

ВИМІРЮВАЛЬНІ СИСТЕМИ

УДК 621.391

ВПЛИВ СТАНУ ДОСЛІДЖУВАНОЇ СИСТЕМИ НА ДИСПЕРСІЮ РІВНОТОЧНИХ ВИМІРЮВАНЬ

© Колодій Зеновій¹, Цзюнь Су², Яцишин Святослав¹, 2017

¹Національний університет “Львівська політехніка”, кафедра інформаційно-вимірювальних технологій, Україна

²Школа комп’ютерної науки, Університет технологій провінції Хубей, Китай

Наведено результати рівноточних вимірювань електричного опору двох однотипних вимірювальних котушок опору за припущення, що різниця між дисперсіями (середньоквадратичними відхиленнями) номіналу досліджуваних котушок є наслідком їх нерівноважного стану. Визначено енергетичний спектр флуктуацій номіналу досліджуваних котушок, за яким визначено діапазон частот, у межах якого зміни енергетичного спектра мінімальні. За визначеним діапазоном частот встановлено умови, за яких реалізація процесу вимірювання відбувається для квазірівноважного стану досліджуваних котушок і, відповідно, різниця між дисперсіями результатів рівноточних вимірювань мінімальна.

Ключові слова: рівноточні вимірювання, дисперсія, середньоквадратичне відхилення, енергетичний спектр.

Приведены результаты равноточных измерений электрического сопротивления двух однотипных измерительных катушек сопротивления. Сделано предположение, что разница между дисперсиями (среднеквадратическими отклонениями) номинала исследуемых катушек – следствие их неравновесного состояния. Определен энергетический спектр флуктуаций номинала исследуемых катушек, по которому установлен диапазон частот, в пределах которого изменения энергетического спектра минимальны. По определенному диапазону частот установлены условия, при которых реализация процесса измерения осуществляется для квазиравновесного состояния исследуемых катушек и, соответственно, разница между дисперсиями результатов равноточных измерений минимальна.

Ключевые слова: равноточные измерения, дисперсия, среднеквадратическое отклонение, энергетический спектр.

This paper presents the results of equivalent measurements of electrical resistance of two identical resistive coils. It is suggested that the difference between the RMS of investigated coils is formed as result of their non-equilibrium states. The energy spectrum of resistance fluctuations of investigated coils and the frequency range within which the energy spectrum changes insignificantly, are determined.

There were defined the conditions based on the computed range of energy spectrum frequencies under which the implementation of measurement process is performed for quasi-equilibrium state of resistance and therefore the difference between the dispersions of the results of identical measurements is minimal.

One of the reasons of non-equilibrium state existence may be the defective internal structure of the objects.

The results of this work can be used in the processing of statistical homogeneous measurements, as well as the identification of the influence of external factors. If the conditions for measuring – the number of measurements n and the time interval between measurements δt – are such that they satisfy the condition of quasi-equilibrium state of the system being studied, then the effect of external factors is the reason for the difference of variance.

Key words: equivalent measurements, dispersion, RMS values of resistance, energy spectrum.

Вступ. Під час опрацювання результатів статистичних вимірювань параметрів однотипних об’єктів у багатьох випадках доцільно забезпечити умови

рівноточності вимірювань. Різниці між дисперсіями результатів вимірювань мають бути мінімальними. Однак на практиці різниці між дисперсіями можуть

істотно відрізнятись. Постає питання про дотримання умови рівноточності вимірювань.

Проблема рівноточних вимірювань. Перевірку умови рівноточності вимірювань можна здійснювати за статистичними критеріями [1–4], наприклад за критерієм Фішера F , порівнюючи значення дисперсій результатів вимірювань з критичним значенням $F_{кр}$. Якщо $F > F_{кр}$, можна стверджувати, що умова рівноточності вимірювань (нульова гіпотеза) порушена – вимірювання нерівноточні. Однак статистичні критерії не дають відповіді на питання про причину нерівноточності вимірювань і за яких умов різниця між дисперсіями буде мінімальною, тобто у яких випадках виконуватиметься умова рівноточності вимірювань.

