

- створення сценаріїв тренувань оперативного персоналу для відпрацювання основних технологічних операцій керування дозволило автоматизувати процес навчання. Система автоматично контролює виконання операцій керування та кількісно оцінює дії оператора.

На основі викладених принципів створено спеціалізований редактор, за допомогою якого побудована система навчання оперативного персоналу керування електричною частиною енергоблока 300 МВт теплової електростанції. На рисунку показана модель фрагменту БЩК електричної частини енергоблока 300 МВт Ладижинської ТЕС.

На фрагменті моделі БЩК наведено табло технологічної та аварійної сигналізації, прилади контролю координат режиму генератора, синхроскоп, мнемосхема, моторне поле керування електричною частиною енергоблока.

Висновки. 1. Запропонована АСН побудована з використанням сучасних засобів обчислювальної техніки.

2. Графічний редактор дозволяє легко адаптувати АСН до блоків різної потужності та конфігурації.

3. АСН можна використовувати для підготовки оперативного персоналу реальних електричних станцій як атомних, так і теплових, а також у навчальному процесі для студентів електроенергетичних спеціальностей.

1. Чачко А.Г. Подготовка операторов энергоблоков. Алгоритмический подход. – М.: Энергоатомиздат, 1986. –230 с. 2. Дембицкая Я.Д., Кидыба В.П., Ручко В.Г., Стряпан В.Н. Автоматизированная обучающая система для подготовки оперативного персонала электрических станций // Электрические станции. – 1992. – № 10. – С. 17–19.

УДК 51.001.57

М.С. Сегеда, А.В. Чабан, Т.А. Мазур

Національний університет “Львівська політехніка”, м. Львів

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ПЕРЕХІДНИХ ПРОЦЕСІВ НА ПРИКЛАДІ УКРУПНЕНОГО БЛОКА

© М.С. Сегеда, А.В. Чабан, Т.А. Мазур, 2007

Проаналізовано перехідні процеси в електромеханічній системі на прикладі укрупненого блока. Крайова задача розв’язується просторовою дискретизацією рівнянь з частинними похідними. Дискретизовані диференціальні рівняння електромеханічного стану подані в нормальній формі Коші. Наведено результати комп’ютерної симуляції.

The analysed transitional processes in the electromechanics system on the example of the combined larger block into units. A regional task gets untied by spatial sample of equalizations with derivative parts. sample differential equalizations of the electromechanics state are represented in the normalized Cauchy form. Computer results are given simulations.

Постановка проблеми. На електричних станціях зазвичай кожний турбоагрегат працює паралельно з електроенергетичною системою через індивідуальний трансформатор (так званий простий блок). Але можливі варіанти, коли декілька турбогенераторів працюють через один підвищувальний трансформатор паралельно із системою (так званий укрупнений блок [2]). Особливо актуальними схеми з укрупненим блоком є на ТЕЦ, але без блочного трансформатора. Очевидно, що ККД укрупненого блока буде вищим, ніж простого, але надійність його нижча. Електромашинну систему, яка складається з простого та укрупненого блоків, можна розглядати, як

електричний вузол. Однією з основних проблем, які виникають під час аналізу станів вузла, є знаходження його напруги [4]. Особливо це актуально для автономних електростанцій, де напруга навантаження не підтримується системою. Для обчислення напруги вузла необхідно оперувати похідними від струмів елементів вузла [4]; а це вимагає подання математичних моделей усіх елементів вузла диференціальними рівняннями в координатах струмів (узагальнених швидкостях).

Аналіз результатів останніх досліджень. Сьогодні досконало не розроблено методик обчислення напруги вузла навантаження, елементами якого є укрупнений блок, особливо в перехідних процесах. Існуючі методи дають достовірну інформацію лише за умови моделей турбогенераторів та асинхронних моторів, які побудовані на підставі теорії електричних кіл. Така методика детально описана, наприклад, в [1].

Задачі досліджень. Метою роботи є побудова ефективної математичної моделі укрупненого блока, який працює як на автономне навантаження, так і паралельно ввімкнений до електроенергетичної мережі. Для досягнення цієї мети розв'язано таку задачу. Застосовано коло-польову модель синхронного турбогенератора [4] для побудови математичної моделі укрупненого блока з трансформатором власних потреб.

Виклад основного матеріалу. Математична модель укрупненого блока (рис. 1) складається з моделей індивідуальних електромеханічних та електротехнічних пристроїв, які описуються рівняннями Ейлера (для систем з розподіленими параметрами) та рівняннями Лагранжа другого роду (для систем із зосередженими параметрами). Розглянемо послідовно математичні моделі кожного з автономних пристроїв (див. рис. 1).

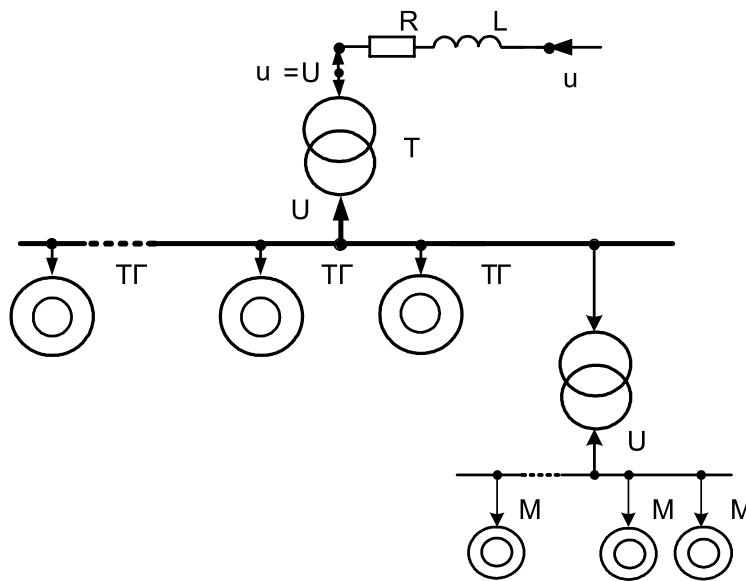


Рис. 1. Принципова схема укрупненого блока

Математичну модель блочного трансформатора побудуємо на підставі рівнянь Лагранжа другого роду для нелінійних електричних і магнітних кіл. Запишемо A -модель тристрижневого трансформатора з урахуванням впливу потоків у немагнітному середовищі [4]:

