

МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ШУМОВОГО ТЕРМОМЕТРА НА ОСНОВІ ОДНОКАНАЛЬНОГО ПІДСИЛЮВАЧА

© Ігор Микитин, Богдан Стадник, 2002

Національний університет “Львівська політехніка”, кафедра “Інформаційно-вимірювальна техніка”,
вул. С. Бандери, 12, 79013, Львів, Україна

Виведено функцію перетворення шумового термометра на основі одноканального підсилювача.

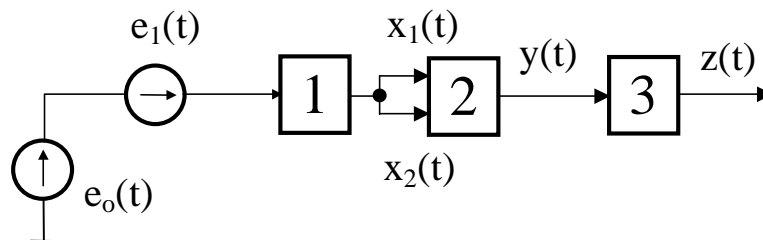
Виведена функція преобразовання шумового термометра на основі одноканального усилителя.

There was found the transforming function of the noise thermometer which based on one-channel amplifier.

Створюючи шумові термометри (ШТ), часто використовують підсилювач-корелятор [1], який дає змогу мінімізувати вплив власних шумових напруг активних елементів на результат вимірювання та покращити метрологічні характеристики ШТ. Проте створення такого підсилювача пов'язане з вирішенням проблеми завадостійкості як до зовнішніх, так і до внутрішніх завад – впливу одного каналу на другий. Такий підсилювач вдвічі дорожчий від одноканального. Тому доцільно проаналізувати можливість застосування одноканального підсилювача для створення ШТ, який використовує метод прямого вимірювання корисного сигналу.

Виведемо функцію перетворення ШТ на основі одноканального підсилювача для інформативного шумового сигналу та для неінформативних шумових сигналів із застосуванням математичного апарату статистичного аналізу випадкових процесів та з урахуванням функціонального зв'язку між спектральною густиною потужності та кореляційною функцією [2].

На структурній схемі шумового термометра (див. рисунок) сигнали $e_0(t)$, $e_1(t)$ статистично незалежні між собою. $e_0(t)$ – корисний шумовий сигнал, $e_1(t)$ – неінформативний шумовий сигнал (шумова напруга активного елемента).



*Структурна схема шумового термометра на основі одноканального підсилювача:
1 – малошумний підсилювач; 2 – перемножувач; 3 – пристрій усереднення*

Позначимо через $h_1(t)$ імпульсну передавальну характеристику підсилювача 1; $h_3(t)$ – імпульсна передавальна характеристика пристрою усереднення 3, $x_1(t)$, $x_2(t)$ – сигнали на вході перемножувача; $y(t)$ – сигнал на виході перемножувача, $z(t)$ – сигнал на виході пристрою усереднення.

Миттєві значення напруги на виході пристрою усереднення запишеться

$$\begin{aligned} z(t) &= K_p \cdot [x_1(t) \cdot x_2(t)] * h_4(t) = \\ &= K_p \cdot \{[(e_0(t) + e_1(t)) * h_1(t)] \cdot [(e_0(t) + e_1(t)) * h_1(t)]\} * h_4(t) = \\ &= K_p \cdot \{[e_0(t) * h_1(t)] \cdot [(e_0(t) * h_1(t)) * h_4(t) + \\ &+ 2 \cdot K_p \cdot \{[e_0(t) * h_1(t)] \cdot [(e_1(t) * h_1(t)) * h_4(t) + \\ &+ K_p \cdot \{[e_1(t) * h_1(t)] \cdot [(e_1(t) * h_1(t)) * h_4(t), \end{aligned} \quad (1)$$

де K_p – коефіцієнт передачі перемножувача, який має розмірність 1/В.

