

ТЕРНОПІЛЬСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ ЕКОНОМІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЛЬВІВСЬКА ПОЛІТЕХНІКА»
МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

Кваліфікаційна наукова
праця на правах рукопису

Олійник Ірина Степанівна

УДК 519.876.5

ДИСЕРТАЦІЯ

**Ідентифікація параметрів інтервальних моделей статичних систем
методами оптимального планування насичених експериментів**

01.05.02 – Математичне моделювання та обчислювальні методи
05 «Технічні науки»

Подається на здобуття наукового ступеня кандидата технічних наук
Дисертація містить результати власних досліджень. Використання ідей,
результатів і текстів інших авторів мають посилання на відповідне джерело

_____ І. С. Олійник

Науковий керівник
Дивак Микола Петрович
доктор технічних наук, професор

Ідентичність всіх примірників дисертації

ЗАСВІДЧУЮ

Вчений секретар спеціалізованої вченої ради

/Р. А. Бунь/

Львів-2018

АНОТАЦІЯ

Олійник І.С. Ідентифікація параметрів інтервальних моделей статичних систем методами оптимального планування насичених експериментів. – Кваліфікаційна наукова праця на правах рукопису.

Дисертація на здобуття наукового ступеня кандидата технічних наук (доктора філософії) за спеціальністю 01.05.02 «Математичне моделювання та обчислювальні методи». – Національний університет «Львівська політехніка», Міністерство освіти і науки України, Львів, 2018.

Підготовка здійснювалась на кафедрі комп'ютерних наук Тернопільського національного економічного університету Міністерства освіти і науки України.

Спеціалізована вчена рада Д35.052.05 при Національному університеті «Львівська політехніка» Міністерства освіти і науки України.

Дисертаційна робота присвячена розв'язуванню актуального науково-прикладного завдання зниження обчислювальної складності методів параметричної ідентифікації інтервальних моделей статичних систем з гарантованими прогностичними властивостями, за рахунок створення нових методів еліпсоїдного оцінювання множини значень параметрів.

У першому розділі розглянуто задачі моделювання статичних систем, для розв'язування яких використовують результати експерименту, що містять похибки вимірювань з відомими межами. Проаналізовано, що для розв'язування таких задач використовують регресійний аналіз та методи нечіткого підходу. Обґрунтовано, що для розв'язування задач в умовах обмежених за значеннями похибок доцільно використовувати методи інтервального аналізу даних. Основною обчислювальною задачею параметричної ідентифікації моделі статичної системи на основі аналізу інтервальних даних є обчислення розв'язків інтервальної системи лінійних алгебричних рівнянь, а основною проблемою є складність форми представлення області розв'язку інтервальної системи лінійних алгебричних рівнянь (у вигляді многогранної області) і як результат – складність оперування моделлю. Тому, для практичних застосувань використовують методи наближення області розв'язків інтервальної системи лінійних алгебричних

рівнянь – результату параметричної ідентифікації статичної системи. Є такі методи наближення області розв’язків інтервальної системи лінійних алгебричних рівнянь: інтервальні, еліпсоїдні та з виділенням «насиченого» блоку інтервальної системи лінійних алгебричних рівнянь. Проведений аналіз особливостей показав певні недоліки та переваги зазначених методів. Зокрема, недоліком інтервальних методів оцінювання є отримання «грубих» оцінок, особливо у випадку неспівпадіння «витягнутості» області розв’язків із напрямками осей координат; недоліком еліпсоїдних методів оцінювання є необхідність застосування трудомістких з обчислювальної точки зору операцій багаторазового множення матриць та векторів тільки для однієї ітерації; недоліками методу з виділенням «насиченого» блоку інтервальної системи лінійних алгебричних рівнянь є: обчислювальна складність першого кроку формування «насиченого» блоку із розв’язування оптимізаційної задачі з нелінійною функцією мети, яка навіть для задач невеликої розмірності інтервальної системи лінійних алгебричних рівнянь буде містити велику кількість локальних мінімумів. За результатами проведеного аналізу методів оцінювання області параметрів обґрунтовано використання методу з локалізацією розв’язків інтервальної системи лінійних алгебричних рівнянь у вигляді «насиченого» блоку. Дослідження методу локалізації розв’язків інтервальної системи лінійних алгебричних рівнянь з виділенням «насиченого» блоку показали, що метод дає можливість побудови оптимальної еліпсоїдної оцінки області розв’язків та відповідно функціонального коридору інтервальних моделей з аналітично заданими неперервними та не кусковими межами, що забезпечує низьку обчислювальну складність оперування моделлю, тобто розрахунок інтервалу прогнозування у заданій точці області експерименту. На основі проведеного огляду та аналізу методів параметричної ідентифікації інтервальних моделей статичних систем, встановлено що доцільним є створення нових методів локалізації із виділенням «насиченого» блоку інтервальної системи лінійних алгебричних рівнянь, з простішими обчислювальними схемами, націленими на оптимізацію прогностичних властивостей інтервальних моделей статичних систем.

У другому розділі розглянуто задачу оцінювання множини значень параметрів інтервальних моделей статичних систем за критерієм оптимізації її прогностичних властивостей. Встановлено, що вона є еквівалентною задачі насиченого I_G -оптимального планування експериментів з інтервальними даними. Зокрема, встановлено, що вона є нелінійною оптимізаційною задачею на дискретній множині розв'язків. Для її розв'язування, в загальному випадку, не існує прикладних програмних систем. Точний розв'язок задачі оцінювання множини значень параметрів інтервальних моделей статичних систем за критерієм оптимізації їх прогностичних властивостей можливо знайти тільки з використанням комбінаторних методів. Розроблено метод еліпсоїдного оцінювання множини значень параметрів інтервальних моделей статичних систем, в якому, на відміну від існуючих, застосовано ітераційну обчислювальну схему оптимального планування експерименту, що забезпечило зниження обчислювальної складності у порівнянні із відомими методами. Досліджено збіжність обчислювальної схеми реалізації методу оцінювання множини значень параметрів інтервальних моделей статичних систем із застосуванням обчислювальних експериментів на ряді прикладів. В процесі досліджень встановлено, що незалежно від вибору початкових умов, обчислювальна процедура збігається до одного розв'язку, якщо він є єдиним. Розроблено метод оптимального насиченого планування експериментів у випадку інтервального представлення вихідних змінних моделей статичних систем, який, на відміну від існуючих, ґрунтується на ітераційній обчислювальній процедурі оптимізації прогностичних властивостей інтервальних моделей.

У третьому розділі встановлено, що в процесі реалізації відомого методу параметричної ідентифікації інтервальних моделей статичних систем може виникати випадок некоректних обчислень, коли інтервальна система лінійних алгебричних рівнянь є несумісною. Разом з тим, в обчислювальній схемі зазначених випадків не передбачено, що неодноразово призводило до непередбачуваних результатів його застосування. Удосконалено метод параметричної ідентифікації інтервальних моделей статичних систем, який

побудовано на поєднанні удосконаленого методу редукції інтервальної системи лінійних алгебричних рівнянь та нового розробленого методу еліпсоїдного оцінювання множини значень параметрів інтервальних моделей статичних систем. Проведено дослідження обчислювальної складності методу оцінювання множини значень параметрів інтервальних моделей статичних систем за схемою оптимального насиченого планування експерименту методами комп'ютерного моделювання на конкретних прикладах з одночасним порівнянням з відомими методами: повного перебору та ряду методів випадкового пошуку.

У четвертому розділі створено UML-моделі програмного забезпечення методу параметричної ідентифікації інтервальних моделей статичних систем, наведено тришарову архітектуру програмної системи з детальним описом усіх модулів, що входять до її складу. Розглянуто особливості користувацького інтерфейсу розробленої програмної системи параметричної ідентифікації інтервальних моделей статичних систем. Із застосуванням розробленого програмного забезпечення здійснено ідентифікацію параметрів інтервальної моделі характеристик малої гідроелектростанції, де вхідними змінними є реактивна потужність, напір та рівень води на гідропості, а вихідною – кількість електроенергії. Наведено копії екрану роботи програмної системи та результати покрокових обчислень. На основі розроблених у дисертаційному дослідженні методів, із застосуванням створеної програмної системи побудовано інтервальну модель характеристик малої гідроелектростанції та інтервальну модель добової зміни концентрації шкідливих викидів діоксиду азоту, в залежності від інтенсивності транспортних потоків, відносної вологості та температури повітря.

Ключові слова: параметрична ідентифікація, метод еліпсоїдного оцінювання розв'язків, «насичений» блок, інтервальна система лінійних алгебричних рівнянь, інтервальна модель.

ПЕРЕЛІК ОПУБЛІКОВАНИХ ПРАЦЬ ЗА ТЕМОЮ ДИСЕРТАЦІЇ

Наукові праці, в яких опубліковано основні наукові результати дисертації

1. Дивак М. П. Метод формування оптимального «насиченого блоку» у задачі локалізації розв’язків інтервальної системи лінійних алгебричних рівнянь / М.П. Дивак, І. С. Олійник // Збірник наукових праць «Індуктивне моделювання складних систем». Міжнар. наук.- навч. центр інформ. технологій та систем НАН та МОН України. – Київ, 2016. – Вип. 8. – С. 79-99.

2. Dyvak M. Estimation method for a set of solutions to interval system of linear algebraic equations with optimized “saturated block” selection procedure / Mykola Dyvak, Iryna Oliynyk // Computational Problems of Electrical Engineering. – Lviv, 2017. – V. 7, No. 1. – P. 17-24.

3. Дивак М. П. Особливості комп’ютерної реалізації методу локалізації параметрів інтервальних моделей із виділенням «насиченого блоку» / М. П. Дивак, А. В. Пукас., І. С. Олійник // Міжнародний науково-технічний журнал «Інформаційні технології та комп’ютерна інженерія». – Вінниця, 2014. – № 2.– С. 59-71.

4. Олійник І. С. Удосконалення алгоритму визначення «насиченого блоку» у задачі параметричної ідентифікації інтервальної системи лінійних алгебричних рівнянь / І. С. Олійник // Науковий вісник національного лісотехнічного університету України: збірник науково-технічних праць. – Львів : РВВ НЛТУ України, 2016. – Вип. 26.5. – С. 345-363.

5. Дивак М. П. Архітектура програмної системи для моделювання статичних систем на основі аналізу інтервальних даних / М. П. Дивак, І. С. Олійник // Міжнародний науково-технічний журнал «Інформаційні технології та комп’ютерна інженерія». – Вінниця, 2017. – № 2(39).– С. 70-81.

Наукові праці, які засвідчують апробацію матеріалів дисертації

6. Dyvak M. Interval model for description the small hydroelectric power station and method of its construction / Mykola Dyvak, Iryna Oliynyk, Andriy Pukas, Volodymyr Manzhula // 15th International Conference “Computational Problems of Electrical Engineering”. – Terchova – Vratna Dolina, Slovak Republic, 2014. – P. 38.

7. Dyvak M. Stochastic method forming the optimal “saturated block” in the localization task of solutions the interval system of linear algebraic equations / Mykola Dyvak, Iryna Oliynyk, Volodymyr Manzhula, Ruslan Shevchuk // 14th International Conference “The Experience of Designing and Application of CAD Systems in Microelectronics (CADSM)”. – Polyana-Lviv, 2017. – P. 367-371.

8. Dyvak M. Reduction of interval equations for interval system of linear algebraic equations / Mykola Dyvak, Natalya Kasatkina, Iryna Oliynyk // 13th International Conference “Modern Problems of Radio Engineering, Telecommunications, and Computer Science”. – Lviv-Slavsko, 2016. – P. 128-131.

9. Dyvak M. Macromodel of dynamics of the electric power generated by small hydroelectric power station based on interval data analysis / Mykola Dyvak, Andriy Pukas, Iryna Oliynyk // 16th International Conference “Computational Problems of Electrical Engineering”. – Lviv, 2015. – P. 32-35.

10. Dyvak M. Method of reduction for interval system of linear algebraic equations and its application to modeling a small hydroelectric power station / Mykola Dyvak, Iryna Oliynyk, Petro Stakhiv // 17th International Conference “Computational Problems of Electrical Engineering”. – Sandomierz, Poland, 2016. – P. 66-74.

Наукові праці, які додатково відображають наукові результати дисертації

11. Олійник І. С. Особливості вибору оптимального «насиченого блоку» методу локалізації розв’язків ІСЛАР / І. С. Олійник // V Всеукраїнська школа-семінар молодих вчених і студентів «Сучасні комп’ютерні інформаційні технології». – Тернопіль, 2015. – С. 30-32.

12. Пукас А. В. Перевірка ефективності методу I_G -оптимального послідовного планування експерименту для різних законів розподілу похибки в даних / А.В. Пукас, І. С. Олійник // Проблемно-наукова міжгалузева конференція «Інформаційні проблеми комп'ютерних систем, юриспруденції, економіки та моделювання» (ПНМК-2008). – Бучач, 2008. – С. 151-154.

13. Пукас А. В. Оптимізація обчислювальної процедури реалізації методу послідовного I_G -оптимального планування експерименту / А. В. Пукас, І. С. Олійник // Проблемно-наукова міжгалузева конференція «Інформаційні проблеми комп'ютерних систем, юриспруденції, економіки та моделювання» (ПНМК-2009). – Бучач, 2009. – С. 225-228.

14. Олійник І. С. Аналіз методів оптимізації синтезу послідовних планів інтервальних експериментів / І. С. Олійник // Дев'ята Всеукраїнська наукова Інтернет-конференція «Місце та роль міждисциплінарних зв'язків при проведенні наукових досліджень». – Тернопіль, 2012. – С. 60-61.

15. Олійник І. Аналіз послідовного алгоритму параметричної ідентифікації інтервальних моделей статичних систем / І. Олійник // Міжнародна науково-технічна конференція молодих учених та студентів «Актуальні задачі сучасних технологій». – Тернопіль : ТНТУ ім. Івана Пулюя, 2012. – С. 217-218.

16. Олійник І. С. Особливості застосування методу локалізації параметрів для ідентифікації моделі прогнозування потужності малої гідроелектростанції / І. С. Олійник // III Всеукраїнська школа-семінар молодих вчених і студентів «Сучасні комп'ютерні інформаційні технології». – Тернопіль, 2013. – С. 159.

17. Олійник І. С. Проблематика несумісності ІСЛАР при локалізації параметрів інтервальних моделей із виділенням «насиченого блоку» та метод її виявлення / І. С. Олійник // IV Всеукраїнська школа-семінар молодих вчених і студентів «Сучасні комп'ютерні інформаційні технології». – Тернопіль, 2014. – С. 30-32.

ABSTRACT

Oliylyk I. Identification of parameters of interval models of static systems on the basis of methods for optimal planning of a saturated experiments. – Manuscript.

Thesis for a Ph.D degree in Technical Sciences in specialty 01.05.02 – mathematical modeling and computational methods. – Lviv Polytechnic National University, Ministry of Education and Science of Ukraine, Lviv, 2018.

Preparation was carried out at the Department of Computer Science of Ternopil National Economic University of the Ministry of Education and Science of Ukraine.

Specialized Academic Council D35.052.05 at the Lviv Polytechnic National University.

Dissertation is devoted to solving the actual scientific and applied problem of reducing the computational complexity of the methods of parametric identification of interval models of static systems with guaranteed prognostic properties, by creating new methods of ellipsoid estimation of a set of parameter values.

In the first chapter on the problems of modeling of static systems are considered, for solving which the results of the experiment are used, containing errors of measurements with known limits. Analyzed that solving such problems using regression analysis and the methods of fuzzy approach. It is substantiated that in order to solve problems in conditions of bounded error values it is expedient to use methods of interval analysis of data. Main the task of identification of parameters of model of static system based on analysis of interval data is ISLAE computing solutions, and the main problem is the complexity of the presentation of the area of ISLAE solutions and as a result - the complexity of handling model. Therefore, for practical applications, methods of approaching the range of ISLAE solutions are used - the result of the parametric identification of the static system. The such methods of approaching the range of ISLAE solutions are known: interval, ellipsoid, and with the allocation of the "saturated" block of ISLAE. The analysis of peculiarities showed some disadvantages and advantages of these methods. In particular, the disadvantages of interval estimation methods is to obtain rough estimates, especially in the case of non-matching "elongation" of the area of the solutions with the directions of the coordinate axes; the

disadvantage of methods of ellipsoid estimation is the need to use complexity computational operations for multiple multiplication of matrices and vectors for only during one iteration; the disadvantage of the method of allocation "saturated" block of interval system of linear algebraic equations are: computational complexity of the first step of forming a "saturated" block of solving optimization task with nonlinear function of goal that even for tasks with small quantity linear algebraic equations will contain a large number of local minimums. Based on the results of the analysis of methods for evaluating the region of parameters, the use of the method with the localization of solutions of the interval system of linear algebraic equations in the form of a "saturated" block is grounded. The method of localization of solutions of the interval system of linear algebraic equations with the allocation of the "saturated" block gives the possibility to construct an optimal ellipsoid estimation of solutions and, accordingly, a functional corridor of interval models. This corridor has with analytically defined continuous and not lumped boundaries, providing low computational complexity of model operation, that is, calculation of the prediction interval at a given point in the experiment area. Based on the conducted review and analysis of the methods of parametric identification of interval models of static systems, it is found that it is expedient to create new methods of localization with the allocation of a "saturated" block of the interval system of linear algebraic equations, with simpler computational schemes aimed at optimizing the predictive properties of interval models of static systems.

In the second chapter the problem of estimating the set of values of the parameters of interval models of static systems by the criterion of optimizing its prognostic properties are considered. It is established that it is equivalent to the problem of saturated I_G -optimal design of experiments with interval data. In particular, it is established that it is a nonlinear optimization problem on a discrete set of solutions. In order to solve it, in general, there are no application software systems. The exact solution of the task of estimating the set of parameters values of interval models of static systems by the criterion for optimizing their predictive properties can be found only with the use of combinatorial methods. The method of ellipsoid estimation of the

set of parameters values of interval models of static systems is developed. In the method, unlike the existing ones, iterative computational scheme of optimal design of the experiment was applied that provided reduction of computational complexity in comparison with known methods. The convergence of the calculation scheme of the method of estimating the set of parameters values of interval models of static systems with the use of computational experiments on a many of examples is researched. It has been established that regardless of the choice of initial conditions, the computational procedure coincides with one solution, if it is the only one. The method of optimal saturated design of experiments in the case of interval representation of output variables of static systems models is developed, which, unlike existing ones, is based on the iterative computational procedure of optimization of predictive properties of interval models.

The third chapter established that in the using of the known methods identification of parameters values of interval model of static systems may be a case of incorrect calculations when the interval system of linear algebraic equations is inconsistent. However, in the computational scheme of these cases it is not provided that repeatedly led to unpredictable results of its application. Improved the method identification of parameters value of interval models of static systems, which is based on the combined the improved method of reduction of interval system of linear algebraic equations and the new method of ellipsoid estimation of parameters values of interval models of static systems. A research of computational complexity the estimation method of parameters values of interval models of static systems by optimal scheme of methods saturated design of experiment on computer modeling examples while comparing with the known method of full search and some methods of random search are provided.

In the fourth chapter the UML-model of software for method of identification of parameters of interval models of static systems are developed. The three-layer architecture of a software system with a detailed description of all modules that are part of it is created are described. The features of the user interface of the developed software system for the automation of the process of parametric identification of interval models of static systems are considered. The features of the user interface of the

developed software system for the parametric identification of interval models of static systems are considered. Identification of parameters values of interval model features small hydroelectric power station was considered, where the input variables are reactive power, pressure and water level in hydropost and output variable is amount of electricity generated. The screenshots of the work of the software and the results of step-by-step calculations are showed. Based of the methods developed in the dissertation research, with the application of the developed software, the interval model of the characteristics of a small hydroelectric power station and the interval model of the daily change in the concentration of harmful emissions of nitrogen dioxide depending on the traffic intensity, relative humidity and air temperature were constructed.

Keywords: parametric identification, method of ellipsoidal estimation of solutions, "saturated" block, interval system of linear algebraic equations, interval model.

LIST OF PUBLICATIONS BY THE SUBJECT OF DISSERTATION

Publications, in which the main scientific results of the dissertation are published

1. Dyvak M. The method of formation of an optimal "saturated block" in the task of localization of solutions of interval system of linear algebraic equations / Mykola Dyvak, Iryna Oliynyk // Collection of scientific works "Inductive modeling of complex systems". International Scientific and Training Center of Information Technologies and Systems of the National Academy of Sciences and the Ministry of Education and Science of Ukraine. – Kyiv, 2016. – Vol. 8. – P. 79-99. – (in Ukrainian).

2. Dyvak M. Estimation method for a set of solutions to interval system of linear algebraic equations with optimized “saturated block” selection procedure / Mykola Dyvak, Iryna Oliynyk // Computational Problems of Electrical Engineering. – Lviv, 2017. – V. 7, No. 1. – P. 17-24. – (in English).

3. Dyvak M. Features of computer realization of the method of localization of parameters of interval models with the allocation of "saturated block" / Mykola Dyvak, Andriy Pukas, Iryna Oliynyk // International scientific and technical journal

"Information Technologies and Computer Engineering" – Vinnytsia, 2014. – No 2. – P. 59-71. – (in Ukrainian).

4. Oliynyk I. Improvement of the algorithm for determining the "saturated block" in the task of parametric identification of the interval system of linear algebraic equations / Iryna Oliynyk // Scientific Bulletin of National Forestry University of Ukraine: a collection of scientific works. – Lviv: RVB NLTU of Ukraine, 2016. - Issue 26.5. – P. 345-363. – (in Ukrainian).

5. Dyvak M. The architecture of a software system for modeling static systems based on the analysis of interval data / Mykola Dyvak, Iryna Oliynyk // International scientific and technical journal "Information Technologies and Computer Engineering" – Vinnytsia, 2017. –No 2(39). – P. 70-81. – (in Ukrainian).

Publications certifying the approbation of the materials of the dissertation

6. Dyvak M. Interval model for description the small hydroelectric power station and method of its construction / Mykola Dyvak, Iryna Oliynyk, Andriy Pukas, Volodymyr Manzhula // 15th International Conference “Computational Problems of Electrical Engineering”. – Terchova – Vratna Dolina, Slovak Republic, 2014. – P. 38. – (in English).

7. Dyvak M. Stochastic method forming the optimal “saturated block” in the localization task of solutions the interval system of linear algebraic equations / Mykola Dyvak, Iryna Oliynyk, Volodymyr Manzhula, Ruslan Shevchuk // 14th International Conference “The Experience of Designing and Application of CAD Systems in Microelectronics (CADSM)”. – Polyana-Lviv, 2017. – P. 367-371. – (in English).

8. Dyvak M. Reduction of interval equations for interval system of linear algebraic equations / Mykola Dyvak, Natalya Kasatkina, Iryna Oliynyk // 13th International Conference “Modern Problems of Radio Engineering, Telecommunications, and Computer Science”. – Lviv-Slavsko, 2016. – P. 128-131. – (in English).

9. Dyvak M. Macromodel of dynamics of the electric power generated by small hydroelectric power station based on interval data analysis / Mykola Dyvak, Andriy

Pukas, Iryna Oliynyk // 16th International Conference “Computational Problems of Electrical Engineering”. – Lviv, 2015. – P. 32-35. – (in English).

10. Dyvak M. Method of reduction for interval system of linear algebraic equations and its application to modeling a small hydroelectric power station / Mykola Dyvak, Iryna Oliynyk, Petro Stakhiv // 17th International Conference “Computational Problems of Electrical Engineering”. – Sandomierz, Poland, 2016. – P. 66-74. – (in English).

Publications, which additionally reflect the scientific results of the dissertation

11. Oliynyk I. Features of the choice of optimal "saturated block" method localization of solutions ISLAE / Iryna Oliynyk // V All-Ukrainian school-seminar for young scientists and students "Advanced Computer Information Technologies". – Ternopil, 2015. – P. 30-32. – (in Ukrainian).

12. Pukas A. Checking the effectiveness of the I_G -optimal sequential experiment design for different error distribution laws in the data / Andriy Pukas, Iryna Oliynyk // Problem-scientific inter-branch conference "Information problems of computer systems, jurisprudence, economics and modeling". – Buchach, 2008. – P. 151-154. – (in Ukrainian).

13. Pukas A. Optimization of the computational procedure for implementing the method of sequential I_G -optimal design of the experiment / Andriy Pukas, Iryna Oliynyk // Problem-scientific inter-branch conference "Information problems of computer systems, jurisprudence, economics and modeling". – Buchach, 2009. – P. 225-228. – (in Ukrainian).

14. Oliynyk I. Analysis of methods for optimizing the synthesis of successive plans of interval experiments / Iryna Oliynyk // Ninth All-Ukrainian Scientific Internet Conference "The Place and the Role of Interdisciplinary Connections in Scientific Research". – Ternopil, 2012. – P. 60-61. – (in Ukrainian).

15. Oliynyk I. Analysis of the sequential algorithm for parametric identification of interval models of static systems / Iryna Oliynyk // International scientific and

technical conference of young scientists and students "Actual problems of modern technologies". – Ternopil, 2012. – P. 217-218. – (in Ukrainian).

16. Oliynyk I. Peculiarities of the method of localization of parameters for the identification of a model for predicting the power of a small hydroelectric power station / Iryna Oliynyk // III All-Ukrainian school-seminar for young scientists and students "Advanced Computer Information Technologies". – Ternopil, 2013. – P. 159. – (in Ukrainian).