$$\frac{di_1^*}{dt} = A_{11}(u_1^* - R_1 i_1^*) + A_{12}(u_2 - R_2 i_2); \quad \frac{di_2}{dt} = A_{21}(u_1^* - R_1 i_1^*) + A_{22}(u_2 - R_2 i_2); \quad (1)$$

$$G = \frac{1}{\Delta} \begin{pmatrix} \alpha_B \alpha_C - \alpha_0^2 & (\alpha_0 - \alpha_C) \alpha_0 & (\alpha_0 - \alpha_B) \alpha_0 \\ (\alpha_0 - \alpha_C) \alpha_0 & \alpha_A \alpha_C - \alpha_0^2 & (\alpha_0 - \alpha_A) \alpha_0 \\ (\alpha_0 - \alpha_B) \alpha_0 & (\alpha_0 - \alpha_A) \alpha_0 & \alpha_B \alpha_A - \alpha_0^2 \end{pmatrix}; \quad (2)$$

$$A_{11} = \alpha_1(1 - \alpha_1 G) = a_{ij}; \quad A_{12} = A_{21} = -\alpha_1 \alpha_2 G = b_{ij}; \quad A_{22} = \alpha_2(1 - \alpha_2 G); \quad \alpha_1 \equiv \text{diag}(L_{\sigma 1}^{-1}); \quad (3)$$

$$\alpha_2 \equiv \text{diag}(L_{\sigma 2}^{-1}); \quad \Delta = \alpha_A \alpha_B \alpha_C - \alpha_0^2 (\alpha_A + \alpha_B + \alpha_C + 2\alpha_0); \quad G = g_{ij}; \quad \alpha_0 = L_{\sigma 0}^{-1}; \quad i_A + i_B + i_C \neq 0; \quad (4)$$

$$\Psi_A + \Psi_B + \Psi_C + \Psi_0 = 0; \quad \rho_j = \frac{\partial \varphi_j}{\partial \Psi_j}; \quad \alpha_j = \rho_j + \alpha_{1,j} + \alpha_{2,j} + \alpha_0, \quad j = A, B, C, \quad (5)$$

де i_1^* , i_2 – тривимірні вектор-стовпці струмів фаз первинної та вторинної обмоток трансформатора відповідно; u_1^* – тривимірний вектор-стовпець напруг фаз первинної обмотки трансформатора; u_2 – тривимірний вектор-стовпець напруг фаз вторинної обмотки трансформатора; u_0 – тривимірний вектор-стовпець ЕРС електроенергетичної системи; R_1, R_2 – матриці опорів первинної і вторинної обмоток відповідно; u_C – тривимірний вектор-стовпець напруг батареї; $\Psi_{0,k}$ – потокозчеплення, яке визначається лініями магнітної індукції, що замикаються через немагнітний проміжок; $L_{\sigma 1}, L_{\sigma 2}$ – матриці індуктивностей розсіяння первинної і вторинної обмоток відповідно; $L_{\sigma 0}$ – індуктивність розсіяння, що відповідає потокозчепленню Ψ_0 ; R_H, L_H – матриці резистивних опорів та індуктивностей (з урахуванням взаємоіндуктивних зв'язків) навантаження; $\varphi_j(\Psi_j)$ ($j = A, B, C$) – криві намагнічення магнітних систем окремих фаз, A, B, C – індекси приналежності до згаданих фазних величин; i_L – тривимірні вектор-стовпці струмів у вітті навантаження.

У разі застосування математичної моделі вузла навантаження для роботи в автономному стані $u_0 \equiv 0$, а у разі застосування математичної моделі вузла як елемента моделі електроенергетичної системи: $u_0 \neq 0$, $R_H, L_H, C_H = R^*, L^*, C^*$ – матриці резистивних опорів, індуктивностей (з урахуванням взаємоіндуктивних зв'язків) та еквівалентних ємностей елементів, які задані електроенергетичною системою відповідно [3]. Для відтворення процесів у лініях електропередач з вищим ступенем адекватності доцільно використовувати за базове рівняння однорідної двопроточної лінії [3], яке одержано на підставі принципу Гамільтона-Остроградського з урахуванням дисипації [4]

Запишемо рівняння стаціонарних зв'язків для блочного трансформатора за умови сполучень його обмоток так – $Y = 0 / \Delta$:

$$u_{1A} + u_{1B} + u_{1C} = 0; \quad i_{1A} + i_{1B} + i_{1C} = 0; \quad i_{2A} + i_{2B} + i_{2C} + i_0 = 0; \quad u_{2A} + u_{2B} + u_{2C} \neq 0, \quad (6)$$

де i_0 – струм у нульовому проводі вторинної обмотки блочного трансформатора.

Рівняння для знаходження основних потокозчеплень з урахуванням (4), (6) запишемо так:

$$\frac{d\Psi}{dt} = \alpha_1 \begin{array}{|c|c|} \hline g_{11} - g_{13} & g_{12} - g_{13} \\ \hline g_{21} - g_{23} & g_{22} - g_{23} \\ \hline g_{31} - g_{33} & g_{32} - g_{33} \\ \hline \end{array} (u_1 - R_1 i_1) + \alpha_2 G (u_2 - R_2 i_2). \quad (7)$$

На підставі (7) обчислюємо диференціальну обернену індуктивність ρ_j , кожної з магнітних систем окремих фаз (див. другий вираз у (5)).