Перший член рівняння (1) описує перетворення для корисного шумового сигналу, інші – для неінформативних сигналів. Для корисного сигналу напруги $x_1(t)$, $x_2(t)$ на виході кореляційного підсилювача, $y(t)$ на виході перемножувача та $z(t)$ на виході пристрою усереднення дорівнюють

$$\begin{aligned} x_1(t) &= e_0(t) \cdot h_1(t), \\ x_2(t) &= e_0(t) \cdot h_1(t), \\ y(t) &= K_p \cdot x_1(t) \cdot x_2(t), \\ z(t) &= y(t) \cdot h_4(t). \end{aligned} \quad (2)$$

Кореляційна функція $B_{yy}(\tau)$ на виході перемножувача дорівнює

$$\begin{aligned} B_{yy}(\tau) &= M[y(t) \cdot y(t + \tau)] = \\ &= M[K_p \cdot X_1(t) \cdot X_2(t) \cdot K_p \cdot X_1(t + \tau) \cdot X_2(t + \tau)] = (3) \\ &= K_p^2 \cdot M[X_1(t) \cdot X_2(t) \cdot X_1(t + \tau) \cdot X_2(t + \tau)]. \end{aligned}$$

Використавши співвідношення для четвертого моменту нормального випадкового процесу з нульовим середнім [3], отримуємо вираз кореляційної функції на виході перемножувача через кореляційні функції вхідних сигналів перемножувача

$$B_{yy}(\tau) = K_p^2 \cdot [B_{x_1x_2}^2(0) + B_{x_1x_1}(\tau) \cdot B_{x_2x_2}(\tau) + B_{x_1x_2}^2(\tau)] (4)$$

Пряме перетворення Фур'є для імпульсної передавальної характеристики [4] та відображення кореляційної функції через зворотне перетворення Фур'є для стаціонарного процесу [5] мають вигляд

$$H(f) = \int_{-\infty}^{+\infty} h(t) \cdot e^{-j2\pi ft} dt, (5)$$

$$B(\tau) = \int_{-\infty}^{+\infty} S(f) \cdot e^{j2\pi f\tau} df, (6)$$

де $H(f)$ – комплексна частотна характеристика, f – частота.

Використавши рівняння (2) та розписавши згортку через інтеграл, складову частину кореляційної функції (4) $B_{x_1x_2}(0)$ запишемо як

$$\begin{aligned} B_{x_1x_2}(0) &= M[X_1(t) \cdot X_2(t)] = M[e_0(t) * h_1(t) \cdot e_0(t) * h_1(t)] = \\ &= M[\int_{-\infty}^{+\infty} e_0(t - \xi) \cdot h_1(\xi) d\xi \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} e_0(t - \zeta) \cdot h_1(\zeta) d\zeta] = \\ &= \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} M[e_0(t - \xi) \cdot e_0(t - \zeta)] \cdot h_1(\xi) \cdot h_1(\zeta) d\xi d\zeta = \\ &= \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} B_{e_0e_0}(\xi - \zeta) \cdot h_1(\xi) \cdot h_1(\zeta) d\xi d\zeta. \end{aligned} (7)$$

Підставивши (6) у (7) та застосувавши співвідношення (5), отримаємо вираз взаємної кореляційної функції через взаємну спектральну густину потужності та комплексні частотні характеристики двох каналів кореляційного підсилювача

$$\begin{aligned} B_{x_1x_2}(0) &= \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} S_{e_0e_0}(f) \cdot e^{j2\pi f(\xi - \zeta)} \cdot h_1(\xi) \cdot h_1(\zeta) d\xi d\zeta df = \\ &= \int_{-\infty}^{+\infty} S_{e_0e_0}(f) \int_{-\infty}^{+\infty} h_1(\xi) \cdot e^{j2\pi f\xi} d\xi \int_{-\infty}^{+\infty} h_1(\zeta) \cdot e^{-j2\pi f\zeta} d\zeta df = \\ &= \int_{-\infty}^{+\infty} S_{e_0e_0}(f) \cdot H_1(-f) \cdot H_1(f) df = S_0 \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} |H_1(f)|^2 df. \end{aligned} (8)$$

де S_0 – спектральна густина потужності корисного шумового сигналу.

