УДК 519.64

Л.О. Новіков
Національний університет "Львівська політехніка",
вул. С. Бандери 12, 79013, м. Львів, Україна

ІНТЕГРАЛ АДАМАРА: КОНЦЕПЦІЯ І СПОСОБИ ОБЧИСЛЕННЯ

Скінченні частини розбіжних інтегралів, які називають інтегралами Адамара, отримувались їх автором шляхом відкидання членів, що зумовлюють розбіжність [1]. В такому вигляді ці інтеграли використовувались при розв'язанні важливих для практики задач математичної фізики (див., напр., [2]). Нами [3] було показано, що інтеграли Адамара можна отримати як узагальнені границі розбіжних послідовностей в сенсі прискорення їх збіжностей, зокрема, S_k – перетворення Шенкса.

Нехай, наприклад, $f(x)$ є $k+1$ раз диференційовна на проміжку [0;1] функція, що представляється за формулою Тейлора у вигляді

$$f(x)=\sum_{i=0}^{k}\frac{f^{(i)}(0)}{i!}x^i+R_k(x)\,, (1)$$

де $R_k(x)$ – залишок, який зручно представляти у інтегральній формі. Розглянемо розбіжний інтеграл

$$\int_0^1\frac{f(x)}{x^{k+1+\alpha}}dx\,,\ 0<k \text{ ціле},\ 0<\alpha<1\,. (2)$$

Представимо $f(x)$ у вигляді (1), поділимо цю рівність на $x^{k+1+\alpha}$ і проінтегруємо, отримаємо

$$\int_\varepsilon^1\frac{f(x)}{x^{k+1+\alpha}}dx=\sum_{i=0}^{k}\frac{f^{(i)}(0)}{i!(k+\alpha-i)}+\sum_{i=0}^{k}\frac{f^{(i)}(0)}{i!(k+\alpha-i)\varepsilon^{k+\alpha-i}}+\int_0^1\frac{R(x)}{x^{k+1+\alpha}}dx \quad (3)$$

Відкинемо у (3) члени, що містять від'ємні степені ε, що зумовлюють розбіжність і перейдемо до границі при $\varepsilon\to 0$. Отримане число і є інтегралом Адамара. Наш аналіз показав, що прискоривши розбіжну послідовність S_n інтегралів

$$S_n=\int_{\varepsilon_n}^1\frac{f(x)}{x^{k+1+\alpha}}dx\,,$$

де $\varepsilon_n\to 0$ за законом геометричної прогресії ($\varepsilon_n=1/q^n, 1<q$ – довільне, але фіксоване), отримаємо інтеграл Адамара. Однак для обчислень дане означення не є ефективним і потребує інших підходів.

1. *Адамар Ж. Задача Коши для линейных уравнений с частными производными гиперболического типа. – М.: Наука, 1978.*
2. *Sauer R. Anfangswertprobleme bei Differential gleichungen. – Springerverlag, 1958.*
3. *Л.О. Новіков, В.Я. Скоробогатько. Методи математики: розвиток, застосування, суспільне відлуння. – Львів, 1995.*