Ураховуючи рівняння зв'язків (6) за умов (2) – (5), рівняння (1) запишемо так:

$$\frac{di_1}{dt} = K_{11}(u_1 - R_1 i_1) + K_{12}(u_2 - R_2 i_2); \quad \frac{di_2}{dt} = K_{21}(u_1 - R_1 i_1) + K_{22}(u_2 - R_2 i_2); \quad (8)$$

$$K_{11} = \begin{array}{|c|c|} \hline a_{11} - a_{13} & a_{12} - a_{13} \\ \hline a_{21} - a_{23} & a_{22} - a_{23} \\ \hline \end{array}; \quad K_{12} = \begin{array}{|c|c|c|} \hline b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ \hline b_{21} & b_{22} & b_{23} \\ \hline \end{array}; \quad (9)$$

$$\mathbf{K}_{21} = \begin{bmatrix} b_{11} - b_{13} & b_{21} - b_{23} & b_{31} - b_{33} \\ b_{12} - b_{13} & b_{22} - b_{23} & b_{32} - b_{33} \end{bmatrix}^T; \quad \mathbf{K}_{22} = \mathbf{A}_{22}, \quad (10)$$

де $i_1 = \begin{bmatrix} i_{1,A} & i_{1,B} \end{bmatrix}^T$; $u_1 = \begin{bmatrix} u_{1,A} & u_{1,B} \end{bmatrix}^T$ – двовимірні вектор-стовпці фазних струмів та лінійних (фазних) напруг первинної обмотки блочного трансформатора відповідно.

З урахуванням групи сполучень обмоток блочного трансформатора (Y-0/Δ-11), рівняння зв'язку між лінійними і фазними струмами первинної обмотки силового трансформатора (сполучена в трикутник) виглядатиме так:

$$i_{1L} = \begin{bmatrix} i_{1LA} \\ i_{1LB} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -1 & \\ & 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{1A} \\ i_{1B} \\ -i_{1A} - i_{1B} \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{1A} \\ i_{1B} \end{bmatrix} = \mathbf{B} i_1, \quad (11)$$

де $i_{1L} = \begin{bmatrix} i_{1LA} & i_{1LB} \end{bmatrix}^T$ – двовимірний вектор лінійних струмів первинної обмотки блочного трансформатора; \mathbf{B} – топологічна матриця зв'язку.

Математичну модель турбогенераторів будуватимемо на підставі рівнянь Лагранжа другого роду для нелінійних електричних і магнітних кіл та рівняння Ейлера для нелінійного електромагнітного поля, а також рівнянь Лагранжа другого роду для обертового механічного руху [4]. Отже, електромагнітні процеси в статорі пристрою описуємо рівняннями електромагнітних кіл, а в роторі як рівняннями електромагнітних кіл, так і рівняннями електромагнітного поля. Такий підхід пояснюється наявністю значних вихрових струмів в поковці ротора, натомість в статорі – вихрові струми на порядок є меншими із-за ламінації магнітопроводу якоря. Диференціальні рівняння турбогенераторів виглядатимуть так [4]:

$$\frac{di_{S,k}}{dt} = \alpha_{S,k} \left(u_{S,k} - R_{S,k} i_{S,k} - \frac{d\psi_{S,k}}{dt} \right); \quad \frac{di_{f,k}}{dt} = \alpha_{f,k} \left(u_{f,k} - R_{f,k} i_{f,k} - \frac{d\psi_{f,k}}{dt} \right), \quad (12)$$

де k – кількість генераторів у простому блоці.

Запишемо вирази для знаходження основних потокозчеплень (робочих) кожного з генераторів [4]

$$\psi_{SA,k} = c_{S,k} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} B_{r,k}(R_k, \alpha) \cos(\alpha + \gamma_k) d\alpha; \quad (13)$$

$$\psi_{SB,k} = c_{S,k} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} B_{r,k}(R_k, \alpha) \cos\left(\alpha + \gamma_k - 2\frac{\pi}{3}\right) d\alpha; \quad \psi_{f,k} = c_{f,k} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} B_{r,k}(R_k, \alpha) \cos \alpha d\alpha; \quad (14)$$

де $c_{S,k}, c_{f,k}$ – сталі коефіцієнти кожного з генераторів,

$$\psi_{SC,k} = -\psi_{SA,k} - \psi_{SB,k}. \quad (15)$$

На підставі (13)–(15) запишемо вирази для знаходження часових похідних від основних потокозчеплень синхронних турбогенераторів

$$\frac{d\psi_{SA,k}}{dt} = c_k \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \left(\frac{dB_{r,k}(R_k, \alpha)}{dt} \cos(\alpha + \gamma_k) - \omega_k B_{r,k}(R_k, \alpha) \sin(\alpha + \gamma_k) \right) d\alpha \quad (16)$$

$$\frac{d\psi_{SB,k}}{dt} = c_k \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \left(\frac{dB_{r,k}(R_k, \alpha)}{dt} \cos\left(\alpha + \gamma_k - \frac{2\pi}{3}\right) - \omega_k B_{r,k}(R_k, \alpha) \sin\left(\alpha + \gamma_k - \frac{2\pi}{3}\right) \right) d\alpha \quad (17)$$

$$\frac{d\psi_{f,k}}{dt} = c_k \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \left(\frac{dB_{r,k}(R_k, \alpha)}{dt} \cos \alpha \right) d\alpha; \quad \frac{d\psi_{SC,k}}{dt} = -\frac{d\psi_{SA,k}}{dt} - \frac{d\psi_{SB,k}}{dt}; \quad (18)$$

