

одиночному акті взаємодії. Використання подвійної перестановки дає можливість також врахувати ці закони. Використання подвійних перестановок програє в образності діаграм, де ми практично бачимо кожний момент зіткнення. До недоліків методу можна також віднести і гомоморфізм – зображення однієї діаграми рядом перестановок, що веде до зростання кількості об'єктів дослідження. Ми довели, що подвійні перестановки утворюють групу, на відміну від діаграм. А, отже, уся розроблена математиками алгебра (розбиття на класи, подання, факторизація тощо) може бути використана саме у такому підході. Окрім того, використання перестановок створює можливість автоматизації процедури дослідження ряду теорії збурення.

1. Олексеева М.Ф., Товстюк К.Д. // Теор. и мат. Физика. 1976. – 27. Р. 383–391.
2. Олексеева М.Ф., Товстюк К.Д. // Теор. и мат. Физика, 1976. – 21. – Р. 222–223.
3. Данилевич-Товстюк К.К. Новый метод определения полной функции Грина для электрон-фотонного взаимодействия: Препринт. – Киев, 1979. – 13 с.
4. Каплан И.Г. Симметрия многоэлектронных систем. – М., 1969. – 407 с.

УДК 621.315

В. М. Фітьо

Національний університет “Львівська політехніка”,
кафедра лазерної техніки та оптоелектронних систем

СПЕКТР ПРОПУСКАННЯ СИСТЕМИ ГРАТОК БРЕГГА НА ОПТИЧНОМУ ВОЛОКНІ

V. M. Fitio

Lviv Polytechnic National University “Lviv Polytechnic”,
laser technique and optoelectronics systems dept.

SPECTRUM OF TRANSPARENCY OF THE SYSTEM GRATING BRAGG ON AN OPTICAL FIBER

© Фітьо В.М., 2001

Проаналізовано спектральну залежність пропускання оптичного волокна з системою двох і чотирьох ґраток. Показано, що на системі чотирьох ґраток можна побудувати інтерферометр з розділенням 0,1 пм.

The spectral dependence of a transparency of an optical fiber with the system of two and four gratings is analyzed. On the system of four gratings it is possible to construct an interferometer with resolution 0,1 pm is shown.

Вступ. Для волоконнооптичних ліній зв'язку найбільш придатні є одномодові оптичні волокна [1, 2], причому мінімальне поглинання таких волокон спостерігається на довжині хвилі 1,55 мкм. Тому дослідження спектра випромінювання напівпровідникових лазерів в діапазоні довжин хвиль $1,55 \pm 0,001$ мкм є актуальною проблемою. Очевидно, що вимірювання можна здійснити за допомогою інтерферометра Фабрі–Перо, який являє собою два паралельно розміщені інтерференційні дзеркала з коефіцієнтами відбивання по інтенсивності близьких до одиниці. Останнім часом в рекламних проспектах з'явилися повідом-

лення про волоконнооптичні інтерферометри з розділенням 0,1 пм без пояснення принципу їх роботи. Відомо, що на ґратці Брегга [3], сформованій на оптичному волокні, можна отримати значний коефіцієнт відбивання [4]; отже, на системі двох ґраток можна побудувати інтерферометр, але розділення 0,1 пм він не матиме, що й буде показано у цій роботі. Виникає питання, чи можна знайти таке розміщення більшої кількості ґраток, яке б мало необхідне спектральне розділення? Не менш важливим є метод розрахунку такого інтерферометра. У цій роботі буде показано, що на ці запитання буде отримана позитивна відповідь.

Поширення світла по одномодовому волокні з системою ґраток Брегга. Напруженість оптичної хвилі, яка поширюється в одномодовому оптичному волокні зліва направо і справа наліво, в циліндричній системі координат [1] можна записати так:

$$\begin{aligned} E_0(r, z, t) &= A_0(z)\Psi(r)\exp(j\omega t - j\beta z), \\ E_1(r, z, t) &= A_1(z)\Psi(r)\exp(j\omega t + j\beta z), \end{aligned} \quad (1)$$

де $\Psi(r)$ – описує залежність напруженості електричного поля від координати r ; β – стала поширення; $A_0(z)$ і $A_1(z)$ – відповідно функції, що визначають залежність напруженості електричного поля у волокні від координати z .

