УДК 004.852; 004.94

П. О. Кравець
Національний університет "Львівська політехніка",
кафедра інформаційних систем та мереж

ІГРОВА МОДЕЛЬ ПРИЙНЯТТЯ РІШЕНЬ В ІЄРАРХІЧНИХ СИСТЕМАХ

Побудовано ігрову модель прийняття рішень в ієрархічних системах, які функціонують в умовах апріорної невизначеності. Розроблено адаптивний рекурентний метод та алгоритм розв'язування стохастичної гри. Виконано комп'ютерне моделювання стохастичної гри прийняття рішень в ієрархічній системі зі структурою бінарного дерева. Досліджено вплив параметрів на збіжність ігрового методу.

Ключові слова: ієрархічна система, прийняття рішень, стохастична гра, умова невизначеності.

Game model of decision-making in hierarchical systems functioning in the conditions of aprioristic uncertainty it is constructed. The adaptive recurrent method and algorithm of stochastic game solving are developed. Computer modelling of stochastic game of decision-making in hierarchical system with structure of a binary tree is executed. Influence of parameters on convergence of a game method is investigated.

Key words: hierarchical system, decision-making, stochastic game, uncertainty condition.

Вступ

Більшість із сучасних організаційних систем побудовані за ієрархічним принципом [1–3]. Вони складаються з активних елементів (органів керування, підрозділів, підсистем), функціонально пов'язаних між собою за схемою "керівник–виконавець". Природно, що у таких системах виникає необхідність у прийнятті та виконанні керівних рішень [4–10].

Структуру ієрархічної системи можна зобразити у вигляді дерева, вузли якого позначають суб'єкти прийняття рішень, а зв'язки між ними – їх рангову підпорядкованість. Суб'єкт з найвищим рангом (корінь дерева) виробляє рішення та доводить їх до відома суб'єктам середнього рівня, які виробляють рішення для суб'єктів нижчого рівня. Суб'єкти низового рівня (відповідають листкам дерева) не мають підлеглих і виконують рішення безпосереднього вищого рівня.

На процес вироблення рішень суб'єктами системи впливають неконтрольовані фактори, тобто рішення приймаються в умовах невизначеності [7].

Вважатимемо, що усі рішення вищого рівня є рекомендаційними і не обмежують свободу вибору суб'єктів нижчого рівня. За відхилення власного рішення суб'єкта від рекомендаційного накладається штраф. Метою ієрархічної системи є вироблення узгодженого колективного рішення, яке мінімізує сумарні витрати системи.

Процес колективного прийняття рішення в ієрархічній системі призводить до виникнення конкурентних станів, які вивчає теорія ігор [11–19], а в умовах невизначеності – теорія стохастичних ігор [20–22].

Об'єктом цього дослідження є процеси ігрового прийняття рішень в умовах невизначеності.

Предметом дослідження є ігрова модель прийняття рішення в ієрархічно організованих системах.

Метою роботи є розв'язування стохастичної гри для прийняття рішення в ієрархічній системі та визначення факторів, які впливають на збіжність ігрового методу в умовах невизначеності.

Практична цінність роботи полягає у можливості застосування отриманих результатів для побудови ефективних організаційних та кібернетичних систем з ієрархічною структурою.

Проблема прийняття рішень в ієрархічних системах

Ієрархічна структура прийняття рішень використовується у багатьох розподілених системах, наприклад, організаційних, економічних, екологічних, соціальних, у військовому та державному управлінні.

Ієрархія – це розміщення елементів системи у послідовності від вищого до нижчого рівня або рангу. В ієрархічних системах функції прийняття рішень розподілені між елементами різного рівня. Елемент середнього рівня ієрархії керує елементами нижчого рівня, які перебувають у його прямому підпорядкуванні, і сам керується елементом вищого рівня.

Згідно з [3], до найважливіших властивостей ієрархічних структур належать:

- наявність вертикальних (між різними рівнями підпорядкування) та горизонтальних (на одному рівні ієрархії) зв'язків між підсистемами;
- пріоритет дій підсистем вищого рівня щодо функціонування підсистем нижчого рівня;
- взаємозалежність дій вищих та нижчих рівнів структури;
- автономність (у межах наданих повноважень) окремих елементів середніх рівнів ієрархічної системи в управлінні підлеглими елементами;
- наявність спільної мети для всієї системи і окремих, можливо конкурентних, цілей для її підсистем;
- елементи верхнього рівня ієрархії мають мають у підпорядкуванні більші підсистеми з великою кількістю станів функціонування;
- періоди прийняття рішень для елементів верхнього рівня більші, ніж для елементів нижчих рівнів;
- керовані підсистеми є інерційнішими щодо реалізації рішень порівняно з підсистемами верхніх рівнів;
- наявність загальних (наприклад, ресурсних) обмежень на процеси функціонування підсистем;
- функціонування підсистем здійснюється в умовах неповної інформації, коли підсистемі вищого рівня можуть бути не повністю відомі цілі та обмеження підсистем нижчих рівнів;
- проблема прийняття рішень на верхньому рівні менш структурована та формалізована, містить багато невизначеностей;
- як правило, елементи вищого рівня вирішують стратегічні, а підпорядковані їм елементи – тактичні завдання, що приводить до підвищення точності та оперативності прийняття рішень.