17. Oliynyk I. ISLAE incompatibility problem in the localization of parameters of interval models with the allocation of a "saturated block" and the method for its detection / Iryna Oliynyk // IV All-Ukrainian school-seminar for young scientists and students "Advanced Computer Information Technologies". – Ternopil, 2014. – P. 30-32. – (in Ukrainian).

ЗМІСТ

| | |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| АНОТАЦІЯ..... | 2 |
| ЗМІСТ..... | 16 |
| ПЕРЕЛІК УМОВНИХ ПОЗНАЧЕНЬ..... | 18 |
| ВСТУП..... | 19 |
| РОЗДІЛ 1. АНАЛІЗ МЕТОДІВ ПАРАМЕТРИЧНОЇ ІДЕНТИФІКАЦІЇ СТАТИЧНИХ СИСТЕМ В УМОВАХ НЕВИЗНАЧЕНОСТІ..... | 27 |
| 1.1. Параметрична ідентифікація моделей статичних систем в умовах випадкових похибок..... | 30 |
| 1.2. Параметрична ідентифікація моделей статичних систем..... | 33 |
| 1.3. Параметрична ідентифікація нечітких моделей статичних систем..... | 39 |
| 1.4. Методи оцінювання області розв'язків задачі параметричної ідентифікації у випадку аналізу інтервальних даних..... | 41 |
| 1.5. Постановка задачі дисертаційного дослідження..... | 51 |
| Висновки до розділу 1..... | 55 |
| РОЗДІЛ 2. МЕТОД ЕЛІПСОЇДНОГО ОЦІНЮВАННЯ МНОЖИНИ ЗНАЧЕНЬ ПАРАМЕТРІВ ІНТЕРВАЛЬНИХ МОДЕЛЕЙ СТАТИЧНИХ СИСТЕМ НА ОСНОВІ ІТЕРАЦІЙНОЇ ОБЧИСЛЮВАЛЬНОЇ СХЕМИ ОПТИМАЛЬНОГО НАСИЧЕНОГО ПЛАНУВАННЯ ЕКСПЕРИМЕНТУ..... | 57 |
| 2.1. Задача оцінювання множини значень параметрів інтервальних моделей статичних систем за критерієм оптимізації їх прогностичних властивостей..... | 58 |
| 2.2. Метод еліпсоїдного оцінювання множини значень параметрів інтервальних моделей статичних систем на основі ітераційної обчислювальної схеми оптимального насиченого планування експерименту..... | 62 |
| 2.3. Дослідження збіжності методу еліпсоїдного оцінювання множини значень параметрів інтервальних моделей статичних систем із застосуванням обчислювальних експериментів..... | 72 |
| Висновки до розділу 2..... | 84 |

| | |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| РОЗДІЛ 3. УДОСКОНАЛЕНИЙ МЕТОД ПАРАМЕТРИЧНОЇ ІДЕНТИФІКАЦІЇ ІНТЕРВАЛЬНИХ МОДЕЛЕЙ СТАТИЧНИХ СИСТЕМ.... | 85 |
| 3.1. Метод ідентифікації інтервальних моделей статичних систем з оцінюванням множини значень параметрів за схемою оптимального планування експерименту..... | 86 |
| 3.2. Обчислювальна складність оцінювання множини значень параметрів інтервальних моделей статичних систем за схемою оптимального насиченого планування експерименту..... | 92 |
| 3.3. Обчислювальна складність параметричної ідентифікації..... | 105 |
| Висновки до розділу 3..... | 120 |
| РОЗДІЛ 4. ПРОГРАМНЕ ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ МЕТОДУ ПАРАМЕТРИЧНОЇ ІДЕНТИФІКАЦІЇ ТА ЙОГО ЗАСТОСУВАННЯ ДЛЯ ПОБУДОВИ ІНТЕРВАЛЬНИХ МОДЕЛЕЙ СТАТИЧНИХ СИСТЕМ..... | 121 |
| 4.1. Архітектура прикладної програмної системи..... | 121 |
| 4.2. Ідентифікація параметрів інтервальної моделі характеристик малої гідроелектростанції..... | 129 |
| 4.3. Ідентифікація інтервальної моделі добової зміни концентрації шкідливих викидів діоксиду азоту (на прикладі міста Тернополя)... | 142 |
| Висновки до розділу 4..... | 150 |
| ВИСНОВКИ..... | 151 |
| СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ..... | 153 |
| ДОДАТОК А. Акти про використання результатів дисертаційного дослідження..... | 167 |
| ДОДАТОК Б. Список публікацій здобувача за темою дисертації та відомості про апробацію результатів дисертації..... | 172 |

ПЕРЕЛІК УМОВНИХ ПОЗНАЧЕНЬ

| | |
|-------|--------------------------------------------------|
| ІСЛАР | інтервальна система лінійних алгебричних рівнянь |
| ІМСС | інтервальні моделі статичних систем |
| МГЕС | мала гідроелектростанція |
| МНК | метод найменших квадратів |
| ПС | програмна система |

ВСТУП

Актуальність теми. Математичне моделювання є одним із основних інструментів при дослідженні існуючих та проектуванні нових систем. Серед широкого класу систем виділяють статичні (безінерційні), в яких ігнорують перехідні процеси або в силу їхніх фізичних особливостей, або в силу низької частоти дискретизації, коли до уваги приймаються усталені режими роботи системи. Прикладом таких систем є малі гідроелектростанції, спрощений математичний опис яких є необхідним для визначення можливостей станції щодо кількості генерованої електроенергії. Іншим прикладом спрощеного опису є актуальна задача екологічного моніторингу довкілля, зокрема, представлення залежності між концентраціями шкідливих викидів в атмосферу автотранспортом та чинниками впливу на забруднення, наприклад, інтенсивністю транспортних потоків. Часто єдиним способом побудови математичного опису таких задач є використання результатів експерименту з певними похибками вимірювань, межі яких переважно є відомими. Для встановлення зв'язків між вхідними та вихідними змінними за результатами експерименту будують спрощене представлення статичної системи у вигляді математичної моделі. Такий процес називають ідентифікацією. На практиці розрізняють структурну та параметричну ідентифікацію моделі.

Для моделювання статичних систем розроблено достатню кількість методів параметричної та структурної ідентифікації їх моделей із використанням експериментальних даних. Вагомий внесок у розвиток цих методів внесли українські та зарубіжні вчені Бакан Г.М., Воцінін А.П., Грановський В.А., Дивак М.П., Кунцевич В.М., Красовський М.М., Куржанський А.Б., Личак М.М., Пшеничний Б.М., Шарий С.П., Шокін Ю.І., Черноусько Ф.Л., Milanese M., Norton J.P., Pronzanto L., Schwepper F.S., Vicino E. та ін.

Основною обчислювальною задачею параметричної ідентифікації моделі статичної системи на основі аналізу інтервальних даних є обчислення розв'язків інтервальної системи лінійних алгебричних рівнянь (ІСЛАР), а основною

проблемою – складність форми представлення області розв’язку ІСЛАР (у вигляді многогранної області), і як результат – складність оперування моделлю. Зокрема, пов’язану з тим, що в загальному випадку для обчислення меж інтервальної оцінки вихідної характеристики статичної системи для одного набору вхідних змінних необхідно розв’язати дві задачі лінійного програмування. Тому для практичних застосувань використовують методи наближення області розв’язків ІСЛАР – результату параметричної ідентифікації статичної системи. На сьогоднішній день відомими є такі методи наближення області розв’язків ІСЛАР: інтервальні, еліпсоїдні та з виділенням «насиченого» блоку ІСЛАР. Останнім часом для розв’язування прикладних задач моделювання використовують метод з виділенням «насиченого» блоку, коли оцінки області параметрів отримують шляхом вибору найбільш «інформативних» інтервальних рівнянь із ІСЛАР, кількість яких дорівнює кількості невідомих параметрів. Зазначену процедуру реалізують із застосуванням методів оптимального планування насичених експериментів. Такий спосіб оцінювання області розв’язків ІСЛАР має ряд переваг у порівнянні з іншими. Зокрема, відзначається високою точністю наближення області параметрів моделі та можливістю переходу до еліпсоїдних оцінок області із використанням аналітичних виразів. Проте відомі методи характеризуються високою обчислювальною складністю, тому не набули широкого застосування у прикладних дослідженнях.

За цих умов актуальною є науково-прикладна задача зниження обчислювальної складності методів параметричної ідентифікації інтервальних моделей статичних систем (ІМСС) з гарантованими прогностичними властивостями за рахунок створення нових методів еліпсоїдного оцінювання множини значень параметрів.

Зв’язок роботи з науковими програмами, планами, темами. Тема дисертації відповідає науковому напрямку кафедри комп’ютерних наук Тернопільського національного економічного університету. Дисертація виконана в межах науково-дослідних робіт: «Математичне та програмне забезпечення для класифікації тканин хірургічної рани в процесі операції на органах шії»

(державний реєстраційний номер 0117U000410), у якій автором розроблено методи параметричної ідентифікації ІМСС для задач класифікації тканин хірургічної рани в процесі операції на органах ший; «Теорія побудови та методи реалізації в реальному часі міждисциплінарних математичних моделей зміни стану складних об'єктів» (державний реєстраційний номер 0114U000569), у якій уперше запропоновано метод параметричної ідентифікації ІМСС, побудований на редукції ІСЛАР, у якому використано еліпсоїдну оцінку множини значень параметрів; «Математичне та програмне забезпечення для контролю забруднення атмосфери автотранспортом» (державний реєстраційний номер 0116U005507), у якій автором побудовано модель добової зміни концентрації шкідливих викидів діоксиду азоту в залежності від інтенсивності транспортних потоків, відносної вологості та температури повітря; «Математичне та програмне забезпечення складних систем в умовах структурної та параметричної невизначеностей» (державний реєстраційний номер 0117U000145), у якій автором розроблено метод еліпсоїдного оцінювання множини значень параметрів ІМСС на основі ітераційної обчислювальної схеми оптимального насиченого планування експерименту; «Макромодельовання складних систем та процесів в умовах структурної невизначеності на основі неточних даних» (державний реєстраційний номер 0111U010356), у якій автором удосконалено метод оптимального насиченого планування експериментів у випадку інтервального представлення вихідних змінних моделей статичних систем; «Методи та засоби математичного модельовання складних систем на основі теоретико-множинного та інтервального підходів» (державний реєстраційний номер 0106U012529), у якій автором удосконалено систему комп'ютерного модельовання статичних систем, програмна частина якої відрізняється від існуючих структурною та алгоритмічною організацією.

Усі вищезгадані роботи виконувалися за безпосередньої участі автора, котрий був виконавцем.

Мета та завдання дослідження. Метою дисертаційного дослідження є зниження обчислювальної складності методу параметричної ідентифікації ІМСС

за рахунок створення та застосування нового методу еліпсоїдного оцінювання множини значень параметрів з простішими обчислювальними схемами оптимального насиченого планування експерименту, зорієнтованими на оптимізацію прогностичних властивостей ІМСС.

Для досягнення поставленої мети в дисертаційній роботі необхідно було вирішити такі основні *завдання*:

- провести аналіз методів ідентифікації параметрів ІМСС і визначити основну складність розв'язування цієї задачі;

- розробити метод еліпсоїдного оцінювання множини параметрів ІМСС, який би забезпечив зниження обчислювальної складності у порівнянні з відомими методами;

- чисельно дослідити збіжність розробленого методу еліпсоїдного оцінювання множини параметрів ІМСС;

- удосконалити процедуру редукції ІСЛАР у методі параметричної ідентифікації інтервальних моделей статичних систем;

- провести порівняльний аналіз складності застосування розробленого методу еліпсоїдного оцінювання множини параметрів ІМСС та методів випадкового пошуку;

- розробити інструментальні засоби у вигляді прикладної програмної системи для моделювання статичних систем на основі аналізу інтервальних даних;

- провести апробацію розробленого методу із використанням створених інструментальних засобів на задачах моделювання в енергетиці та екології.

Об'єкт дослідження – процес ідентифікації параметрів ІМСС.

Предмет дослідження – методи ідентифікації параметрів ІМСС на основі оптимального планування насичених експериментів.

Методи дослідження. Методи дослідження базуються на методах загальної теорії систем, методах теоретико-множинного підходу та аналізу інтервальних даних, які є визначальними для досягнення мети дисертаційної роботи. При розробці методу еліпсоїдного оцінювання множини параметрів ІМСС із використанням обчислювальної схеми оптимального насиченого планування

експериментів було застосовано методи аналізу інтервальних даних. Для дослідження збіжності та обчислювальної складності методу та алгоритму ідентифікації параметрів використано комп'ютерне моделювання. Розв'язування ІСЛАР здійснювали методами математичного програмування. Для проектування програмної системи використано об'єктно-орієнтований підхід, а для її реалізації – мову C# та .NET технологію.

Наукова новизна одержаних результатів. У межах дисертаційної роботи *вперше*:

- розроблено метод еліпсоїдного оцінювання множини значень параметрів інтервальних моделей статичних систем на основі ітераційної обчислювальної схеми оптимального насиченого планування експерименту, що забезпечило зниження обчислювальної складності у порівнянні із відомими методами оцінювання;

- розроблено метод оптимального насиченого планування експериментів у випадку інтервального представлення вихідних змінних моделей статичних систем, який, на відміну від існуючих, ґрунтується на ітераційній обчислювальній процедурі оптимізації прогностичних властивостей інтервальних моделей, що забезпечило меншу обчислювальну складність його реалізації у порівнянні з відомими методами;

удосконалено:

- метод параметричної ідентифікації інтервальних моделей статичних систем, побудований на редукції інтервальної системи лінійних алгебричних рівнянь, у якому використано розроблений метод еліпсоїдного оцінювання множини значень параметрів, що у сукупності забезпечило зниження обчислювальної складності;

набула подальшого розвитку:

- система комп'ютерного моделювання статичних систем, що відрізняється структурною та алгоритмічною організацією програмної частини, за рахунок використання модулів ідентифікації параметрів моделей з гарантованими прогностичними властивостями, що розширило функціональні можливості

зазначеної системи.

Практичне значення одержаних результатів полягає у тому, що на основі розробленого методу еліпсоїдного оцінювання множини параметрів ІМСС із використанням обчислювальної схеми оптимального насиченого планування експериментів створено програмну підсистему, придатну для комп'ютерного моделювання статичних систем на основі аналізу інтервальних даних. Програмне забезпечення реалізовано мовою програмування С#, із застосуванням .NET технології. Систему комп'ютерного моделювання використано для оцінювання потенційних можливостей використання наявних гідроресурсів малою гідроелектростанцією «Топольки» у м. Бучач, для збільшення кількості генерованої електроенергії та для моніторингу добової зміни концентрації шкідливих викидів діоксиду азоту в залежності від інтенсивності транспортних потоків, відносної вологості та температури повітря на прикладі м. Тернопіль, а також при виконанні низки науково-дослідних робіт. На підставі проведених у дисертаційній роботі досліджень розроблено методичне забезпечення, яке використовують у навчальному процесі Тернопільського національного економічного університету при викладанні дисциплін «Моделювання та аналіз програмного забезпечення», «Архітектура та проектування програмного забезпечення» та «Інтервальні обчислення». Акти використання результатів дисертаційного дослідження подано в додатках до дисертації.

Особистий внесок здобувача. Усі результати, викладені в дисертаційній роботі, отримані автором самостійно. У друкованих працях, опублікованих у співавторстві, автором: [68] – розроблено метод еліпсоїдного оцінювання множини значень параметрів інтервальних моделей статичних систем з ітераційною обчислювальною схемою оптимального насиченого планування експерименту; [6] – проведено порівняльний аналіз обчислювальної складності методу еліпсоїдного оцінювання множини значень параметрів інтервальних моделей статичних систем порівняно з іншими методами; [71] – проведено удосконалення методу параметричної ідентифікації із застосуванням процедури оцінювання множини параметрів інтервальних моделей статичних систем на

основі обчислювальних схем оптимального планування експерименту; [56] – розроблено програмну систему для реалізації методу параметричної ідентифікації інтервальних моделей статичних систем; [8] – побудовано інтервальну модель прогнозування кількості електроенергії, генерованої малою гідроелектростанцією на основі методу еліпсоїдного оцінювання множини значень параметрів інтервальних моделей статичних систем з ітераційною обчислювальною схемою оптимального планування експерименту; [13] – описано вибір «насиченого» блоку інтервальної системи лінійних алгебричних рівнянь в задачі параметричної ідентифікації інтервальних моделей статичних систем; [12] – розглянуто процедуру редукції інтервальної системи лінійних алгебричних рівнянь для удосконаленого методу параметричної ідентифікації інтервальних моделей статичних систем; [9] – на основі методу еліпсоїдного оцінювання множини значень параметрів інтервальних моделей статичних систем з ітераційною обчислювальною схемою оптимального планування експерименту побудовано макромодель прогнозування кількості електроенергії, генерованої малою гідроелектростанцією, залежно від вхідних чинників: реактивної потужності, напору та рівня води на гідропості; [10] – розглянуто метод параметричної ідентифікації інтервальних моделей статичних систем з удосконаленою процедурою редукції інтервальної системи лінійних алгебричних рівнянь та його застосування для моделювання роботи малої гідроелектростанції; [106] – здійснено перевірку ефективності методу I_G -оптимального послідовного планування експерименту для різних законів розподілу похибки в даних [105] – розглянуто можливості оптимізації обчислювальної процедури реалізації методу послідовного I_G -оптимального планування експерименту.

Апробація результатів дисертації. Основні положення і результати дисертаційної роботи доповідалися та обговорювалися на таких конференціях та наукових семінарах: 13-й міжнародній конференції “Modern Problems of Radio Engineering, Telecommunications, and Computer Science” (TCSET’2016), Львів-Славське – 2016 р.; 14-й міжнародній конференції “The Experience of Designing and Application of CAD Systems in Microelectronics” (CADSM’2017), Львів –

Поляна – 2017 р.; 15-й – 17-й міжнародних конференціях “Computational Problems of Electrical Engineering” (CPEE’2014, CPEE’2015, CPEE’2016), Vratna Dolina, Slovak Republic – 2014 р., Lviv, Ukraine – 2015 р., Sandomierz, Poland – 2016 р.; 8-й міжнародній літній школі-семінарі для молодих науковців «Індуктивне моделювання: теорія і застосування», с. Жукінь, Київська обл. – 2015 р.; 3-й – 5-й всеукраїнських школах-семінарах молодих вчених і студентів “Advanced Computer Information Technology” (ACIT’2013 – ACIT’2015), Тернопіль, 2013-2015 рр.); 9-й Всеукраїнській науковій Інтернет-конференції «Місце та роль міждисциплінарних зв’язків при проведенні наукових досліджень», Тернопіль, 2012 р.; міжнародній науково-технічній конференції молодих учених та студентів «Актуальні задачі сучасних технологій», Тернопіль, ТНТУ ім. Івана Пулюя, 2012 р.; проблемно-наукових міжгалузевих конференціях «Інформаційні проблеми комп’ютерних систем, юриспруденції, енергетики, економіки, моделювання та управління» (ПНМК-2008, ПНМК-2009), Бучач – 2008 р., 2009 р.; наукових семінарах кафедри комп’ютерних наук Тернопільського національного економічного університету (2009-2017 рр.).

Публікації. За результатами дисертаційного дослідження опубліковано 17 наукових праць із загальним обсягом 60 сторінок, зокрема 5 статей у наукових фахових виданнях України [6, 56, 68, 71, 101], одне з яких входить до міжнародної наукометричної бази Index Copernicus [6], 12 публікацій у матеріалах конференцій [8-10, 12, 13, 96-100, 105, 106], 4 з яких входять до міжнародної наукометричної бази Scopus [9, 10, 12, 13].

Структура та обсяг роботи. Дисертаційна робота складається зі вступу, чотирьох розділів, висновків, списку використаних джерел із 125 найменувань та двох додатків. Загальний обсяг роботи складає 175 сторінок друкарського тексту, з них 125 сторінок основного тексту. Робота містить 43 рисунки та 12 таблиць.

РОЗДІЛ 1.

АНАЛІЗ МЕТОДІВ ПАРАМЕТРИЧНОЇ ІДЕНТИФІКАЦІЇ СТАТИЧНИХ СИСТЕМ В УМОВАХ НЕВИЗНАЧЕНОСТІ

У прикладних дослідженнях часто доводиться створювати спрощені математичні описи систем для дослідження та оптимізації їх функціонування [26, 69, 75, 82]. Однією із таких систем є малі гідроелектростанції (МГЕС), забезпечення ефективного функціонування яких на сьогодні є надзвичайно актуальним [8, 9, 64, 73, 110, 115]. Спрощений математичний опис МГЕС, наприклад, є необхідним для визначення можливостей станції щодо кількості генерованої електроенергії. Іншим прикладом спрощеного опису є актуальна задача екологічного моніторингу, зокрема, представлення залежності між концентраціями шкідливих викидів в атмосферу автотранспортом та чинниками впливу на забруднення, наприклад, інтенсивністю транспортних потоків. На перший погляд ці задачі не мають нічого спільного. Проте, в обох випадках часто єдиним способом побудови математичного опису є використання результатів експерименту з певними похибками вимірювань, межі яких переважно є відомими. Спільною рисою обох об'єктів дослідження, з точки зору розв'язування прикладних задач, є встановлення взаємозв'язку між чинниками впливу та характеристиками об'єкта. Їх можна вважати статичними системами.

Терміном «статична система» характеризують тип безінерційних систем, у яких не враховують перехідні процеси [1, 2, 61, 81, 112]. Безінерційність системи означає, що при подачі на вхід керуючих чинників система миттєво переходить в усталений режим [102]. Зв'язок між вхідними та вихідними змінними у таких системах описуються алгебричними рівняннями [1, 2, 24, 25, 61, 112].

Статичні системи достатньо часто розглядають у випадку встановлення зв'язків між керуючими чинниками системи (вхідними змінними) та її вихідними характеристиками (вихідними змінними) для різних прикладних застосувань, наприклад, в енергетиці, економіці, екології чи медицині [64, 69, 73, 75, 82, 110, 115]. Такі моделі в теорії систем називають математичними

моделями типу «вхід-вихід». У цих випадках, для встановлення зв'язків між вхідними та вихідними змінними будують спрощене представлення статичної системи у вигляді математичної моделі [2, 31, 32, 38, 44, 59]. Переважно такі моделі будують за результатами експерименту. Експеримент передбачає задання значень деяких вхідних змінних і отримання значень вихідних змінних [5, 7, 14, 22, 37, 39, 48, 50, 51, 54, 57, 58, 76, 78, 80, 96, 111]. Процес побудови моделі за результатами експерименту називають ідентифікацією [19, 23, 36, 55, 63, 89-91, 93, 94]. На практиці розрізняють структурну та параметричну ідентифікацію моделі [27, 61, 81, 89-91, 93, 94, 104]. У нашому випадку будемо вважати, що структура (загальний вигляд залежності, яка пов'язує вхідні та вихідні змінні) є відомою, але невідомими є її параметри.

Однією із основних проблем параметричної ідентифікації є неточні результати експерименту, які пов'язані із неврахуванням значної частини керуючих чинників, похибок вимірювань тощо [61, 81, 121]. У такому випадку розглядають задачу параметричної ідентифікації в умовах невизначеності.

В теорії ідентифікації таких систем розроблено велику кількість методів, які ґрунтуються на критеріях мінімізації середньоквадратичного відхилення або на максимізації функції правдоподібності [1, 2, 19, 23, 89-91]. У цих випадках передбачається, що виміряні значення вхідних і вихідних змінних безпомилкові або з випадковими похибками. Разом з тим, достатньо часто неможливо похибки в результатах експерименту, які використовують для ідентифікації моделі, вважати випадковими. Зокрема, у випадках, коли похибки обмежені за значенням, або коли відомі допуски на вихідні чи вхідні змінні. Такі випадки стосуються вище розглянутих задач моделювання МГЕС та побудови математичних моделей для задач екологічного моніторингу. В обох випадках результати експерименту є результатами вимірювань з абсолютними чи відносними похибками приладів [64, 73, 110, 115]. Тоді для побудови моделі використовують інтервальні дані, а ідентифікацію моделі проводять із застосуванням методів аналізу інтервальних даних [1, 2, 24, 25, 29, 31, 32, 38, 44, 59, 87, 88, 112, 120, 121, 122, 124, 125]. У зазначених працях показано, що основною математичною задачею, яка пов'язана

з ідентифікацією параметрів моделі, є задача розв'язування інтервальної системи лінійних алгебричних рівнянь, яка, як відомо [1, 2, 24, 25, 61, 81, 121], має множину розв'язків.

Метою цього розділу є аналіз методів ідентифікації параметрів за умов невизначеності, яка призводить до неточності даних експерименту. Розглянуто різні способи представлення (моделювання) невизначеності при побудові математичних моделей статичних систем. Особливу увагу приділено дослідженню методів аналізу інтервальних даних. Зокрема, обґрунтовано вибір форми для оцінювання множини параметрів моделі, тобто розв'язків інтервальної системи лінійних алгебричних рівнянь. Найбільш поширеними способами опису області оцінок параметрів моделі є: інтервальний (області у формі прямокутних паралелепіпедів); многогранниками або багатовимірними еліпсоїдами [11, 15, 16, 21, 40, 60, 62, 67, 74, 116, 117].

