

## ОЦІНКА НЕПЕВНОСТІ ДИНАМІЧНИХ ВИМІРЮВАНЬ, ЩО МОДЕЛЮЮТЬСЯ ЛІНІЙНОЮ ЧАСОВОЮ ІНВАРІАНТНОЮ СИСТЕМОЮ

© О. Васілевський, 2017

Вінницький національний технічний університет, Вінниця, Україна

Якщо рівняння перетворення засобу вимірювання, що працює в динамічному режимі, можна представити у вигляді

$$Y = K_C X, \quad (1)$$

де  $X$  – значення фізичної величини, що вимірюється (вхідний сигнал);  $K_C$  – коефіцієнт перетворення засобу вимірювальної техніки (ЗВТ);  $Y$  – результат вимірювання (вихідний сигнал).

То математичне очікування вхідного сигналу буде дорівнювати  $M[X]$ , а математичне очікування вихідного сигналу буде дорівнювати

$$M[Y] = K_C M[X], \quad (2)$$

де  $M[Y]$  і  $M[X]$  – відповідно математичні очікування вихідного і вхідного сигналів ЗВТ.

Спектральна щільність вхідного сигналу  $X(t)$  має вигляд [1 - 3]

$$H_X(\omega) = \lim (2T)^{-1} |X(j\omega)|^2 \text{ при } T \rightarrow \infty, \quad (3)$$

де  $X(j\omega)$  – зображення Фур'є, що отримується шляхом заміни в операторному зображенні сигналу  $X(s)$  значення  $s$  на  $j\omega$ ;  $T$  – час спостереження;  $\omega = 2\pi f$ .

Вираз для спектральної щільності вихідного сигналу може бути представлений таким чином

$$H_Y(\omega) = \lim (2T)^{-1} |Y(j\omega)|^2 \text{ при } T \rightarrow \infty. \quad (4)$$

Відношення зображень вихідної і вхідної величин утворює вираз для передатної функції ЗВТ [3, 4]

$$K_C(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{\sum_{k=0}^m B_k s^k}{\sum_{q=0}^n A_q s^q}, \quad (5)$$

де  $Y(s)$ ,  $X(s)$  – операторні зображення вихідного  $Y(t)$  і вхідного  $X(t)$  сигналів, відповідно;  $k$ ,  $q$  – порядок похідних від  $Y$  і  $X$ , відповідно;  $A_q$ ,  $B_k$  – коефіцієнти диференційного рівняння.

Таким чином можна записати, що [4, 5]

$$H_Y(\omega) = |K_C(j\omega)|^2 H_X(\omega), \quad (6)$$

де  $K_C(j\omega)$  – частотна характеристика ЗВТ.

Непевність вихідного сигналу при динамічних вимірюваннях можна оцінити як квадратний корінь з інтегралу від спектральної щільності вихідного сигналу на всіх частотах [6 – 11]

$$u_D(\omega) = \pi^{-1/2} \left( \int_0^\infty |K_C(j\omega)|^2 H_X(\omega) d\omega \right)^{1/2} = \pi^{-1/2} \left( T^{-1} \int_0^\infty |K_C(j\omega)|^2 |X(j\omega)|^2 d\omega \right)^{1/2}, \quad (7)$$

де  $|K_C(j\omega)|$  – модуль частотної характеристики ЗВТ, що можна використати в якості математичної моделі ЗВТ при динамічних вимірюваннях для оцінки динамічної непевності.

Модуль частотної характеристики ЗВТ визначається за формулою

$$|K_C(j\omega)| = (a^2(\omega) + b^2(\omega))^{1/2}, \quad (8)$$

де  $a(\omega)$ ,  $b(\omega)$  – дійсна і уявна частини частотної характеристики ЗВТ  $K_C(j\omega)$ , відповідно [2, 5, 11].

Спектральна функція вхідного сигналу  $X(j\omega)$  пов'язана зі своєю часовою функцією  $X(t)$  виразом Лапласа

$$X(j\omega) = \int_0^{\infty} X(t)e^{-j\omega_0 t} dt, \quad (9)$$

де  $\omega_0$  – циклічна частота вхідного сигналу [8 – 11].

При скінченному інтервалі часу знак нескінченності може бути замінений на сумарний час спостереження  $T$  [2, 8].