Функція $\Psi(r)$ є розв'язком хвильового скалярного рівняння у вигляді $\Psi(r) \equiv C \exp\left[-\frac{1}{2}(r/r_0)^2\right]$ [1], причому r_0 визначається варіаційним методом з умови, що стала поширення β має найбільше значення [2], а C можна знайти з умови нормування [3]:

$$2\pi \int_0^{\infty} r |\Psi(r)|^2 dr = 1. \quad (2)$$

Для сталої поширення β справедливі такі обмеження [1]:

$$\frac{2\pi n_{\min}}{\lambda} < \beta < \frac{2\pi n_{\max}}{\lambda}, \quad (3)$$

де n_{\min} і n_{\max} – відповідно мінімальне (оболонки) і максимальне (серцевини) значення показника заломлення, які для одномодових волокон відрізняються менше ніж на 1%.

Якщо у волокні знехтувати втратами при поширенні оптичної хвилі, то $A_0(z)$ і $A_1(z)$ є сталі величини. Але, коли хвиля падає на ґратку, яка являє собою періодичну зміну діелектричної проникності $\epsilon(r, z) = \epsilon_0(r) + \epsilon_1(r) \cos\left(\frac{2\pi}{\Lambda} z\right)$ (і відповідно показника заломлення $n(r, z) = n_0(r) + n_1(r) \cos\left(\frac{2\pi}{\Lambda} z\right)$) з просторовим періодом Λ , причому $\epsilon_1(r) \ll \epsilon_0(r)$, то при певних умовах виникає взаємодія між обома хвилями і $A_0(z)$ і $A_1(z)$ можуть змінюватися досить швидко вздовж ґратки. Методом зв'язаних хвиль при параболічному наближенні на основі хвильового рівняння можна отримати систему рівнянь [3, 4], що поєднує між собою $A_0(z)$ і $A_1(z)$, і яка має такий вигляд:

$$\begin{cases} \frac{dA_0}{dz} = -j\chi A_1 \exp(j\Delta\beta z), \\ \frac{dA_1}{dz} = j\chi A_0 \exp(-j\Delta\beta z), \end{cases} \quad (4)$$

де $A_0(z)$ – падаюча хвиля на ґратку, поширюється зліва направо; $A_1(z)$ – відбита хвиля від ґраток Брегґа, поширюється справа наліво; $\Delta\beta = 2\beta - 2\pi/\Lambda$ – величина, яка характеризує відхилення від умов Бреґа; χ – коефіцієнт зв’язку між хвилями $A_0(z)$ і $A_1(z)$; для волокон без втрат – дійсна величина і для нашого випадку визначається із співвідношення [4]

$$\chi = \frac{\pi}{\beta} \int_0^{\infty} r |\Psi(r)|^2 k^2(r) m(r) dr, \quad (5)$$

де $k(r) = \frac{2\pi n(r)}{\lambda}$ – хвильовий вектор; $m(r)$ – коефіцієнт модуляції показника заломлення оптичного волокна при наявності ґратки $m(r) = \frac{n_1(r)}{n_0(r)}$.

Ґратку формують на серцевині чи оболонці волокна або границя між серцевиною і оболонкою може бути гофрованою [5].

