УДК 539.3

В.В. Пабирівський
Національний університет “Львівська політехніка”,
вул. С. Бандери, 12, 79013, м. Львів, Україна

ФОРМУЛЮВАННЯ КРАЙОВОЇ ЗАДАЧІ ДВОВИМІРНОЇ ТЕОРІЇ ПРУЖНОСТІ В ГОЛОМОРФНИХ ФУНКЦІЯХ ВІД ДВОХ КОМПЛЕКСНИХ ЗМІННИХ

Розглядається циліндричне деформівне пружне тверде тіло $K \bigcup \partial K$, яке в початковому ненавантаженому стані бієктивно відображається на область $X \bigcup \partial X$ евклідового простору. Тіло знаходиться під дією стаціонарного силового навантаження, прикладеного до його бокової поверхні ∂X.

За вихідні приймаються співвідношення подання комплексного тензора напружень $\hat{P}$ через голоморфні функції $\Phi_0(z_1, z_2), \vec{\Phi}(z_1, z_2) \equiv \Phi_i(z_1, z_2)\vec{e}_i$ $\left(i = \overline{1,3}\right)$ комплексних змінних z_1, z_2 [1]:

$$\hat{P}(z_1, z_2, z_3) = 2\mu \left[\vec{\nabla} \otimes \vec{\nabla}\Phi_0(z_1, z_2) + \left(\vec{\nabla} \otimes \vec{\nabla} \otimes \vec{\Phi}(z_1, z_2)\right)\cdot \vec{r}(z_1, z_2, z_3) - \right.$$
$$\left. -(1-2\nu)\left(\vec{\nabla}^* \otimes \vec{\Phi}(z_1, z_2) + \vec{\Phi}(z_1, z_2) \otimes \vec{\nabla}^*\right) - 2\nu \left(\vec{\nabla}^* \cdot \vec{\Phi}(z_1, z_2)\right)\hat{I}\right] .$$

Розглядається випадок , коли комплексний тензор напружень $\hat{P}(z_1, z_2, z_3)$ не залежить, від просторової змінної x_3, тобто виконуються умови :

$$\frac{\partial \hat{P}(z_1, z_2, z_3)}{\partial x_3} \equiv \left(i\frac{\partial}{\partial z_2} + \frac{\partial}{\partial z_3}\right)\hat{P}(z_1, z_2, z_3) = 0 \ . \tag{1}$$

Із співвідношення (1) випливають наступні в‘язі на голоморфні функції $\Phi_1(z_1, z_2), \Phi_3(z_1, z_2)$:

$$\frac{\partial^2 \Phi_1(z_1, z_2)}{\partial z_2^2} = 0 \ ; \quad \frac{\partial^2 \Phi_3(z_1, z_2)}{\partial z_1^2} = 0 \ ;$$

$$\frac{\partial^2 \Phi_3(z_1, z_2)}{\partial z_2^2} = i\frac{\partial^2 \Phi_2(z_1, z_2)}{\partial z_2^2} \text{ або } \frac{\partial^2\left(\Phi_3(z_1, z_2) - i\Phi_2(z_1, z_2)\right)}{\partial z_2^2} = 0 \ ;$$

$$\frac{\partial^3 \Phi_0(z_1, z_2)}{\partial z_2^3} + z_2\frac{\partial^3 \Phi_2(z_1, z_2)}{\partial z_2^3} - (1-4\nu)\frac{\partial^2 \Phi_2(z_1, z_2)}{\partial z_2^2} = 0 \ .$$

Таким чином, побудова розв’язку крайової задачі двовимірної теорії пружності зводиться до знаходження голоморфних функцій $\Phi_0(z_1, z_2)$, $\vec{\Phi}(z_1, z_2)$, які задовольняють відповідні крайові умови :

$$2\mu \left(\vec{n}\cdot\left[\vec{\nabla}^* \otimes \vec{\nabla}^*\Phi_0 + \left(\vec{\nabla}^* \otimes \vec{\nabla}^* \otimes \vec{\Phi}\right)\cdot \vec{r} - (1-2\nu)\left(\vec{\nabla}^* \otimes \vec{\Phi} + \vec{\Phi} \otimes \vec{\nabla}^*\right) - \right.\right.$$
$$\left.\left. \left. - 2\nu\left(\vec{\nabla}^* \cdot \vec{\Phi}\right)\hat{I}\right]\right) \right|_{\partial X} = \vec{P}_n^+ .$$

1. *Пабирівський В. В. Про постановку та підхід до розв‘язування крайових задач просторової теорії пружності з використанням голоморфних функцій двох комплексних змінних// Мат.методи та фіз.-мех. поля. — Львів, 2006. —* ***49,*** *№3. — С. 69 – 76.*