Рівняння вектор-потенціалу електромагнітного поля в роторах генераторів виглядають так [4]:

$$\frac{\partial A_k}{\partial t} = \frac{1}{\gamma_{E,k}} \left(v_{\alpha,k} \frac{\partial^2 A_k}{\partial r^2} + \frac{v_{r,k}}{r^2} \frac{\partial^2 A_k}{\partial \alpha^2} + \left(\frac{\partial v_{\alpha,k}}{\partial r} + \frac{v_{\alpha,k}}{r} \right) \frac{\partial A_k}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial v_r}{\partial \alpha} \frac{\partial A_k}{\partial \alpha} \right) \quad (19)$$

де $v_{\alpha,k}$, $v_{r,k}$ – кутова та радіальна компоненти магнітних релактивностей тіла роторів; $\gamma_{E,k}$ – еквівалентні питомі електропровідності тіла роторів (метод обчислення цих параметрів описано в попередньому розділі).

Дискретизовані рівняння вектор-потенціалу електромагнітного поля для всіх турбогенераторів на підставі запишемо так [4]:

$$\frac{dA_{(i,j),k}}{dt} = a_{(i,j),k} A_{(i-1,j),k} + b_{(i,j),k} A_{(i+1,j),k} + c_{(i,j),k} A_{(i,j-1),k} + d_{(i,j),k} A_{(i,j+1),k} + g_{(i,j),k} A_{(i,j),k}, \quad (20)$$

де $a_{(i,j),k}$, $b_{(i,j),k}$, $c_{(i,j),k}$, $d_{(i,j),k}$, $g_{(i,j),k}$ – коефіцієнти дискретизації (див. [3]).

Дискретизовані рівняння вектора магнітної індукції для всіх турбогенераторів запишемо на підставі рівнянь електромагнітного поля [4]

$$\frac{dB_{r(R_k,j),k}}{dt} = (2R_k \Delta \alpha_k)^{-1} \left(\frac{dA_{(R_k,j+1),k}}{dt} - \frac{dA_{(R_k,j-1),k}}{dt} \right), \quad (21)$$

де $\Delta \alpha_k$ – крок дискретизації за кутовою координатою, R_k – радіуси роторів.

Значення електромагнітного моменту генераторів обчислюємо так [3]:

$$M_{EM,k} = \sqrt{3} p_{0,k} (\psi_{SA,k} i_{SB,k} - \psi_{SB,k} i_{SA,k}), \quad (22)$$

де $p_{0,k}$ – кількість пар магнітних полюсів кожного генератора.

До рівнянь електромагнітного стану системи додамо рівняння механічного стану, записаними на підставі рівняння Лагранжа другого роду за умови абсолютно штивного валопроводу генератора [3]

$$\frac{d\omega_k}{dt} = \frac{J_{\Sigma,k}}{p_{0,k}} (M_{T,k} - M_{E,k}); \quad \frac{d\gamma_k}{dt} = \omega_k, \quad (23)$$

де ω_k – механічні кутові швидкості обертання роторів; $J_{\Sigma,k}$ – сумарні моменти інерції турбоагрегатів; $M_{T,k}$ – рушійні моменти турбін; γ_k – кути повороту роторів генераторів.

Математичну модель трансформатора власних потреб будуватимемо знову на підставі теорії електричних та магнітних кіл. Приймемо допущення, що обмотки силового трансформатора сполучені в зірку і працюють за симетричного навантаження [2]. Тоді немає необхідності враховувати некомпенсовані потоки в магнітному вузлі [3].

$$\frac{di_1}{dt} = A_{11}(k_T^{-2} u_1 - R_1 i_1) + k_T^{-1} A_{12}(u_2 - R_2 i_2); \quad \frac{di_2}{dt} = A_{21}(k_T^{-1} u_1 - k_T R_1 i_1) + A_{22}(u_2 - R_2 i_2); \quad (24)$$

де

$$G = \begin{array}{|c|c|} \hline (\alpha_1 + \alpha_2 + \rho_A)^{-1} & \\ \hline & (\alpha_1 + \alpha_2 + \rho_B)^{-1} \\ \hline \end{array}; \quad i_{mA} + i_{mB} + i_{mC} = 0; \quad \psi_{mA} + \psi_{mB} + \psi_{mC} = 0; \quad (25)$$

$$A_{11} = \alpha_1(1 - \alpha_1 G); \quad A_{12} = A_{21} = -\alpha_1 \alpha_2 G; \quad A_{22} = \alpha_2(1 - \alpha_2 G); \quad \alpha_1 \equiv \text{diag}(\alpha_{\sigma 1}); \quad \alpha_2 \equiv \text{diag}(\alpha_{\sigma 2}); \quad (26)$$

$$I_m \equiv \begin{array}{|c|c|} \hline i_{mA} & i_{mB} \\ \hline \end{array}^T = \begin{array}{|c|c|} \hline i_{1A} + i_{2A} & i_{1B} + i_{2B} \\ \hline \end{array}^T; \quad P = \text{diag}(\rho_A; \rho_B); \quad \rho_i = \left(\frac{\partial \psi_{m,j}}{\partial i_{m,j}} \right)^{-1}, \quad j = A, B; \quad (27)$$

u_1, u_2 – вектор-стовпці напруг фаз первинної й вторинної обмоток відповідно; i_1, i_2 – вектор-стовпці струмів фаз первинної та вторинної обмоток трансформатора; $i_{1A}, i_{1B}, i_{2A}, i_{2B}$ – компоненти відповідних вектор-стовпців струмів трансформатора; R_1, R_2 – матриці опорів первинної та вторинної обмоток; P – матриця основних обернених диференціальних індуктивностей фаз трансформатора; $\alpha_{\sigma 1}, \alpha_{\sigma 2}$ – матриці обернених індуктивностей розсіяння первинної й вторинної обмоток; $\Psi_{m,j}(i_{m,j})$ – крива намагнічення фазних магнітних систем трансформатора, (A, B, C) – індекси приналежності до відповідних фаз; k_T – коефіцієнт трансформації.