Система рівнянь (4) є лінійною зі змінними коефіцієнтами, яку заміною змінних $A_0(z) = B_0(z) \exp\left(j \frac{\Delta\beta}{2} z\right)$, $A_1(z) = B_1(z) \exp\left(-j \frac{\Delta\beta}{2} z\right)$ і $z = -z'$ з подальшим опусканням біля z , зведемо до лінійної системи з постійними коефіцієнтами:

$$\begin{cases} \frac{dB_0(z)}{dz} = j \frac{\Delta\beta}{2} B_0(z) - j\chi B_1(z), \\ \frac{dB_1(z)}{dz} = -j\chi B_0(z) - j \frac{\Delta\beta}{2} B_1(z). \end{cases} \quad (7)$$

Цю систему рівнянь потрібно доповнити такими початковими умовами:

$$\begin{cases} B_0(0) = 1, \\ B_1(0) = 0. \end{cases} \quad (8)$$

Для знаходження спектральних залежностей коефіцієнтів відбивання $T(\lambda, z)$ і пропускання $R(\lambda, z)$ системи ґраток необхідно мати розв’язок системи (7) при початкових умовах (8) на інтервалі $[0, z]$. Для $T(\lambda, z)$ і $R(\lambda, z)$ справедливі такі співвідношення [3]:

$$T(\lambda, z) = \frac{|B_0(0)|^2}{|B_0(z)|^2}, \quad R(\lambda, z) = \frac{|B_1(z)|^2}{|B_0(z)|^2}, \quad T(\lambda, z) + R(\lambda, z) = 1. \quad (9)$$

На рис. 1 показана система чотирьох ґраток на оптичному волокні з відповідними геометричними розмірами.

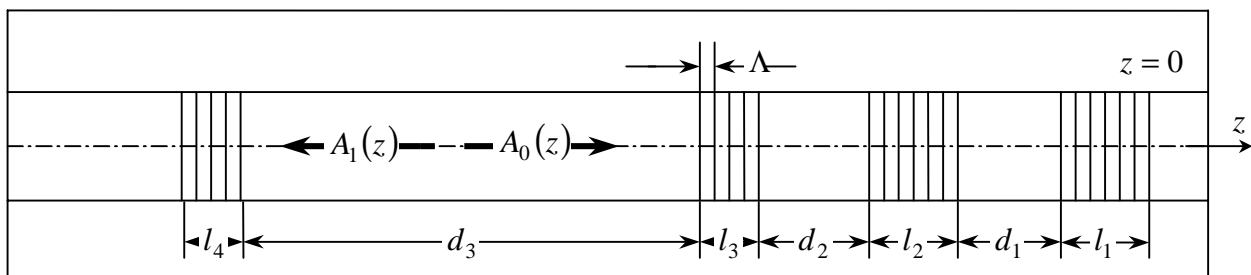


Рис. 1. Оптичне волокно з системою ґраток Бреґґа:
 $A_0(z)$ – падаюча хвиля; $A_1(z)$ – відбита хвиля; Λ – період ґратки; l_i – довжини ґраток;
 d_i – відстані між сусідніми ґратками

Використовуючи теорію лінійних систем диференціальних рівнянь зі сталими коефіцієнтами [6], розв'язок на інтервалі $[0, l_1]$ подамо так:

$$\begin{pmatrix} B_0(z) \\ B_1(z) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cosh(\gamma z) + j \frac{\Delta\beta}{2\gamma} \sinh(\gamma z) & j \frac{\chi}{\gamma} \sinh(\gamma z) \\ -j \frac{\chi}{\gamma} \sinh(\gamma z) & \cosh(\gamma z) - j \frac{\Delta\beta}{2\gamma} \sinh(\gamma z) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} B_0(0) \\ B_1(0) \end{pmatrix} \quad (10)$$

$$\text{де } \gamma = \sqrt{\chi^2 - \left(\frac{\Delta\beta}{2}\right)^2}.$$

Отже, розв'язок при $z = l_1$ можна записати у матричній формі:

$$\begin{pmatrix} B_0(l_1) \\ B_1(l_1) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} L_{11}(l_1) & L_{12}(l_1) \\ L_{21}(l_1) & L_{22}(l_1) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} B_0(0) \\ B_1(0) \end{pmatrix} = \mathbf{L}(l_1) \begin{pmatrix} B_0(0) \\ B_1(0) \end{pmatrix} \quad (11)$$

Елементи матриці $\mathbf{L}(l_1)$ визначаються з квадратної матриці другого порядку рівняння (10) при $z = l_1$. Розв'язок системи рівнянь на інтервалі $[l_1, l_1 + d_1]$ подамо так:

$$\begin{pmatrix} B_0(z) \\ B_1(z) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \exp\left[j \frac{\Delta\beta}{2}(z - l_1)\right] & 0 \\ 0 & \exp\left[-j \frac{\Delta\beta}{2}(z - l_1)\right] \end{pmatrix} \begin{pmatrix} B_0(l_1) \\ B_1(l_1) \end{pmatrix} \quad (12)$$

причому тільки для цього випадку $\Delta\beta = 2\beta$, оскільки ґратка відсутня.