Останнім часом, у ряді праць [15, 30, 42, 61, 65, 118, 119], для розв'язування прикладних задач моделювання на основі аналізу інтервальних даних використовують оцінки області параметрів у вигляді паралелотопів. Такі оцінки отримують шляхом вибору найбільш «інформативних» інтервальних рівнянь із ІСЛАР, кількість яких дорівнює кількості невідомих параметрів. Зазначену процедуру реалізують із застосуванням методів оптимального планування насичених експериментів. Такий спосіб оцінювання області розв'язків ІСЛАР має ряд переваг у порівнянні з іншими. Зокрема, відзначається високою точністю наближення області параметрів моделі та можливістю переходу до еліпсоїдних оцінок області із використанням аналітичних виразів. Проте, відомі методи характеризуються високою обчислювальною складністю, тому не набули широкого застосування в прикладних дослідженнях.

У завершальній частині розділу сформульовано постановку завдань дисертаційного дослідження.

Матеріали, що обґрунтовують постановку завдань дисертаційного дослідження, опубліковано автором у працях [96, 97, 105, 106].

1.1. Параметрична ідентифікація моделей статичних систем в умовах випадкових похибок

Моделі статичних систем типу «вхід-вихід» задають зв'язок між вхідними та вихідними змінними. Серед них виділяють регресійні моделі. Основою для побудови математичної моделі «вхід-вихід» системи є результати експерименту, які відображають у вигляді матриці X значень вхідних та вектора \vec{Y} значень вихідної змінної у всіх спостереженнях [1, 2, 24, 25, 31, 32, 61, 81, 121]:

$$X = \begin{pmatrix} x_{11}, \dots, x_{1m} \\ \vdots \\ x_{N1}, \dots, x_{Nm} \end{pmatrix}; \quad \vec{Y} = \begin{pmatrix} y_1 \\ \vdots \\ y_N \end{pmatrix}. \quad (1.1)$$

Рядкам матриці X відповідають вектори \vec{x}_i ($i=1, \dots, N$) значень вхідних змінних, що в процесі експерименту спричиняють відповідні значення вихідної змінної y_i . Комбінацію \vec{x}_i , y_i називають спостереженням. Загальна кількість комбінацій N задає кількість спостережень експерименту. Результати експерименту в наших випадках розглядають лише як результат вимірювання значень змінних на реальній системі.

Для побудови регресійної моделі статичної системи попередньо необхідно визначити загальний вигляд (структуру) функції та оцінки \vec{b} у вигляді вектора $\vec{\beta}$ невідомих параметрів моделі. Переважно для цих цілей обирають функцію у вигляді лінійного за параметрами (коефіцієнтами) рівняння [1, 2, 61, 81]:

$$f(\vec{x}, \vec{\beta}) = \beta_1 \varphi_1(\vec{x}) + \dots + \beta_m \varphi_m(\vec{x}), \quad (1.2)$$

де $\varphi_1(\vec{x}), \dots, \varphi_m(\vec{x})$ – відомі базисні функції; β_1, \dots, β_m – невідомі оцінки параметрів.

Функцію $f(\vec{x}, \vec{\beta})$ із виразу (1.2) можна задати деяким поліномом,

наприклад, лінійною чи квадратичною функцією, рядом Фур'є та ін. [1, 2, 61, 112].

Для знаходження невідомих оцінок параметрів моделі на основі результатів експерименту (1.1) необхідно використати метод параметричної ідентифікації. При цьому необхідно задати критерій узгодження між результатами експерименту та результатами обчисленими із застосуванням регресійної моделі. Найчастіше для тих цілей використовують критерій узгодження у вигляді мінімізації середньоквадратичного відхилення [1, 2, 41, 49, 81]:

$$\Psi = \sum_{i=1}^N (y_i - \hat{y}_i)^2, \quad (1.3)$$

де

$$\hat{y}_k = b_1 \varphi_1(\vec{x}_i) + \dots + b_m \varphi_m(\vec{x}_i) \quad - \quad (1.4)$$

вираз, який визначає регресійну модель статичної системи.

Для оцінювання параметрів моделі (1.4) використовують метод, який називають методом найменших квадратів (МНК) [1, 24, 25, 61, 112]. За допомогою МНК при розв'язуванні задачі оцінювання невідомих коефіцієнтів функції (1.2) оцінку \vec{b} вектора невідомих параметрів $\vec{\beta}$ отримують за формулою [47, 52, 61, 63]:

$$\vec{b} = (F^T F)^{-1} F^T \vec{Y}, \quad (1.5)$$

де

$$F = \begin{pmatrix} \varphi_1(\vec{x}_1) & \dots & \varphi_m(\vec{x}_1) \\ \vdots & & \\ \varphi_1(\vec{x}_N) & \dots & \varphi_m(\vec{x}_N) \end{pmatrix} \quad (1.6)$$

є матрицею значень базисних функцій лінійного за параметрами рівняння (1.2),

обчислених в точках експерименту, тобто на основі матриці X . Також для цих цілей часто використовують критерій максимізації функції правдоподібності [45-47, 52, 61].

Для дослідження МНК-оцінок \vec{b} , використовують гіпотезу про випадкову природу похибок у вибірці даних, пов'язану із неврахуванням усіх можливих чинників впливу на вихідну характеристику системи [1-2, 45-47, 61]. Для цього використовують метод регресійного аналізу, у якому розглядають певну модель невизначеності у вигляді похибок в даних [41, 49, 61]. Переважно розглядають адитивну модель випадкової похибки у вибірці даних [61]:

$$y(\vec{x}) = y_o(\vec{x}) + e = f(\vec{x}, \vec{\beta}) + e, \quad (1.7)$$

де $y_o(\vec{x})$ – істинне значення виходу, яке можемо описати лінійно-параметричною функцією (1.2); $y(\vec{x})$ – встановлене значення виходу, «змішане» з похибкою e .

Далі роблять припущення стосовно цієї похибки, наприклад, що вона є нормально розподіленою з нульовим середнім, обчислюють її дисперсію. У результаті можна визначити довірчий інтервал для вихідної змінної [1-2, 45-47, 49, 61]. Таким чином представляють невизначеність в результатах експерименту.

Разом з тим, прийнята адитивна випадкова похибка (1.7) в результатах експерименту не завжди відповідає практичним застосуванням. Зокрема, у вище згаданих випадках задач моделювання МГЕС та побудови математичних моделей для задач екологічного моніторингу, доцільно вважати похибки обмеженими за значеннями. У першому випадку вони є відносними похибками вимірювання характеристик генерованої електроенергії, а у другому (представлення залежності між концентраціями шкідливих викидів в атмосферу автотранспортом та інтенсивністю транспортних потоків) – потрібно брати до уваги відносну похибку газоаналізатора. Отже, використання регресійної моделі у цих випадках є неадекватним, оскільки дані експерименту для вихідної змінної будуть мати форму числових інтервалів, ширина яких обумовлена величиною відносної

похибки вимірювань. Такі дані називають інтервальними, а для побудови моделей статичних систем доцільно використовувати методи аналізу інтервальних даних [1, 2, 24, 25, 29, 31, 32, 38, 44, 59, 87, 88, 112, 120, 121, 122, 124, 125].

1.2 Параметрична ідентифікація інтервальних моделей статичних систем

Розглянемо особливості методів параметричної ідентифікації моделей статичних систем за результатами аналізу інтервальних даних [1, 2, 24, 25, 29, 31, 32, 61, 87, 88, 112, 120, 121, 122]. Результати спостережень за «входами» та «виходами» представляють у вигляді матриці значень вхідних змінних X та вектора інтервалів значень для вихідної змінної $[\vec{Y}]$:

$$X = \begin{pmatrix} x_{11} \cdots x_{1n} \\ \vdots \\ x_{i1} \cdots x_{in} \\ \vdots \\ x_{N1} \cdots x_{Nn} \end{pmatrix}; [\vec{Y}] = \begin{pmatrix} [y_1^-; y_1^+] \\ \vdots \\ [y_i^-; y_i^+] \\ \vdots \\ [y_N^-; y_N^+] \end{pmatrix}. \quad (1.8)$$

Залежність між «виходом» та «входами» для деякої статичної системи має вигляд алгебричного виразу:

$$y_0 = \beta_1 \varphi_1(\vec{x}) + \dots + \beta_m \varphi_m(\vec{x}), \quad (1.9)$$

де y_0 – істинне невідоме значення «виходу» системи.

Як і у випадку регресійної моделі – вважаємо відомими базисні функції $\varphi_1(\vec{x}), \dots, \varphi_m(\vec{x})$ та – невідомими оцінки параметрів β_1, \dots, β_m моделі.

Нехай, для довільного i -того спостереження істинне невідоме значення виходу $y_{oi} = \vec{\varphi}^T(\vec{x}_i) \cdot \vec{\beta}$ належить інтервалу $[y_i^-, y_i^+]$, тобто маємо таку умову:

$$y_i^- \leq y_{oi} \leq y_i^+, i=1, \dots, N. \quad (1.10)$$

Завданням аналізу інтервальних даних є оцінювання невідомого вектора $\vec{\beta}$ так, щоб значення функції $y = \vec{\varphi}^T(\vec{x}) \cdot \vec{\beta}$ для даних кожного рівняння ІСЛАР належали до відповідних інтервалів $[y_i^-, y_i^+]$. Якщо оцінка \vec{b} вектора $\vec{\beta}$ існує, то одержану функцію $\hat{y}(\vec{x}) = \vec{\varphi}^T(\vec{x}) \cdot \vec{b}$ називатимемо інтервальною моделлю статичної системи.

Згідно з вищезазначеним, підставляючи вираз (1.9) у вирази (1.10) з даними (1.8) для кожного спостереження, умови обчислення значень компонент вектора \vec{b} запишемо у вигляді системи з N нерівностей із m невідомими [61, 81, 121]:

$$\begin{cases} y_1^- \leq b_1 \varphi_1(\vec{x}_1) + \dots + b_m \varphi_m(\vec{x}_1) \leq y_1^+; \\ \vdots \\ y_N^- \leq b_1 \varphi_1(\vec{x}_N) + \dots + b_m \varphi_m(\vec{x}_N) \leq y_N^+. \end{cases} \quad (1.11)$$

Оскільки кожна i -та нерівність у системі (1.11) забезпечує належність значення функції $\hat{y}(\vec{x})$ для i -того спостереження до відповідного i -того інтервалу «виходу», то одночасне виконання умов, заданих нерівностями системи, означає існування розв'язку задачі.

Система (1.11) є системою N лінійних нерівностей відносно m невідомих b_1, \dots, b_m . На практиці її називають інтервальною системою лінійних алгебричних рівнянь (ІСЛАР). Розв'язок ІСЛАР (1.11) доцільно шукати, спираючись на матричне її представлення:

$$\vec{Y}^- \leq F \cdot \vec{b} \leq \vec{Y}^+, \quad (1.12)$$

де $\vec{Y}^- = \{y_i^-, i=1, \dots, N\}$, $\vec{Y}^+ = \{y_i^+, i=1, \dots, N\}$ – вектори, складені із верхніх та

нижніх меж інтервалів $[y_i^-, y_i^+]$, відповідно; F – відома матриця значень базисних функцій, задана виразом (1.6).

ІСЛАР (1.12) може бути несумісною або мати багато розв'язків [49, 94-95]. Якщо, система (1.12) має розв'язки (або один), то область цих розв'язків позначимо за Ω :

$$\Omega = \{ \vec{b} \in R^m \mid \vec{Y}^- \leq F \cdot \vec{b} \leq \vec{Y}^+ \}. \quad (1.13)$$

У просторі параметрів β_1, \dots, β_m область Ω є опуклим многогранником. Довільний розв'язок $\vec{b} \in \Omega$ цієї системи дає можливість побудувати одну інтервальну модель $\hat{y}(\vec{x}) = \vec{\varphi}^T(\vec{x}) \cdot \vec{b}$ статичної системи, яка пов'язує інтервальні оцінки вихідної змінної з вхідними змінними.

Множина усіх розв'язків Ω задачі параметричної ідентифікації дає можливість визначити множину рівнозначних (з точки зору наявної інтервальної невизначеності) інтервальних моделей статичних систем (ІМСС), що належать функціональному коридору:

$$[\hat{y}(x)] = [\hat{y}^-(x); \hat{y}^+(x)], \quad (1.14)$$

де
$$\hat{y}^-(\vec{x}) = \min_{\vec{b} \in \Omega} (\vec{\varphi}^T(\vec{x}) \cdot \vec{b}) \quad (1.15)$$

та
$$\hat{y}^+(\vec{x}) = \max_{\vec{b} \in \Omega} (\vec{\varphi}^T(\vec{x}) \cdot \vec{b}) - \quad (1.16)$$

нижня та верхня межі функціонального коридору, відповідно.

Одну із інтервальних моделей доцільно обчислювати за формулою внутрішньої точки $\vec{\bar{b}}$ області розв'язків ІСЛАР, наприклад за формулою [61, 81]:

$$\vec{\bar{b}} = 0,5 \cdot (\vec{b}_p + \vec{b}_s), \quad (1.17)$$

де \vec{b}_p, \vec{b}_s – найбільш віддалені за евклідовою нормою точки многогранника Ω .

Похибку прогнозування інтервальної моделі статичної системи будемо оцінювати у такому вигляді [61, 81, 87, 88, 121, 122]:

$$\Delta_{y(\vec{x})} = \max_{\vec{b} \in \Omega} (\vec{\varphi}^T(\vec{x}) \cdot \vec{b}) - \min_{\vec{b} \in \Omega} (\vec{\varphi}^T(\vec{x}) \cdot \vec{b}). \quad (1.18)$$

Це означає, що для визначення похибки прогнозування $\Delta_{y(\vec{x})}$ для одного набору вхідних змінних \vec{x}_i необхідно розв'язати дві задачі лінійного програмування

$$\vec{\varphi}^T(\vec{x}_i) \cdot \vec{b} \xrightarrow{\vec{b} \in \Omega} \min, \vec{\varphi}^T(\vec{x}_i) \cdot \vec{b} \xrightarrow{\vec{b} \in \Omega} \max, \quad (1.19)$$

розв'язки яких знаходяться у вершинах многогранника Ω .

Із урахуванням викладеного, вираз для знаходження похибки прогнозування $\Delta_{y(\vec{x})}$ у фіксованій точці \vec{x} набуває такого вигляду:

$$\Delta_{y(\vec{x})} = \max_{\vec{b}_p, \vec{b}_s \in \Omega} (\vec{\varphi}^T(\vec{x}) \cdot (\vec{b}_p - \vec{b}_s)), \vec{x} \in \chi, \quad (1.20)$$

де \vec{b}_p, \vec{b}_s – вершини опуклого многогранника (області) Ω .

Розглянемо особливий випадок побудови інтервальних моделей, коли кількість невідомих параметрів моделі статичної системи співпадає з кількістю експериментальних інтервальних даних, тобто $N=m$. Такий випадок називають насиченим експериментом [5, 7, 14, 22, 37, 39, 48, 50, 51, 54, 57, 58, 61, 76, 77, 78, 80, 81, 84-86, 111].

У насиченому експерименті, тобто у випадку співпадіння кількості спостережень в експерименті з кількістю невідомих параметрів m , матриця F ІСЛАР (1.11) буде квадратною $m \times N$. Позначимо її за F_m . Якщо визначник матриці

не дорівнює нулю, то можна отримати матрицю F_m^{-1} обернену до F_m . У такому випадку існує розв'язок ІСЛАР (1.11), у якій $N=m$ [61, 81, 121]. Позначимо множину цих розв'язків за Ω_m . Розв'язки ІСЛАР для зазначеного випадку проілюстровано на рис. 1.1 а, б.

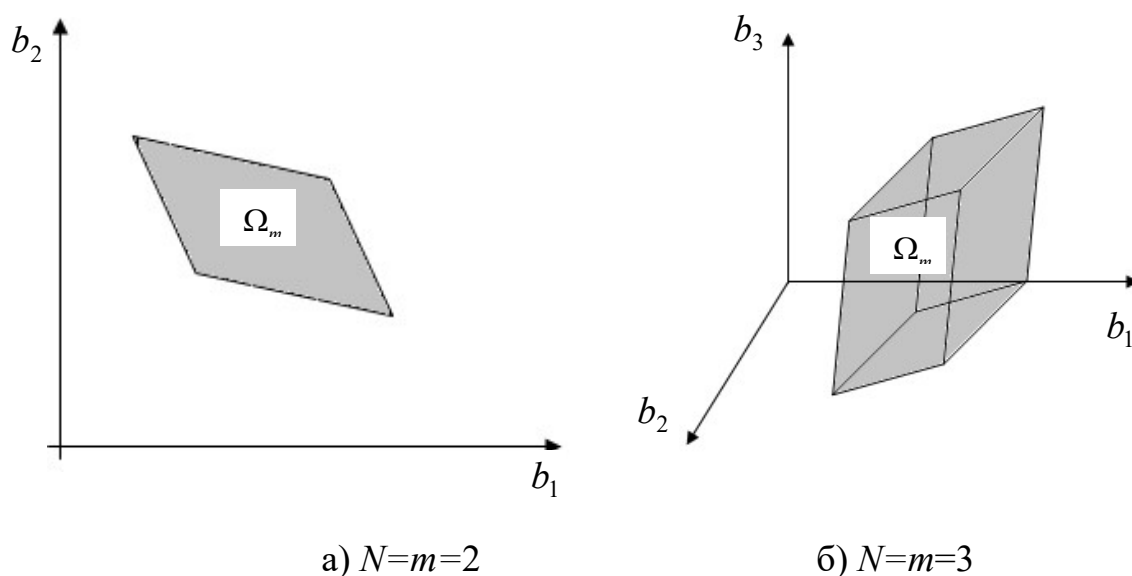


Рисунок 1.1 – Ілюстрація розв'язків ІСЛАР для випадку насиченого плану експерименту

Як бачимо з рис. 1.1, у випадку насиченого плану експерименту, ІСЛАР має область розв'язків Ω_m у вигляді фігури, яку в багатовимірному випадку називають паралелотопом [61, 81]. Вершини паралелотопа Ω_m можна обчислити за допомогою формул, наведених в аналітичному вигляді у праці [81]:

$$F \cdot \vec{b}_s = \vec{Y}_s, \quad (1.21)$$

де \vec{Y}_s – вектор, який складено із межових значень інтервалів $[y_i^-, y_i^+]$, наприклад, він може мати такий вигляд $\vec{Y}_s = (y_1^+, y_2^-, y_3^+, \dots, y_N^-)$.

Побудова коридору (1.14)-(1.16) інтервальних моделей у цьому випадку суттєво спрощується.

Окрім зазначених переваг використання насиченого плану експерименту, найбільш важливими є властивості означені теоремою [61]:

«Навколо області Ω_m можна описати еліпсоїд:

$$Q_m = \{\vec{b} \in R^m \mid (\vec{b} - \vec{\bar{b}})^T \cdot F_m^T \cdot E^{-2} \cdot F_m \cdot (\vec{b} - \vec{\bar{b}}) = m\}, \quad (1.22)$$

оболонці якого належать усі її вершини».

У формулі (1.22) використано такі позначення:

$$\vec{\bar{b}} = \frac{1}{2^m} \sum_{s=1}^{2^m} \vec{b}_s = F^{-1} \cdot \vec{\bar{Y}} \quad - \quad (1.23)$$

центр еліпсоїда Q_m ; $E = \text{diag}(\Delta_1, \dots, \Delta_i, \dots, \Delta_m)$ – діагональна матриця інтервальних похибок; $\vec{\bar{Y}}$ – вектор, що є середнім арифметичним усіх векторів, складених із межових значень, а його компоненти – середні інтервальні значення $\bar{y}_i = (y_i^+ + y_i^-) / 2, i=1, \dots, m$;

$$\vec{\bar{Y}} = \frac{1}{2^m} \left(\sum_{s=1}^{2^m} \vec{Y}_s \right) = (\bar{y}_1, \dots, \bar{y}_m)^T.$$

Із вище представленої теореми витікає, що наближено коридор інтервальних моделей можна описати у такому вигляді:

$$[\hat{y}(\vec{x})] \Big|_{\vec{b} \in Q_m} = [\vec{\varphi}^T(\vec{x}) \cdot \vec{\bar{b}} - \frac{1}{2} \cdot \Delta_{\vec{y}(\vec{x})} \Big|_{\vec{b} \in Q_m}; \vec{\varphi}^T(\vec{x}) \cdot \vec{\bar{b}} + \frac{1}{2} \cdot \Delta_{\vec{y}(\vec{x})} \Big|_{\vec{b} \in Q_m}], \quad (1.24)$$

де $\Delta_{\vec{y}(\vec{x})} \Big|_{\vec{b} \in Q_m}$ – похибка прогнозування.

Функція похибки прогнозування у цьому випадку матиме такий вигляд [61,81]:

$$\Delta_{y(\vec{x})} \Big|_{\vec{b} \in Q_m} = 2 \cdot \sqrt{\vec{\varphi}^T(\vec{x}) \cdot (F^T \cdot E^{-2} \cdot F)^{-1} \cdot \vec{\varphi}(\vec{x}) \cdot m}. \quad (1.25)$$

Також, спираючись на теорему із праці [61], у випадку застосування насиченого плану експерименту, доцільно використовувати оптимальну

(найбільшого розміру) допустиму (вписану в паралелотоп Ω_m) еліпсоїдну оцінку області Ω_m параметрів інтервальних моделей:

$$Q_m = \{\vec{b} \in R^m \mid (\vec{b} - \vec{\bar{b}})^T \cdot F_m^T \cdot E^{-2} \cdot F_m \cdot (\vec{b} - \vec{\bar{b}}) = 1\}. \quad (1.26)$$

У цьому випадку функція похибки прогнозування (ширина функціонального коридору) матиме такий вигляд:

$$\Delta_{y(\vec{x})} \Big|_{\vec{b} \in Q_m} = 2 \cdot \sqrt{\vec{\varphi}^T(\vec{x}) \cdot (F^T \cdot E^{-2} \cdot F)^{-1} \cdot \vec{\varphi}(\vec{x})}. \quad (1.27)$$

Як бачимо з виразів (1.24), (1.25) та (1.27), функції похибки прогнозування та функції меж коридору прогнозування для даного випадку є неперервними та не кусковими, що забезпечує низьку обчислювальну складність оперування моделлю, тобто розрахунок інтервалу прогнозування у заданій точці області експерименту. Ця властивість є достатньо ваговою на користь застосування розглянутого випадку.

1.3 Параметрична ідентифікація нечітких моделей статичних систем

В доповнення до інтервального підходу, розглядають методи нечіткого підходу, що ґрунтуються на теорії нечітких множин. Вперше підхід до побудови нечіткої моделі статичної системи було розглянуто в праці [34]. Розглянемо задачу побудови математичної моделі статичної системи у такому вигляді:

$$\hat{Y} = B_1 \cdot \varphi_1(\vec{x}) + \dots + B_m \cdot \varphi_m(\vec{x}), \quad (1.28)$$

де \hat{Y} – нечітка вихідна змінна з трикутною функцією належності, з центром \hat{y} та

шириною Δ ; $B_j (j=0, \dots, m-1)$ – нечіткі параметри моделі статичної системи з трикутними функціями належності, з центрами b_j та шириною Δb_j .

Як і у попередніх випадках припускаємо, що є відомими базисні функції $\varphi_1(\vec{x}), \dots, \varphi_m(\vec{x})$ та невідомими оцінки нечітких параметрів $B_j (j=0, \dots, m-1)$ моделі. Проте, у даному випадку вважаємо, що форма функцій належності для параметрів є відомою, а саме, вона є трикутною з деяким невідомим центром та невідомою шириною.

Нехай відомими є результати нечіткого експерименту:

$$X = \begin{pmatrix} x_{11} \dots x_{1n} \\ \vdots \\ x_{i1} \dots x_{in} \\ \vdots \\ x_{N1} \dots x_{Nn} \end{pmatrix}; \quad \vec{Y} = \begin{pmatrix} (y_1, \Delta_1) \\ \vdots \\ (y_i, \Delta_i) \\ \vdots \\ (y_N, \Delta_N) \end{pmatrix}, \quad (1.29)$$

де \vec{Y} – вектор, компонентами якого є нечіткі величини для вихідної змінної з трикутною функцією належності, з центрами y_i та шириною Δ_i .

Спираючись на відому структуру нечіткої моделі (1.28) статичної системи та на результати нечіткого експерименту (1.29), у праці [34] сформульовано постановку задачі параметричної ідентифікації моделі статичної системи за умов невизначеності, яку представлено у нечіткому вигляді. Зазначена задача сформульована у нижче описаний спосіб.

Необхідно мінімізувати функцію:

$$\Delta b_0 + \sum_{i=1}^N \left(\sum_{j=1}^{m-1} \Delta b_j \cdot \phi_j(\vec{x}_i) \right) \longrightarrow \min, \quad (1.30)$$

за умов

$$\Delta b_j \geq 0 (j=1, \dots, m); \quad (1.31)$$

$$b_0 + \sum_{j=1}^{m-1} b_j \cdot \phi_j(\vec{x}_i) + (1-h) \cdot \left[\Delta b_j + \sum_{j=1}^{m-1} \Delta b_j \cdot |\phi_j(\vec{x}_i)| \right] < y_i - (1-h) \cdot \Delta_i, \quad i=1, \dots, N; \quad (1.32)$$

$$b_0 + \sum_{j=1}^{m-1} b_j \cdot \phi_j(\bar{x}_i) + (1-h) \cdot [\Delta b_j + \sum_{j=1}^{m-1} \Delta b_j \cdot |\phi_j(\bar{x}_i)|] > y_i + (1-h) \cdot \Delta_i, i=1, \dots, N, \quad (1.33)$$

де h – заданий коефіцієнт нечіткості, який набуває значення з інтервалу $[0,1]$.