Математичні основи прийняття рішень в ієрархічних системах закладено в інформаційній теорії ієрархічних систем [1, 2, 7, 13], теорії активних систем [8, 17], теорії вибору варіантів рішень [9, 10, 22], теорії ігор [11–22] та теорії мультиагентних систем [23, 24].

Основним методом досліджень ієрархічних систем є теоретико-ігрове моделювання [5], яке дає змогу передбачити поведінку елементів системи та вибрати способи управління, які переводять систему в оптимальні стани згідно з вибраними критеріями функціонування.

Ієрархічні ігри є підкласом ігор на мережах, серед яких можна виділити такі [18]:

- з постійною або змінною структурою;
- з інформованістю гравців про вибрані стратегії та результати ходів гри або без інформованості;
- детерміновані або в умовах невизначеності;
- з неперервним або дискретним часом;
- з кінцевим або безмежним часом;
- з локальною або повною залежністю платіжних функцій від стратегій гравців;
- з інтегральною у часі або миттєвою залежністю функцій виграшів від стратегій гравців;
- з наявністю або відсутністю обмежень на дії окремих гравців чи підмножин гравців;
- з фіксованими (програмними) або динамічними стратегіями поведінки гравців;
- із синхронним (одночасним) або асинхронним вибором стратегій;
- безкоаліаційні або коаліційні ігри.

Вивчення ієрархічних ігор започатковано у працях Ю. Б. Гермейєра [12] і розвинено у роботах [13, 14] та інших.

В ієрархічних іграх учасники розділені на рівні ієрархії [19]. Стратегії гравців (або агентів) вищого рівня ієрархії полягають у зміні платіжних функцій і припустимих стратегій гравців безпосереднього нижчого рівня. Гравцям відомі платіжні функції та стратегії гравців безпосереднього нижчого рівня. Гравці низького рівня не мають інформації про платіжні функції та стратегій інших гравців свого або вищих рівнів ієрархії. Всі гравці прагнуть максимізувати свої платіжні функції. Гравці нижчого рівня вибирають свої стратегії, знаючи стратегію, яку вибрав гравець (або гравці) безпосереднього вищого рівня.

На відміну від гри у нормальній формі, яка характеризується одночасністю вибору дій всіма гравцями та незалежністю вибору дії одного гравця від вибору інших, в ієрархічних іграх виділяють центрального гравця, який робить перший хід, та гравців, які вибирають свої дії на основі відомої їм дії центру.

Найпоширенішою є дворівнева схема з одним гравцем на верхньому рівні та декількома гравцями на нижньому рівні. Гравця верхнього рівня часто називають центром. Центр може призначати ціни, ставки відрахувань, розподіляти ресурси й розміщати замовлення серед підлеглих агентів, домагаючись максимуму своєї платіжної функції. Підлеглі агенти максимізують свої платіжні функції з урахуванням прийнятих центром рішень. Рішенням гри є ситуація рівноваги, від якої невигідно відмовлятися ні центру, ні гравцям нижчого рівня [17].

Відомий масив літературних джерел з цієї проблеми здебільшого стосується дослідження детермінованих ієрархічних ігор в умовах повної інформації [11–19]. Для таких ігор характерне використання максимального гарантованого результату як базової концепції розв’язування гри. Колективний розв’язок ієрархічної гри з правом першого ходу для центру описується рівновагою за Штакельбергом [17], яка реалізується, якщо агент (гравець) вибирає дію, максимізуючи свій виграш за відомої йому на момент прийняття рішення дії центру, а центр, знаючи про таку поведінку агента, вибором власної дії максимізує свій виграш, вважаючи заданою реакцію агента на свої дії. Максимізуючи свій виграш, центр сподівається на доброзичливість агента, тобто на те, що агент з множини рівнозначних для нього дій вибере сприятливу для центра дію.

Для розв’язування задачі прийняття рішень в умовах невизначеності необхідно використати адаптивні ігрові алгоритми, у яких невизначеність параметрів компенсується їх стохастичною ідентифікацією, досягнутою за рахунок самонавчання. У літературних джерелах з цієї проблеми переважно досліджуються повнозв’язні стохастичні ігри [20–22]. Ігри з локальними зв’язками між гравцями (ігри на неповнозв’язних графах, деревах), актуальні для моделювання процесів прийняття рішень в організаційних та ергатичних [3] системах, потребують різнобічного та поглибленого вивчення.

Модель стохастичної гри

Розв’язування задачі прийняття рішень у деревоподібній ієрархічній системі виконаємо на основі моделі стохастичної гри. Нехай D – дерево гравців ($|D| \geq 2$), які вибирають варіанти рішень з множини $U^i = \{u^i(1), u^i(2), ..., u^i(N_i)\}$ чистих стратегій $\forall i \in D$ у дискретні моменти часу $n = 1, 2, ...$. На вхід кожного гравця (крім кореневого) від керівника вищого рівня надходить вказівне рішення, на основі якого виробляється власне рішення, яке транслюється на нижчий рівень для виконання (крім найнижчого рівня).