Математичну модель електроприводів власних потреб традиційно будуватимемо на підставі теорії нелінійних електромагнітних кіл та рівнянь Лагранжа другого роду для обертових інерційних ланок [4, 5]. Запишемо рівняння n -го асинхронного мотора у фізичних (фазних) координатах струмів. Зазначимо, що таку модель можна застосувати лише для моторів невеликої потужності, де нехтується явищем скін-ефекту в стрижнях білячої клітки ротора [5]:

$$\frac{di_{S,n}^{(B)}}{dt} = A_{S,n}^{(B)}(u_2 - R_{S,n}^{(B)}i_{S,n}^{(B)}) + A_{SR,n}^{(B)}(-\Omega_n^{(B)}\Psi_n^{(B)} - R_{R,n}^{(B)}i_{R,n}^{(B)}); \quad (28)$$

$$\frac{di_{R,n}^{(B)}}{dt} = A_{RS,n}^{(B)}(u_2 - R_{S,n}^{(B)}i_{S,n}^{(B)}) + A_{R,n}^{(B)}(-\Omega_n^{(B)}\Psi_n^{(B)} - R_{R,n}^{(B)}i_{R,n}^{(B)}) + \Omega_n^{(B)}i_{R,n}^{(B)}, \quad (29)$$

де

$$A_{S,n}^{(B)} = \alpha_{S,n}(1 - \alpha_{S,n}G_n); \quad A_{S,n}^{(B)} = \alpha_{R,n}\Pi_n^{-1}(1 - \alpha_{R,n}G_n)\Pi_n; \quad A_{SR,n}^{(B)} = \alpha_{S,n}\alpha_{R,n}G_n\Pi_n; \quad (30)$$

$$A_{RS,n}^{(B)} = \alpha_{S,n}\alpha_{R,n}\Pi_n^{-1}G_n; \quad R_n = 1/(\alpha_{S,n} + \alpha_{R,n} + \rho_n); \quad T_n = 1/(\alpha_{S,n} + \alpha_{R,n} + \tau_n); \quad (31)$$

$$i_n \equiv \begin{bmatrix} i_{A,n} & i_{B,n} \end{bmatrix}^T = i_{S,n} + \Pi_n i_{R,n}; \quad i_{m,n} = 2\sqrt{(i_{A,n}^2 + i_{A,n}i_{B,n} + i_{B,n}^2)/3}; \quad b_n = \frac{2}{3} \frac{R_n - T_n}{i_{m,n}^2}; \quad (32)$$

$$b_{A,n} = b_n(2i_{A,n} + i_{B,n}); \quad b_{B,n} = b_n(2i_{B,n} + i_{A,n}); \quad b_n = \frac{2}{3} \frac{R_n - T_n}{i_{m,n}^2}; \quad b_{A,n} = b_n(2i_{A,n} + i_{B,n}); \quad (33)$$

$$b_{B,n} = b_n(2i_{B,n} + i_{A,n}); \quad \tau_n = (\Psi_{m,n}/i_{m,n})^{-1}; \quad \rho_n = \tau_n^{\circ} = (\partial\Psi_{m,n}/\partial i_{m,n})^{-1}; \quad (34)$$

$$\Psi_{S,n} = \Psi_n = \Pi_n \Psi_{R,n}; \quad \Psi_{R,n} = \Pi_n^{-1} \Psi_{S,n}; \quad \Psi_n = \tau_n(i_{S,n} + \Pi_n i_{R,n}); \quad (35)$$

$$\Pi_n = \frac{2}{\sqrt{3}} \begin{bmatrix} \sin(\gamma_n + 2\pi/3) & -\sin \gamma_n \\ \sin \gamma_n & -\sin(\gamma_n - 2\pi/3) \end{bmatrix}; \quad (36)$$

$$\Pi_n^{-1} = \frac{2}{\sqrt{3}} \begin{bmatrix} -\sin(\gamma_n - 2\pi/3) & \sin \gamma_n \\ -\sin \gamma_n & \sin(\gamma_n + 2\pi/3) \end{bmatrix}; \quad (37)$$

$$G_n = \begin{bmatrix} T_n + b_{A,n}i_{A,n} & b_{B,n}i_{A,n} \\ b_{A,n}i_{B,n} & T_n + b_{B,n}i_{B,n} \end{bmatrix}; \quad \Omega_n^{(B)} = \Pi_n \frac{d\Pi_n^{-1}}{dt} = -\Pi_n^{-1} \frac{d\Pi_n}{dt} = \frac{\omega_n}{\sqrt{3}} \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -2 & -1 \end{bmatrix}; \quad (38)$$

де $n = 1, 2, \dots, M$ – порядковий номер мотора в системі, M – кількість моторів у системі; $\alpha_{S,k}$ – матриця обернених індуктивностей розсіяння статора кожного з моторів; $R_{S,n}, R_{R,n}$ – матриці опорів відповідно статора й ротора; τ_n – обернена основна статична індуктивність кожного з моторів; ρ_k – обернена основна диференціальна індуктивність кожного з моторів; $u_2 = u_{S,n} = U_1$ – вектор-стовпець напруг моторів (напруга вузла навантаження); $i_{S,n}, i_{R,n}$ – вектор-стовпці струмів статорів і роторів машин; $\Psi_{S,n}, \Psi_{R,n}$ – вектор-стовпці основних поточкозчеплень статорів і роторів; ω_n –

швидкості обертання роторів кожної з машин; γ_n – кути повороту магнітних осей фази A роторів відносно магнітних осей фази A статорів.