Отримана задача (1.30) – (1.33) параметричної ідентифікації нечіткої моделі статичної системи є задачею лінійного програмування. Розв'язками цієї задачі є нечіткі параметри $B_j (j=0, \dots, m-1)$ моделі статичної системи з оптимізованою шириною функцій належності. Існують й інші постановки задач параметричної ідентифікації нечіткої моделі статичної системи, наприклад, з нечіткими вхідними змінними.

Разом з тим, основним недоліком нечіткого підходу, як і у цілому теорії нечітких множин, є відсутність об'єктивних методів побудови функції належності. Також при даному підході необхідно задавати коефіцієнт чіткості функції належності. Здебільшого у дослідників немає такої додаткової інформації і на практиці ці моделі важко використовувати.

1.4 Методи оцінювання області розв'язків задачі параметричної ідентифікації у випадку аналізу інтервальних даних

Як бачимо з попереднього підрозділу, інтервальні моделі є найбільш придатними для опису властивостей статичної системи в умовах обмежених за значеннями похибок спостережень. Проте, основною проблемою при побудові інтервальних моделей є складність форми представлення області розв'язку ІСЛАР (у вигляді многогранної області) і як результат – складність оперування моделлю. Зокрема, пов'язану з тим, що в загальному випадку для обчислення меж інтервальної оцінки вихідної характеристики статичної системи для одного набору вхідних змінних \bar{x}_i необхідно розв'язати дві задачі лінійного програмування (1.19). Тому, для практичних застосувань використовують методи наближення області розв'язків ІСЛАР – результату параметричної ідентифікації статичної системи. У працях [11, 30, 42, 61, 65, 66, 70, 72, 83, 92, 118, 119],

залежно від постановки технічної задачі, вказано, що існують методи знаходження зовнішньої та внутрішньої оцінки розв'язків. З геометричної точки зору це означає, що область розв'язків у вигляді многогранника описують деякою геометричною фігурою, чи вписують деяку геометричну фігуру щоб представлення оцінок параметрів спрощувало обчислювальні процедури при оперуванні побудованою моделлю.

На сьогоднішній день відомо такі методи наближення області розв'язків ІСЛАР: інтервальні [11, 115, 121], еліпсоїдні [15,16, 21, 40, 60, 62, 67, 74, 116, 117] та з виділенням «насиченого» блоку ІСЛАР [61, 81]. Розглянемо детально особливості застосування цих методів для оцінювання області розв'язків ІСЛАР, а також властивості інтервальних моделей, побудованих із використанням зазначених методів оцінювання.

1.4.1 Інтервальні методи оцінювання

В інтервальному аналізі область розв'язків ІСЛАР (1.11) у вигляді многогранника апроксимують прямокутним паралелепіпедом (грані якого паралельні осям координат) [30, 32, 118-122]. На рис. 1.2 проілюстровано графічну інтерпретацію такого способу наближення області розв'язків задачі параметричної ідентифікації.

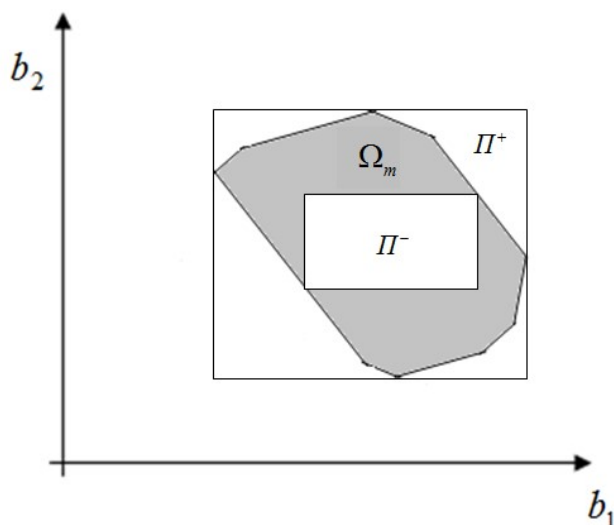


Рисунок 1.2 – Ілюстрація «зовнішнього» та «внутрішнього» інтервального оцінювання області розв'язків ІСЛАР (прямокутним паралелепіпедом) ($m=2, N=4$).

У цьому випадку отримують інтервальні оцінки коефіцієнтів $[\vec{b}]$ ІМСС у такому вигляді:

$$\Pi^+ = \{\vec{b} \mid b_j^- \leq b_j \leq b_j^+, j = 1, \dots, m\}. \quad (1.34)$$

Для локалізації «зовнішніх» (їх ще називають гарантованими) інтервальних оцінок необхідно розв'язати $2m$ задач лінійного програмування за обмежень заданих системою (1.12):

$$b_j^- = \min_{\vec{b} \in \Omega} b_j, \quad b_j^+ = \max_{\vec{b} \in \Omega} b_j, \quad j = 1, \dots, m. \quad (1.35)$$

Тоді коридор інтервальних моделей набуває такого вигляду [121]:

$$[\hat{y}(\vec{x})]_{\vec{b} \in [\vec{b}]} = [\min_{\vec{b} \in \Pi^+} \sum_{j=1}^m \varphi_j(\vec{x}) \cdot b_j; \max_{\vec{b} \in \Pi^+} \sum_{j=1}^m \varphi_j(\vec{x}) \cdot b_j]. \quad (1.36)$$

Задача знаходження «внутрішніх» (їх називають допусковими) інтервальних оцінок параметрів є складною задачею нелінійної оптимізації [42, 45-47, 52, 61, 65, 66, 70, 72].

Разом з тим зазначений спосіб локалізації розв'язків ІСЛАР містить ряд недоліків. Зокрема, отримані інтервальні оцінки є надзвичайно грубими, особливо у випадку витягнутої області Ω у напрямку, що не співпадає із напрямком жодної з осей координат простору параметрів. Також отримані інтервальні оцінки не завжди є придатними для побудови коридору інтервальних моделей із заданими властивостями його функціональних меж. Наприклад, як показано у праці [81], функціональні межі коридору інтервальних моделей у випадку інтервальної локалізації її параметрів можуть бути кусковими.

1.4.2 Еліпсоїдні методи оцінювання

Найбільш поширеними методами локалізації розв'язків системи (1.12) є методи еліпсоїдів [15,16, 21, 40, 60, 62, 67, 74, 116, 117]. Основна ідея цих методів полягає у побудові багатовимірних еліпсоїдів, до яких гарантовано належить область Ω розв'язків ІСЛАР. Розглядають також випадок побудови допустимих еліпсоїдних оцінок. Обидва випадки геометрично проілюстровано на рис. 1.3.

У випадку реалізації процедури локалізації (гарантованого оцінювання), на кожному k -тому кроці розв'язують задачу отримання апостеріорної еліпсоїдної оцінки $Q(k)$ – результату перетину апостеріорної оцінки $(k-1)$ -го кроку та «гіперсмуги» $\check{\Omega}(k)$ за умови виконання включення

$$Q(k) \supseteq Q(k-1) \cap \check{\Omega}(k), \quad (1.37)$$

та за умови

$$V(Q(k)) \leq V(Q(k-1)), \quad (1.38)$$

де $V(\cdot)$ – задає розміри еліпсоїда (об'єм, суму квадратів довжин осей і т.д.).

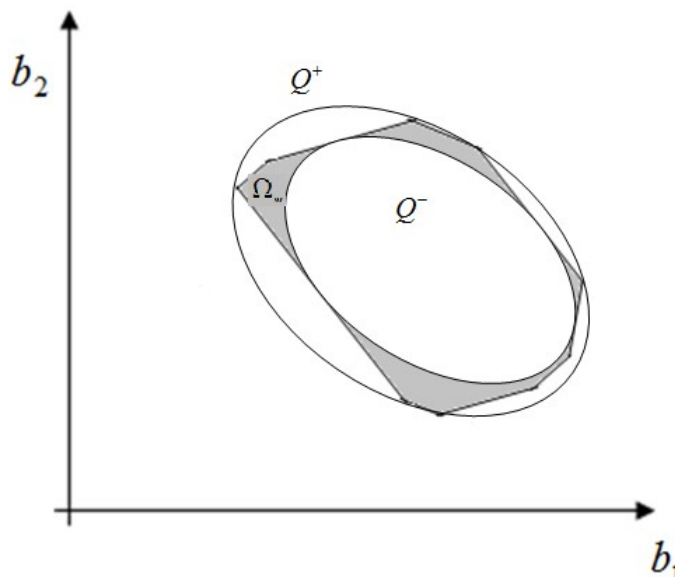


Рисунок 1.3 – Ілюстрація гарантованих та допускових еліпсоїдних оцінок розв'язків ІСЛАР ($m=2, N=4$)

Умова (1.38) забезпечує збіжність алгоритму. У працях [61, 62, 67, 74] умова

збіжності замінена більш складнішою, яка забезпечує знаходження локалізаційної еліпсоїдної оцінки із мінімальним розміром (об'ємом). Основні розрахункові формули, наведені у цих працях, дають можливість оцінити обчислювальну складність алгоритмів реалізації методу. Розглянемо їх детальніше.

Отже, область локалізації на k -тому кроці шукають у формі еліпсоїда [61, 62, 67, 74]:

$$Q(k) = \{\vec{b} \in R^m \mid (\vec{b} - \vec{\bar{b}}_k)^T \cdot H_k \cdot (\vec{b} - \vec{\bar{b}}_k) \leq \chi(\eta_k)\}, \quad (1.39)$$

де $\vec{\bar{b}}_k$ – центр еліпсоїда

$$\vec{\bar{b}}_k = \vec{\bar{b}}_{k-1} + \frac{\eta_{k-1}}{1 + \eta_{k-1} \cdot \vec{x}_k^T \cdot H_{k-1} \cdot \vec{x}_k} \cdot (y - \vec{x}_k^T \cdot \vec{\bar{b}}_{k-1}) \cdot H_{k-1} \cdot \vec{x}_k;$$

H_k – симетрична, додатньоозначена матриця, яка задає його конфігурацію. Її обчислюють за такою формулою:

$$H_k = \chi(\eta_k) \cdot [H_{k-1} + \frac{\eta_{k-1}}{1 + \eta_{k-1} \cdot \vec{x}_k^T \cdot H_{k-1} \cdot \vec{x}_k} \cdot H_{k-1} \cdot \vec{x}_k \cdot \vec{x}_k^T \cdot H_{k-1}]; \quad (1.40)$$

$$\chi(\eta_k) = 1 + \eta_k \cdot (\Delta^2 - \frac{y_k - \vec{x}_k^T \cdot \vec{\bar{b}}_{k-1}}{1 + \eta_{k-1} \cdot \vec{x}_k^T \cdot H_{k-1} \cdot \vec{x}_k} \cdot H_{k-1} \cdot \vec{x}_k \cdot \vec{x}_k^T \cdot H_{k-1}); \quad \Delta = 0.5 \cdot (y_i^+ - y_i^-) -$$

інтервальна похибка, однакова для усіх спостережень; η_k – параметр алгоритму.

Для забезпечення мінімального об'єму локалізаційного еліпсоїда, параметр η_k вибирають як додатній корінь такого квадратного рівняння [61]:

$$(m-1) \cdot \Delta^2 \cdot \eta_{k-1}^2 \cdot \vec{x}_k^T \cdot H_{k-1} \cdot \vec{x}_k + [(2 \cdot m - 1) \cdot \Delta^2 \cdot \vec{x}_k^T \cdot H_{k-1} \cdot \vec{x}_k - (\vec{x}_k^T \cdot H_{k-1} \cdot \vec{x}_k - (y_k - \vec{x}_k^T \cdot \vec{\bar{b}}_{k-1})) \cdot \vec{x}_k^T \cdot H_{k-1} \cdot \vec{x}_k] \cdot \eta_k + m \cdot (\Delta^2 - y_k + \vec{x}_k^T \cdot \vec{\bar{b}}_{k-1}) - \vec{x}_k^T \cdot H_{k-1} \cdot \vec{x}_k = 0$$

Як бачимо для знаходження гарантованої еліпсоїдної оцінки розв'язків ІСЛАР використовують достатньо складну обчислювальну ітераційну схему.

Із наведених формул бачимо, що найбільш трудомісткими з обчислювальної точки зору, є операції багаторазового множення матриць та векторів тільки для

однієї ітерації. Однак, якщо кількість інтервальних рівнянь в ІСЛАР зростає, то для моделей з великою кількістю параметрів зазначена обчислювальна схема стає трудомісткою. Це своєю чергою призводить до втрати властивості «гарантованості». До того ж контроль та забезпечення цієї властивості вимагає додаткових обчислювальних витрат. Наприклад, у праці [74], гарантованість включення вектора істинних параметрів у еліпсоїд на кожній ітерації забезпечують шляхом збільшення його радіуса на деяку фіксовану величину. Очевидно, у цьому випадку зростає кількість ітерацій і відповідно обчислювальні витрати. Виграш у цьому випадку полягає в отриманні коридору для інтервальних моделей:

$$[\hat{y}(\bar{x})]_{\bar{b} \in Q(k)} = [\bar{\varphi}^T(\bar{x}) \cdot \bar{b} - \frac{1}{2} \cdot \Delta_{\bar{y}(\bar{x})} \Big|_{\bar{b} \in Q(k)}; \bar{\varphi}^T(\bar{x}) \cdot \bar{b} + \frac{1}{2} \cdot \Delta_{\bar{y}(\bar{x})} \Big|_{\bar{b} \in Q(k)}], \quad (1.41)$$

з неперервними функціональними межами.

У формулі (1.41) $\Delta_{\bar{y}(\bar{x})} \Big|_{\bar{b} \in Q(k)}$ – функція похибки прогнозування, яку обчислюють за формулою:

$$\Delta_{\bar{y}(\bar{x})} \Big|_{\bar{b} \in Q(k)} = 2 \cdot \sqrt{\bar{\varphi}^T(\bar{x}) \cdot H^{-1} \cdot \bar{\varphi}(\bar{x}) \cdot \chi(\eta_k)}. \quad (1.42)$$

Як бачимо з виразів (1.41) та (1.42), функція похибки прогнозування та функції меж коридору прогнозування для даного випадку є неперервними та не кусковими, що забезпечує низьку обчислювальну складність оперування моделлю, тобто розрахунок інтервалу прогнозування для заданого набору значень вхідних змінних. Ця властивість є достатньо ваговою на користь застосування еліпсоїдних методів локалізації.

1.4.3 Методи оцінювання області розв'язків ІСЛАР з виділенням «насиченого» блоку на основі процедури оптимального планування експерименту.

У працях [61, 81] розглядають випадок, область розв'язків ІСЛАР представляють паралелотопами. Такі оцінки отримують шляхом вибору найбільш «інформативних» m базових інтервальних рівнянь із ІСЛАР, кількість яких дорівнює кількості невідомих параметрів. На основі вибраних базових рівнянь конструюють локалізаційну область розв'язків усієї ІСЛАР.

Властивості області розв'язків ІСЛАР чи їх локалізації визначають властивості функціонального коридору інтервальних моделей. Зокрема, у підрозділі 1.2 показано, якщо використати локалізацію області розв'язків ІСЛАР (1.11) у вигляді «насиченого» блоку, то вона матиме вигляд паралелотопа, який, як відомо, є геометричною фігурою з 2^m вершинами і m -попарно паралельними гранями [61]. У підрозділі 1.2 зазначено й інші переваги методу представлення області розв'язків задачі параметричної ідентифікації з виділенням «насиченого» блоку. Зокрема, можливість побудови оптимальної еліпсоїдної оцінки цієї області у вигляді (1.22) чи (1.26) та відповідно функціонального коридору інтервальних моделей (1.24) з аналітично заданими неперервними та некусковими межами. Все це забезпечує низьку обчислювальну складність оперування моделлю, тобто розрахунок інтервалу прогнозування у заданій точці області експерименту. Ця властивість є достатньо вагомою на користь застосування методу з виділенням «насиченого» блоку ІСЛАР.

Геометрична інтерпретація застосування зазначеного методу локалізації, наведено на рис. 1.4.

Розглянемо детально суть зазначеного методу. Зауважимо, що усі вирази для реалізації обчислювальної схеми методу вперше отримано у праці [81].

Для отримання локалізаційної області розв'язків ІСЛАР, необхідно здійснити п'ять основних ітерацій.

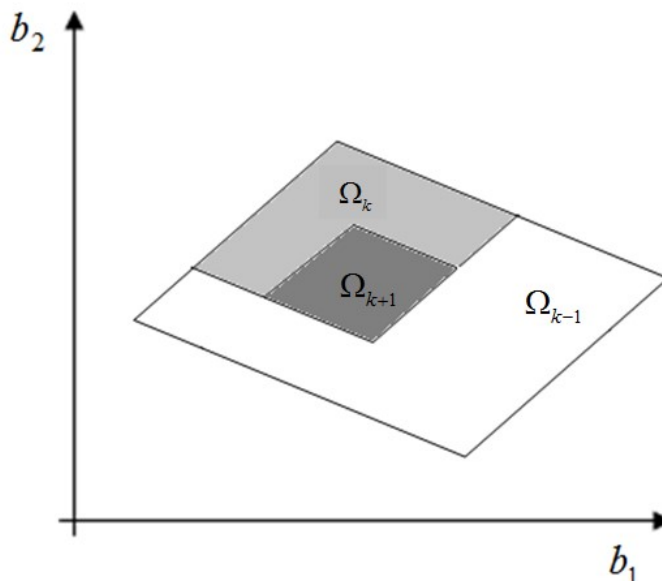


Рисунок 1.4 – Ілюстрація локалізації розв’язків ІСЛАР на основі виділення її «насиченого» блоку ($m=2, k=N-m$)

1. Вибір із ІСЛАР (4) m базових інтервальних рівнянь («насиченого» блоку), що утворюють сумісну систему. Розв’язком такої системи є область Ω_m яка має вигляд паралелограма, з вершинами (1.21). Задача формування набору базових інтервальних рівнянь у цій послідовності обчислень, побудована по аналогії із задачею планування I_D -оптимального насиченого плану експерименту на дискретній множині значень вектора $\vec{x}_i, i=1, \dots, N$:

$$\left(\prod_{i=1}^m (y_i^+ - y_i^-)^2 \right) \cdot \det(F_m \cdot F_m^T)^{-1} \xrightarrow{F_m} \min, \vec{x}_i, i=1, \dots, N \quad (1.43)$$

де $F_m = \{\vec{\varphi}^T(\vec{x}_i), i=1, \dots, m\}$, $\vec{x}_i, i=1, \dots, N$ – стовпчик матриці X .

2. Обчислення деяких скалярних функцій $L_s(k)$ ($L'_s(k)$) для усіх вершин області локалізації:

$$L_s(k) = y_{k+1}^- - \vec{\varphi}^T(\vec{x}_{k+1}) \cdot \vec{b}_s(k), \quad (1.44)$$

$$L'_s(k) = \vec{\varphi}^T(\vec{x}_{k+1}) \cdot \vec{b}_s(k) - y_{k+1}^+ = -L_s(k) - \Delta_{k+1}, \quad (1.45)$$

де \vec{x}_{k+1} – вектор значень вхідних змінних $k+1$ -го інтервального рівняння в ІСЛАР (1.11), яке не увійшло до вибраного «насиченого» блоку; y_{k+1}^-, y_{k+1}^+ – нижня та верхня межі інтервалу для значень вихідної змінної в $k+1$ інтервальному рівнянні ІСЛАР (1.11); $\Delta_{k+1} = y_{k+1}^+ - y_{k+1}^-$.

3. Обчислення значень $\delta_i^-(k+1)$ та $\delta_i^+(k+1)$, відповідно:

$$\delta_i^-(k+1) = \begin{cases} \min_{s=1, \dots, 2^{m-1}} \{L_s(k) / |\vec{\varphi}^T(\vec{x}_{k+1}) \cdot \vec{f}_i|\}, \text{ якщо } (L_s(k) > 0, s = 1, \dots, 2^{m-1}) \\ \wedge (\vec{\varphi}^T(\vec{x}_{k+1}) \cdot \vec{f}_i \neq 0) \wedge (\exists L_s(k) < 0, s = 1, \dots, 2^m) \\ 0, \text{ якщо } L_s(k) \leq 0 \end{cases}, \quad (1.46)$$

$$\delta_i^+(k+1) = \begin{cases} \min_{s=1, \dots, 2^{m-1}} \{L'_s(k) / |\vec{\varphi}^T(\vec{x}_{k+1}) \cdot \vec{f}_i|\}, \text{ якщо } (L'_s(k) > 0, s = 1, \dots, 2^{m-1}) \\ \wedge (\vec{\varphi}^T(\vec{x}_{k+1}) \cdot \vec{f}_i \neq 0) \wedge (\exists L'_s(k) < 0, s = 1, \dots, 2^m) \\ 0, \text{ якщо } L'_s(k) \leq 0 \end{cases}. \quad (1.47)$$

4. Обчислення меж інтервалу $[y_i^-(k+1); y_i^+(k+1)]$ значень вихідної змінної у базових інтервальних рівняннях «насиченого» блоку на $k+1$ -й ($k=1, \dots, N-m$) ітерації:

$$y_i^-(k+1) = y_i^-(k) + \delta_i^-(k+1), \quad y_i^+(k+1) = y_i^+(k) - \delta_i^+(k+1), \quad i = 1, \dots, m. \quad (1.48)$$

5. Якщо $k \leq N - m$, то перехід на крок 2. У протилежному випадку завершення процедури.

Як бачимо із наведеного алгоритму, на кожній $k+1$ -й ітерації послідовності із п'яти кроків, здійснюємо редукцію інтервальних рівнянь ІСЛАР, залишаючи тільки модифіковані за формулою (1.47) інтервальні рівняння «насиченого» блоку. Варто зазначити, що розглянутий обчислювальний метод придатний тільки

у випадку, коли ІСЛАР є сумісною. Практика застосування цього методу у випадках несумісності ІСЛАР показала, що він дає некоректний результат локалізації.

Наведена за допомогою формул (1.45) – (1.48) послідовність обчислень для локалізації розв'язків ІСЛАР на основі виділення її «насиченого» блоку в цілому не є складною з обчислювальної точки зору і може бути реалізована у вигляді паралельної схеми [4, 79]. Разом з тим, в розглянутому методі локалізації області розв'язків ІСЛАР, достатньо складним є перший крок формування «насиченого» блоку із розв'язування оптимізаційної задачі (1.44). Задача, сформульована виразом (1.44) є оптимізаційною задачею з нелінійною функцією мети, яка навіть для задач невеликої розмірності ІСЛАР буде містити велику кількість локальних мінімумів. Більше того, за обчислювальною складністю така задача суттєво перевищує складність обчислень за формулами (1.45)-(1.48).

З іншого боку, довільний вибір «насиченого» блоку (базових інтервальних рівнянь для локалізації) призводить до втрати змісту в цілому процедури локалізації. За цих умов, застосування для розв'язування прикладних задач методу локалізації області розв'язків ІСЛАР з виділенням «насиченого» блоку можливе тільки у випадку заміни процедури оптимізації за виразом (1.44) деякою простішою процедурою з одночасним забезпеченням умов високої точності інтервальної моделі. З іншого боку, використання на першому кроці реалізації методу процедури формування «насиченого» блоку на основі планування планування I_D -оптимального насиченого експерименту не гарантує оптимальних прогностичних властивостей інтервальної моделі.

Вищезазначене вимагає створення нових методів локалізації із виділенням «насиченого» блоку ІСЛАР, з простішими обчислювальними схемами, націленими на оптимізацію прогностичних властивостей ІМСС.

1.5 Постановка задачі дисертаційного дослідження

Таким чином моделювання характеристик статичних систем вимагає побудови математичної моделі у вигляді алгебричних рівнянь. Для побудови таких математичних моделей необхідно розв'язувати задачі параметричної ідентифікації, коли відомі результати експерименту, які відображають у вигляді матриці значень вхідних та вектора значень вихідної змінної у всіх спостереженнях. Важливу роль при розв'язуванні таких задач відіграє форма і спосіб представлення невизначеності. У випадку представлення невизначеності адитивною випадковою похибкою використовують регресійний аналіз. У класичному лінійному регресійному аналізі вважають, що випадкова похибка спостережень має нормальний розподіл з нульовим середнім і незалежним значеннями у серіях спостережень.

Разом з тим такі методи непридатні у випадку, коли дані представлені в інтервальному вигляді. Зокрема, для задач побудови моделей МГЕС вихідні характеристики, наприклад кількість генерованої електроенергії, вимірюють приладами з відносною похибкою. У випадку побудови залежності між концентраціями шкідливих викидів в атмосферу автотранспортом та чинниками впливу на забруднення, концентрації шкідливих викидів вимірюють газоаналізаторами з відносними похибками в межах від 15% до 50%. Результати експерименту в цьому випадку доцільно представляти у вигляді числових інтервалів виміряних характеристик. Ширина цих інтервалів залежить від відносної похибки вимірювань. Такі дані називають інтервальними, а для побудови моделей статичних систем доцільно використовувати методи аналізу інтервальних даних.

В доповнення до методів інтервального аналізу, розглядають методи параметричної ідентифікації нечітких моделей статичних систем, які ґрунтуються на теорії нечітких множин. Дані експерименту у цьому випадку є нечіткими, описані функціями належності. Разом з тим, основним недоліком нечіткого підходу, як і у цілому теорії нечітких множин є відсутність об'єктивних методів

побудови функцій належності. Також при даному підході необхідно задавати коефіцієнт чіткості функції належності. Здебільшого у дослідників немає такої додаткової інформації і ці моделі на практиці важко використовувати. Тому в цих випадках доцільно брати до уваги тільки можливі межі зміни значень вихідних характеристик статичної системи при заданих вхідних чинниках і для задач параметричної ідентифікації використовувати схеми аналізу інтервальних даних.