Отже, $B_0(l_1 + d_1)$ і $B_1(l_1 + d_1)$ відповідно у матричній формі дорівнюють:

$$\begin{pmatrix} B_0(l_1 + d_1) \\ B_1(l_1 + d_1) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} D_{11}(d_1) & D_{12}(d_1) \\ D_{21}(d_1) & D_{22}(d_1) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} B_0(l_1) \\ B_1(l_1) \end{pmatrix} = \mathbf{D}(d_1) \begin{pmatrix} B_0(l_1) \\ B_1(l_1) \end{pmatrix} = \mathbf{D}(d_1) \mathbf{L}(l_1) \begin{pmatrix} B_0(0) \\ B_1(0) \end{pmatrix} \quad (13)$$

Елементи матриці $\mathbf{D}(d_1)$ визначаються з квадратної матриці другого порядку рівняння (12) при $z = l_1 + d_1$. Таким чином, B_0 і B_1 на n -ній ґратці зліва в матричній формі можна записати так:

$$\begin{pmatrix} B_0 \left(\sum_{i=1}^n l_i + \sum_{i=1}^{n-1} d_i \right) \\ B_1 \left(\sum_{i=1}^n l_i + \sum_{i=1}^{n-1} d_i \right) \end{pmatrix} = \mathbf{L}(l_n) \mathbf{D}(d_{n-1}) \mathbf{L}(l_{n-1}) \dots \mathbf{D}(d_1) \mathbf{L}(l_1) \begin{pmatrix} B_0(0) \\ B_1(0) \end{pmatrix}. \quad (14)$$

Маючи співвідношення (8, 10, 12, 14), ми можемо розрахувати спектральну залежність пропускання (відбивання) системи ґраток Бреґга на оптичному волокні.

Спектральна залежність пропускання системи ґраток. Відповідно до (8, 9, 11) $B_0(l_1) = L_{11}(l_1)$, $T(\lambda, l_1) = |B_0(l_1)|^{-2}$ були розраховані за допомогою математичного пакета Maple 6 в діапазоні довжин хвиль 1,546 – 1,554 при таких даних: $l_1 = 0,8$ мм, $\Lambda = 0,5341$ мкм, $\chi = 3,75$ мм⁻¹. Стала поширення β розраховувалась при $n_0 = 1,451$, а умови Бреґга виконувались на довжині хвилі $\lambda_0 = 1,55$ мкм. Потрібно зауважити, що при цих даних були розраховані коефіцієнти пропускання систем двох та чотирьох ґраток. При $\chi = 3,75$ мм⁻¹ і

$l_1 = 0,8$ мм на довжині хвилі $1,55$ мкм коефіцієнт пропускання становить: $T(\lambda, l_1) = |B_0(l_1)|^{-2} = 1 - |\tanh(\chi l_1)|^2 = 0,01$. Такі значення є типовими і цілком можливі для практичної реалізації [7]. На рис. 2 при цих умовах зображено спектральну залежність коефіцієнта пропускання одиначної ґратки (рис. 2, а) і системи двох ґраток для $d_1 = 0.26732$ мм (рис. 2, б). Віддаль між ґратками (рис. 2, б) вибиралась з такої умови: $d_1 = \frac{(2m+1)\lambda_0}{4n_0}$, для нашого випадку $m = 50$ і на спектральній залежності пропускання для $\lambda = 1,55$ мкм появився вузький пік. За рахунок того, що m є числом невеликим, в області запирання ($1,55 \pm 0,001$ мкм) присутній тільки один пік пропускання. Якщо віддаль $d_1 = 2670,84$ мкм, то в області запирання маємо 9 вузьких піків (рис. 3, а). Ширину піків на половині потужності можна визначити з такого співвідношення [7]:

$$\Delta\lambda_{0.5} = \frac{\lambda_0^2(1-R)}{2\pi n_0 d}. \quad (15)$$

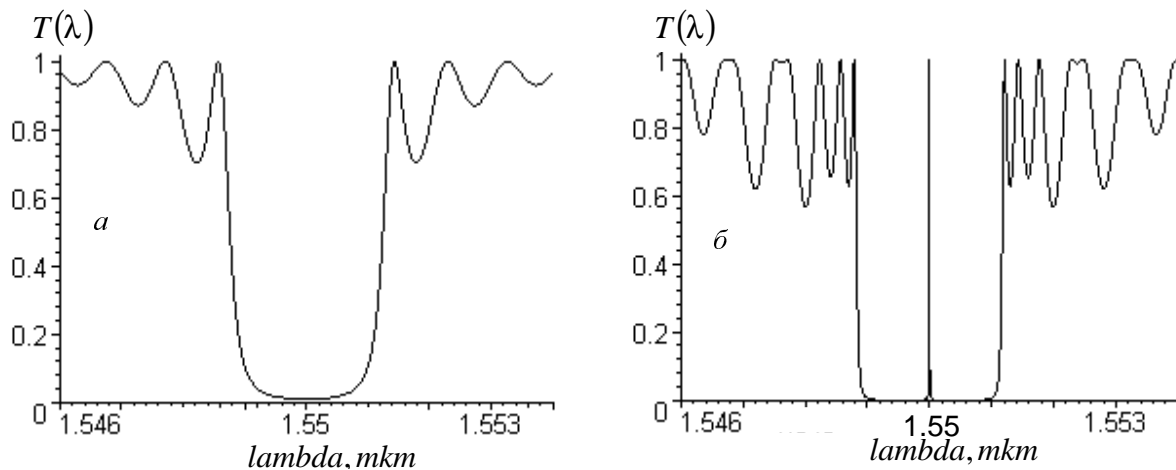


Рис. 2. Спектральна залежність коефіцієнта пропускання одиначної ґратки та системи двох ґраток

Отже, ширина піка визначається віддалю між ґратками обернено пропорційно, якщо самою довжиною ґраток можна знехтувати, що не завжди можна зробити при малих d . Віддаль між піками розраховують за такою формулою [7]

$$\Delta\lambda = \frac{\lambda_0^2}{2n_0 d}. \quad (16)$$

Таким чином, з ростом d так само зменшуються $\Delta\lambda_{0.5}$ та $\Delta\lambda$, що не бажано, і в діапазоні довжин хвиль $1,55 \pm 0,001$ мкм будемо мати багато вузьких піків (рис. 3, а), що не дає змоги використати систему двох ґраток як скануючого інтерферометра високої роздільної спроможності. Тому доцільно послідовно розмістити на оптичному волокні два інтерферометри: один з великою віддалю між ґратками і відповідно з багатьма вузькими піками, другий – з малою віддаллю, але з одним широким піком.