Метою роботи є визначення різниці між дисперсіями (стандартними відхиленнями) результатів вимірювань в однакових умовах електричного опору однотипних систем – вимірювальних котушок опору, визначення енергетичного спектра флуктуацій їх номіналу та визначення за енергетичним спектром діапазону частот $\Delta f = f_B - f_H$, у якому процес вимірювання може здійснюватись в умовах квазірівноважного стану і різниця між дисперсіями результатів вимірювань стає мінімальною.

Теоретичні дослідження. Основними причинами нерівноточних вимірювань можуть бути або зміна умови проведення вимірювань, або нерівноважний стан самого об'єкта вимірювань. Залишаючи поза увагою умови проведення вимірювань, забезпечення однаковості яких не є проблемою, зосередимо увагу на стан самого об'єкта вимірювань. Якщо об'єкт вимірювань (надалі – досліджувана система) у рівноважному стані, то дисперсія результатів вимірювання не є функцією часу t , відповідно, стандартне відхилення не залежатиме ні від часового проміжку між окремими результатами вимірювання, ні від часу, впродовж якого отримують n результатів вимірювань. Самі результати вимірювань можна подати як флуктуації значень вимірюваного параметра $x_p(t)$ навколо середнього значення $\overline{X_p}$ (рис. 1).

Відомо, що енергетичний спектр $S_{x_p}(f)$ флуктуацій параметра $x_p(t)$ рівноважної системи однаковий у діапазоні частот від $f \rightarrow 0$ аж до надвисоких частот (тобто у вигляді “білого” шуму) [5].

Інакшим є енергетичний спектр системи, яка у нерівноважному стані [6, 7]. Зміну параметра $x_H(t)$ такої системи з часом можна подати, як на рис. 2.

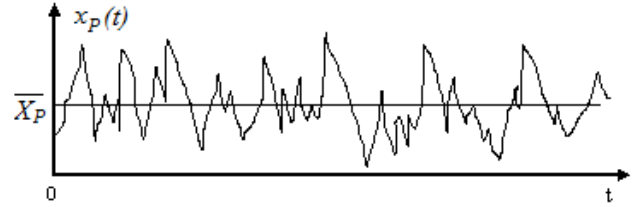


Рис. 1. Зміна вимірюваного параметра x_p рівноважної системи ($\overline{X_p}$ – середнє значення x_p)

Fig. 1. Change of measured parameter x_p of the system in equilibrium ($\overline{X_p}$ – mean value of x_p)

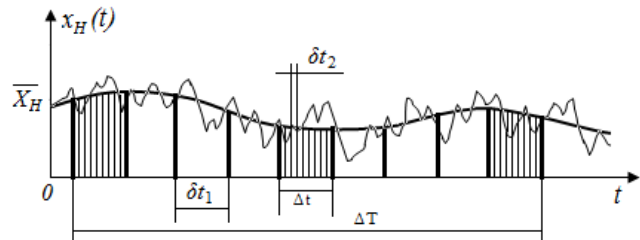


Рис. 2. Часова залежність параметра $x_H(t)$ нерівноважної системи

Fig. 2. Time dependence of $x_H(t)$ parameter of the system not in equilibrium

Із рис. 2 видно, що результати усереднення десяти результатів вимірювання, виконаних, наприклад, за 10 с (Δt), будуть відрізнятись від середнього значення десяти результатів вимірювань, здійснених за десять діб (ΔT). Енергетичний спектр флуктуацій параметра $x_H(t)$ нерівноважної (реальної) системи $S_{x_H}(f)$ не є однаковим у всьому діапазоні частот і містить фліккер-складову спектра [7] (рис. 3). Десять результатів вимірювань через 1 с на рис. 2 – це результати вимірювань параметра $x_H(t)$ деякої системи, яка упродовж часу Δt у квазірівноважному стані, а десять результатів вимірювань за десять діб – це результати вимірювань параметра системи у нерівноважному стані. На рис. 3 наведено енергетичний спектр нерівноважної системи та діапазон частот (спектр) десяти вимірювань через 1 с (а) параметра системи $x_H(t)$, яка у нерівноважному стані, і діапазон частот десяти вимірювань через 100 с (б).