Отже, інтервальні моделі є найбільш придатними для опису властивостей статичної системи в умовах обмежених за значеннями похибок спостережень. Основною обчислювальною задачею параметричної ідентифікації моделі статичної системи на основі аналізу інтервальних даних є обчислення розв'язків ІСЛАР, а основною проблемою є складність форми представлення області розв'язку ІСЛАР (у вигляді многогранної області) і як результат – складність оперування моделлю. Зокрема, пов'язану з тим, що в загальному випадку для обчислення меж інтервальної оцінки вихідної характеристики статичної системи для одного набору вхідних змінних необхідно розв'язати дві задачі лінійного програмування. Тому, для практичних застосувань використовують методи наближення області розв'язків ІСЛАР – результату параметричної ідентифікації статичної системи. Аналіз показав, що на сьогоднішній день відомими є такі методи наближення області розв'язків ІСЛАР: інтервальні, еліпсоїдні та з виділенням «насиченого» блоку ІСЛАР. Проведений аналіз особливостей показав певні недоліки та переваги зазначених методів.

Недоліки інтервальних методів оцінювання: отримані інтервальні оцінки є надзвичайно грубими, особливо у випадку витягнутої області Ω у напрямку, що не співпадає із напрямком жодної з осей координат простору параметрів; отримані інтервальні оцінки не завжди є придатними для побудови коридору інтервальних моделей із заданими властивостями його функціональних меж.

Серед недоліків еліпсоїдних методів оцінювання варто зазначити трудомісткі, з обчислювальної точки зору, операції багаторазового множення матриць та векторів тільки для однієї ітерації. Особливо це є відчутним, якщо кількість інтервальних рівнянь в ІСЛАР зростає, то для моделей з великою

кількістю параметрів зазначена обчислювальна схема стає надзвичайно трудомісткою. Це своєю чергою призводить до втрати властивості «гарантованості», або за контроль та забезпечення цієї властивості доводиться «платити» додатковими обчислювальними витратами. Варто зазначити, що при локалізації еліпсоїдом похибки прогнозування та функції меж коридору прогнозування є неперервними та некусковими, що забезпечує низьку обчислювальну складність оперування моделлю, тобто розрахунок інтервалу прогнозування для заданого набору значень вхідних змінних.

Недоліками методу з виділенням «насиченого» блоку ІСЛАР є обчислювальна складність першого кроку формування «насиченого» блоку із розв'язування оптимізаційної задачі з нелінійною функцією мети, яка навіть для задач невеликої розмірності ІСЛАР буде містити велику кількість локальних мінімумів. Якщо прийняти довільний вибір «насиченого» блоку (базових інтервальних рівнянь для локалізації), то це призводить до втрати змісту в цілому процедури локалізації. З іншого боку, використання на першому кроці реалізації методу процедури формування «насиченого» блоку на основі планування планування I_D -оптимального насиченого експерименту не гарантує оптимальних прогностичних властивостей інтервальної моделі.

Але, цей метод має ряд переваг у порівнянні з іншими методами локалізації розв'язків ІСЛАР. Зокрема, можливість побудови оптимальної еліпсоїдної оцінки цієї області та відповідно функціонального коридору інтервальних моделей з аналітично заданими неперервними та не кусковими межами. Все це забезпечує низьку обчислювальну складність оперування моделлю, тобто розрахунок інтервалу прогнозування у заданій точці області експерименту. Ця властивість є достатньо вагомою на користь застосування методу з виділенням «насиченого» блоку ІСЛАР.

Вищезазначене вимагає удосконалення методів параметричної ідентифікації ІМСС на основі створення нових методів локалізації із виділенням «насиченого» блоку ІСЛАР, з простішими обчислювальними схемами, націленими на оптимізацію прогностичних властивостей ІМСС. Такі методи можуть бути

побудовані на методах планування експерименту з використанням ітераційних обчислювальних процедур.

Таким чином метою дисертаційного дослідження є зниження обчислювальної складності методу параметричної ідентифікації ІМСС за рахунок створення та застосування нового методу еліпсоїдного оцінювання множини значень параметрів з простішими обчислювальними схемами оптимального насиченого планування експерименту, зорієнтованими на оптимізацію прогностичних властивостей ІМСС.

Для досягнення поставленої мети в дисертаційній роботі необхідно було вирішити такі основні *завдання*:

- провести аналіз методів ідентифікації параметрів ІМСС і визначити основну складність розв'язування цієї задачі;

- розробити метод еліпсоїдного оцінювання множини параметрів ІМСС, який би забезпечив зниження обчислювальної складності у порівнянні з відомими методами;

- чисельно дослідити збіжність розробленого методу еліпсоїдного оцінювання множини параметрів ІМСС;

- удосконалити процедуру редукції ІСЛАР у методі параметричної ідентифікації інтервальних моделей статичних систем;

- провести порівняльний аналіз складності застосування розробленого методу еліпсоїдного оцінювання множини параметрів ІМСС та методів випадкового пошуку;

- розробити інструментальні засоби у вигляді прикладної програмної системи для моделювання статичних систем на основі аналізу інтервальних даних;

- провести апробацію розробленого методу із використанням створених інструментальних засобів на задачах моделювання в енергетиці та екології.

Висновки до розділу 1

1. Розглянуто задачі моделювання статичних систем, для розв'язування яких використовують результати експерименту, що містять похибки вимірювань з відомими межами. Для їх розв'язування використовують регресійний аналіз, недоліком якого є непридатність використання для інтервальних даних та методи нечіткого підхід, недоліком якого є необхідність задання коефіцієнту чіткості, значення якого, як правило, є невідомим. Обґрунтовано, що для розв'язування задач в умовах обмежених за значеннями похибок доцільно використовувати методи інтервального аналізу даних.

2. Задача параметричної ідентифікації ІМСС математично формулюється у вигляді задачі розв'язування ІСЛАР. Розглянуто методи розв'язування ІСЛАР, зокрема, методи інтервального оцінювання, еліпсоїдного оцінювання та з виділенням «насиченого» блоку ІСЛАР та встановлено їх недоліки. Зокрема, недоліком інтервальних методів оцінювання є отримання грубих оцінок, особливо у випадку неспівпадіння «витягнутості» області розв'язків із напрямками осей координат; недоліком еліпсоїдних методів оцінювання є необхідність застосування трудомістких з обчислювальної точки зору операцій багаторазового множення матриць та векторів тільки для однієї ітерації; недоліками методу з виділенням «насиченого» блоку ІСЛАР є: обчислювальна складність першого кроку формування «насиченого» блоку із розв'язування оптимізаційної задачі з нелінійною функцією мети. Обґрунтовано використання методу з локалізацією розв'язків ІСЛАР у вигляді «насиченого» блоку.

3. Дослідження методу локалізації розв'язків ІСЛАР з виділенням «насиченого» блоку показали, що метод дає можливість побудови оптимальної еліпсоїдної оцінки області розв'язків та відповідно функціонального коридору інтервальних моделей з аналітично заданими неперервними та некусовими межами, що забезпечує низьку обчислювальну складність оперування моделлю, тобто розрахунок інтервалу прогнозування у заданій точці області експерименту.

4. На основі проведеного огляду та аналізу методів параметричної ідентифікації ІМСС, встановлено що доцільним є створення нових методів локалізації із виділенням «насиченого» блоку ІСЛАР, з простішими обчислювальними схемами, націленими на оптимізацію прогностичних властивостей ІМСС. Встановлено, що такі методи можуть бути побудовані на методах планування експерименту з використанням ітераційних обчислювальних процедур і на цій основі сформульовано мету та задачі дисертаційного дослідження.

РОЗДІЛ 2. МЕТОД ЕЛІПСОЇДНОГО ОЦІНЮВАННЯ МНОЖИНИ ЗНАЧЕНЬ ПАРАМЕТРІВ ІНТЕРВАЛЬНИХ МОДЕЛЕЙ СТАТИЧНИХ СИСТЕМ НА ОСНОВІ ІТЕРАЦІЙНОЇ ОБЧИСЛЮВАЛЬНОЇ СХЕМИ ОПТИМАЛЬНОГО НАСИЧЕНОГО ПЛАНУВАННЯ ЕКСПЕРИМЕНТУ

У попередньому розділі сформульовано основні задачі, які необхідно розв'язати для зниження обчислювальної складності та підвищення ефективності методів параметричної ідентифікації ІМСС. Для цього обґрунтовано використання оцінок множини значень параметрів цих моделей у вигляді розв'язку деякого «насиченого» блоку ІСЛАР, сформованого із інтервальних рівнянь цієї ІСЛАР за обчислювальною схемою оптимального насиченого планування експерименту з інтервальними даними.

Разом з тим, недоліками методу оцінювання з виділенням «насиченого» блоку ІСЛАР є висока обчислювальна складність формування «насиченого» блоку із розв'язування оптимізаційної задачі з нелінійною функцією мети, яка навіть для задач невеликої розмірності ІСЛАР буде містити велику кількість локальних мінімумів. Іншим недоліком методу формування «насиченого» блоку на основі насиченого планування I_D -оптимального експерименту, є відсутність гарантії забезпечення оптимальних прогностичних властивостей інтервальної моделі. Тому, для підвищення ефективності методів розв'язування задач параметричної ідентифікації ІМСС в цілому, необхідно забезпечити зниження обчислювальної складності методу оцінювання множини значень параметрів цих моделей з виділенням «насиченого» блоку ІСЛАР і одночасно спрямувати метод оцінювання на оптимізацію прогностичних властивостей ІМСС.

У цьому розділі пропонується зазначений метод побудувати на обчислювальних схемах насиченого планування оптимального експерименту, розробивши для його реалізації спрощену ітераційну схему. Варто зазначити, що такий підхід хоч і не гарантує отримання в результаті інтервальної моделі з мінімізованою максимальною похибкою прогнозування на усій області експерименту, проте, вимагає суттєво менше обчислювальних (часових) витрат

реалізації, забезпечує прийнятну (переважно оптимальну точність моделі) і одночасно забезпечує побудову функціонального коридору інтервальних моделей з аналітично заданими, неперервними та некусковими межами, тобто знижує обчислювальну складність використання побудованих інтервальних моделей.

Результати розділу 2 описані автором у працях [6, 68, 98].

2.1 Задача оцінювання множини значень параметрів інтервальних моделей статичних систем за критерієм оптимізації їх прогностичних властивостей

Під оптимальними прогностичними властивостями інтервальних моделей розуміють мінімізацію середньої на області експерименту (допустимих значень вектора вхідних змінних) похибки прогнозування інтервальною моделлю чи мінімізацію її максимальної похибки.

Для інтервальних моделей функцію цієї похибки $\Delta_{y(\bar{x})}$ визначають як різницю меж функціонального коридору (1.14) ІМСС. Для випадку насиченого експерименту, коли кількість невідомих параметрів моделі статичної системи дорівнює кількості експериментальних інтервальних даних, тобто $N=m$, коридор інтервальних моделей можна локалізувати, тобто наближено описати у вигляді (1.24), а функція похибки прогнозування $\Delta_{y(\bar{x})} \Big|_{\bar{b} \in Q_m}$ матиме аналітичне представлення у вигляді (1.25) чи для випадку знаходження її допустимого значення використовують вираз (1.27). Як вже зазначалося, функції похибки прогнозування (1.25) та (1.27) є неперервними та некусковими, що забезпечує низьку обчислювальну складність оперування моделлю, тобто розрахунок інтервалу прогнозування у заданій точці області експерименту.

Спираючись на вищезазначене, можна здійснити постановку задачі оцінювання множини значень параметрів ІМСС за критерієм оптимізації їх прогностичних властивостей.

Нехай, відомі результати експерименту з інтервалами значень вихідної

змінної у вигляді (1.8), задано структуру математичної моделі статичної системи у вигляді алгебричного виразу (1.9) та побудовано ІСЛАР (1.11) з N нерівностей (інтервальних рівнянь) та з m невідомими параметрами моделі:

$$\begin{cases} y_1^- \leq b_1 \cdot \varphi_1(\bar{x}_1) + \dots + b_m \cdot \varphi_m(\bar{x}_1) \leq y_1^+ \\ \vdots \\ y_i^- \leq b_1 \cdot \varphi_1(\bar{x}_i) + \dots + b_m \cdot \varphi_m(\bar{x}_i) \leq y_i^+ \\ \vdots \\ y_N^- \leq b_1 \cdot \varphi_1(\bar{x}_N) + \dots + b_m \cdot \varphi_m(\bar{x}_N) \leq y_N^+ \end{cases} \quad (2.1)$$

Необхідно, обрати із цієї системи m інтервальних рівнянь у такий спосіб, щоб множина розв'язків цієї ІСЛАР з m інтервальних рівнянь забезпечила мінімізацію максимальної на області експерименту (допустимих значень вектора вхідних змінних) похибки прогнозування інтервальною моделлю, тобто:

$$\max_{\bar{x} \in \chi} \Delta_{y(\bar{x})} \xrightarrow{F_m} \min, \quad (2.2)$$

де χ – область значень вхідних змінних (в теорії планування її називають область експерименту); F_m – квадратна ($m \times N$, $N=m$) матриця значень базисних функцій виділеного «насиченого» блоку ІСЛАР

$$\vec{Y}^- \leq F_m \cdot \vec{b} \leq \vec{Y}^+. \quad (2.3)$$

В ІСЛАР – «насиченому» блоці (2.3), позначено $\vec{Y}^- = \{y_i^-, i=1, \dots, m\}$, $\vec{Y}^+ = \{y_i^+, i=1, \dots, m\}$ – вектори, складені із верхніх та нижніх меж інтервалів $[y_i^-, y_i^+]$, відповідно.

Зважаючи, що множина розв'язків ІСЛАР (2.3) з m інтервальних рівнянь може бути наближено представлена оптимальними гарантованою чи допусковою

еліпсоїдною оцінками (1.22) чи (1.26), відповідно, у формулі (2.2) замість функції похибки прогнозування використаємо її наближення, побудовані на основі цих оцінок у вигляді (1.25) чи (1.27), відповідно. Тоді задачу вибору із ІСЛАР (2.1) «насиченого» блоку – ІСЛАР (2.3) з m інтервальних рівнянь у такий спосіб, щоб множина її розв'язків забезпечила мінімізацію максимальної на області експерименту похибки інтервальної моделі, перепишемо у такому вигляді:

$$\max_{\bar{x} \in \chi} \Delta_{y(\bar{x})} \Big|_{\bar{b} \in Q_m} \xrightarrow{F_m} \min, \quad (2.4)$$

де $\Delta_{y(\bar{x})} \Big|_{\bar{b} \in Q_m}$ – оцінка функції похибки прогнозування (ширини функціонального коридору) у вигляді (1.25) чи (1.27).

Зауважимо, що у випадку вище сформульованої задачі оцінювання множини значень параметрів ІМСС, на відміну від задачі насиченого планування експерименту, область χ значень вхідних змінних є дискретною, яку задано матрицею X із (1.8). Цей факт суттєво ускладнює розв'язування оптимізаційної задачі (2.4).

Розглянемо поставлену задачу (2.4) детальніше. У випадку, коли матриця вхідних змінних X із набору даних (1.8) є невідомою, задачу (2.4) в теорії оптимального планування експерименту називають задачею I_G -оптимального насиченого планування. У цьому випадку I_G -критерій задає мінімальне значення максимальної похибки прогнозування із застосуванням інтервальної моделі. Разом з тим, у нашому випадку задача є математично складнішою, оскільки вибір оптимального насиченого плану, який означає вибір «насиченого» блоку з ІСЛАР (2.1), здійснюємо на відомій дискретній множині значень вхідних змінних статичної системи, яка задана матрицею X , розмірністю $N \times n$.

Підставимо у вираз (2.4), замість функції $\Delta_{y(\bar{x})} \Big|_{\bar{b} \in Q_m}$ вираз, який її задає (1.25), а замість χ області значень вхідних змінних, матрицю X , отримаємо:

$$\max_{\vec{x} \in X} \left(\sqrt{\vec{\varphi}^T(\vec{x}) \cdot (F_m^T \cdot E^{-2} \cdot F_m)^{-1} \cdot \vec{\varphi}(\vec{x}) \cdot m} \right) \xrightarrow{F_m} \min. \quad (2.5)$$

Як бачимо із виразу (2.5), задача оцінювання множини значень параметрів інтервальних моделей (вибору «насиченого» блоку із ІСЛАР (2.1)) є оптимізаційною задачею, розв'язком якої є, власне, матриця значень базисних функцій цього блоку ІСЛАР (2.3).

У випадку, коли інтервальні похибки спостережень є однаковими, то діагональна матриця цих похибок E може бути замінена на одиничну, помножено на значення інтервальної похибки. У цьому випадку задачу формування «насиченого» блоку можемо представити у такому вигляді:

$$\max_{\vec{x} \in X} \left(\Delta \cdot \sqrt{\vec{\varphi}^T(\vec{x}) \cdot (F_m^T \cdot F_m)^{-1} \cdot \vec{\varphi}(\vec{x}) \cdot m} \right) \xrightarrow{F_m} \min. \quad (2.6)$$

Проведемо аналіз обчислювальної складності отриманої задачі (2.5) для загального випадку.

Для її розв'язування можемо використати відомі методи нелінійної оптимізації, зокрема, реалізовані у пакеті прикладних програм Matlab Optimization Toolbox. Проте, як бачимо, отримана задача є задачею нелінійної багатовимірної оптимізації (m^2 – невідомих параметрів, елементів матриці F_m) на дискретній множині (стрічок матриці X). Залежно від нелінійності базисних функцій, задача (2.5) переважно не має єдиного розв'язку, тобто функція мети у виразі (2.5) має багато локальних мінімумів. Такі задачі, для загального випадку, практично не можливо розв'язати із використанням відомих пакетів нелінійної оптимізації.

Тоді, єдиним способом обчислення точного розв'язку цієї задачі є комбінаторний підхід, який вимагає перебору усіх можливих варіантів формування «насичених» блоків із вихідної ІСЛАР (2.1). Обчислювальна складність цього підходу є дуже високою, оскільки для кожного, обраного із загальної ІСЛАР (2.1) «насиченого» блоку з матрицею F_m , необхідно розв'язувати

задачу обчислення оберненої матриці $(F_m^T \cdot F_m)^{-1}$, яка по своїй суті є дуже складною обчислювальною задачею у випадку великої розмірності матриці F_m .

Іншою проблемою, є кількість «переборів» «насичених» блоків, яка залежить від розмірності ІСЛАР (2.1). Проілюструємо складність застосування повного перебору на прикладі простої задачі.

Нехай модель системи задано алгебричним рівнянням у вигляді (1.9) з $m=3$ параметри. Наприклад, розглядаємо статичну систему з одним «входом» та одним «виходом», яка представлена алгебричним рівнянням у такому вигляді: $y_0 = b_1 \cdot x + b_2 \cdot x^2 + b_3 \cdot x^3$. Результати експерименту представлено у вигляді (1.8), коли $N=20$. Отже, ІСЛАР (2.1) складається з 20 інтервальних рівнянь з трьома невідомими. Для знаходження розв'язку задачі (2.5) – вибору оптимального «насиченого» блоку ІСЛАР необхідно оцінити за комбінаторною формулою

$$U = C_N^m = \frac{N!}{m!(N-m)!}$$

1140 комбінацій по три інтервальних рівняння, кожна з яких є «насиченим» блоком. При цьому для оцінювання кожної комбінації необхідно обчислювати обернену матрицю, розмірністю $m \times m$.

Як бачимо з розглянутого прикладу, задача оцінювання множини значень параметрів ІМСС за критерієм I_G -оптимального насиченого планування (2.5) є достатньо складною оптимізаційною задачею. Для знаходження її наближеного розв'язку, взамін точного, необхідно розробити просту обчислювальну схему.

2.2 Метод еліпсоїдного оцінювання множини значень параметрів інтервальних моделей статичних систем на основі ітераційної обчислювальної схеми оптимального насиченого планування експерименту

Отже, метод оцінювання множини значень параметрів ІМСС, тобто розв'язків ІСЛАР (2.1) з виділенням «насиченого» блоку повинен забезпечувати задовільні прогностичні властивості інтервальної моделі.

Поряд із розглянутою вище характеристикою, яка визначає прогностичні властивості інтервальної моделі, важливою оцінкою прогностичних властивостей інтервальної моделі є мінімальна на області вхідних змінних $\vec{x} \in \chi$ похибка прогнозування, відповідно:

$$\Delta_{\min} = \min_{\vec{x} \in \chi} (\hat{y}^+(\vec{x}) - \hat{y}^-(\vec{x})). \quad (2.7)$$

У випадку використання «насиченого» блоку, для оцінки параметрів інтервальної моделі, її мінімальна похибка прогнозування на області вхідних змінних $\vec{x} \in \chi$ досягається в одній із точок заданого набору вхідних змінних \vec{x}_j ($j=1, \dots, m$) [61, 81]:

$$\Delta_{\min} = \min_{\vec{x}_j, j=1, \dots, m} \{\hat{y}^+(\vec{x}_j) - \hat{y}^-(\vec{x}_j)\} = \min_{j=1, \dots, m} \{2\Delta_j\} \quad (2.8)$$

$$\vec{x}^{\min} = \arg \min_{\vec{x}_j, j=1, \dots, m} \{\hat{y}^+(\vec{x}_j) - \hat{y}^-(\vec{x}_j)\}. \quad (2.9)$$

Процедури обчислення максимальної похибки прогнозування інтервальними моделями є набагато складнішими, навіть у випадку оцінки її параметрів на основі «насиченого» блоку ІСЛАР (2.3) [1, 2, 61, 63]. Розглянемо їх особливості.

У праці [61] наведено вирази для обчислення значення похибки в будь-якій точці для зазначеного випадку:

$$\Delta_{y(\vec{x})} = 2 \cdot \sum_{j=1}^m |\alpha_j(\vec{x}) \cdot \Delta_j|, \vec{x} \in \chi \quad (2.10)$$

$$\vec{\alpha}^T(\vec{x}) = \vec{\varphi}^T(\vec{x}) \cdot F_m^{-1}, \quad (2.11)$$

де $\alpha_j(\vec{x})$ – j -та компонента вектора $\vec{\alpha}(\vec{x})$, яка у загальному випадку залежить від вибору точки на області експерименту; $\Delta_j = 0,5 \cdot (y_j^+ - y_j^-)$ – інтервальні похибки у точках \vec{x}_j спостережень.

Спираючись на формули (2.10), (2.11), сформулюємо умову вибору «насиченого» блоку із мінімізації максимальної похибки прогнозування на області значень вхідних змінних $\vec{x} \in X$, які визначають стрічки матриці X :

$$\max_{\vec{x} \in X} \left\{ 2 \cdot \sum_{j=1}^m |\alpha_j(\vec{x}) \cdot \Delta_j| \right\} \xrightarrow{F_m} \min, \vec{\alpha}^T(\vec{x}) = \vec{\varphi}^T(\vec{x}) \cdot F_m^{-1}. \quad (2.12)$$

Як бачимо, максимальне значення похибки прогнозування на області вхідних змінних $\vec{x} \in X$ залежить від обраного «насиченого» блоку. Позначимо його таким чином: $\Delta_{\max}(F_m)$.

Вираз (2.12) забезпечує мінімізацію максимальної похибки прогнозування інтервальної моделі серед усіх можливих «насичених» блоків, обраних із ІСЛАР (2.1).

Проведемо аналогію з теорією побудови послідовних I_G -оптимальних планів інтервального експерименту, які мінімізують максимальну похибку прогнозування інтервальних моделей [5, 7, 14, 22, 37, 39, 48, 50, 51, 54, 57, 58, 76]. У нашому випадку суть полягає: у плануванні деякої серії експериментів з незначною кількістю спостережень (наприклад, насиченого експерименту); отримання коридору інтервальних моделей; аналіз прогностичних властивостей цих моделей і на цій основі планування наступного одного спостереження [61, 81].

Зважаючи на вимоги забезпечення оптимальних прогностичних властивостей інтервальної моделі (мінімізації максимальної похибки прогнозування) на області вхідних змінних, доцільно зазначений підхід використати для вибору «насиченого» блоку ІСЛАР (2.3) із ІСЛАР (2.1) з метою спрощення розв'язування задачі (2.12).

Зауважимо, що в процедурі I_G -оптимального планування на першій ітерації «насичений» блок обирають також за I_G -критерієм, вираз для якого представлений (2.12). У нашому ж випадку така ітерація втрачає сенс по причині високої обчислювальної складності. Тому, на першому кроці методу оцінювання множини значень параметрів ІМСС, «насичений» блок ІСЛАР (2.3) будемо обирати довільним чином.

Отже, нехай структура математичної моделі статичної системи визначена виразом (1.9) з невідомими параметрами, задано інтервальні дані (1.8) та сформовано ІСЛАР у вигляді (2.1).

Обираємо із ІСЛАР (2.1) довільним чином «насичений» блок, обчислюємо його область розв'язків, будуємо коридор прогнозування інтервальними моделями у вигляді (1.24), де $\Delta_{\bar{y}(\bar{x})}$ визначено виразами (2.10), (2.11).