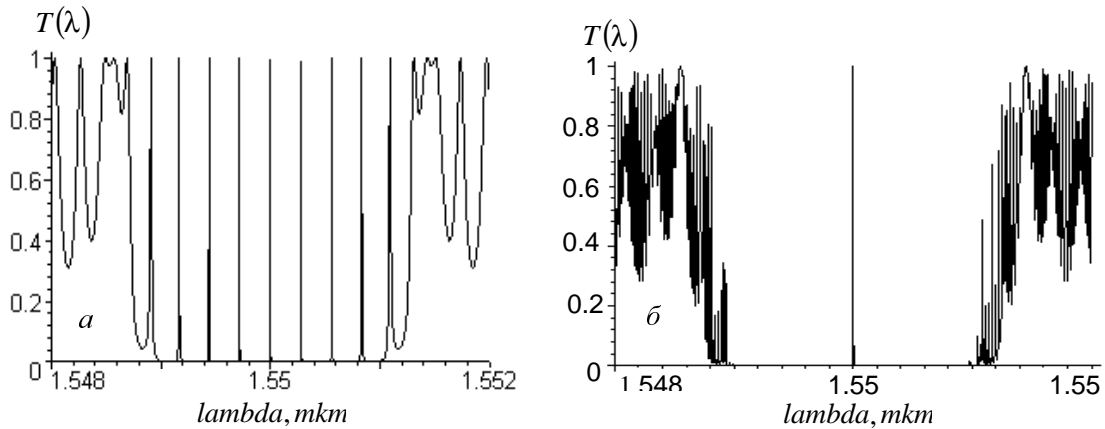


Рис. 3. Спектральна залежність коефіцієнта відбивання системи ґраток: а – пропускання системи двох ґраток при $d_1 = 2670,84$ мкм; б – пропускання системи чотирьох ґраток при $d_1 = 26705,99$ мкм, $d_2 = 26,706$, $d_3 = 267,324$ мкм

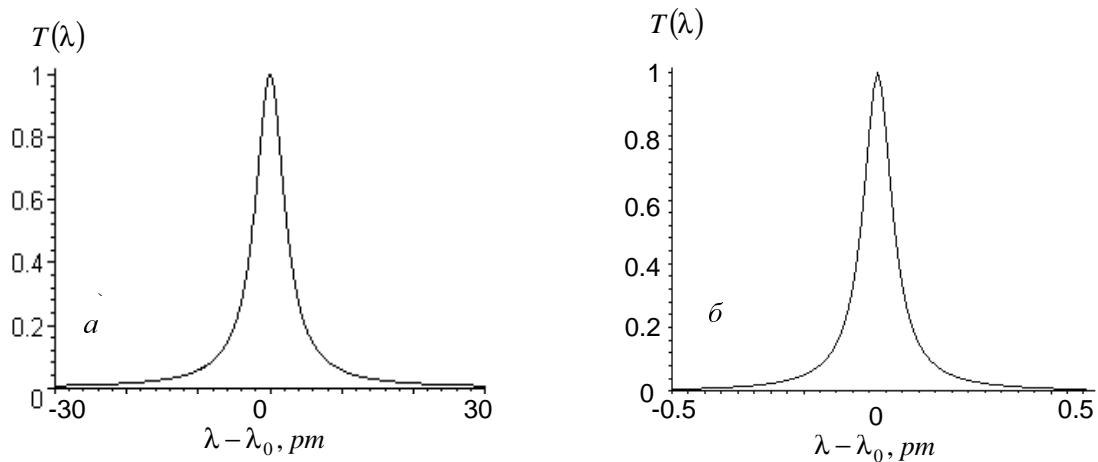


Рис. 4. Спектральна залежність коефіцієнта пропускання центрального піка на довжині хвилі $\lambda = 1,55$ мкм: а – пропускання системи двох ґраток при $d_1 = 267,324$ мкм; б – пропускання системи чотирьох ґраток при $d_1 = 26705,99$ мкм, $d_2 = 26,706$, $d_3 = 267,324$ мкм

Проте, щоб ці два інтерферометри діяли, як один інтерферометр з вузьким піком, необхідне виконання таких умов: центральні піки обох інтерферометрів по довжині хвилі збігаються і віддаль d_2 (рис. 1) повинна визначатися з такої формули

$$d_2 = \frac{m\lambda_0}{2n_0},$$

де m – ціле число, у тому числі, нуль.

На рис. 3, б показано спектр пропускання такого інтерферометра. В смузі запирання бачимо один вузький пік. На рис. 4 показані спектри пропускання для системи двох ґраток (рис. 4, а) і інтерферометра, що складається з системи чотирьох ґраток (рис. 4, б). Бачимо, що ширина піка для інтерферометра з чотирьох ґраток менша 0.1рм, що забезпечує відповідну роздільну спроможність.