Верхню частоту f_B діапазону частот вимірювань визначає часовий проміжок між вимірюваннями δt ($f_B = \frac{1}{\delta t}$), а нижню частоту f_H – добуток $n \cdot \delta t$

($f_H = \frac{1}{n \cdot \delta t}$) [6] (рис. 3). Очевидно, що у разі вимірювання змінних величин повинно виконуватись співвідношення (теорема про дискретизацію): $f_B \geq f_C$, де f_C – верхня частота в спектрі змінної величини. Добуток $n \cdot \delta t$ є часом усереднення (інтегрування) результатів вимірювання і чим більшим є $n \cdot \delta t$, тим ширшим (у бік нижніх частот) є діапазон частот процесу вимірювання.

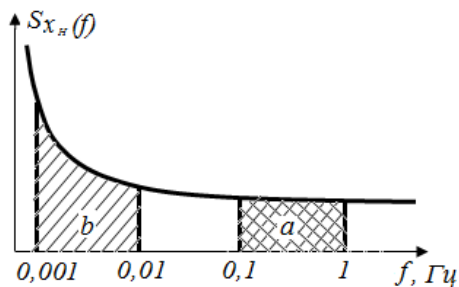


Рис. 3. Енергетичний спектр флуктуацій $S_{xH}(f)$ параметрів нерівноважної системи та діапазон частот 10 вимірювань параметра системи через 1 с (а) і через 100 с (b)

Fig. 3. Energy spectrum $S_{xH}(f)$ of fluctuations of parameters of the system not in equilibrium and frequency range of 10 measurements of system's parameter in 1s (a) and in 100s (b)

Із аналізу рис. 2–3 можна зробити висновок, що дисперсія (стандартне відхилення) результатів вимірювання параметрів нерівноважної системи залежить не тільки від кількості вимірювань n , але і від часового проміжку між вимірюваннями δt : що менше δt , то більше f_B – діапазон частот вимірювання зсувається в область високих частот і відбувається реалізація процесу вимірювання параметра системи у квазірівноважному стані (рис. 3, $f_H = 0,1$ Гц, $f_B = 1,0$ Гц).

У разі збільшення δt зменшується f_B – діапазон частот вимірювання зміщується в область низьких частот і відбувається реалізація процесу вимірювання параметра системи у нерівноважному стані (рис. 3, $f_H = 0,001$ Гц, $f_B = 0,01$ Гц).

Зважаючи на наведене вище, умову рівноточності вимірювань у разі забезпечення однакових умов проведення вимірювань можна визначити, аналізуючи енергетичний спектр досліджуваної системи. За відомим енергетичним спектром можна встановити діапазон частот $\Delta f = f_B - f_H$, для якого процес вимірювання здійснюватиметься в умовах квазірівноважного стану системи. За відомого f_H і заданого δt

можна визначити кількість вимірювань n , для якої різниця між дисперсіями буде мінімальною і, відповідно, буде забезпечена умова рівноточності вимірювань.

Експериментальні дослідження. З'ясувати, чи досліджувана система у рівноважному, чи у нерівноважному стані, можна на підставі експериментально визначеного її енергетичного спектра $S(f)$. В [7] встановлено, що енергетичний спектр реальних систем має вигляд: $S_H(f) = \frac{\exp(f \cdot \tau)}{\exp(f \cdot \tau) - 1} S_0$, де S_0 – значення спектральної густини потужності в області середніх і високих частот; τ – час релаксації (час, за який значення $S_H(f)$ зміниться до $S_H(f) \cong 1.58 \cdot S_0$, де $f_0 = \frac{1}{\tau}$).

Визначення значення τ наведено на рис. 4.

Критерієм стану системи є значення τ : якщо $\tau \rightarrow \infty$, $S_H(f) \cong S_0$ – система у рівноважному стані; якщо $\tau < \infty$ графік енергетичного спектра системи, як на рис. 4 – система у нерівноважному стані.