Тепер, згідно аналогії з процедурою послідовного I_G -оптимального планування, спираючись на формули (2.10), (2.11), серед \bar{x}_i ($i=1, \dots, N$) стрічок матриці X значень вхідних змінних, для яких складена ІСЛАР (2.1), обираємо вектор-стрічку \bar{x}^{\max} , для якої значення похибки прогнозування – максимальне, тобто:

$$\bar{x}^{\max} = \arg \max_{\bar{x}_i=1, \dots, N} \left\{ 2 \cdot \sum_{j=1}^m |\alpha_j(\bar{x}_i) \cdot \Delta_j|, \bar{x}_i, i=1, \dots, N \right\}, \quad (2.13)$$

$$\bar{\alpha}^T(\bar{x}_i) = \bar{\varphi}^T(\bar{x}_i) \cdot F_m^{-1}$$

Зауважимо, що процедура (2.13) є простою, оскільки виконується на скінченній множині точок \bar{x}_i ($i=1, \dots, N$). Отриманий з виразу (2.13) вектор, є вектором значень вхідних змінних, який визначає певне інтервальне рівняння в ІСЛАР (2.1). Згідно з процедурою послідовного I_G -оптимального планування саме відносно цієї вектор-стрічки необхідно провести наступне вимірювання.

Спираючись на формулу (2.9) для визначення вектора значень вхідних змінних, де забезпечується мінімальне на області експерименту значення похибки

прогнозування, можемо стверджувати, що якби вектор \vec{x}^{\max} співпадав з вектором значень вхідних змінних, для якого побудовано одне із інтервальних рівнянь «насиченого» блоку ІСЛАР (2.3), то він би задавав точку з мінімальним значенням похибки прогнозування. Звідси, доцільно замінити в поточному «насиченому» блоці одне з інтервальних рівнянь на інтервальне рівняння ІСЛАР (2.1) з вектором значень вхідних змінних \vec{x}^{\max} , визначеного за формулою (2.13). Таким чином, по аналогії з процедурою послідовного I_G -оптимального планування «імітуємо» процедуру додаткового вимірювання дл вектор-стрічки \vec{x}^{\max} з максимальною похибкою прогнозування інтервальної моделі, отримуючи вимірювання з мінімальною інтервальною похибкою за формулою (2.6). Проте, на відміну від процедури I_G -оптимального послідовного планування експерименту, зазначену точку обираємо на дискретній множині вектор-стрічок \vec{x}_i ($i=1, \dots, N$) матриці X . Позначимо нижню і верхню межу для отриманого інтервалу за $[\hat{y}_{\min}^-; \hat{y}_{\min}^+]$.

Зазначену процедуру проведемо для кожного інтервального рівняння «насиченого» блоку. Отримаємо p нових «насичених» блоків. Зокрема:

- у випадку заміни першого інтервального рівняння

$$\begin{cases} \hat{y}_{\min}^- \leq b_1 \varphi_1(\vec{x}^{\max}) + \dots + b_m \varphi_m(\vec{x}^{\max}) \leq \hat{y}_{\min}^+ \\ \vdots \\ y_p^- \leq b_1 \varphi_1(\vec{x}_p) + \dots + b_m \varphi_m(\vec{x}_p) \leq y_p^+ \\ \vdots \\ y_m^- \leq b_1 \varphi_1(\vec{x}_m) + \dots + b_m \varphi_m(\vec{x}_m) \leq y_m^+ \end{cases} ; \quad (2.14)$$

- у випадку заміни p -го інтервального рівняння

$$\begin{cases} y_1^- \leq b_1 \varphi_1(\vec{x}_1) + \dots + b_m \varphi_m(\vec{x}_1) \leq y_1^+ \\ \vdots \\ \hat{y}_{\min}^- \leq b_1 \varphi_1(\vec{x}^{\max}) + \dots + b_m \varphi_m(\vec{x}^{\max}) \leq \hat{y}_{\min}^+ \\ \vdots \\ y_m^- \leq b_1 \varphi_1(\vec{x}_m) + \dots + b_m \varphi_m(\vec{x}_m) \leq y_m^+ \end{cases} ; \quad (2.15)$$

- у випадку заміни m -го інтервального рівняння:

$$\begin{cases} y_1^- \leq b_1 \varphi_1(\bar{x}_1) + \dots + b_m \varphi_m(\bar{x}_1) \leq y_1^+ \\ \vdots \\ y_p^- \leq b_1 \varphi_1(\bar{x}_p) + \dots + b_m \varphi_m(\bar{x}_p) \leq y_p^+ \\ \vdots \\ y_{m-1}^- \leq b_1 \varphi_1(\bar{x}_{m-1}) + \dots + b_m \varphi_m(\bar{x}_{m-1}) \leq y_{m-1}^+ \\ \hat{y}_{\min}^- \leq b_1 \varphi_1(\bar{x}^{\max}) + \dots + b_m \varphi_m(\bar{x}^{\max}) \leq \hat{y}_{\min}^+ \end{cases} \quad (2.16)$$

У результаті, для кожного з m «насичених» блоків отримаємо m значень максимальних похибок для відповідних інтервальних моделей:

$$\Delta_{\max}(F_m(p)) = \max_{x_i, i=1, \dots, N} \left\{ 2 \cdot \sum_{j=1}^m |\alpha_{jp}(\bar{x}_i) \cdot \Delta_j| \right\}, \bar{\alpha}_p^T(\bar{x}_i) = \bar{\varphi}^T(x_i) \cdot F_m^{-1}(p), p = 1, \dots, m, \quad (2.17)$$

де p – індекс, який в даному випадку означає номер «насиченого» блоку, $F_m(p)$ – матриця значень базових функцій для p -го блоку, $\alpha_{jp}(\bar{x}_i)$ – i -та компонента вектора $\bar{\alpha}$, обчислена для p -го «насиченого» блоку.

Очевидно, що для вибору оптимального «насиченого» блоку на цьому кроці, взамін складної обчислювальної процедури (2.12), достатньо вибрати з m «насичених» блоків той, який забезпечує найменше значення послідовності (2.17), тобто:

$$F_m^{opt} = \arg \min_{p=1, \dots, m} \{ \Delta_{\max}(F_m(p)), p = 1, \dots, m \}. \quad (2.18)$$

Застосовуючи процедуру (2.13), отримуємо \bar{x}^{\max} – точку, в якій досягається максимальна похибка прогнозу інтервальною моделлю, оцінки множини значень параметрів якої обчислено із обраного у вищеописаний спосіб «насиченого» блоку. Далі ітерації продовжуємо до тих пір, поки не буде отримано такий

«насичений» блок, заміна інтервальних рівнянь якого не призводить до зменшення максимальної похибки прогнозування інтервальними моделями.

Алгоритм реалізації методу оцінювання множини значень параметрів ІМСС зобразимо у вигляді такої послідовності кроків [68]:

Крок 1. Довільний вибір «насиченого» блоку із ІСЛАР (2.1).

Крок 2. Визначення вектора-стрічки \vec{x}^{\max} матриці X із розв'язування задачі (2.13).

Крок 3. Формування набору «насичених» блоків (2.14)-(2.16) заміною кожного із m інтервальних рівнянь «насиченого» блоку на інтервальне рівняння ІСЛАР з вектором значень вхідних змінних \vec{x}^{\max} та обчислення значень максимальних похибок прогнозування (2.10) для інтервальних моделей, оцінки областей значень параметрів яких обчислено для кожного з «насичених» блоків набору (2.14)-(2.16).

Крок 4. Вибір оптимального «насиченого» блоку із набору (2.14)-(2.16) за виразом (2.18). Якщо значення максимальної похибки для знайденого оптимального «насиченого» блоку більше від визначеного на попередній ітерації, то – кінець процедури, а оптимальним вважати «насичений» блок, знайдений за виразом (2.18) на попередній ітерації. Інакше – перехід на крок 2.

Зауважимо, що при переході на крок 2, для отриманого «насиченого» блоку відомими будуть як оцінки множини значень параметрів інтервальної моделі, так і значення максимальної похибки інтервальної моделі, побудованої для цього блоку.

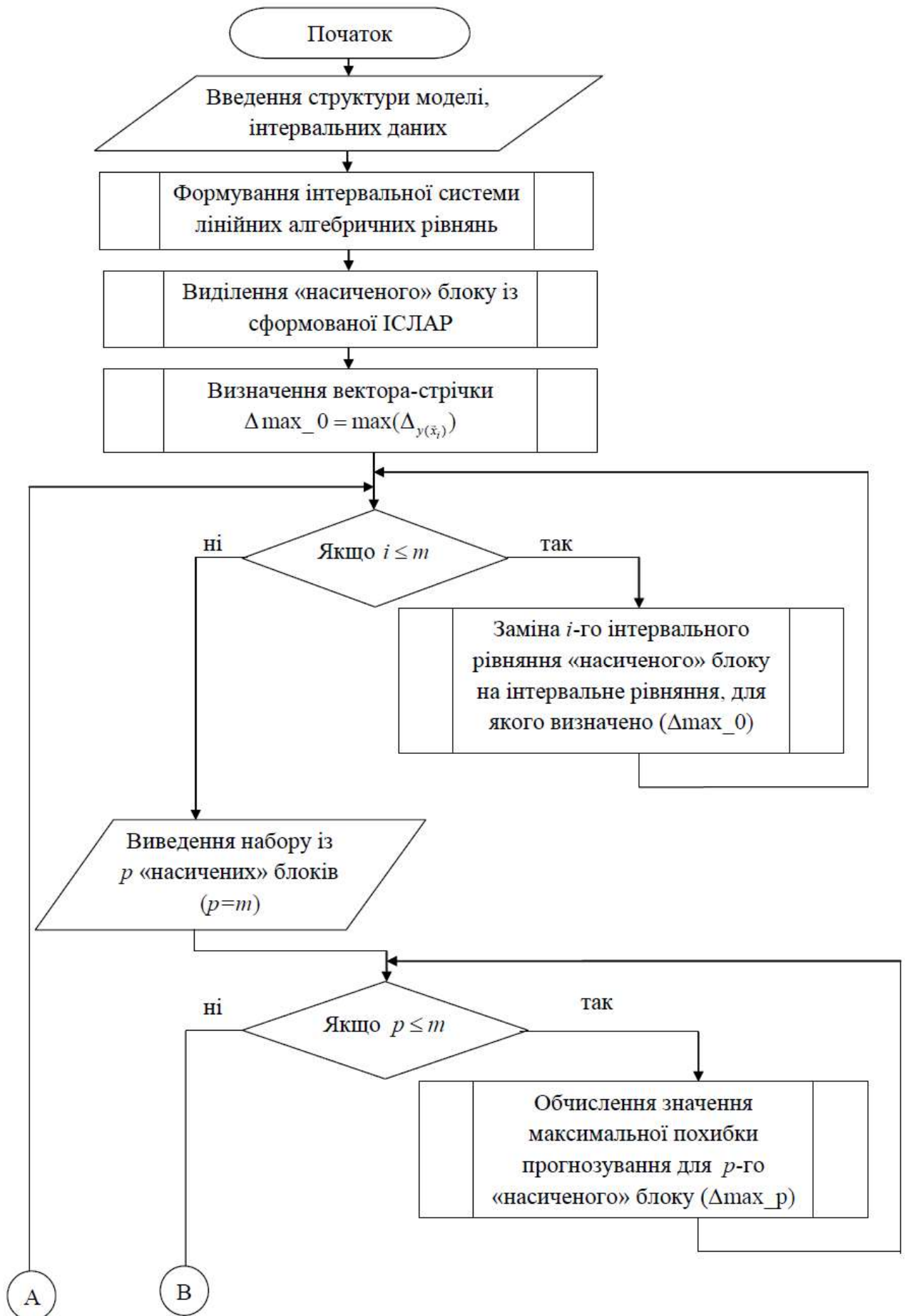
Послідовність кроків реалізуємо до тих пір, поки на останньому кроці буде отримано «насичений» блок, будь-яка заміна інтервальних рівнянь якого не призводить до зменшення максимальної похибки прогнозування для побудованих на його основі інтервальних моделей.

Блок-схему алгоритму запропонованого методу оцінювання множини значень параметрів ІМСС наведено на рис. 2.1.

Варто зазначити, що обчислювальна схема розробленого методу оцінювання множини значень параметрів ІМСС може бути використана також для I_G -оптимального насиченого планування експериментів з інтервальними даними на дискретній області планування експерименту. На відміну від існуючих методів планування інтервальних експериментів, описаних у працях [58, 61, 63, 72], в загальному випадку він відзначається суттєво меншою обчислювальною складністю. Перевірку цього твердження було здійснено для багатьох тестових прикладів, з задачами різної розмірності. Запропонований метод оптимального насиченого планування експериментів у випадку інтервального представлення вихідних змінних моделей статичних систем ґрунтується на ітераційній обчислювальній процедурі оптимізації прогностичних властивостей інтервальних моделей. Застосування цього методу для ряду прикладних задач забезпечило оптимізацію прогностичних властивостей інтервальних моделей при зменшенні обчислювальної складності його застосування від 38 до 63 разів, у порівнянні, наприклад, з методом повного комбінаторного перебору.

Запропонований у цьому підрозділі метод оцінювання множини значень параметрів ІМСС здійснює напрямлений, а не повний, перебір «насичених» блоків, складених із загальної ІСЛАР (2.1) із N інтервальних рівнянь. Варто зазначити, що у випадку відсутності такого направленої перебору, кількість «насичених» блоків, які необхідно проаналізувати (за допомогою складної обчислювальної процедури) визначаємо комбінаторно.

Наприклад, для випадку ІСЛАР із 30 інтервальних рівнянь з 5 невідомими необхідно перебрати 142506 «насичених» блоків!



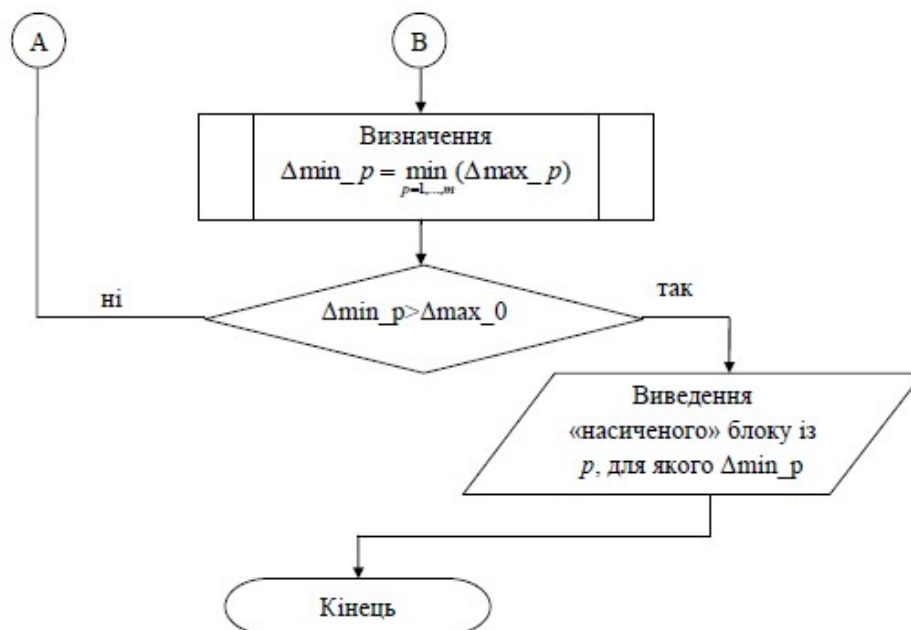


Рисунок 2.1 – Блок-схема методу оцінювання множини значень параметрів ІМСС на основі ітераційної обчислювальної схеми оптимального насиченого планування експерименту

Разом з тим, запропонований метод потребує теоретичного обґрунтування, в сенсі доведення ефективності процедури напрямленого перебору. Таке обґрунтування можна здійснити на основі аналізу функції мети, заданої виразом (2.13).

Очевидно, що складність ітераційної процедури (2.13) безпосередньо визначається властивостями функції мети, тому доцільним є аналіз її властивостей. Для цього у виразі (2.13) зробимо таку еквівалентну заміну:

$$F_m^{-1} = \psi(N_1, N_2, \dots, N_m),$$

де Ψ – означає набір стрічок матриці F_m^{-1} , N – номер i -тої стрічки матриці значень базисних функцій F ІСЛАР (2.1).

У результаті функція мети набуде вигляду:

$$\Delta_{\max}(N_1, \dots, N_m) = \max_{\vec{x}_i=1, \dots, N} \left\{ 2 \cdot \sum_{j=1}^m |\alpha_j(\vec{x}_i) \cdot \Delta_j| \right\}, \vec{\alpha}^T(x_i) = \vec{\varphi}^T(\vec{x}_i) \cdot \psi(N_1, N_2, \dots, N_m). \quad (2.19)$$

Тепер необхідно відобразити властивості цієї функції, в залежності від обраного набору інтервальних рівнянь в «насиченому» блоці. У загальному випадку зробити такий аналіз практично неможливо, але на конкретних прикладах можна показати загальні властивості цієї функції. Зокрема, в оптимізаційних задачах важливо виявити якого виду є функція мети (наприклад, унімодальна чи багатоекстремальна; неперервна чи дискретна і т.д.).

2.3 Дослідження збіжності методу еліпсоїдного оцінювання множини значень параметрів інтервальних моделей статичних систем із застосуванням обчислювальних експериментів

Як видно з виразу (2.19), функція мети в задачі вибору «насиченого» блоку однозначно є дискретною, оскільки її значення визначається конкретним набором інтервальних рівнянь. Очевидним є також факт, що ця функція не є унімодальною. Зазначену властивість проілюструємо на прикладі.

Запишемо для цього прикладу загальний вигляд рівняння для побудови інтервальної моделі:

$$y(x) = b_0 \cdot x + b_1 \cdot \ln(x). \quad (2.20)$$

Параметри моделі визначатимемо із набору «експериментальних» даних, наведених у табл. 2.1.

Таблиця 2.1 – Таблиця зімітованих «експериментальних» даних

| i | x_i | y_i^- | y_i^+ | i | x_i | y_i^- | y_i^+ |
|-----|-------|---------|---------|-----|-------|---------|---------|
| 1 | 14 | 36,976 | 45,215 | 11 | 10 | 28,459 | 34,762 |
| 2 | 25 | 59,424 | 72,642 | 12 | 28 | 65,319 | 79,851 |

продовження табл. 2.1

| | | | | | | | |
|----|----|--------|--------|----|----|--------|--------|
| 3 | 23 | 55,527 | 67,862 | 13 | 30 | 69,207 | 84,608 |
| 4 | 24 | 57,471 | 70,249 | 14 | 12 | 32,788 | 40,073 |
| 5 | 22 | 53,574 | 65,465 | 15 | 7 | 21,377 | 26,123 |
| 6 | 29 | 67,288 | 82,255 | 16 | 2 | 6,652 | 8,146 |
| 7 | 9 | 26,13 | 31,927 | 17 | 20 | 49,471 | 60,467 |
| 8 | 11 | 30,551 | 37,349 | 18 | 15 | 39,098 | 47,806 |
| 9 | 18 | 45,325 | 55,415 | 19 | 16 | 41,333 | 50,506 |
| 10 | 21 | 51,43 | 62,874 | 20 | 26 | 61,465 | 75,124 |

Тоді інтервальна система для оцінювання множини інтервальної моделі, представленої рівнянням (2.20) матиме такий вигляд:

$$\left\{ \begin{array}{l}
 36,976 \leq 14b_0 + 2,639b_1 \leq 45,215 \\
 59,424 \leq 25b_0 + 3,219b_1 \leq 72,642 \\
 55,527 \leq 23b_0 + 3,135b_1 \leq 67,862 \\
 57,471 \leq 24b_0 + 3,178b_1 \leq 70,249 \\
 53,574 \leq 22b_0 + 3,091b_1 \leq 65,465 \\
 67,288 \leq 29b_0 + 3,367b_1 \leq 82,255 \\
 26,13 \leq 9b_0 + 2,197b_1 \leq 31,927 \\
 30,551 \leq 11b_0 + 2,398b_1 \leq 37,349 \\
 45,325 \leq 18b_0 + 2,89b_1 \leq 55,415 \\
 51,43 \leq 21b_0 + 3,044b_1 \leq 62,874 \\
 28,459 \leq 10b_0 + 2,302b_1 \leq 34,762 \\
 65,319 \leq 28b_0 + 3,332b_1 \leq 79,851 \\
 69,207 \leq 30b_0 + 3,401b_1 \leq 84,608 \\
 32,788 \leq 12b_0 + 2,485b_1 \leq 40,073 \\
 21,377 \leq 7b_0 + 1,946b_1 \leq 26,123 \\
 6,652 \leq 2b_0 + 0,693b_1 \leq 8,146 \\
 49,471 \leq 20b_0 + 2,996b_1 \leq 60,467 \\
 39,098 \leq 15b_0 + 2,708b_1 \leq 47,806 \\
 41,333 \leq 16b_0 + 2,773b_1 \leq 50,506 \\
 61,465 \leq 26b_0 + 3,258b_1 \leq 75,124
 \end{array} \right. \quad (2.21)$$

Пронумеруємо інтервальні рівняння у системі (2.21). Відповідно, інтервальне рівняння $36,976 \leq 14b_0 + 2,639b_1 \leq 45,215$ позначимо номером 1, а інтервальне рівняння $61,465 \leq 26b_0 + 3,258b_1 \leq 75,124$ – номером 20.

Спираючись на вираз (2.10), обчислимо значення функції мети і внесемо їх у табл. 2.2.

У табл. 2.2 позначення N_1 означає номер першого інтервального рівняння у «насиченому» блоці, а N_2 – номер другого інтервального рівняння.

На рис. 2.2 наведено значення функції мети оптимізаційної задачі (2.10), які попередньо було обчислено і внесено у табл. 2.2. Як бачимо із рис. 2.2, функція мети є дискретною і має велику кількість локальних мінімумів – близько 20 значень.

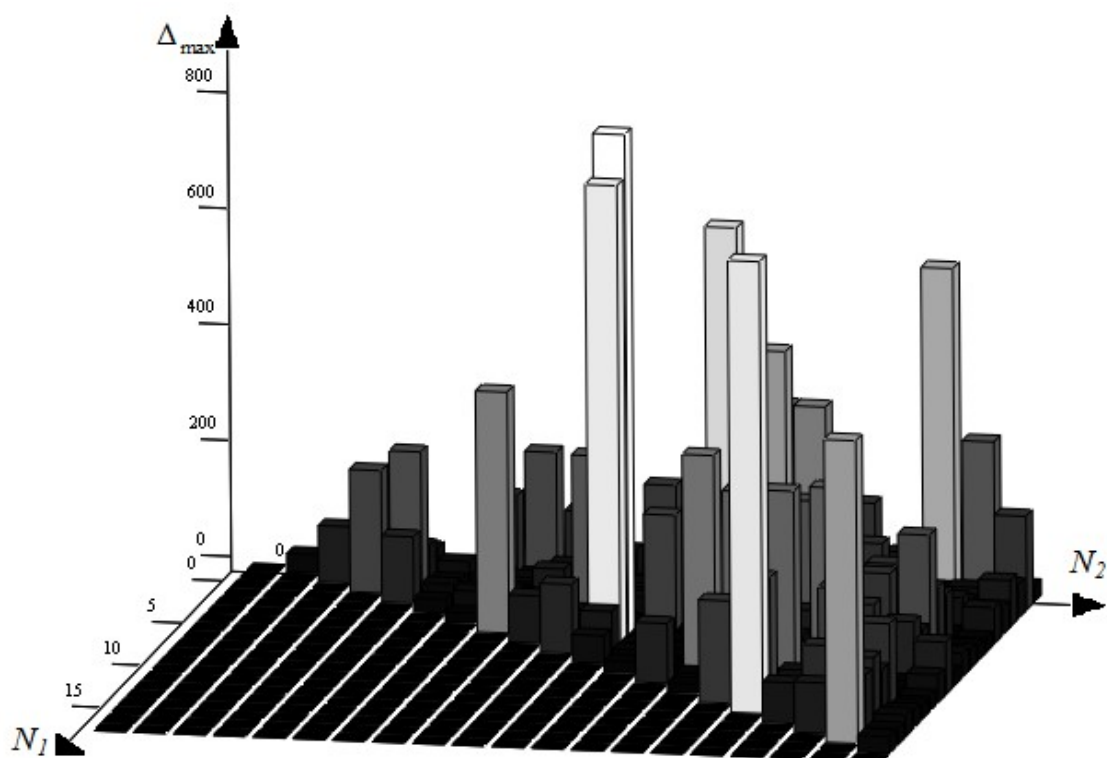


Рисунок 2.2 – Поверхня дискретної функції мети (2.10)

Тепер застосуємо розроблений метод оцінювання множини значень параметрів ІМСС для вибору оптимального «насиченого» блоку з ІСЛАР (2.21). На першому кроці алгоритму реалізації методу обираємо «насичений» блок $\psi(2,4)$:

$$\begin{cases} 59,424 \leq 25b_0 + 3,219b_1 \leq 72,642 \\ 57,471 \leq 24b_0 + 3,178b_1 \leq 70,249 \end{cases} \quad (2.22)$$

Побудована для зазначеного «насиченого» блоку інтервальна модель характеризується значенням максимальної похибки прогнозування: 176,9 (на рис. 2.3 виділено овалом). На наступній ітерації алгоритму реалізації методу оцінювання множини значень параметрів ІМСС претендентами на «оптимальність» є два «насичені» блоки $\psi(2,13)$ та $\psi(4,13)$, відповідно:

$$\begin{cases} 59,424 \leq 25b_0 + 3,219b_1 \leq 72,642 \\ 69,207 \leq 30b_0 + 3,401b_1 \leq 84,608 \end{cases}, \quad (2.23)$$

$$\begin{cases} 57,471 \leq 24b_0 + 3,178b_1 \leq 70,249 \\ 69,207 \leq 30b_0 + 3,401b_1 \leq 84,608 \end{cases} \quad (2.24)$$

Інтервальні моделі, множина значень оцінок параметрів яких обчислена із розв'язування ІСЛАР (2.23) та (2.24), відповідно, характеризуються максимальними похибками прогнозування, відповідно: 37,47 та 30,28. На рис. 2.3 отримані значення максимальних похибок означено ромбами.