Коли усі гравці завершують вибір варіантів рішень $u_n^i = u^i \in U^i$, кожен з них отримує комплексний штраф за недотримання керівних рішень. Штраф гравця середнього рівня визначається недотриманням керівного рішення свого безпосереднього начальника та невиконанням його власного рішення підлеглими гравцями:

$$x_n^i(u_n^{D_i}) = |D_i|^{-1} \left(l\,|u_n^i - u_n^k| + (1-l) \sum_{j \in D_i \setminus \{k\}} |u_n^i - u_n^j| \right) \; \forall i \in D, \qquad (1)$$

де D_i – множина сусідніх гравців i-го гравця; $u_n^{D_i} \in U^{D_i} = \underset{j \in D_i}{\times} U^j$ – колективна стратегія множини гравців D_i; $u_n^i \in R^1$ – числовий еквівалент варіанта рішення; k – гравець вищого рівня (керівник); i – гравець середнього рівня; j – гравець нижчого рівня; $l \in [0,1]$ – ваговий коефіцієнт. Для кореневого гравця $l = 0$, а для гравців найнижчого рівня $l = 1$.

Випадкові програші $\{x_n^i\}$ незалежні $\forall u_n \in U$, $\forall i \in D$, $n = 1, 2, \ldots$, мають постійне математичне сподівання $M\{x_n^i(u^{D_i})\} = v(u^{D_i}) = const$ та обмежений другий момент $\sup_n M\{[x_n^i(u^{D_i})]^2\} = s^2(u^{D_i}) < \infty$. Стохастичні характеристики випадкових програшів апріорі не відомі гравцям.

Після n кроків гри середні програші гравців набувають значення:

$$\Xi_n^i(\{u_n^{D_i}\}) = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^{n} x_t^i \quad \forall i \in D. \tag{2}$$

Кожен гравець прагне приймати такі рішення, щоб мінімізувати власну функцію середніх програшів:

$$\overline{\lim_{n \to \infty}} \Xi_n^i \to \min_{\{u_n^i\}} \quad \forall i \in D. \tag{3}$$

Отже, гравці повинні навчитися вибирати чисті стратегії $\{u_n^i\}$ на основі спостереження поточних програшів $\{x_n^i\}$ так, щоб забезпечити виконання системи критеріїв (3) у часі $n = 1, 2, \ldots$.

Розв'язки ігрової задачі задовольнятимуть одну з умов колективної оптимальності, наприклад, Неша, Парето або іншу, залежно від методу формування послідовностей стратегій $\{u_n^i\} \forall i \in D$.

Метод розв'язування стохастичної гри

Формування послідовності варіантів рішень $\{u_n^i\}$ виконаємо на основі динамічних векторів змішаних стратегій p_n^i $\forall i \in D$, елементи $p_n^i(j)$, $j = 1..N_i$ яких є умовними імовірностями вибору чистих стратегій у разі реалізації передісторії вибору стратегій $\{u_t^i | t = 1, 2, ..., n-1\}$ та програшів унаслідок цього $\{x_t^i | t = 1, 2, ..., n-1\}$. Змішані стратегії набувають значення на одиничних N_i-вимірних симплексах S^{N_i}.

Гра розпочинається з ненавчених векторів змішаних стратегій зі значеннями елементів $p_0^i(j) = 1/N_i$, де $j = 1..N_i$. У наступні моменти часу вектори змішаних стратегій змінюються так, щоб зростали імовірності вибору тих варіантів рішень, які забезпечують найменші середні програші.

Синтез методу розв'язування стохастичної гри виконаємо на основі детермінованої матричної гри з матрицями програшів $\left[v(u^{D_i})\right]$. Платіжна функція детермінованої матричної гри є полілінійною функцією середніх програшів:

$$V^i(p^{D_i}) = \sum_{u^{D_i} \in U^{D_i}} v^i(u^{D_i}) \prod_{j \in D_i; u^j \in u^{D_i}} p^j(u^j).$$

Розв'язки гри за Нешем у змішаних стратегіях можна отримати з векторної умови доповняльної нежорсткості [16]:

$$\nabla_{p^i} V^i(p^{D_i}) - e^{N_i} V^i(p^{D_i}) = 0 \quad \forall i \in D,$$

де $p^{D_i} \in S_{e_n}^{D_i} = \prod_{j \in D_i} S_{e_n}^{N_j}$ – комбіновані змішані стратегії гравців з локальних множин D_i, задані на опуклих e-симплексах $S_{e_n}^{D_i}$; $\nabla_{p^i} V^i(p^{D_i})$ – градієнт полілінійної функції середніх програшів.

Можливі розв'язки на межі одиничного симплексу враховуються умовою доповняльної нежорсткості, зваженою елементами векторів змішаних стратегій:

$$diag(p^i)(\nabla_{p^i} V^i(p^{D_i}) - e^{N_i} V^i(p^{D_i})) = 0 \quad \forall i \in D, \tag{4}$$

де $diag(p^i)$ – квадратна діагональна матриця порядку N_i, побудована з елементів вектора p^i.