Після подібних перетворень вирази всіх складових кореляційної функції для корисного сигналу мають вигляд

$$\begin{aligned} B_{x_1x_1}(\tau) &= M[X_1(t) \cdot X_1(t + \tau)] = S_0 \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} |H_1(f)|^2 \cdot e^{j2\pi f\tau} df, \\ B_{x_2x_2}(\tau) &= M[X_2(t) \cdot X_2(t + \tau)] = S_0 \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} |H_1(f)|^2 \cdot e^{j2\pi f\tau} df, (9) \\ B_{x_1x_2}(\tau) &= M[X_1(t) \cdot X_2(t + \tau)] = S_0 \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} |H_1(f)|^2 \cdot e^{j2\pi f\tau} df. \end{aligned}$$

Тоді загальний вираз кореляційної функції на виході перемножувача для корисного сигналу запишеться

$$\begin{aligned} B_{yy}(\tau) &= K_p^2 \cdot \left[S_0^2 \cdot \left(\int_{-\infty}^{+\infty} |H_1(f)|^2 df \right)^2 + \right. \\ &\left. + 2 \cdot S_0^2 \cdot \left(\int_{-\infty}^{+\infty} |H_1(f)|^2 \cdot e^{j2\pi f\tau} df \right)^2 \right] (10) \end{aligned}$$

Зробивши перетворення, описані в [2], знайдемо спектральну густину потужності $S_{yy}(f)$ корисного сигналу на виході перемножувача

$$\begin{aligned} S_{yy}(f) &= \int_{-\infty}^{+\infty} B_{yy}(\tau) \cdot e^{-j2\pi f\tau} d\tau = \\ &= K_p^2 \cdot \left[S_0^2 \cdot \left(\int_{-\infty}^{+\infty} |H_1(f)|^2 df \right)^2 \cdot \delta(f) + \right. \\ &\left. + 2 \cdot S_0^2 \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} |H_1(v)|^2 \cdot |H_1(f - v)|^2 dv \right], (11) \end{aligned}$$

спектральну густину потужності на виході пристрою усереднення

$$\begin{aligned} S_{int}(f) &= S_{yy}(f) \cdot |H_4(f)|^2 = \\ &= K_p^2 \cdot \left[S_0^2 \cdot \left(\int_{-\infty}^{+\infty} |H_1(f)|^2 df \right)^2 \cdot \delta(f) \cdot \left(\frac{\sin(\pi \cdot f \cdot \theta)}{\pi \cdot f \cdot \theta} \right)^2 + \right. \\ &\left. + 2 \cdot S_0^2 \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} |H_1(v)|^2 \cdot |H_1(f - v)|^2 dv \cdot \left(\frac{\sin(\pi \cdot f \cdot \theta)}{\pi \cdot f \cdot \theta} \right)^2 \right], \end{aligned} (12)$$

значення квадрата інформативного параметра корисного сигналу – квадрата математичного сподівання квадрата шумової напруги

$$[M(e_0^2)]^2 = K_p^2 \cdot S_0^2 \cdot \left(\int_{-\infty}^{+\infty} |H_1(f)|^2 df \right)^2 (13)$$

та дисперсію вихідного сигналу перемножувача після усереднення

$$D(e_0^2) = 2 \cdot K_p^2 \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} S_0^2 \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} (|H_1(v)| \cdot |H_1(f-v)|)^2 dv \times \left(\frac{\sin(\pi \cdot f \cdot \Theta)}{\pi \cdot f \cdot \Theta} \right)_{df}^2, \quad (17)$$

$$\times \left(\frac{\sin(\pi \cdot f \cdot \Theta)}{\pi \cdot f \cdot \Theta} \right)_{df}^2 \quad (14)$$

де Θ – час усереднення, v – частота.