Висновки. Методом зв'язаних хвиль отримано лінійну систему диференціальних рівнянь, що описує поширення оптичної хвилі у волокні з системою ґраток Брега. На основі цієї системи розраховано спектральну залежність коефіцієнта пропускання системи ґраток

при певних співвідношеннях між довжиною хвилі і відстанню між ґратками. На основі чотирьох ґраток можна побудувати волоконно-оптичний інтерферометр Фабрі–Перо, який матиме спектральне розділення 0,1пм при коефіцієнті відбивання від однієї ізольованої ґратки 0,99.

1. Snyder A. W. // *Proceedings IEEE*. 1981. – V. 69. N 1. – P.6 – 13. 2. Snyder A. W., Sammut R. A. // *J. Opt. Soc. Amer.* 1979. – V. 69. – P. 1663–1671. 3. Yariv A., Yeh P. *Optical waves in crystals*, A Wiley-Interscience Publication, John Wiley & Sons, New York, – 1984. – 616 p. 4. Bobitski Ya, Fitio V., Lebid' S., Wanchytski T. // *Proceedings of the 3rd Conference MECHATRONIKA'97*. – 2. – Warsaw, Poland. – P. 775–781. 5. Lebid' S., Fitio V., Bobitski Ya. // *Proceedings of SPIE*. 1999. – V. 4239. – P. 100 – 106. 6. Гантмахер Ф. П. *Теория матриц*. – М.; 1988. – 548 с. 7. Yariv A. *Quantum electronics*, A Wiley-Interscience Publication, John Wiley & Sons, New York, 1975. – 488 p.

УДК 621.373.43:537.523

В.І. Чигінь, М.Ю. Скульський

Національний університет “Львівська політехніка”, кафедра фізики

РОЛЬ ФОТОПРОЦЕСІВ У ФОРМУВАННІ ІМПУЛЬСІВ СТРУМУ ВІД'ЄМНОЇ КОРОНИ У СУМІШАХ ГАЗІВ N_2+O_2 І $AR+O_2$

V.I. Chyhin, M.Y. Skulsky

Lviv Polytechnic National University,

PHOTOPROCESSES ROLE IN NEGATIVE CORONA CURRENT PULSE FORMING IN GASES N_2+O_2 AND $AR+O_2$

© Чигінь В.І., Скульський М.Ю., 2001

Досліджено вплив фотопроеесів на відмінні властивості імпульсів негативної корони в азоті та аргоні із домішкою кисню. Встановлено, що ріст електричного поля у початкових фазах імпульсу в N_2+O_2 веде до зростання інтенсивності збудження високоенергетичних рівнів N_2 , до іонізації O_2 фотонами, емітованими N_2^* і до адекватного росту струму. Такі процеси не відбуваються в $Ar+O_2$, оскільки збудження високоенергетичних рівнів Ar є малоімовірним. Тривалість імпульсу і струм у його хвостовій частині задаються динамікою негативних іонів O_2^- у прикатодній оболонці корони, зокрема їх зіткненнями із метастабілями N_2^* . Останні впливають також на характеристики високочастотних вторинних осциляцій струму.

The photoprocesses influences on the negative corona pulse different features in nitrogen and argon with the oxygen admixture have been studied. It has been determined that an electric field rise in the begining pulse phases in N_2+O_2 leads to an increase of the excitation intensity of N_2 high energy levels, to an ionization of O_2 molecules by the N_2^* emitted photons and to an adequate current rise. Such processes do not occur in $Ar+O_2$, since the Ar high energy level exitation has a low probability. Pulse trailing part duration and current value are operated by the O_2^- negative ions dynamics in a cathode sheath, particularly by its collisions with the N_2^* metastables. The last ones determine the features of the high frequency current secondary oscillation.

Вступ. При прикладенні постійної напруги між катодом-вістрям і плоским анодом у газі виникає низькострумний пульсуючий коронний розряд. Вичерпні знання про природу