Враховуючи, що $diag(p^i)[\nabla_{p^i} V^i - e^{N_i} V^i] = M\{x_n^i[e(u_n^i) - p_n^i] \mid p_n^i = p^i\}$, де $M\{\}$ – функція математичного сподівання, $e^{N_i} = (1_j \mid j = 1..N_i)$ – вектор, всі компоненти якого дорівнюють 1, з (4) на основі методу стохастичної апроксимації [25] отримаємо рекурентну залежність:

$$p_{n+1}^i = p_{e_{n+1}}^{N_i}\left\{p_n^i - g_n x_n^i\left[e(u_n^i) - p_n^i\right]\right\}, \tag{5}$$

де $p_{e_{n+1}}^{N_i}$ – проектор на одиничний e-симплекс $S_{e_{n+1}}^{N_i} \subseteq S^{N_i}$ [22]; $p_n^i \in S_{e_n}^{N_i}$ – змішані стратегії i-го гравця; $g_n > 0$ – монотонно спадна послідовність додатних величин, яка регулює величину кроку методу; $e_n > 0$ – монотонно спадна послідовність додатних величин, яка регулює швидкість розширення e-симплексу; $x_n^i \in R^1$ – поточний програш гравця; $e(u_n^i)$ – одиничний вектор-індикатор вибору варіанта $u_n^i \in U^i$.

Проектування на розширюваний e_n-симплекс використовується для покращення статистичних характеристик зібраних даних про середовище прийняття рішень, а параметр e_n – як додатковий елемент керування збіжністю рекурентного методу.

Параметри g_n та e_n визначають умови збіжності стохастичної гри і можуть бути задані так:

$$g_n = g n^{-a}, \quad e_n = e n^{-b}, \tag{6}$$

де $g > 0$; $a > 0$, $e > 0$; $b > 0$.

Збіжність змішаних стратегій (5) до оптимальних значень з імовірністю 1 та середньоквадратично визначається співвідношеннями параметрів g_n та e_n, які повинні задовольняти фундаментальні умови стохастичної апроксимації [22, 25].

Значення чистої стратегії u_n^i визначається випадково на основі поточного розподілу імовірностей $p_n^i(u_n^i)$:

$$u_n^i = \left\{ u^i(j) \mid j = \arg\min_j \sum_{k=1}^{j} p_n^i(k) > w \;\; (j = 1..N_i) \right\}, \tag{7}$$

де $w \in [0,1]$ – випадкова величина з рівномірним розподілом.

Отже, у момент часу n гравець $i \in D$ на основі змішаної стратегії p_n^i вибирає чисту стратегію u_n^i (7), за що до моменту часу $n+1$ отримує поточний програш x_n^i (1), після чого обчислює змішану стратегію p_{n+1}^i згідно з (5). Завдяки динамічній перебудові змішаних стратегій на основі опрацювання поточних програшів метод (5)–(7) забезпечує адаптивний вибір чистих стратегій у часі.

Ефективність прийнятих рішень визначимо за такими показниками:

1) функції Ξ_n усереднених у часі втрат системи:

$$\Xi_n = (n|D|)^{-1} \sum_{t=1}^{n} \sum_{i \in D} x_t^i. \tag{8}$$

2) коефіцієнт узгоджених рішень гравців:

$$\mathrm{K}_n = (n|D|)^{-1} \sum_{t=1}^{n} \sum_{i \in D} c\left(\sum_{s \in D_i} |u_t^i - u_t^s| = 0 \right), \tag{9}$$

де $c() \in \{0,1\}$ – індикаторна функція події;

3) середня похибка відхилення змішаних стратегій гравців від змішаної стратегії гравця-керівника найвищого рівня:

$$\Delta_n = (n\,|\,D\,|)^{-1} \sum_{t=1}^{n} \sum_{i \in D} \left\| p_{i,t} - p_{k,t} \right\|, \qquad (10)$$

де $\|\cdot\|$ – евклідова норма вектора.

Алгоритм розв'язування стохастичної гри

1. Задати початкові значення параметрів:

$n=0$ – початковий момент часу;

D – множина гравців;

N_i – кількості чистих стратегій гравців $\forall i \in D$;

$U^i = \{u^i(1), u^i(2), ..., u^i(N_i)\} \quad \forall i \in D$ – вектори чистих стратегій гравців;

$p_0^i = (1/N_i, ..., 1/N_i)$, $\forall i \in D$ – змішані стратегії гравців;

$g > 0$ – параметр кроку навчання;

$a \in (0,1]$ – порядок кроку навчання;

e – параметр e -симплексу;

$b > 0$ – порядок швидкості розширення e -симплексу;

$l \in [0,1]$ – ваговий коефіцієнт поточних програшів;

$n_{\max}$ – максимальна кількість кроків методу.

2. Вибрати варіанти дій $u_n^i \in U^i \quad \forall i \in D$ згідно з (7).

3. Отримати значення поточних програшів $x_n^i \ \forall i \in D$ згідно з (1).

4. Обчислити значення параметрів g_n, e_n згідно з (6).