Аналогічно отримано вирази для неінформативного шумового сигналу $e_1(t)$

$$[M(e_1^2)]^2 = K_p^2 \cdot S_1^2 \cdot \left(\int_{-\infty}^{+\infty} |H_1(f)|^2 df \right)^2 \quad (15)$$

$$D(e_1^2) = 2 \cdot K_p^2 \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} S_1^2 \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} (|H_1(v)| \cdot |H_1(f-v)|)^2 dv \times \left(\frac{\sin(\pi \cdot f \cdot \Theta)}{\pi \cdot f \cdot \Theta} \right)_{df}^2 \quad (16)$$

та статистично незалежних шумових сигналів

$$D(e_0 \cdot e_1) = 2 \cdot K_p^2 \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} S_0^2 \cdot S_1^2 \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} (|H_1(v)| \cdot |H_1(f-v)|)^2 dv \times$$

де S_1 – спектральна густина потужності шумової напруги каналу підсилювача.

Отже, одержано аналітичні вирази, які дають змогу оцінити методичну похибку, пов'язану з шумовою природою корисного сигналу, інструментальні похибки вимірювання температури та оцінено доцільність застосування одноканального підсилювача для створення ШТ.

1. Саватеев А.В. Шумовая термометрия. – Л., 1987.
2. Микитин І.П., Стадник Б.І., Дорожовець М.М. Математична модель шумового термометра на основі кореляційного підсилювача // Вимірювальна техніка та метрологія. – 2000. – №57. 3. Левин Б.Р. Теоретические основы статистической радиотехники. Книга первая. М., 1969. 4. Сибберг У.М. Цепи, сигналы, системы: В 2-х ч. Ч.2: М., 1988. 5. Бендат Дж., Пирсол А. Измерение и анализ случайных процессов. М., 1974.

УДК 621.1

ВРАХУВАННЯ КОМПОНЕНТИ ВИПРОМІНЮВАННЯ ПРИ РОЗРАХУНКУ ТЕМПЕРАТУРНОГО ПОЛЯ БАГАТОШАРОВИХ СТРУКТУР

© Тарас Винник, 2002

Національний університет “Львівська політехніка”, кафедра “Метрологія, стандартизація та сертифікація”, вул. С.Бандери, 12, 79013, Львів, Україна

Розглянуто підхід до моделювання розподілу температури у багатошарових структурах при врахуванні компоненти випромінювання. Розв'язок для температурного поля шукається через числову апроксимацію в часі і поданий у вигляді часткових сум двократного ряду, які характеризують просторовий розподіл температури для певного моменту часу. При врахуванні випромінювальної компоненти температурне поле наближається сплайнами. Порівняно результати моделювання з врахуванням компоненти випромінювання та без нього.

Рассмотрен подход к моделированию распределения температуры в многослойных структурах с учетом компоненты излучения. Решение о температурном поле ищется числовой аппроксимацией во времени и представлено в виде частичных сум двукратного ряда, которые характеризуют пространственное распределение температур в определенный момент времени. При учете компонент излучения температурное поле приближается сплайнами. Произведено сравнение результатов моделирования с учетом компоненты излучения и без него.

The approach to modeling temperature in multi-layer structures including radiation components is considered. The solution for a temperature field is performed through numerical approximation in time, and is represented in the form of partial sums of a 2-multiple series, which characterize temperature distribution in space at defined time. While taking components of radiation into consideration, temperature field is approximated with splines. The comparison of simulation results with and without radiation components is carried out.

У [1] сформульовані рівняння для визначення реальної температури при конвективному теплообміні з докільям на верхній та нижній грані за наявності

джерел тепловиділення на верхній грані за умови врахування теплового випромінювання та конвективного теплообміну. Задача розглядалася при нульо-