Залежно від того, яким буде значення τ , енергетичний спектр $S_H(f)$ матиме той чи інший вигляд (рис. 4).

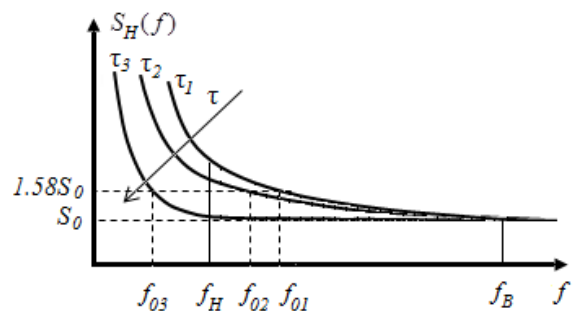


Рис. 4. Енергетичний спектр нерівноважних систем

Fig. 4. Energy spectrum of the systems not in equilibrium

Із рис. 4 видно, що в діапазоні частот від f_H до f_B найменше змінюється $S_H(f)$ для системи з τ_3 , а найбільшою є зміна $S_H(f)$ для системи з τ_1 . Відтак, залежно від того, в якому стані перебуває досліджувана система (яким є значення τ), вимірювання її параметрів в діапазоні частот від f_H до f_B відбуватиметься в квазірівноважному (для τ_3) або нерівноважному (для τ_1, τ_2) станах, якщо однаковий часовий проміжок між вимірюваннями δt ($f_B = \frac{1}{\delta t}$) й однакова кількість вимірювань n ($f_H = \frac{1}{n \cdot \delta t}$). Відтак дисперсія

результатів за однакових умов вимірювання буде різною. Наприклад, за однакових умов вимірювання опору резисторів із однієї партії різне значення дисперсії може бути не похибкою експерименту, а наслідком різного стану досліджуваних резисторів (одні з них мають дефектність внутрішньої структури, відмінну від інших). Для перевірки такого твердження здійснено вимірювання електричного опору двох вимірювальних котушок опору з номіналом 1 Ом. Вимірювання здійснювались за однакових умов (з однаковими методичними похибками і за однакових зовнішніх факторів – температури, вологості тощо) за допомогою моста постійного струму за чотирипровідною схемою. Одна котушка умовно позначена як **Resistor A**, друга – **Resistor B**. Здійснено $n = 100$ вимірювань електричного опору в однакових умовах кожної з двох котушок (рис. 5).

Результати вимірювань – середнє значення опору \bar{R} , стандартне відхилення σ та коефіцієнт кореляції k між результатами вимірювань опору **Resistor A** та **Resistor B**, наведено в таблиці.

Коефіцієнт кореляції k визначали, щоб встановити вплив зовнішніх факторів на результати вимірювань. Мале значення k дає підстави стверджувати, що результати вимірювань незалежні, а вплив зовнішніх факторів мінімальний.

Як видно із таблиці, різниця між стандартними відхиленнями σ котушок **Resistor A** та **Resistor B** становить $\approx 40\%$. Зроблено припущення, що така різниця між дисперсіями є наслідком нерівноважного стану **Resistor A** та **Resistor B**. За результатами вимірювань визначено енергетичні спектри флуктуацій (ЕСФ) опору **Resistor A** та **Resistor B** (рис. 6). Оскільки результати вимірювань визначались через $\delta t = 25$ секунд, то частота дискретизації f_D ($f_D = f_B$) дорівнює 40 мілігерц. На рис. 6 наведено односторонній графік ЕСФ у межах частот від нуля до $f_D/2$ (рис. 6). Із рис. 6 видно, що ЕСФ **Resistor A** та **Resistor B** зростає зі зменшенням частоти f і подібне до ЕСФ флікер-шуму, в якого ЕСФ $S_{\phi III} \sim \frac{1}{f}$.

За визначеними ЕСФ (рис. 6) вибрано значення нижньої частоти f'_H ($f'_H < f_H = \frac{1}{n \cdot \delta t}$) діапазону

частот від f'_H до f_B , у якому **Resistor A** та **Resistor B** у квазірівноважному стані – значення ЕСФ змінюється менше ніж на 25 % від значення ЕСФ рівноважного стану (S_0 рис. 4) : $f'_H = 10 \cdot 10^{-3}$ Гц до $f'_B = \frac{1}{\delta t} = 40 \cdot 10^{-3}$ Гц.