5. Обчислити елементи векторів змішаних стратегій $p_n^i \ \forall i \in D$ згідно з (5).

6. Обчислити характеристики якості прийняття рішень Ξ_n (8), K_n (9), Δ_n (10).

7. Задати наступний момент часу $n := n+1$.

8. Якщо $n < n_{\max}$, то перейти на крок 2, інакше – кінець.

Результати комп'ютерного моделювання

Дослідження ігрового методу прийняття рішень виконаємо для стохастичної гри зі структурою бінарного дерева. Поточні програші гравців визначаються власними стратегіями та стратегіями сусідніх гравців так, як це показано на рис. 1. Структура дерева відповідає грі $L = \sum_{r=0}^{m} 2^r$ гравців, де m – кількість рівнів ієрархічної системи прийняття рішень ($m = 0, 1, 2, ...$).

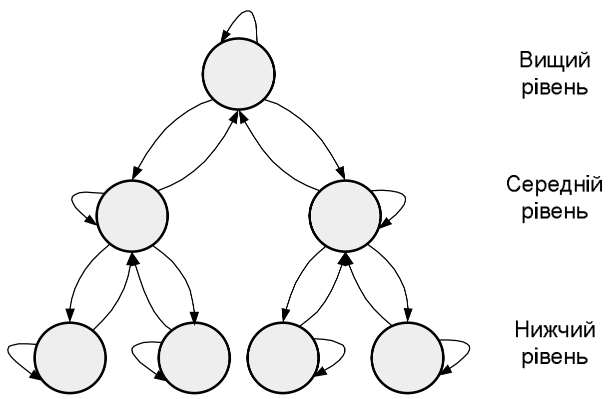

Рис. 1. Структура ієрархічної системи прийняття рішень

Результати комп'ютерного моделювання процесу ігрового прийняття рішень подано на рис. 2–8.

На рис. 2 у логарифмічному масштабі зображено графіки функцій коефіцієнта скоординованих стратегій K_n, середніх програшів гравців Ξ_n та похибки змішаних стратегій Δ_n, які характеризують ефективність ієрархічної стохастичної гри прийняття рішень. Результати отримано для значень параметрів: $L=7$ (для $m=2$ рівнів прийняття рішень), $N_i = N \in \{4,8\}$, $g=1$, $e=0.999/N$, $a=0.01$, $b=2$, $l=0.5$.

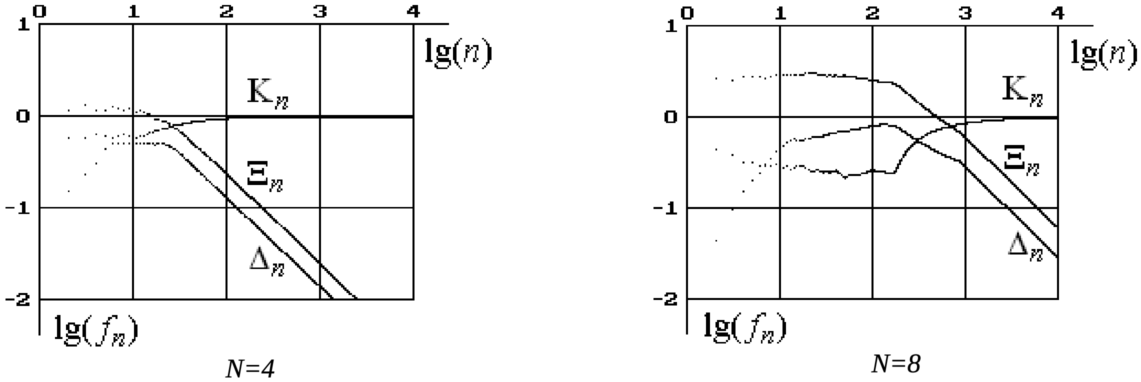

Рис. 2. Характеристики ієрархічної гри прийняття рішень

Зменшення функцій Ξ_n, Δ_n та зростання функції K_n у часі свідчать про збіжність ігрового методу. Зі зростанням кількості варіантів рішень N збільшується кількість кроків, необхідних для координації стратегій гравців. Порядок швидкості збіжності можна оцінити за тангенсом кута графіка лінійної апроксимації норми Δ_n відхилення змішаних стратегій гравців від оптимальних значень та віссю часу. Як видно на рис. 2, за відповідного підбору параметрів досягається близький до 1 порядок степеневої швидкості збіжності розглянутої стохастичної гри.

Запропонований метод (5) розв'язування ієрархічної стохастичної гри прийняття рішень належить до класу реактивних методів, у нього порівняно невелика, степенева швидкість збіжності. Це пов'язано з тим, що на початок гри немає ніякої інформації про середовище, з яким взаємодіють гравці. Збирають інформацію під час навчання, адаптивно перебудовуючи вектори змішаних стратегій пропорційно до значень поточних програшів.

На координацію рішень гравців істотно впливає розмірність стохастичної гри, яка визначається кількістю гравців та кількістю стратегій.