Доповнимо систему диференціальних рівнянь електромагнітного стану рівняннями руху електроприводу, записаними на основі рівняння Лагранжа другого роду для механічних систем за умови абсолютно штивних роторів та приводних валів [3]

$$\frac{d\omega_n}{dt} = \frac{p_{0,n}}{J_n} (M_{E,n} - M(\omega_n)); \quad \frac{d\gamma_n}{dt} = \omega_n; \quad (39)$$

$$M_{E,n} = \sqrt{3} p_{0,n} (i_{RA,n}^{\Pi} i_{SB,n} - i_{RB,n}^{\Pi} i_{SA,n}) / \tau_k; \quad (40)$$

$$i_{RA,n}^{\Pi} = \frac{2}{\sqrt{3}} (i_{RA,n} \sin(\gamma_n - 2\pi/3) - i_{RB,n} \sin \gamma_n); \quad i_{RB,n}^{\Pi} = \frac{2}{\sqrt{3}} (i_{RA,n} \sin \gamma_n - i_{RB,n} \sin(\gamma_n + 2\pi/3)), \quad (41)$$

де $p_{0,k}$ – кількість пар магнітних полюсів кожної з машин; J_k – сумарні моменти інерції валопроводу електропривода для кожної з машин.

Математична модель укрупненого блока. Запишемо диференціальне рівняння лінійних струмів первинної обмотки трансформатора, попередньо диференціюючи за часом вираз (11) та розв'язуючи одержаний результат сумісно з першим рівнянням в (1):

$$\frac{di_{1L}}{dt} = N_1(u_1 - R_1 i_1) + N_2(u_2 - R_2 i_2), \quad (42)$$

де

$$N_1 = \begin{bmatrix} a_{11} - a_{13} - a_{21} + a_{23} & a_{12} - a_{13} - a_{22} + a_{23} \\ a_{11} - a_{13} + 2(a_{21} - a_{23}) & a_{12} - a_{13} + 2(a_{22} - a_{23}) \end{bmatrix}; \quad (43)$$

$$N_{2,k} = \begin{bmatrix} b_{11,k} - b_{21,k} & b_{12,k} - b_{22,k} & b_{13,k} - b_{23,k} \\ b_{11,k} + 2b_{21,k} & b_{12,k} + 2b_{22,k} & b_{13,k} + 2b_{23,k} \end{bmatrix}; \quad (44)$$

$$u_1 = k_T \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} u_S = k_T \mathbf{B} u_S, \quad (45)$$

Усі параметри та функціональні залежності блочного трансформатора приводимо за числом витків до його первинної обмотки з коефіцієнтом трансформації k_T , а параметри трансформатора власних потреб до вторинної обмотки з коефіцієнтом трансформації $k_T^{(B)}$, причому функціональні залежності останнього залишимо в реальній системі координат.

З'єднаємо послідовно R_H з r_2 і L_H з $L_{\sigma 2}$, попередньо змінивши вигляд коефіцієнта α_2 у (3), тепер він виглядатиме так: $\alpha_2 = (\text{diag}(L_{\sigma 2}) + k_T^{-2} L_H)^{-1}$. Згадане допущення призведе до такої зміни: $u_2 = k_T^{-1} u_0$.

Запишемо диференціальні рівняння голономних зв'язків (перші закони Кірхгофа) для двох вузлів навантаження відповідно, попередньо диференціюючи їх за часом :

$$\frac{di_1}{dt} + \sum_{k=1}^N \frac{di_{S,k}}{dt} + \frac{di_1^{(B)}}{dt} = 0; \quad \frac{di_2^{(B)}}{dt} + \sum_{k=1}^N \frac{di_{S,n}^{(B)}}{dt} = 0 \quad (46)$$

Підставляючи перші рівняння в (8), (12), (24) у рівняння зв'язку (перший вираз у (46)), друге рівняння в (24) та (40) в рівняння зв'язку (другий вираз у (46)), одержимо

$$U_2 = \left(N_1 \mathbf{B} + \sum_{k=1}^N \alpha_{S,k} + k_T^{-2(B)} A_1^{(B)} \right)^{-1} \left[N_1 R_1 i_1 - N_2 (k_T^{-1} u_0 - (R_1 + k_T^{-2} R_H) i_2) + \right.$$

$$+ \sum_{k=1}^N \alpha_{S,k} \left(R_{S,k} i_{S,k} + \frac{d\psi_{S,k}}{dt} \right) + A_{11}^{(B)} R_1^{(B)} i_1^{(B)} - k_T^{-1(B)} A_{12}^{(B)} (u_1^{(B)} - R_2^{(B)} i_2^{(B)}) \Big]; \quad (47)$$

$$u_1^{(B)} \equiv U_1 = \left(\sum_{n=1}^M A_{S,n}^{(B)} + A_{22}^{(B)} \right)^{-1} \left[\sum_{n=1}^M (A_{S,n}^{(B)} R_{S,n}^{(B)} i_{S,n}^{(B)} + A_{SR,n}^{(B)} (\Omega_n^{(B)} \Psi_n^{(B)} + R_{R,n}^{(B)} i_{R,n}^{(B)})) + \right. \\ \left. + A_{22}^{(B)} R_2^{(B)} i_2^{(B)} - A_{21}^{(B)} (k_T^{-1(B)} U_1 - k_T^{(B)} R_1^{(B)} i_1^{(B)}) \right]. \quad (48)$$