Відтак, за $f'_H = 10 \cdot 10^{-3}$ Гц і заданого значення часового проміжку між відліками $\delta t = 25$ с визначено кількість результатів n' , для яких вимірювання здійснюються у квазірівноважному стані досліджуваного об'єкта, і, відповідно, різниця між дисперсіями буде мінімальною – виконуватиметься умова рівноточності вимірювань:

$n' = 1/f'_H \cdot \delta t = 4$. Для перевірки такого висновку визначено стандартні відхилення (дисперсії) для будь-яких $n' = 4$ послідовних вимірювань значень опору

Resistor A та **Resistor B**, взяті через $\delta t = 25$ с: середнє значення стандартних відхилень опору **Resistor A** $\bar{\sigma}_A = 1,0210 \cdot 10^{-4}$ Ом, а для **Resistor B** $\bar{\sigma}_B = 1,0087 \cdot 10^{-4}$ Ом

($\left| \frac{\bar{\sigma}_A}{\bar{\sigma}_B} \cdot 100\% - 100\% \right| \approx 1\%$). Для порівняння

визначено різницю між стандартними відхиленнями опору котушок **Resistor A** та **Resistor B** для більшої кількості вимірів ($n'' = 25$), взятих через $\delta t = 25$

секунд: $\left| \frac{\bar{\sigma}_A}{\bar{\sigma}_B} \cdot 100\% - 100\% \right| \approx 8\%$. Тобто для

більшої кількості вимірювань за того самого часового проміжку $\delta t = 25$ с різниця між стандартними відхиленнями (дисперсіями) зростає, оскільки вимірювання здійснюється для нерівноважного стану: $f''_H = 1/n'' \cdot \delta t = 1.6 \cdot 10^{-3}$ Гц (див. рис. 6).

Отже, за рівноточних вимірювань параметрів однотипних систем у квазірівноважному стані різниця між дисперсіями мінімальна, а для систем, що є у нерівноважному стані, різниця між дисперсіями максимальна.

Результати вимірювань електричного опору Resistor A та Resistor B

Results of measurements of electrical resistor A and Resistor B

Resistor	\bar{R} , Ом	σ , Ом	$\bar{R} \pm 3\sigma$, Ом	k
Resistor A	0,9967	$1,8524 \cdot 10^{-4}$	$0,9967 \pm 5,5572 \cdot 10^{-4}$	0,2271
Resistor B	0,9969	$1,2978 \cdot 10^{-4}$	$0,9969 \pm 3,8934 \cdot 10^{-4}$	