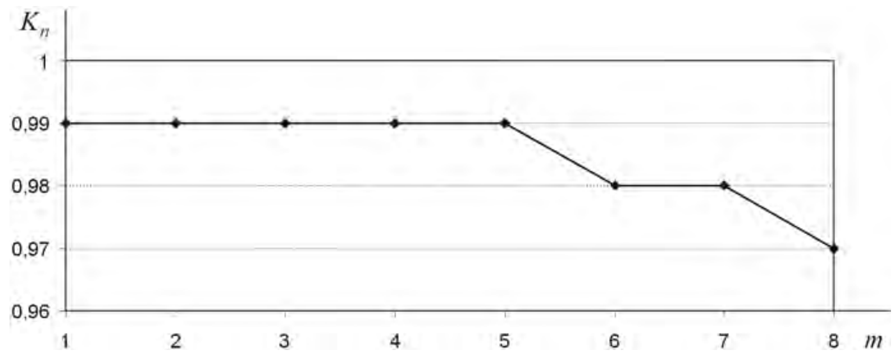

Рис. 3. Вплив кількості гравців на координацію гри

Залежність коефіцієнта узгоджених рішень від кількості рівнів m симетричного бінарного дерева прийняття рішень гравців зображено на рис. 3. Структура дерева відповідає грі $L=\sum_{r=0}^{m} 2^r$ гравців. Кожен з учасників прийняття рішень має по $N=4$ чистих стратегії. Результати моделювання отримано усередненням по 100 реалізаціях стохастичної гри на момент часу $n_{\max} = 10^4$. З отриманих результатів випливає, що прийнятна (понад 90 %) координація стратегій характерна для гри з кількістю рівнів бінарного дерева m від 1 до 8.

Вплив кількості стратегій N на координацію гри зображеного на рис. 1 бінарного дерева прийняття рішень подано на рис. 4. Для кількості стратегій $N = 2..10$ координація стохастичної гри перевищує рівень 90 %.

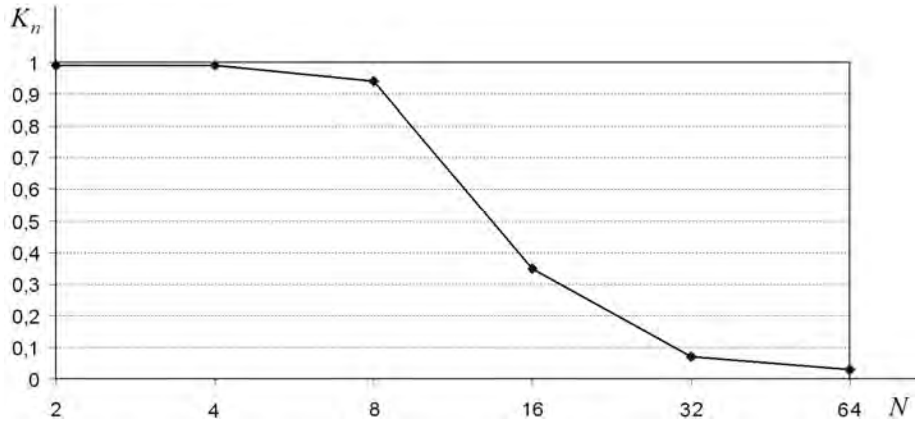

Рис. 4. Вплив кількості стратегій на координацію гри

У разі зростання розмірності стохастичної гри збільшується середня кількість кроків, необхідних для досягнення належного рівня координації стратегій гравців. На рис. 5 зображено залежність середньої кількості кроків гри $\overline{n}$, необхідних для досягнення коефіцієнта узгоджених рішень $K_n = 90\,\%$, від кількості рівнів бінарного дерева прийняття рішень m. Кожен гравець має по $N = 4$ чисті стратегії.

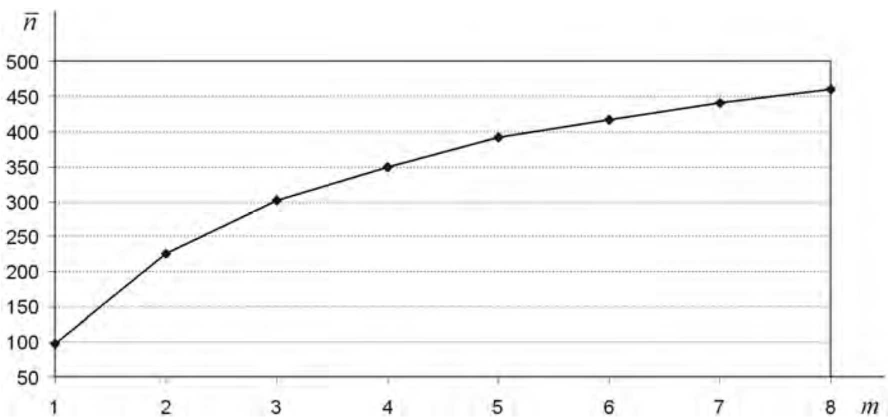

Рис. 5. Залежність часу навчання від кількості гравців

Залежність середньої кількості кроків навчання, необхідних для досягнення коефіцієнта узгоджених рішень $K_n = 90\,\%$ від кількості чистих стратегій для симетричної ієрархічної гри з $m = 2$ рівнями, зображено на рис. 6.

