	0,0122	0,0170	0,0232	0,1426

Таблиця 2

Порівняння застосованих значень вагових коефіцієнтів

Варіанти схем	Стратегія проектування №	Вагові коефіцієнти гармонік №					
		1	5	7	11	13	17
Петлева рівновиткова схема обмотки	1	1	1	1	1	1	1
Концентрична рівновиткова схема обмотки № 1	1	1	1	1	1	1	1
Концентрична різновиткова схема обмотки № 2	2	1	1	1	1	1	1
Концентрична різновиткова схема обмотки № 3	3	1	60	90	60	20	1

Таблиця 3

Порівняння одержаних значень відносної кількості витків у СКЕ

Варіанти схем	Шари обмотки	Відносна кількість витків в пазі №					
		1	2	3	4	5	6
Петлева рівновиткова схема обмотки	Верхній шар	1	1	1	1	1	1
	Нижній шар	1	1	1	1	1	1
Концентрична рівновиткова схема обмотки № 1	Верхній шар	1	1	1	1	1	1
	Нижній шар	1	1	1	1	1	1
Концентрична різновиткова схема обмотки № 2	Верхній шар	1,72	1,46	1,16	0,84	0,54	0,28
	Нижній шар	0,28	0,54	0,84	1,16	1,46	1,72
Концентрична різновиткова схема обмотки № 3	Верхній шар	1,50	1,75	0,85	1,15	0,25	0,50
	Нижній шар	0,50	0,25	1,15	0,85	1,75	1,50

На підставі аналізу додатково розрахованих та наведених показників в табл. 1–3 різних схем концентричних різновиткових обмоток порівняно до рівновиткових виявлено, що:

- обмоткові коефіцієнти основної гармоніки в концентричній різновитковій обмотці в 1.079 – 1.088 разів вищі;
- обмоткові коефіцієнти шкідливих гармонік в концентричній різновитковій обмотці нижчі: для 5-ї гармоніки в 13.24 – 22.1 разів, для 7-ї гармоніки в 4.84 – 10.31 разів, для 11-ї гармоніки в 5.18 – 8.63 разів, для 13-ї гармоніки в 3.43 – 5.27 разів;
- коефіцієнти диференційного розсіяння за (7) менші в 1.88 – 2 рази.

На рисунку показано відносні амплітуди шкідливих гармонік намагнічувальної сили порівняно до основної гармоніки для усіх варіантів наведених вище концентричних двошарових схем обмоток.



Відносні амплітуди шкідливих гармонік

Висновки. 1. Введено поняття класів гармонік намагнічувальної сили обмотки і запропонована функція (9), мінімізація якої уможливило проектування схем обмоток електричних машин змінного струму зі зменшенням амплітуд гармонік найбільш небажаних класів. 2. Запропонований алгоритм проектування схем обмоток уможливить підвищення показників ефективності роботи електричної машини та зменшення: провалів у механічній характеристиці електричної машини, вібрацій та шумів.

1. Рихтер Р. Обмотки якорей машин переменного и постоянного тока. – М.: ГЭИ, 1933. – 364 с. 2. Chalmers B.J. A.C. machine windings with reduced harmonic content // Proc. IEE. – 1964. – Vol. 111. – № 11. – P. 1859–1863. 3. Гаврилюк Р.Б. Множини структур схем обмоток електричних машин змінного струму. – Івано-Франківськ: Вид. центр Львівського нац. ун-ту імені Івана Франка, 2003. – 396 с. 4. Гаврилюк Р.Б. Метод структурного проектування схем обмоток електричних машин змінного струму // Технічна електродинаміка. Темат. вип.: Проблеми сучасної електротехніки. – К.: ІЕД НАНУ. – Ч. 5. – 2008. – С. 37–41. 5. Гаврилюк Р. Б. Синтез и анализ симметричных обмоток машин переменного тока: Дис... канд. техн. наук. – Львів, 1970. – 184 с. 6. Попов В.И. Электромашинные трехфазные дробные обмотки с пониженным дифференциальным рассеянием. // Электричество. – 1995. – № 7. – С. 14–23. 7. Кучера Я., Гапл Й. Обмотки электрических машин. – Прага, 1963. – 981 с. 8. Геллер Б., Гамата В. Дополнительные поля, моменты и потери мощности в электрических машинах. – М.–Л.: Энергия, 1984. – 263 с. 9. Копылов И.П., Горяинов Ф.А., Клоков Б.К. и др. Проектирование электрических машин / Под ред. И.П. Копылова. – М.: Энергия, 1980. – 495 с. 10. Klima V. On the theorem of the sum of squares of winding factors invariance // Acta tech. Csav. – 1979. – P. 365–388.