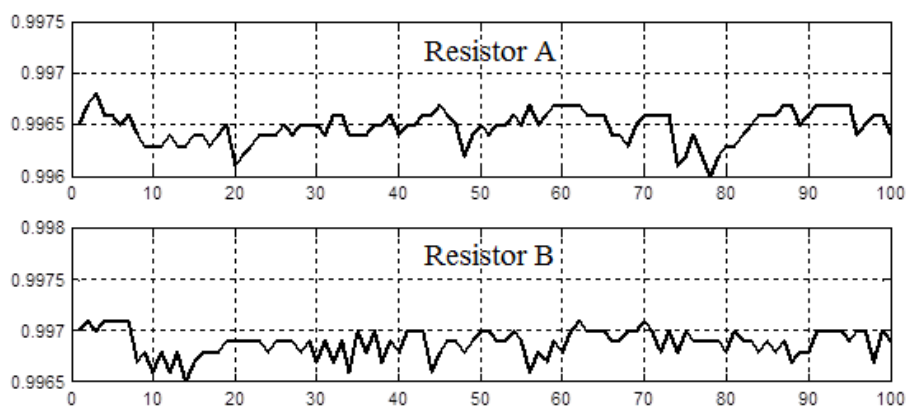


Рис. 5. Вимірювання електричного опору *Resistor A* та *Resistor B*

Fig. 5. Measurement of electric resistance *Resistor A* and *Resistor B*

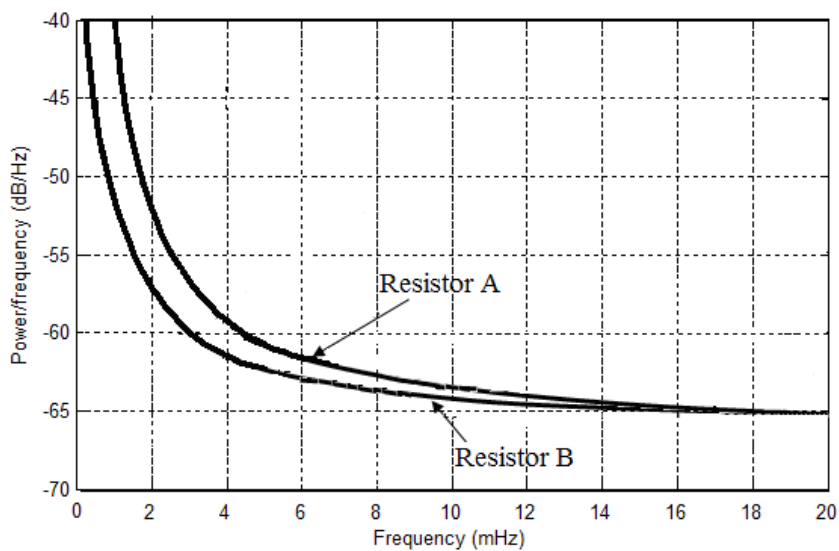


Рис. 6. Енергетичні спектри флуктуації опору *Resistor A* та *Resistor B*

Fig. 6. Energy spectra of fluctuations of resistor *Resistor A* and *Resistor B*

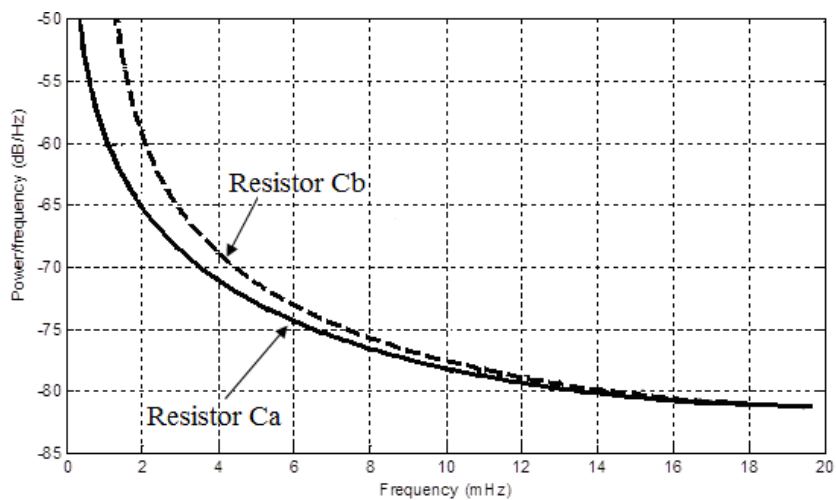


Рис. 7. Енергетичні спектри флуктуації опору *Resistor Ca* та *Resistor Cb*

Fig. 7. Energy spectra of fluctuations of resistor *Resistor Ca* and *Resistor Cb*

Для перевірки впливу внутрішньої структури досліджуваних систем на їхній енергетичний спектр, і, відповідно, на нерівноважний чи квазірівноважний стан, визначено ЕСФ опору металоплівкового резистора (**Resistor Ca**) та ЕСФ опору цього ж резистора з пошкодженою структурою (**Resistor Cb**) (рис. 7).