Аналіз графіків, зображених на рис. 5 та рис. 6, показує, що на час навчання ієрархічної стохастичної гри більший вплив справляє кількість чистих стратегій, ніж кількість гравців.

Крім розмірності гри, швидкість збіжності ігрового методу визначається співвідношенням параметрів a та b. Значення цих параметрів повинні задовольняти основні умови стохастичної апроксимації [5]. Залежність параметрів ефективності стохастичної гри від a наведено на рис. 7 та рис. 8.

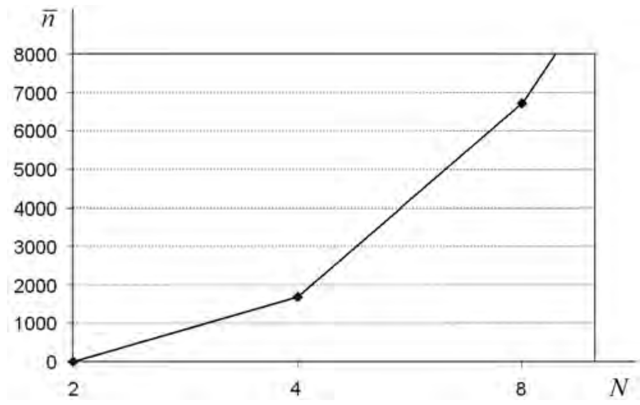

Рис. 6. Залежність часу навчання від кількості стратегій

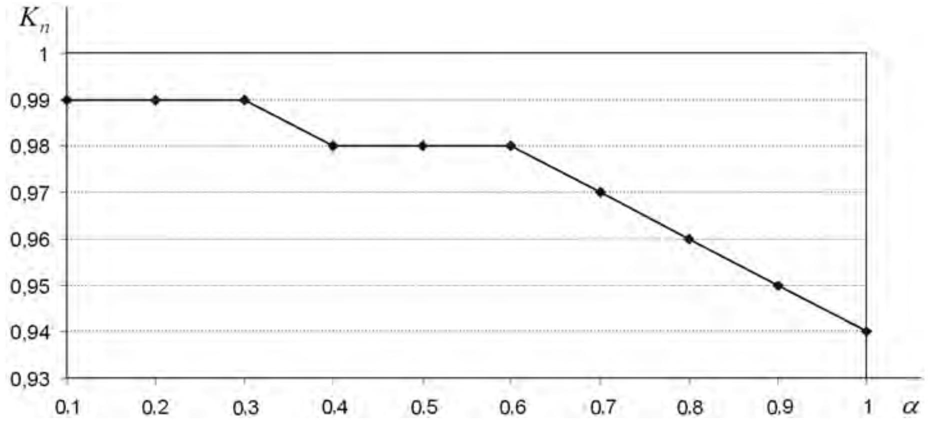

Рис.7. Залежність коефіцієнта узгоджених рішень від параметра a

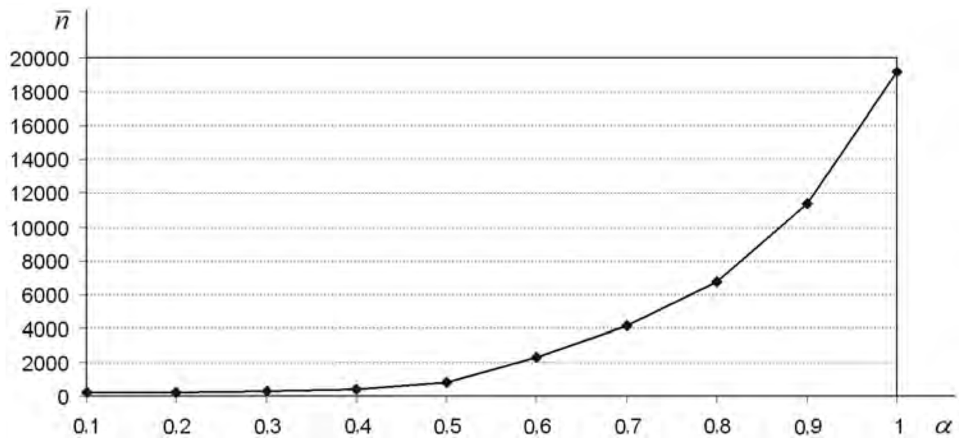

Рис. 8. Залежність часу навчання гри від параметра a

Для розв'язуваної задачі зростання значення a від 0 до 1 не призводить до значного зменшення коефіцієнта узгоджених рішень гравців. Мінімальна кількість кроків навчання ієрархічної гри та максимальне значення коефіцієнта узгоджених рішень досягається для $a = 0.1$.

Висновки

Розроблені модель, метод та алгоритм розв'язування стохастичної гри забезпечують узгоджене прийняття рішень в ієрархічних системах. Вирівнювання стратегій гравців досягається у ході розв'язування стохастичної гри на основі збирання поточної інформації та її адаптивного опрацювання.