Для представлення непевності динамічних вимірювань (7) в часовій області  $u_D(t)$  необхідно виконати зворотну трансформацію Фур'є за виразом

$$u_D(t) = \pi^{-1/2} \int_0^{\infty} u_D(\omega) e^{j\omega t} d\omega = \pi^{-1/2} \left[ \int_0^{\infty} u_D(\omega) \cos(\omega t) d\omega + j \int_0^{\infty} u_D(\omega) \sin(\omega t) d\omega \right]. \quad (10)$$

Оскільки вираз (10) складається з дійсної та уявної частин, і при оцінці непевності нас цікавить амплітудне значення динамічної непевності, то вираз (10) можна записати у вигляді модуля

$$|u_D(t)| = \left[ \left( \int_0^{\infty} \pi^{-1/2} u_D(\omega) \cos(\omega t) d\omega \right)^2 + \left( \int_0^{\infty} \pi^{-1/2} u_D(\omega) \sin(\omega t) d\omega \right)^2 \right]^{1/2}. \quad (11)$$

Таким чином, амплітудне значення непевності, що вноситься за рахунок інерційних властивостей використовуваного під час динамічних вимірювань ЗВТ можна оцінити нестатистичним методом в часовій області на основі модельного рівняння спектральної функції вхідного сигналу і частотної характеристики використовуваного ЗВТ за рівнянням (11).

1. Esward T. J., Elster C., Hessling J. P. *Analysis of dynamic measurements: new challenges require new solutions* // XIX IMEKO World Congress on Fundamental and Applied Metrology. – 2009. – PP. 2307 – 2310. (in Portugal). (Eng). 2. Eichstädt S. *Analysis of Dynamic Measurements. Evaluation of dynamic measurement uncertainty*. – Berlin: Frankenberg, 2012. – 87 p. (Eng). 3. Vasilevskiy O. M. *Evaluation of uncertainty of the results of dynamic measurements, conditioned the limited properties used the measuring instrument* // 9 International Workshop on Analysis of Dynamic Measurements. - 2016. - Berlin, Germany (9–10 November, 2016). - <http://mathmet.org/resources/DYNAMIC2016/Vasilevski,-Alexandre-Dynamic-uncertainty.pdf> (Eng). 4. Elster C., Eichstädt S., Link A. *Uncertainty evaluation of dynamic measurements in line with GUM* // XIX IMEKO World Congress on Fundamental and Applied Metrology. – 2009. – PP. 2311 – 2314. (Eng). 5. Vasilevskiy O. M. *A frequency method for dynamic uncertainty evaluation of measurement during modes of dynamic operation* // International Journal of Metrology and Quality Engineering. – 2015. – Vol. 6. – Number 2. – 202. – <http://dx.doi.org/10.1051/ijmqe/2015008>. (Eng). 6. Васілевський О. М. *Спектральний метод оцінювання динамічної непевності вимірювання* // III Міжнародна науково-технічна конференція „Вимірювання, контроль та діагностика в технічних системах (ВКДТС-2015)”. – Вінниця: ВНТУ. – 2015. – С. 38. 7. Васілевський А. Н. *Способ выражения динамической неопределенности средств измерений* // Приборы и методы измерений. – Минск. – 2013. - № 2 (7). – С. 109 – 113. 8. Васілевський О. М., Кучерук В. Ю., Володарський Є. Т. *Основи теорії невизначеності вимірювань: [підручник]*. – Вінниця: ВНТУ, 2015. – 230 с. 9. Васілевський О. М. *Оцінка невизначеності вихідних сигналів засобів вимірювальної техніки в динамічних режимах роботи* // Системи обробки інформації. – 2010. – № 4 (85). – С. 81 – 84. 10. Васілевський О. М. *Оцінювання невизначеності динамічних вимірювань* // Вісник Вінницького політехнічного інституту. - № 3. - 2011. - С. 9 - 13. 11. Vasilevskiy O., Kucheruk V., Kurytnik I. *An approach to the evaluation of dynamic uncertainty in measurement using non-statistical techniques* // Pomiar. Automatyka. Kontrola. - 2014. - Volume 60. - Issue 11. - P. 997 - 1001.