Підставляючи (48) у (47) та розв'язуючи одержаний результат відносно вектор-стовпця U_2 , одержимо остаточно вираз для обчислення напруги вузла укрупненого блока:

$$U_2 = \left[1 - k_T^{-2(B)} A_{12}^{(B)} A_{21}^{(B)} \left(N_1 B + \sum_{k=1}^N \alpha_{S,k} + k_T^{-2(B)} A_{11}^{(B)} \right)^{-1} \left(\sum_{n=1}^M A_{S,n}^{(B)} + A_{22}^{(B)} \right)^{-1} \right]^{-1} \left[\left(N_1 B + \sum_{k=1}^N \alpha_{S,k} + \right. \right. \\ \left. \left. + k_T^{-2(B)} A_{11}^{(B)} \right)^{-1} \left[\left(N_1 R_1 i_1 - N_2 (k_T^{-1} u_0 - (R_1 + k_T^{-2} R_H) i_2) + \sum_{k=1}^N \alpha_{S,k} \left(R_{S,k} i_{S,k} + \frac{d\psi_{S,k}}{dt} \right) + A_{11}^{(B)} R_1^{(B)} i_1^{(B)} + \right. \right. \right. \\ \left. \left. + k_T^{-1(B)} A_{12}^{(B)} R_2^{(B)} i_2^{(B)} \right) \right] \left[\left(N_1 R_1 i_1 - N_2 (k_T^{-1} u_0 - (R_1 + k_T^{-2} R_H) i_2) + \sum_{k=1}^N \alpha_{S,k} \left(R_{S,k} i_{S,k} + \frac{d\psi_{S,k}}{dt} \right) + \right. \right. \\ \left. \left. + A_{11}^{(B)} R_1^{(B)} i_1^{(B)} + k_T^{-1(B)} A_{12}^{(B)} R_2^{(B)} i_2^{(B)} \right) \right] + k_T^{-1(B)} A_{12}^{(B)} \left(\sum_{n=1}^M A_{S,n}^{(B)} + A_{22}^{(B)} \right)^{-1} \left(\sum_{n=1}^M (A_{S,n}^{(B)} R_{S,n}^{(B)} i_{S,n}^{(B)} + \right. \\ \left. + A_{SR,n}^{(B)} (\Omega_n^{(B)} \Psi_n^{(B)} + R_{R,n}^{(B)} i_{R,n}^{(B)})) + A_{22}^{(B)} R_2^{(B)} i_2^{(B)} + A_{21}^{(B)} k_T^{(B)} R_1^{(B)} i_1^{(B)} \right) \Big]. \quad (49)$$

Реальне значення фазної напруги вторинної обмотки блочного трансформатора U_3 за умови стаціонарного зв'язку та виразу для обчислення напруги на навантаженні:

$$i_L = -k_T^{-1} i_2; \quad u_H = R_H i_L + L_H \frac{di_L}{dt} \quad (50)$$

($i_L = i_H$ – струм у вітці навантаження) знаходимо так:

$$U_3 = u_0 + u_H = u_0 - k_T^{-1} \left(R_H i_2 + L_H \frac{di_2}{dt} \right) = u_0 - k_T^{-1} (R_H i_2 + L_H (K_{21} (U_1 - R_1 i_1) + \\ + K_{22} (k_T^{-1} u_0 - (R_2 + k_T^{-2} R_H) i_2))) \quad (51)$$

Тепер сумісному інтегруванню підлягає така система диференціальних рівнянь: (7), (8), (12), (20), (23), (24), (28), (29), (39), (42) за умов (2) – (5), (9) – (11), (13) – (18), (21), (22), (22) – (27), (30) – (38), (40), (41), (43) – (45), (49) – (51).

Результати комп'ютерної симуляції Комп'ютерна симуляції здійснюється на прикладі укрупненого блока, елементами якого є: два модельних турбогенератори ТВВ-165 [6], паспортні дані яких такі: $P_H = 165$ МВт, $\cos\phi_H = 0,85$, $U_H = 18$ кВ, $p_0 = 1$; силовий трансформатор ТМЦ-400000/110 з такими паспортними даними: $S_H = 400$ МВА, $U_{HB} = 121$ кВ, $U_{HH} = 20$ кВ, $k_T = 3,5$, вузол навантаження у вигляді модельного трансформатора з електроприводами власних потреб: трансформатор з такими паспортними даними: $U_{H1} = 13,5$ кВ, $U_{H2} = 0,4$ кВ, $S_H = 160$ кВА, $P_{xx} = 410$ Вт, $i_{xx} = 2$ %, $P_{K3} = 3650$ Вт та три асинхронних мотори типу АО 73 – 4 з параметрами кожного: $P_H = 28$ кВт, $U_H = 380$ В, $\cos\phi_H = 0,88$, $p_0 = 2$ з активними моментами на валі ротора: $M_1 = 70$ Н·м, $M_1 = 140$ Н·м, $M_1 = 210$ Н·м. Укрупнений блок увімкнено на симетричне навантаження: $R_H = 10,86$ Ом, $L_H = 3,23$ мГн, $u_2 = 0$ В, батарея відсутня (рис.1). Пуск системи

здійснюється так. Ротори генераторів вважались розігнаними до синхронної швидкості. У момент комутації $t = +0$ с на обмотку збудження першого генератора подано напругу, яка дорівнює – 80 % від номінальної, а на обмотку другого 40 % від номінальної. У момент умикання укрупненого блока на навантаження ($t = 4$ с) напругу збудження першого генератора доведено до номінального значення, а другого – 50 % від номінальної напруги. У момент часу ($t = 7$ с) вмикається трансформатор внутрішніх потреб. Просторово-часову дискретизацію диференціальних рівнянь здійснено за методом скінченних різниць. Результати комп'ютерної симуляції показано на рисунках.

На рис. 2 показано фазну напругу (U_2) вузла електричного навантаження, тобто напругу укрупненого блока. Зазначимо, що напруга укрупненого блока як в усталеному, так і перехідних процесах є пониженою із-за зменшеної напруги збудження другого турбогенератора.