Пошкодження структури здійснювалось механічним спилуванням верхнього провідного шару резистора. Середнє значення опору резистора **Resistor Ca** $\bar{R}_{Ca} = 1,7545$ Ом, середнє значення опору **Resistor Cb**

$$\bar{R}_{Cb} = 1,8605 \text{ Ом} \left(\left| \frac{\bar{R}_{Ca}}{\bar{R}_{Cb}} \cdot 100\% - 100\% \right| \approx 6\% \right),$$

стандартні відхилення відповідно становлять $\sigma_{Ca} = 3,8895 \cdot 10^{-5}$ Ом і $\sigma_{Cb} = 5,0574 \cdot 10^{-5}$ Ом

$$\left(\left| \frac{\sigma_{Ca}}{\sigma_{Cb}} \cdot 100\% - 100\% \right| \approx 30\% \right). \text{ Наведені на рис. 8}$$

ЕСФ опорів **Resistor Ca** та **Resistor Cb** підтверджують вплив дефектності внутрішньої структури металоплівкового резистора на його енергетичний спектр. Оскільки, як з'ясовано вище, умови проведення вимірювань – кількість вимірювань n і часовий проміжок між вимірюваннями δt визначають діапазон частот f_H і f_B , в межах яких ЕСФ, залежно від значення τ (від стану внутрішньої структури), змінюється як на рис. 4, то залежно від вибраних n і δt вимірювання будуть проводитись або для рівноважного, або для нерівноважного стану. Тому істотна відмінність між дисперсіями результатів за однакових умов вимірювання (однакової кількості вимірювань n і за однакового часового проміжку між вимірюваннями δt) може бути наслідком різних ступів нерівноважності досліджуваних систем (різних значень τ : див. рис. 4). Загалом, однією із причин відмінностей між дисперсіями результатів рівноточних вимірювань параметрів однотипних систем може бути неідентичність їх внутрішньої структури, яка безпосередньо впливає на вигляд енергетичного спектра.

Висновки. 1. Під час рівноточних вимірювань параметрів однотипних систем дисперсія результатів вимірювань (за однакової їх кількості) може бути

різною; статистичні критерії перевірки нульової гіпотези не дають відповіді на питання про причину нерівноточності вимірювань. За енергетичним спектром флуктуацій параметрів досліджуваних систем можна визначити діапазон частот $\Delta f = f_E - f_H$, у якому вони у квазірівноважному стані. За відомими f_B і f_H можна визначити умови вимірювань – проміжок часу між відліками результатів вимірювань δt і кількість результатів n , для яких різниця між дисперсіями результатів рівноточних вимірювань стає мінімальною.

2. Результати цієї роботи можна використати для опрацювання статистичних рівноточних вимірювань, а також виявлення впливу сторонніх факторів. Якщо умови проведення вимірювань – кількість вимірювань n і часовий проміжок між вимірюваннями δt – є такими, що задовольняють умову квазірівноважного стану досліджуваної системи, то причиною різниці дисперсій є вплив зовнішніх чинників.

1. Лемешко Б. Ю., Лемешко С. Б., Горбунова А. А. *О применении и мощности критериев проверки однородности дисперсий. Ч. I // Измерительная техника.* – 2010. – № 3. – С. 10–16.
2. Кобзарь А. И. *Прикладная математическая статистика: для инженеров и научных работников.* – М.: Физматлит, 2006. – 816 с.
3. Лемешко Б. Ю., Постовалов С. Н. *Компьютерные технологии анализа данных и исследования статистических закономерностей: учеб. пособ.* – Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2004. – 120 с.
4. Микитин І. П. *Методичні похибки шумових термометрів з різними структурами вхідного кола // Вісник Національного університету "Львівська політехніка" Автоматика, вимірювання та керування.* – 2009. – № 639. – С. 179–184.
5. Nyquist H. *Thermal agitation of electric charge in conductors // Phys. Rev.* – 1928. – V. 32, July. – No. 1. – P. 110–113.
6. Баскаков С. И. *Радиотехнические цепи и сигналы: учебник.* – 3-изд. перераб. дополн. – М: Высшая школа, 2000. – 462 с.
7. Kolodiy Z. A. *Flicker-noise of electronic equipment: Sources, ways of reduction and application // Radioelectronics and Communications Systems.* – 2010. – Vol. 53. – No. 8. – P. 412–417.