Отже, оптимальним «насиченим» блоком є ІСЛАР (2.24), яка забезпечує менше значення (30,28) максимальної похибки прогнозування інтервальними моделями на області вхідних змінних.

На наступній ітерації реалізації методу оцінювання множини значень параметрів ІМСС претендентами на «оптимальність» є «насичені» блоки $\psi(1,4)$ та $\psi(1,13)$, відповідно:

$$\begin{cases} 36,976 \leq 14b_0 + 2,639b_1 \leq 45,215 \\ 57,471 \leq 24b_0 + 3,178b_1 \leq 70,249 \end{cases}, \quad (2.25)$$

$$\begin{cases} 36,976 \leq 14b_0 + 2,639b_1 \leq 45,215 \\ 69,207 \leq 30b_0 + 3,401b_1 \leq 84,608 \end{cases} \quad (2.26)$$

Інтервальні моделі, побудовані на основі «насичених» блоків (2.25), (2.26) характеризуються максимальними значеннями похибок прогнозування, відповідно: 37 та 15,4 (рис. 2.3).

Отже, оптимальним «насиченим» блоком є ІСЛАР (2.26), який забезпечує числове значення 15,4 функції мети – мінімум максимальної похибки для інтервальних моделей.

| | | Номер другого рівняння «насиченого» блоку, N_2 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|--------------------------------------------------|----|--------------------------------------------------|-------|--------|--------|-------|-------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|-------|
| | | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | |
| Номер першого рівняння «насиченого» блоку, N_1 | 1 | 31,74 | 43,44 | 37 | 51,52 | 17,78 | 146,9 | 224,11 | 124,83 | 61,94 | 175,52 | 20,51 | 15,4 | 322,27 | 116,13 | 158,49 | 75,87 | 568,66 | 272,51 | 27,36 | |
| | 2 | | 96,84 | 176,89 | 70,18 | 45,22 | 27,79 | 28,91 | 39,82 | 56,87 | 28,28 | 58,15 | 37,47 | 29,67 | 27,19 | 36,1 | 48,89 | 33,12 | 34,84 | 161,64 | |
| | 3 | | | 211,03 | 245,92 | 28,23 | 35,29 | 37,54 | 63,4 | 131,75 | 36,29 | 32,54 | 25,16 | 39,1 | 34,04 | 47,5 | 93,73 | 46,51 | 50,5 | 58,8 | |
| | 4 | | | | 114,1 | 35,02 | 31,29 | 32,88 | 49,63 | 81,81 | 31,99 | 42,13 | 30,28 | 33,98 | 30,41 | 41,51 | 65,7 | 39,06 | 41,68 | 79,95 | |
| | 5 | | | | | 23,39 | 39,94 | 43,06 | 84,07 | 281,68 | 41,31 | 26,33 | 21,32 | 45,25 | 38,17 | 54,18 | 149,86 | 56,1 | 62,27 | 48,24 | |
| | 6 | | | | | | 17,37 | 17,49 | 18,5 | 19,77 | 17,42 | 199,63 | 212,75 | 17,57 | 17,32 | 22,57 | 19,11 | 17,92 | 18,08 | 62,24 | |
| | 7 | | | | | | | 415,48 | 69,17 | 45,38 | 867,74 | 19,56 | 15,4 | 265,65 | 504,61 | 411,76 | 51,83 | 117,54 | 96,71 | 24,71 | |
| | 8 | | | | | | | | 81,3 | 49,71 | 794,19 | 19,83 | 15,4 | 729,62 | 230,34 | 264,13 | 57,86 | 161,36 | 123,87 | 25,47 | |
| | 9 | | | | | | | | | 118,58 | 74,35 | 22,22 | 15,4 | 90,81 | 62,52 | 90,81 | 187,69 | 159,21 | 228,23 | 32,48 | |
| | 10 | | | | | | | | | | 47,28 | 24,85 | 18,35 | 52,79 | 42,91 | 61,67 | 318,39 | 68,93 | 78,8 | 41,91 | |
| | 11 | | | | | | | | | | | | 19,68 | 15,4 | 380,87 | 320,99 | 324,78 | 54,46 | 134,82 | 107,83 | 25,05 |
| | 12 | | | | | | | | | | | | | 103,16 | 20,02 | 19,42 | 22,63 | 23,75 | 20,83 | 21,21 | 90,2 |
| | 13 | | | | | | | | | | | | | | 15,4 | 15,4 | 23,36 | 15,99 | 15,4 | 15,4 | 48,41 |
| | 14 | | | | | | | | | | | | | | | 176,6 | 219,54 | 62,26 | 206,19 | 148,35 | 25,99 |
| | 15 | | | | | | | | | | | | | | | | 778,88 | 48,41 | 97,52 | 83,17 | 24,32 |
| | 16 | | | | | | | | | | | | | | | | | 70,12 | 136,71 | 118,73 | 31,19 |
| | 17 | | | | | | | | | | | | | | | | | | 86,93 | 103,64 | 37,71 |
| | 18 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | 522,07 | 28,28 |
| | 19 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | 29,38 |

Рисунок 2.3 – Таблиця значень функції мети з ілюстрацією кроків реалізації методу оцінювання множини значень параметрів ІМСС для початкових умов $\psi(2,4)$

На рис. 2.4 стрілками проілюстровано рух по поверхні функції мети, який забезпечує алгоритм реалізації методу оцінювання множини значень параметрів ІМСС.

Як бачимо, замість повного перебору «насичених» блоків із ІСЛАР (2.21) в кількості 195, запропонованим методом для вибору оптимального, проаналізовано лише 5.

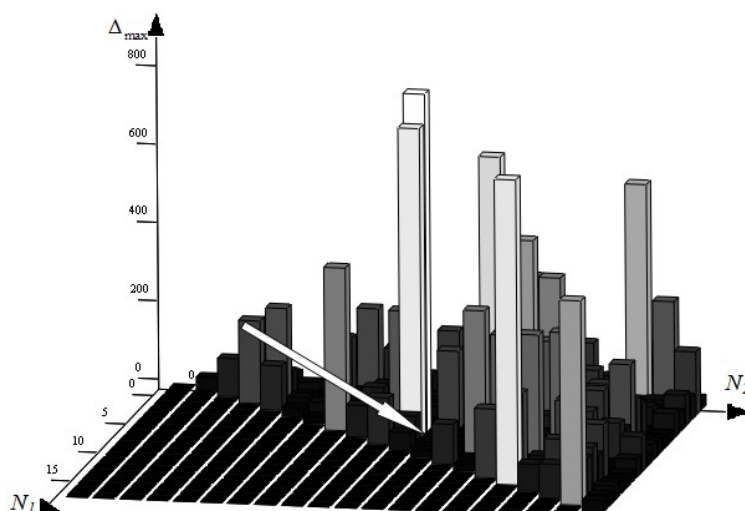


Рисунок 2.4 – Зображення функції мети з ілюстрацією кроків реалізації методу оцінювання множини значень параметрів ІМСС для початкових умов $\psi(2,4)$

Тепер перейдемо до аналізу впливу початкових умов для методу оцінювання множини значень параметрів ІМСС на результат його реалізації. Скористаємося тим самим прикладом, але іншими початковими умовами.

На першому кроці алгоритму реалізації методу виберемо «насичений» блок з ІСЛАР (2.21), наприклад, $\psi(8,18)$, тобто з 8-го та 18-го інтервального рівнянь:

$$\begin{cases} 30,551 \leq 11b_0 + 2,398b_1 \leq 37,349 \\ 39,098 \leq 15b_0 + 2,708b_1 \leq 47,806 \end{cases} \quad (2.27)$$

Побудована для зазначеного «насиченого» блоку інтервальна модель характеризується значенням 161,36 максимальної похибки прогнозування (на рис 2.5 виділено овалом). На наступній ітерації алгоритму реалізації методу оцінювання множини значень параметрів ІМСС претендентами на «оптимальність» є два «насичені» блоки, позначені за $\psi(8,13)$ та $\psi(13,18)$:

$$\begin{cases} 30,551 \leq 11b_0 + 2,398b_1 \leq 37,349 \\ 69,207 \leq 30b_0 + 3,401b_1 \leq 84,608 \end{cases} \quad (2.28)$$

$$\begin{cases} 69,207 \leq 30b_0 + 3,401b_1 \leq 84,608 \\ 39,098 \leq 15b_0 + 2,708b_1 \leq 47,806 \end{cases} \quad (2.29)$$

Інтервальні моделі, множина значень оцінок параметрів яких обчислено із розв'язування ІСЛАР (2.28) та (2.29), відповідно, характеризуються однаковими значеннями максимальної похибки прогнозування рівними 15,4. На рис. 2.5 отримані значення максимальних похибок означено ромбами.

Отже, оптимальним «насиченим» блоком є ІСЛАР (2.28), яка забезпечує значення 15,4 – мінімум максимальної похибки прогнозування для інтервальних моделей.

На рис. 2.6 стрілками проілюстровано рух по поверхні функції мети при реалізації методу для цього тестового випадку.

| | | Номер другого рівняння «насиченого» блоку, N_2 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|--------------------------------------------------|--|--------------------------------------------------|-------|--------|--------|-------|-------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|-------|--|
| Номер першого рівняння «насиченого» блоку, N_1 | | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | | | | |
| 1 | | 31,74 | 43,44 | 37 | 51,52 | 17,78 | 146,9 | 224,11 | 124,83 | 61,94 | 175,52 | 20,51 | 15,4 | 322,27 | 116,13 | 158,49 | 75,87 | 568,66 | 272,51 | 27,36 | | | | |
| 2 | | | 96,84 | 176,89 | 70,18 | 45,22 | 27,79 | 28,91 | 39,82 | 56,87 | 28,28 | 58,15 | 37,47 | 29,67 | 27,19 | 36,1 | 48,89 | 33,12 | 34,84 | 161,64 | | | | |
| 3 | | | | 211,03 | 245,92 | 28,23 | 35,29 | 37,54 | 63,4 | 131,75 | 36,29 | 32,54 | 25,16 | 39,1 | 34,04 | 47,5 | 93,73 | 46,51 | 50,5 | 58,8 | | | | |
| 4 | | | | | 114,1 | 35,02 | 31,29 | 32,88 | 49,63 | 81,81 | 31,99 | 42,13 | 30,28 | 33,98 | 30,41 | 41,51 | 65,7 | 39,06 | 41,68 | 79,95 | | | | |
| 5 | | | | | | 23,39 | 39,94 | 43,06 | 84,07 | 281,68 | 41,31 | 26,33 | 21,32 | 45,25 | 38,17 | 54,18 | 149,86 | 56,1 | 62,27 | 48,24 | | | | |
| 6 | | | | | | | 17,37 | 17,49 | 18,5 | 19,77 | 17,42 | 199,63 | 212,75 | 17,57 | 17,32 | 22,57 | 19,11 | 17,92 | 18,08 | 62,24 | | | | |
| 7 | | | | | | | | 415,48 | 69,17 | 45,38 | 867,74 | 19,56 | 15,4 | 265,65 | 504,61 | 411,76 | 51,83 | 117,54 | 96,71 | 24,71 | | | | |
| 8 | | | | | | | | | 81,3 | 49,71 | 794,19 | 19,83 | 15,4 | 729,62 | 230,34 | 264,13 | 57,86 | 161,36 | 123,87 | 25,47 | | | | |
| 9 | | | | | | | | | | 118,58 | 74,35 | 22,22 | 15,4 | 90,81 | 62,52 | 90,81 | 187,69 | 159,21 | 228,23 | 32,48 | | | | |
| 10 | | | | | | | | | | | 47,28 | 24,85 | 18,35 | 52,79 | 42,91 | 61,67 | 318,39 | 68,93 | 78,8 | 41,91 | | | | |
| 11 | | | | | | | | | | | | | | 19,68 | 15,4 | 380,87 | 320,99 | 324,78 | 54,46 | 134,82 | 107,83 | 25,05 | | |
| 12 | | | | | | | | | | | | | | | | 103,16 | 20,02 | 19,42 | 22,63 | 23,75 | 20,83 | 21,21 | 90,2 | |
| 13 | | | | | | | | | | | | | | | | | 15,4 | 15,4 | 23,36 | 15,99 | 15,4 | 15,4 | 48,41 | |
| 14 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 15 | | | | | | | | | | | | | | | | 176,6 | 219,54 | 62,26 | 206,19 | 148,35 | 25,99 | | | |
| 16 | | | | | | | | | | | | | | | | | 778,88 | 48,41 | 97,52 | 83,17 | 24,32 | | | |
| 17 | | | | | | | | | | | | | | | | | | 70,12 | 136,71 | 118,73 | 31,19 | | | |
| 18 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | 522,07 | 28,28 | |
| 19 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | 29,38 | |

Рисунок 2.5 – Таблиця значень функції мети з ілюстрацією кроків реалізації методу оцінювання множини значень параметрів ІМСС для початкових умов $\psi(8,18)$

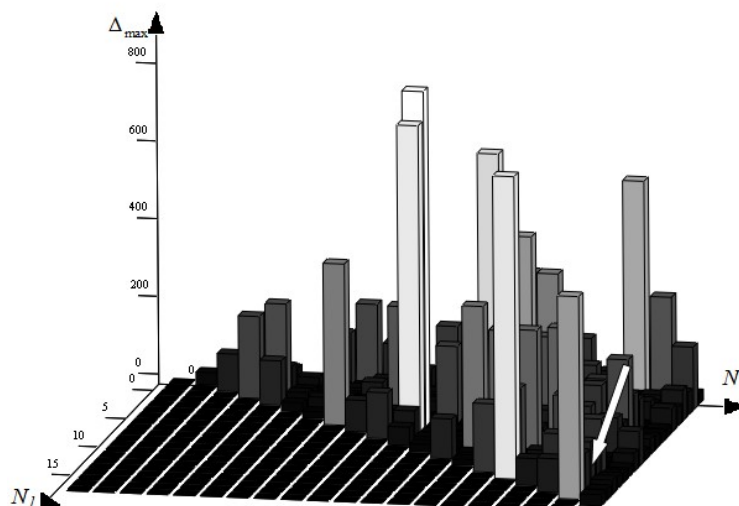


Рисунок 2.6 – Зображення функції мети з ілюстрацією кроків реалізації методу оцінювання множини значень параметрів ІМСС для початкових умов $\psi(8,18)$

Нехай обрано інший «насичений» блок з ІСЛАР (2.21), наприклад $\psi(3,10)$, тобто 3-тє та 10-тє інтервальні рівняння, відповідно:

$$\begin{cases} 55,527 \leq 23b_0 + 3,135b_1 \leq 67,862 \\ 51,43 \leq 21b_0 + 3,044b_1 \leq 62,874 \end{cases} \quad (2.30)$$

Побудована для зазначеного «насиченого» блоку інтервальна модель характеризується значенням максимальної похибки прогнозування рівним 131,75 (на рис. 2.7 виділено овалом). На наступній ітерації алгоритму реалізації методу оцінювання множини значень параметрів ІМСС претендентами на «оптимальність» є «насичені» блоки $\psi(3,13)$ та $\psi(10,13)$:

$$\begin{cases} 55,527 \leq 23b_0 + 3,135b_1 \leq 67,862 \\ 69,207 \leq 30b_0 + 3,401b_1 \leq 84,608 \end{cases}, \quad (2.31)$$

$$\begin{cases} 51,43 \leq 21b_0 + 3,044b_1 \leq 62,874 \\ 69,207 \leq 30b_0 + 3,401b_1 \leq 84,608 \end{cases} \quad (2.32)$$

Інтервальні моделі, множина значень оцінок параметрів яких обчислено із розв'язування ІСЛАР (2.31) та (2.32), відповідно, характеризуються значеннями (25,15) та (18,35) максимальних похибок прогнозування. На рис. 2.7 отримані значення максимальних похибок означено ромбами.

Отже, оптимальним «насиченим» блоком є ІСЛАР (2.32), яка забезпечує менше значення (18,35) максимальної похибки прогнозування інтервальними моделями на області вхідних змінних.

На наступній ітерації реалізації методу оцінювання множини значень параметрів ІМСС претендентами на «оптимальність» є «насичені» блоки $\psi(1,10)$ та $\psi(1,13)$, відповідно:

$$\begin{cases} 36,976 \leq 14b_0 + 2,639b_1 \leq 45,215 \\ 51,43 \leq 21b_0 + 3,045b_1 \leq 62,874 \end{cases} \quad (2.33)$$

$$\begin{cases} 36,976 \leq 14b_0 + 2,639b_1 \leq 45,215 \\ 69,207 \leq 30b_0 + 3,401b_1 \leq 84,608 \end{cases} \quad (2.34)$$

Інтервальні моделі, побудовані на основі «насичених» блоків (2.33) та (2.34) характеризуються максимальними значеннями похибки прогнозування, відповідно рівними 61,94 та 15,4 (рис. 2.7). Отже, оптимальним «насиченим» блоком є ІСЛАР (2.34), яка забезпечує числове значення 15,4 максимальної похибки для інтервальних моделей. На рис. 2.8 стрілками проілюстровано рух по поверхні функції мети при реалізації методу оцінювання множини значень параметрів ІМСС для початкових умов $\psi(3,10)$.

Аналогічні приклади були розглянуті для різних початкових «насичених» блоків загальною кількістю 10. У кожному із 10 випадків результат застосування методу збігався до значення максимальної похибки прогнозування рівному 15,4. Це засвідчує збіжність обчислювальної процедури реалізації методу оцінювання множини значень параметрів ІМСС, принаймні для даного випадку. Варто зазначити, що в процесі досліджень було розглянуто більше 50 таких прикладів. У кожному випадку спостерігалася збіжність обчислювальної процедури.

| | | Номер другого рівняння «насиченого» блоку, N_2 | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|--------------------------------------------------|----|--------------------------------------------------|-------|--------|--------|-------|-------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| | | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 |
| Номер першого рівняння «насиченого» блоку, N_1 | 1 | 31,74 | 43,44 | 37 | 51,52 | 17,78 | 146,9 | 224,11 | 124,83 | 61,94 | 175,52 | 20,51 | 15,4 | 322,27 | 116,13 | 158,49 | 75,87 | 568,66 | 272,51 | 27,36 |
| | 2 | | 96,84 | 176,89 | 70,18 | 45,22 | 27,79 | 28,91 | 39,82 | 56,87 | 28,28 | 58,15 | 37,47 | 29,67 | 27,19 | 36,1 | 48,89 | 33,12 | 34,84 | 161,64 |
| | 3 | | | 211,03 | 245,92 | 28,23 | 35,29 | 37,54 | 63,4 | 131,75 | 36,29 | 32,34 | 25,16 | 39,1 | 34,04 | 47,5 | 93,73 | 46,51 | 50,5 | 58,8 |
| | 4 | | | | 114,1 | 35,02 | 31,29 | 32,88 | 49,63 | 81,81 | 31,99 | 42,13 | 30,28 | 33,98 | 30,41 | 41,51 | 65,7 | 39,06 | 41,68 | 79,95 |
| | 5 | | | | | 23,39 | 39,94 | 43,06 | 84,07 | 281,68 | 41,31 | 26,33 | 21,32 | 45,25 | 38,17 | 54,18 | 149,86 | 56,1 | 62,27 | 48,24 |
| | 6 | | | | | | 17,57 | 17,49 | 18,5 | 19,77 | 17,42 | 199,63 | 212,75 | 17,57 | 17,32 | 22,57 | 19,11 | 17,92 | 18,08 | 62,24 |
| | 7 | | | | | | | 415,48 | 69,17 | 45,38 | 867,74 | 19,56 | 15,4 | 265,65 | 504,61 | 411,76 | 51,83 | 117,54 | 96,71 | 24,71 |
| | 8 | | | | | | | | 81,3 | 49,71 | 794,19 | 19,83 | 15,4 | 729,62 | 230,34 | 264,13 | 57,86 | 161,36 | 123,87 | 25,47 |
| | 9 | | | | | | | | | 118,58 | 74,35 | 22,22 | 15,4 | 90,81 | 62,52 | 90,81 | 187,69 | 159,21 | 228,23 | 32,48 |
| | 10 | | | | | | | | | | 47,28 | 24,85 | 18,35 | 52,79 | 42,91 | 61,67 | 318,39 | 68,93 | 78,8 | 41,91 |
| | 11 | | | | | | | | | | | 19,68 | 15,4 | 380,87 | 320,99 | 324,78 | 54,46 | 134,82 | 107,83 | 25,05 |
| | 12 | | | | | | | | | | | | 103,16 | 20,02 | 19,42 | 22,63 | 23,75 | 20,83 | 21,21 | 90,2 |
| | 13 | | | | | | | | | | | | | 15,4 | 15,4 | 23,36 | 15,99 | 15,4 | 15,4 | 48,41 |
| | 14 | | | | | | | | | | | | | | 176,6 | 219,54 | 62,26 | 206,19 | 148,35 | 25,99 |
| | 15 | | | | | | | | | | | | | | | 778,88 | 48,41 | 97,52 | 83,17 | 24,32 |
| | 16 | | | | | | | | | | | | | | | | 70,12 | 136,71 | 118,73 | 31,19 |
| | 17 | | | | | | | | | | | | | | | | | 86,93 | 103,64 | 37,71 |
| | 18 | | | | | | | | | | | | | | | | | | 522,07 | 28,28 |
| | 19 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | 29,38 |

Рисунок 2.7 – Таблиця значень функції мети з ілюстрацією кроків реалізації методу оцінювання множини значень параметрів ІМСС для початкових умов $\psi(3,10)$

Як бачимо, на кожному кроці застосування методу оцінювання множини значень параметрів ІМСС є можливість здійснити напрямлений рух до локального мінімуму. На прикладах показано, що в даних задачах існує однозначний розв'язок, знайдений для різних початкових умов.

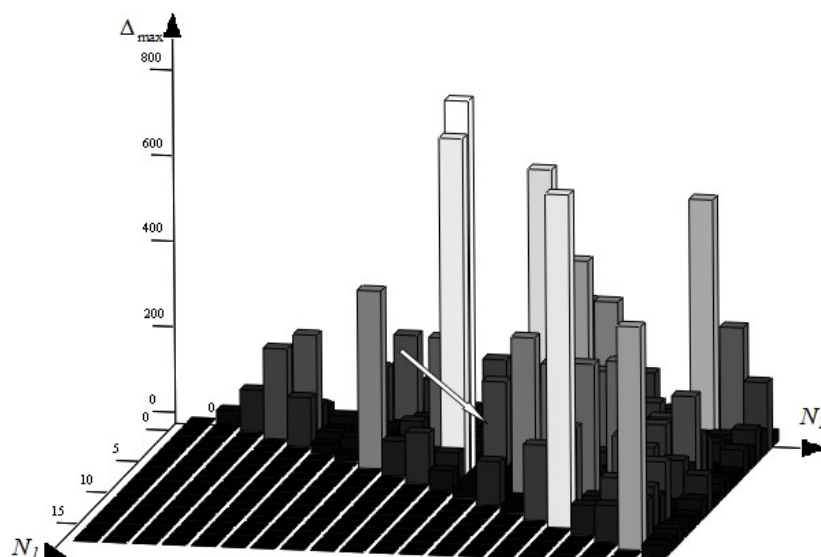


Рисунок 2.8 – Зображення функції мети з ілюстрацією кроків реалізації методу оцінювання множини значень параметрів ІМСС для початкових умов $\psi(3,10)$

З обчислювальної точки зору запропонований метод оцінювання множини значень параметрів ІМСС систем є простішим, оскільки основна процедура обчислення оберненої матриці обчислюється декілька ітерацій. Зокрема, для розглянутого прикладу, замість обчислення оберненої матриці F_m^{-1} 195 раз достатньо її обчислення усього 3-5 разів.

Висновки до розділу 2

1. Розглянуто задачу оцінювання множини значень параметрів ІМСС за критерієм оптимізації її прогностичних властивостей. Встановлено, що вона є еквівалентною задачі насиченого I_G -оптимального планування експериментів з інтервальними даними. Досліджено властивості цієї задачі. Зокрема, встановлено, що вона є нелінійною оптимізаційною задачею на дискретній множині розв'язків. Для її розв'язування в загальному випадку не існує прикладних ПС. Точний розв'язок задачі оцінювання множини значень параметрів ІМСС за критерієм оптимізації їх прогностичних властивостей можливо знайти тільки з використанням комбінаторних методів.

2. Вперше запропоновано та обґрунтовано метод оцінювання множини значень параметрів ІМСС, в якому, на відміну від існуючих, застосовано ітераційну обчислювальну схему оптимального насиченого планування експерименту, що забезпечило зниження обчислювальної складності у порівнянні із відомими методами.

3. Розроблено та апробовано на ряді прикладів обчислювальну схему та алгоритм реалізації запропонованого методу оцінювання множини значень параметрів ІМСС.

4. Досліджено збіжність обчислювальної схеми реалізації методу оцінювання множини значень параметрів ІМСС із застосуванням обчислювальних експериментів на ряді прикладів. В процесі досліджень встановлено, що незалежно від вибору початкових умов, обчислювальна процедура збігається до одного розв'язку, якщо він є єдиним.

5. Вперше запропоновано та обґрунтовано метод оптимального насиченого планування експериментів у випадку інтервального представлення вихідних змінних моделей статичних систем, який, на відміну від існуючих, ґрунтується на ітераційній обчислювальній процедурі оптимізації прогностичних властивостей інтервальних моделей. Запропонований метод забезпечив оптимізацію прогностичних властивостей інтервальних моделей при зменшенні обчислювальної складності його реалізації у порівнянні з відомими методами як мінімум у 38 разів.