Ефективність прийняття рішень в ієрархічній системі контролюється за допомогою характеристичних функцій середніх програшів, коефіцієнта узгоджених рішень та евклідової норми відхилення динамічних змішаних стратегій від оптимальних значень. Зменшення функції середніх програшів, зростання коефіцієнта узгоджених рішень та зменшення норми відхилення змішаних стратегій свідчить про збіжність ігрового методу згідно зі сформульованою метою.

Розмірність задачі та параметри методу її розв'язування визначають швидкість збіжності стохастичної гри. Оптимізація параметрів ігрового методу за обмежувальної дії умов стохастичної апроксимації забезпечує близький до 1 степеневий порядок швидкості збіжності.

Достовірність експериментальних результатів підтверджується повторюваністю значень розрахованих характеристик стохастичної гри для різних послідовностей випадкових величин.

Отримані результати можна використати для підтримки прийняття скоординованих колективних рішень у системах з ієрархічною організацією.

1. Месарович М. Теория иерархических многоуровневых систем / М. Месарович, Д. Моко, Я. Такахара. – М.: Мир, 1973. – 334 с. 2. Воронин А. А. Оптимальные иерархические структуры / А. А. Воронин, С. П. Мишин. – М.: ИПУ РАН, 2003. – 210 с. 3. Шарапов О. Д. Економічна кібернетика: навч. посіб. / О. Д. Шарапов, В. Д. Дербенцев, Д. Є. Семьонов. – К.: КНЕУ, 2004. – 231 с. 4. Саати Т. Принятие решений. Метод анализа иерархий / Т. Саати. – М.: Радио и связь, 1993. – 320 с. 5. Теорія і практика прийняття управлінських рішень / А. С. Крупник, К. О. Линьов, Є. М. Нужний, О. М. Рудик. – К.: Видавничий дім „Простір", 2007. – 119 с. 6. Катренко А. В. Теорія прийняття рішень : підручник з грифом МОН / А. В. Катренко, В. В. Пасічник, В. П. Пасько. – К. : Видавнича група BHV, 2009. – 448 с. 7. Кононенко А. Ф. Принятие решений в условиях неопределенности / А. Ф. Кононенко, А. Д. Халезов, В. В. Чумаков. – М.: ВЦ АН СССР, 1991. – 196 с. 8. Бурков В. Н. Теория активных систем: состояние и перспективы / В. Н. Бурков, Д. А. Новиков. – М. Синтег, 1999. – 128 с. 9. Айзерман М. А. Выбор вариантов: основы теории / М. А. Айзерман, В. Ф. Алескеров. – М.: Наука, 1990. – 240 с. 10. Данилов В. И. Механизмы группового выбора / В. И Данилов, А. И. Сотсков. – М.: Наука, 1991. – 172 с. 11. Нейман Дж. Теория игр и экономическое поведение / Дж. Нейман, О. Моргенштерн. – М.: Наука, 1970. – 708 с. 12. Гермейер Ю. Б. Игры с непротивоположными интересами. – М.: Наука, 1976. – 328 с. 13. Горелик В. А., Кононенко А. Ф. Теоретико-игровые модели принятия решений в эколого-экономических системах. М.: Радио и связь, 1982. – 144 с. 14. Кукушкин Н. С. Теория неантагонистических игр / Н. С. Кукушкин, В. В. Морозов. – М.: МГУ, 1984. – 104 с. 15. Воробьев Н. Н. Основы теории игр. Бескоалиционные игры / Н. Н. Воробьев. – М.: Наука, 1984. – с. – 496 с. 16. Мулен Э. Теория игр с примерами из математической экономики / Э. Мулен. – М.: Мир, 1985. – 200 с. 17. Губко М. В. Теория игр в управлении организационными системами / М. В. Губко, Д. А. Новиков. – М.: Синтег, 2002. – 148 с. 18. Новиков Д. А. Игры и сети / Д. А. Новиков // Математическая теория игр и ее приложения. – Т. 2, Вип. 1. – 2010. – С. 107–124. 19. Эпштейн Г. Л. Теория игр: учеб. пособ. – М.: М ГУ ПС (МИИТ). – 2014. – 114 с. 20. Доманский В. К. Стохастические игры / В. К. Доманский // Математические вопросы кибернетики. – 1988. – № 1. – С. 26–49. 21. Fudenberg D. The Theory of Learning in Games / D. Fudenberg, D. K. Levine. – Cambridge, MA: MIT Press, 1998. – 292 pp. 22. Назин А. В. Адаптивный выбор вариантов / А. В. Назин, А. С. Позняк. – М.: Наука, 1986. – 288 с. 23. Weiss G. Multiagent Systems. A Modern Approach to Distributed Artificial Intelligence / G. Weiss, editor. – Springer Verlag, Berlin, 1996. – 643 p. 24. Wooldridge M. An Introduction to Multiagent Systems / M. Wooldridge. – John Wiley & Sons, 2002. – 366 p. 25. Граничин О. Н. Введение в методы стохастической аппроксимации и оценивания: учеб. пособ. / О. Н. Граничин. – СПб.: Изд-во СПб. ун-та, 2003. – 131 с.