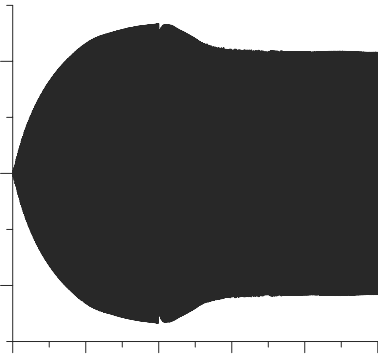


Рис. 2. Перехідна фазна напруга укрупненого блока (U_2)

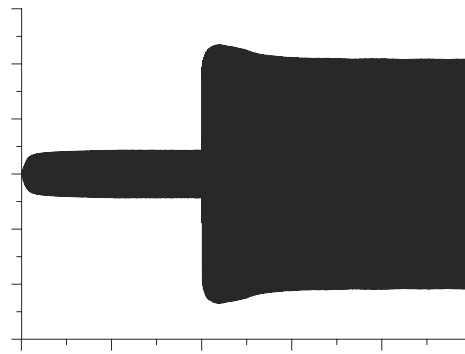


Рис. 3. Струм якоря першого турбогенератора як функція часу

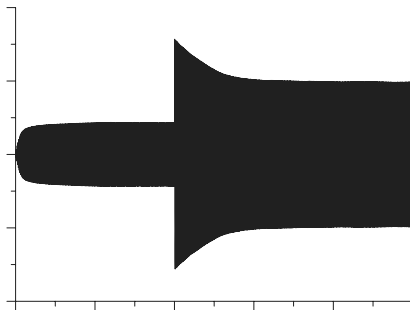


Рис. 4. Струм якоря другого турбогенератора як функція часу

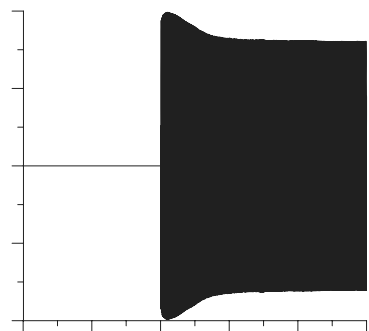


Рис. 5. Перехідна напруга на навантаженні укрупненого блока (U_3)

На рис. 3, 4 показано фазні струми в обмотках якорів першого та другого генераторів як функції часу відповідно. Тепер у неробочому стані в збірних шинах протікає зрівнювальний струм, зрозуміло, що для обох генераторів він є однаковим (на підставі першого закону Кірхгофа). Але магнітна дія цього струму для обох генераторів є кардинально протилежною. Для першого турбогенератора струм є розмагнічувальним, натомість для другого – намагнічувальним.

На рис. 5, 6 показано перехідні фазні напруги на навантаженні укрупненого блока (U_3) та вторинної обмотки трансформатора власних потреб (U_1).

На рис 7 показано перехідний струм у вторинній обмотці силового трансформатора електричного вузла електромеханічної системи. На рисунку чітко видно своєрідні “сходинки”, які утворюються внаслідок входу в усталений процес послідовно кожної з груп електроприводів. Усталений стан у вузлі настає, коли входить в усталений процес третій електропривід.

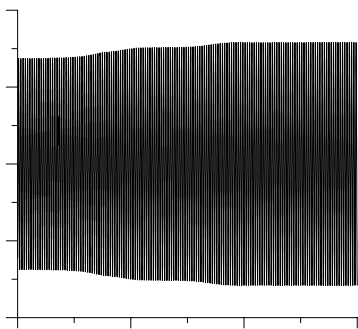


Рис. 6. Перехідна напруга (U_1) вторинної обмотки трансформатора власних потреб

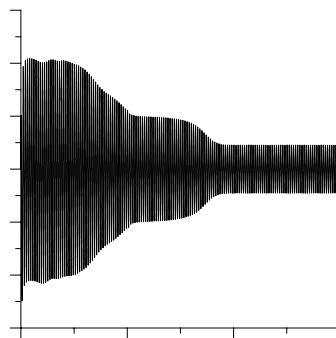


Рис. 7. Перехідний струм у вторинній обмотці трансформатора власних потреб

Висновки. Математичне моделювання електромагнітних та електромеханічних перехідних процесів в укрупнених та простих блоках доцільно здійснювати на підставі математичних моделей електромеханічних пристроїв, що описуються рівняннями Лагранжа другого роду для систем із зосередженими параметрами та рівнянням Ейлера для систем з розподіленими параметрами. Просторову дискретизацію рівнянь з частинними похідними треба здійснювати за методом скінченних різниць або за методом скінченних елементів залежно від геометричних форм областей інтегрування.

Щодо обчислення напруги вузлів електричного навантаження, то для цього доцільно подавати математичні моделі всіх елементів електричного вузла в координатах струмів. На підставі результатів комп'ютерної симуляції можливе прогнозування будь-яких станів роботи електричного вузла та його елементів, зокрема.

1. Куцик А. Об'єктно-орієнтовна математична модель синхронної машини // Теоретична електротехніка. – 2005. – С. 120–129. 2. Орлова И.Н. и др. Электротехнический справочник. Т. III. – Кн. 1. – М.: Энергоиздат, 1982. – 656 с. 3. Сегеда М. Математичне моделювання в електротехніці. – Львів: Вид-во Нац. ун-ту “Львівська політехніка”, 2002. – 300 с. 4. Чабан А. Математична модель вузла навантаження з трансформатором і турбоагрегатами // Технічна електродинаміка. – 2007. – № 5. – С. 59–65. 5. Чабан А. Особливості Ψ - та A -моделей асинхронного мотора у фазних координатах // Електротехніка і електромеханіка. – 2005. – 4. – С. 37–40. 6. Хуторецкий Г.М. Проектирование и расчет современных двухполюсных турбогенераторов. – Львів: ЛПИ, 1962. – 150 с.