РОЗДІЛ 3.

УДОСКОНАЛЕНИЙ МЕТОД ПАРАМЕТРИЧНОЇ ІДЕНТИФІКАЦІЇ
ІНТЕРВАЛЬНИХ МОДЕЛЕЙ СТАТИЧНИХ СИСТЕМ

За результатами аналізу методів параметричної ідентифікації ІМСС встановлено, що математичною задачею цих методів є обчислення розв'язків ІСЛАР, або обчислення множини значень оцінок цих розв'язків у різній формі: інтервальній, еліпсоїдній чи у формі, що геометрично є паралелотопом. Також встановлено, що при застосуванні, наприклад, інтервальних методів оцінювання, отримані інтервальні оцінки не завжди є придатними для побудови коридору інтервальних моделей із заданими властивостями його функціональних меж.

На основі проведеного аналізу, запропоновано та обґрунтовано при розв'язуванні задачі параметричної ідентифікації використовувати оцінки множини розв'язків, яку геометрично представляють паралелотопом. У цьому випадку метод оцінювання множини значень параметрів інтервальних моделей полягає у виділенні із ІСЛАР m базових інтервальних рівнянь, які називають «насиченим» блоком. Другий розділ, власне, стосується розкриття суті методу оцінювання множини значень параметрів ІМСС на основі ітераційної обчислювальної схеми оптимального насиченого планування експерименту, який дає можливість знайти початкову область оцінок, тобто сформувані «насичений» блок.

На наступних ітераціях методу параметричної ідентифікації ІМСС необхідно провести редукцію ІСЛАР, тобто урахування усіх інших інтервальних рівнянь, для модифікації отриманої множини оцінок. Під модифікацією, в даному випадку, розуміємо зменшення розмірів паралелотопа (множини оцінок параметрів), без зміни його конфігурації.

Разом з тим, у першому розділі також зауважено, що зазначений метод має ще один принциповий недолік, а саме – він зорієнтований на випадок, коли апріорі відомо, що ІСЛАР є сумісною. У протилежному випадку реалізація відомої обчислювальної схеми призводить до некоректного результату.

Отже, метою цього розділу є розробка удосконаленого методу параметричної ідентифікації інтервальних моделей статичних систем, у якому початкова множина оцінок параметрів формується із використанням методу оцінювання множини значень параметрів ІМСС за ітераційною обчислювальною схемою оптимального насиченого планування експерименту, а в обчислювальну схему редукції ІСЛАР внесено зміни, які забезпечують отримання коректних розв'язків, або дають можливість встановити їх відсутність (у випадку несумісності ІСЛАР).

Матеріали третього розділу дисертаційного дослідження опубліковані автором у працях [12, 13, 100, 101].

3.1 Метод ідентифікації інтервальних моделей статичних систем з оцінюванням множини значень параметрів за схемою оптимального планування експерименту

Сформулюємо задачу параметричної ідентифікації ІМСС з умовою формування початкової множини оцінок параметрів із використанням методу оцінювання множини значень цих параметрів за ітераційною обчислювальною схемою оптимального насиченого планування експерименту.

Нехай відомими є результати експерименту з інтервалами значень вихідної змінної у вигляді (1.8), задано структуру математичної моделі статичної системи у вигляді алгебричного виразу (1.9) та побудовано ІСЛАР (2.1). Необхідно обчислити оцінки області розв'язків ІСЛАР (2.1). При цьому приймаємо умову, що у результаті розв'язування задачі (2.18) отримано оптимальний «насичений» блок, який визначатиме конфігурацію області оцінок ІСЛАР (2.1).

У процесі обчислень необхідно врахувати інші інтервальні рівняння ІСЛАР (2.1), які не увійшли в «насичений» блок. Таку процедуру називають локалізацією розв'язків ІСЛАР у спосіб редукції її інтервальних рівнянь:

$$\Omega_m(k) \supseteq \Omega_m(k-1) \cap \check{\Omega}(k), \quad (3.1)$$

де $\Omega_m(k-1)$, $\Omega_m(k)$ – множинні (локалізаційні) оцінки параметрів інтервальних моделей – (результати редукції загальної ІСЛАР (2.1)) на $k-1$ -му та k -тому кроці, відповідно; $\check{\Omega}(k)$ – множинні оцінки параметрів інтервальних моделей, отримані з k -того інтервального рівняння загальної ІСЛАР, яке не належить «насиченому» блоку.

У даному випадку, із ІСЛАР (2.1) редуковано (вилучено) k -те інтервальне рівняння, а його розв’язок враховано у множинній оцінці $\Omega_m(k)$. При цьому геометрично конфігурація області $\Omega_m(k)$ не змінюється, оскільки її задано базовими інтервальними рівняннями «насиченого» блоку, тобто фіксованою залишається квадратна матриця F_m . У схемі, яку задано виразом (3.1), розміри області $\Omega_m(k)$ зменшуються за рахунок зменшення ширини інтервалів значень вихідних змінних в m інтервальних рівняннях «насиченого» блоку.

Разом з тим, в обчислювальному методі редукції ІСЛАР, який наведено в п. 1.4 може виникати випадок некоректних обчислень, коли ІСЛАР (2.1) є несумісною. У відомому методі редукції ІСЛАР (див. п. 1.4) уведено деякі скалярні функції $L_s(k)$ та $L'_s(k)$ від вершин (означених індексом s) області розв’язків ІСЛАР, значення яких дають можливість оцінити взаємне розміщення області у вигляді паралелотопа $\Omega_m(k)$ та гіперсмуги $\check{\Omega}(k+1)$, яка визначає область розв’язків k -того інтервального рівняння ІСЛАР.

На рис. 3.1 показано, що розв’язком ІСЛАР (2.3) є область $\Omega_m(k)$ у вигляді паралелограма, оскільки $m=2$, а $\check{\Omega}(k+1)$ – область розв’язків k -того інтервального рівняння загальної ІСЛАР, яке не належить «насиченому» блоку. У цьому випадку інтервальне рівняння ІСЛАР називають «неінформативним», а ознакою цього є те, що значення уведених функцій для усіх вершин менше нуля: $L_s(k) < 0, \forall s = 1, \dots, 4$, $L'_s(k) < 0, \forall s = 1, \dots, 4$.

На рис. 3.2 показано, що інтервальне рівняння з областю розв'язків у вигляді гіперсмуги $\check{\Omega}(k+1)$ є інформативним, тобто воно змінює розміри області $\Omega_m(k+1)$ – результату редукції загальної ІСЛАР на цьому кроці. Ознакою цього є наявність додатних значень уведених функцій для вершин однієї грані: $L'_s(k) > 0, \forall s = 1, 2, L_s(k) < 0, \forall s = 1, \dots, 4$.

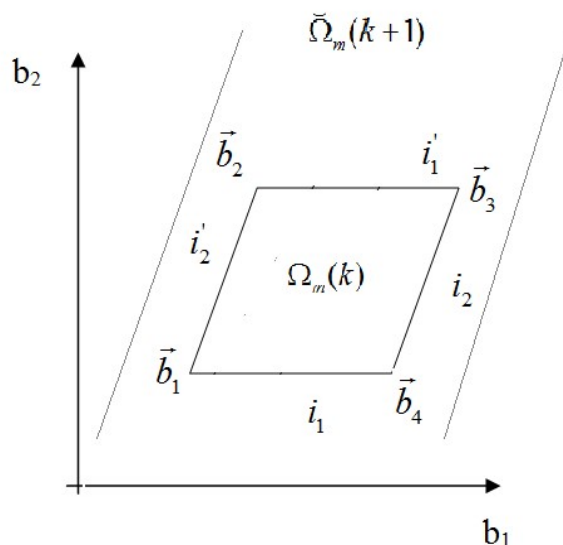


Рисунок 3.1 – Розміщення області розв'язків $\check{\Omega}(k+1)$ та $\Omega_m(k)$ у випадку $L'_s(k) < 0, L_s(k) < 0, \forall s = 1, \dots, 4$ ($m=2$)

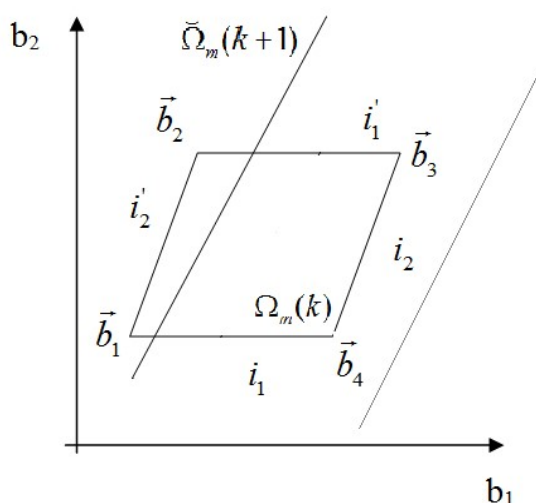


Рисунок 3.2 – Розміщення області розв'язків $\check{\Omega}(k+1)$ та $\Omega_m(k+1)$ у випадку $L'_s(k) > 0, \forall s = 1, 2, L_s(k) < 0, \forall s = 1, \dots, 4, (m=2)$

Розглянемо приклад взаємного розміщення області $\Omega_m(k)$ у вигляді паралелограма та гіперсмуги $\tilde{\Omega}(k+1)$, коли ІСЛАР є несумісною (рис. 3.3).

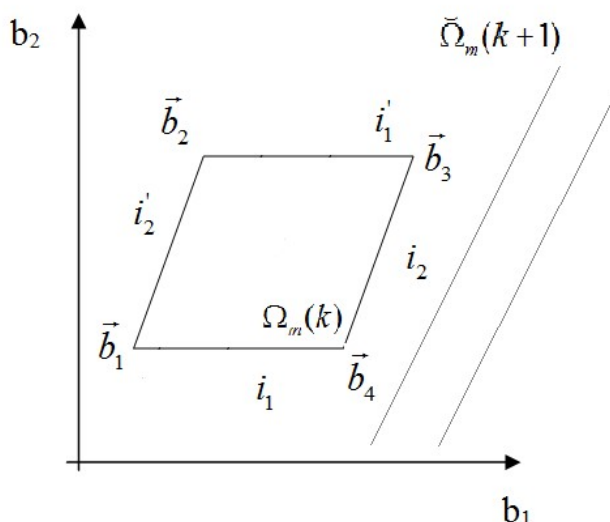


Рисунок 3.3 – Ілюстрація несумісності ІСЛАР.

Як бачимо, на рис. 3.3 для випадку $m=2$, усі вершини $(\vec{b}_1, \vec{b}_2, \vec{b}_3, \vec{b}_4)$ паралелограма розміщені з одного боку гіперсмуги, що означає додатність значень функцій для усіх вершин граней: $L_s(k) > 0 \forall s=1, \dots, 4$, або $L'_s(k) > 0 \forall s=1, \dots, 4$. Проте інтервальне рівняння з областю розв'язків у вигляді гіперсмуги $\tilde{\Omega}(k+1)$ є неінформативним, а ІСЛАР у цьому випадку є несумісною.

Зазначені випадки не передбачено в обчислювальній схемі реалізації відомого методу параметричної ідентифікації інтервальних моделей статичних систем, що неодноразово призводило до непередбачуваних результатів його застосування.

Як бачимо, в процесі досліджень встановлено, що основною ознакою несумісності ІСЛАР (2.1) є виконання такої умови:

$$L_s(k) > 0, \quad \forall s = 1, \dots, 2^m, \quad (3.2)$$

або

$$L'_s(k) > 0, \quad \forall s = 1, \dots, 2^m. \quad (3.3)$$

Таким чином, зазначені умови повинні бути враховані в обчислювальній схемі реалізації методу.

Зважаючи на вищенаведене, та враховуючи метод оцінювання множини значень параметрів ІМСС, розроблений у попередньому розділі, обчислювальна схема методу параметричної ідентифікації інтервальних моделей статичних систем набуває наведеного нижче вигляду [71].

Крок 1. Вибір із ІСЛАР (2.1) m базових інтервальних рівнянь («насиченого» блоку) методом еліпсоїдного оцінювання множини значень параметрів інтервальних моделей статичних систем на основі ітераційної обчислювальної схеми оптимального насиченого планування експерименту із розв'язування оптимізаційної задачі (2.13) за ітераційною схемою, блок-схему якої представлено на рис. 2.1.

Як бачимо, ця обчислювальна процедура відрізняється, від тої, яку реалізовано у відомому методі.

Крок 2. Обчислення за формулами (1.44), (1.45) значень скалярних функцій $L_s(k)$ та $L'_s(k)$ від вершин (означених індексом s) області розв'язків ІСЛАР «насиченого» блоку, отриманого на попередньому кроці.

Крок 3. Обчислення значень $\delta_i^-(k+1)$ та $\delta_i^+(k+1)$, які задають у відомому методі, зменшення розмірів на $k+1$ кроці області $\Omega_m(k)$ розв'язків редукованої ІСЛАР за рахунок зменшення ширини інтервалів значень вихідних змінних в m рівняннях «насиченого» блоку відповідно:

$$\delta_i^-(k+1) = \begin{cases} \min_{s=1, \dots, 2^{m-1}} \{L_s(k) / |\vec{\phi}^T(\vec{x}_{k+1}) \cdot \vec{f}_i|\}, \\ \text{якщо } (L_s(k) > 0, s = 1, \dots, 2^{m-1}) \wedge (\vec{\phi}^T(\vec{x}_{k+1}) \cdot \vec{f}_i \neq 0) \wedge (\exists L_s(k) < 0, s = 1, \dots, 2^m), \\ 0, \text{ якщо } L_s(k) \leq 0 \\ \text{"розв'язок ІСЛАР відсутній" якщо } (L_s(k) > 0, \forall s = 1, \dots, 2^m) \end{cases} \quad (3.4)$$

$$\delta_i^+(k+1) = \begin{cases} \min_{s=1, \dots, 2^{m-1}} \{L'_s(k) / |\vec{\phi}^T(\vec{x}_{k+1}) \cdot \vec{f}_i|\}, \\ \text{якщо } (L'_s(k) > 0, s = 1, \dots, 2^{m-1}) \wedge (\vec{\phi}^T(\vec{x}_{k+1}) \cdot \vec{f}_i \neq 0) \wedge (\exists L'_s(k) < 0, s = 1, \dots, 2^m). \\ 0, \text{ якщо } L'_s(k) \leq 0 \\ \text{"розв'язок ІСЛАР відсутній" якщо } (L'_s(k) > 0, \forall s = 1, \dots, 2^m) \end{cases} \quad (3.5)$$

Як бачимо, вирази (3.4) та (3.5) відрізняються від відповідних виразів (1.46) та (1.47) відомого методу урахуванням випадку можливості несумісності ІСЛАР (2.1).

Крок 4. Обчислення меж інтервалу $[y_i^-(k+1); y_i^+(k+1)]$ значень вихідної змінної в базових інтервальних рівняннях «насиченого» блоку на $k+1$ -й ($k=1, \dots, N-m$) ітерації за формулою (1.48).

5. Якщо $k \leq N - m$, то перехід на крок 2. У протилежному випадку завершення процедури.

Отже, в удосконаленому методі параметричної ідентифікації інтервальних моделей статичних систем з оцінюванням множини значень параметрів за ітераційною схемою оптимального насиченого планування експерименту, обчислювальна схема відрізняється від схеми відомого методу у такий спосіб, щоб зменшити обчислювальну складність його реалізації та запобігти випадкам отримання некоректних результатів для випадків несумісності ІСЛАР (2.1).

Тепер отриману оцінку множини значень параметрів інтервальних моделей можемо представити її гарантованою (1.22) чи допусковою (1.26) еліпсоїдними оцінками, де у цьому випадку діагональна матриця E є матрицею у такому вигляді:

$$E = \text{diag} \left\{ 0, 5 \cdot (y_1^+ - y_1^-, \dots, y_i^+ - y_i^-, \dots, y_m^+ - y_m^-) \right\}, \quad (3.6)$$

де $0,5 \cdot (y_k^+ - y_k^-)$ – діагональні елементи обчислені на k -тій ітерації кроку 4 вищеприданого методу, а функціональні межі коридору інтервальних моделей, які побудовані на основі цих оцінок, матимуть такий вигляд:

$$[\hat{y}(\bar{x})] \Big|_{\bar{b} \in Q_m} = [\bar{\varphi}^T(\bar{x}) \cdot \bar{b} - \frac{1}{2} \cdot \Delta_{\hat{y}(\bar{x})} \Big|_{\bar{b} \in Q_m}; \bar{\varphi}^T(\bar{x}) \cdot \bar{b} + \frac{1}{2} \cdot \Delta_{\hat{y}(\bar{x})} \Big|_{\bar{b} \in Q_m}]. \quad (3.7)$$

Як бачимо, ці коридори є аналітично заданими некусковими функціями, що суттєво знижує складність оперування отриманими інтервальними моделями.

3.2 Обчислювальна складність оцінювання множини значень параметрів інтервальних моделей статичних систем за схемою оптимального насиченого планування експерименту

У цьому підрозділі розглянемо обчислювальну складність методу оцінювання множини значень параметрів ІМСС за ітераційною схемою оптимального насиченого планування експерименту.

Аналіз обчислювальної схеми методу показує, що найбільш трудомісткою з обчислювальної точки зору, є операція обчислення оберненої матриці F_m на кожній ітерації першого кроку. Цей факт обґрунтовує вибір за показник обчислювальної складності методу параметричної ідентифікації кількість операцій обчислення оберненої матриці F_m «насичених» блоків в процесі пошуку оптимального на першому кроці реалізації методу.

Для загального випадку неможливо встановити аналітичний вираз для цього показника. Тому його дослідження проводимо методами комп'ютерного моделювання на конкретних прикладах, з одночасним порівнянням з відомими методами: повного перебору та низкою методів випадкового пошуку.

Проілюструємо зазначені дослідження на прикладі побудови інтервальної моделі статичної системи, залежність між вихідними та вхідною змінною представлено таким алгебричним рівнянням:

$$y(x) = b_0 \cdot x + b_1 \cdot \ln(x). \quad (3.8)$$

Параметри моделі визначатимемо із набору згенерованих комп'ютерною програмою інтервальних даних, наведених у табл. 3.1.

Таблиця 3.1 – Таблиця тестових інтервальних даних для прикладу рівняння (3.8)

| i | x_i | y_i^- | y_i^+ |
|----|-------|---------|---------|
| 1 | 1 | 1,7 | 2,1 |
| 2 | 5 | 16,181 | 19,791 |
| 3 | 9 | 26,105 | 31,902 |
| 4 | 10 | 28,332 | 34,634 |
| 5 | 14 | 37,14 | 45,379 |
| 6 | 16 | 41,211 | 50,384 |
| 7 | 19 | 47,492 | 58,037 |
| 8 | 23 | 55,471 | 67,806 |
| 9 | 28 | 65,313 | 79,845 |
| 10 | 29 | 67,282 | 82,25 |
| 11 | 32 | 73,294 | 89,559 |
| 12 | 33 | 75,058 | 91,755 |
| 13 | 35 | 78,901 | 96,456 |
| 14 | 37 | 82,855 | 101,266 |
| 15 | 40 | 88,62 | 108,309 |
| 16 | 42 | 92,353 | 112,89 |
| 17 | 50 | 107,594 | 131,506 |
| 18 | 57 | 120,705 | 147,548 |
| 19 | 59 | 124,606 | 152,283 |
| 20 | 60 | 126,429 | 154,523 |

Інтервальна система для розв'язування задачі параметричної ідентифікації має такий вигляд:

$$\left\{ \begin{array}{l}
 1,7 \leq b_0 \leq 2,1 \\
 16,181 \leq 5b_0 + b_1 \leq 19,971 \\
 26,105 \leq 9b_0 + 2,197225b_1 \leq 31,902 \\
 28,332 \leq 10b_0 + 2,302585b_1 \leq 34,634 \\
 37,14 \leq 14b_0 + 2,639057b_1 \leq 45,379 \\
 41,211 \leq 16b_0 + 2,772589b_1 \leq 50,384 \\
 47,492 \leq 19b_0 + 2,944439b_1 \leq 58,037 \\
 55,471 \leq 23b_0 + 3,135494b_1 \leq 67,806 \\
 65,313 \leq 28b_0 + 3,332205b_1 \leq 79,845 \\
 67,282 \leq 29b_0 + 3,367296b_1 \leq 82,25 \\
 73,294 \leq 32b_0 + 3,465736b_1 \leq 89,559 \\
 75,058 \leq 33b_0 + 3,496508b_1 \leq 91,755 \\
 78,901 \leq 35b_0 + 3,555348b_1 \leq 96,456 \\
 82,855 \leq 37b_0 + 3,610918b_1 \leq 101,266 \\
 88,62 \leq 40b_0 + 3,688879b_1 \leq 108,309 \\
 92,353 \leq 42b_0 + 3,73767b_1 \leq 112,89 \\
 107,594 \leq 50b_0 + 3,912023b_1 \leq 131,506 \\
 120,705 \leq 57b_0 + 4,043051b_1 \leq 147,548 \\
 124,606 \leq 59b_0 + 4,077537b_1 \leq 152,283 \\
 126,429 \leq 60b_0 + 4,094345b_1 \leq 154,523
 \end{array} \right. \quad (3.9)$$

Пронумеруємо інтервальні рівняння у системі (3.9). Відповідно, інтервальне рівняння $1,7 \leq b_0 \leq 2,1$ позначимо номером 1, а інтервальне рівняння $126,429 \leq 60b_0 + 4,094345b_1 \leq 154,523$ – номером 20.

Повний комбінаторний перебір. Як було показано у розділі 1, повний комбінаторний перебір означає розв'язування задачі C_N^m . Наприклад, для двовимірного випадку ($m=2, N=6$) задамо простір значень функції мети для усіх можливих «насичених» блоків у вигляді табл. 3.2.

Таблиця 3.2 – Значення функції мети для усіх можливих «насичених» блоків у випадку ($m=2, N=6$).

| | | Номер другого рівняння «насиченого» блоку, n_2 | | | | | |
|--------------------------------------------------|-------|--------------------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| Номер першого рівняння «насиченого» блоку, n_1 | n_1 | | | | | | |
| | / | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| | n_2 | | | | | | |
| | 1 | ∞ | $\Delta_{\max}(\psi(1,2))$ | $\Delta_{\max}(\psi(1,3))$ | $\Delta_{\max}(\psi(1,4))$ | $\Delta_{\max}(\psi(1,5))$ | $\Delta_{\max}(\psi(1,6))$ |
| | 2 | | ∞ | $\Delta_{\max}(\psi(2,3))$ | $\Delta_{\max}(\psi(2,4))$ | $\Delta_{\max}(\psi(2,5))$ | $\Delta_{\max}(\psi(2,6))$ |
| | 3 | | | ∞ | $\Delta_{\max}(\psi(3,4))$ | $\Delta_{\max}(\psi(3,5))$ | $\Delta_{\max}(\psi(3,6))$ |
| | 4 | | | | ∞ | $\Delta_{\max}(\psi(4,5))$ | $\Delta_{\max}(\psi(4,6))$ |
| | 5 | | | | | ∞ | $\Delta_{\max}(\psi(5,6))$ |
| 6 | | | | | | ∞ | |

Зауважимо, що комбінаторний перебір усіх можливих «насичених» блоків є надзвичайно витратним з обчислювальної точки зору.

Згідно виразу (3.8) та табл. 3.1 обчислимо значення функції мети і внесемо їх у табл. 3.3 У табл. 3.3, n_1 означає номер першого інтервального рівняння у «насиченому» блоці, n_2 – номер другого інтервального рівняння. Як бачимо, функція мети є дискретною і має велику кількість локальних мінімумів.

Метод випадкового пошуку з лінійною тактикою. Такий метод побудований з допомогою двох операторів: випадкового кроку і повторення попереднього кроку [35, 107, 108]. Дія кожного із них може привести до одного з двох результатів: значення функції, що мінімізується або зменшиться, або залишиться без змін. В залежності від результату «вмикається» той чи інший оператор.

Таблиця 3.3 – Обчислені значення функції мети методом повного комбінаторного перебору

| $N_2 \backslash N_1$ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 |
|----------------------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| 1 | ∞ | 1399.76 | 1266.83 | 1236.04 | 1119.02 | 1063.33 | 982.46 | 878.56 | 753.61 | 729.16 | 656.76 | 632.92 | 585.63 | 538.85 | 469.54 | 423.87 | 244.88 | 288.97 | 308.99 | 319.36 |
| 2 | | ∞ | 1373.69 | 1062.73 | 532.93 | 418.15 | 309.99 | 223.88 | 159.63 | 150.08 | 125.8 | 118.89 | 106.47 | 95.64 | 81.75 | 73.75 | 48.94 | 33.51 | 29.83 | 28.57 |
| 3 | | | ∞ | 4323.17 | 785.58 | 539.26 | 357.19 | 237.86 | 160.62 | 149.9 | 123.46 | 116.14 | 103.23 | 92.2 | 78.36 | 70.56 | 47.04 | 32.94 | 29.65 | 28.09 |
| 4 | | | | ∞ | 952.7126 | 610.42 | 385.11 | 248.59 | 164.6 | 153.2 | 125.36 | 117.72 | 104.32 | 92.93 | 78.75 | 70.79 | 47.02 | 32.92 | 29.64 | 28.09 |
| 5 | | | | | ∞ | 1663.78 | 629.59 | 326.03 | 192.14 | 176.19 | 139.14 | 129.43 | 112.82 | 99.14 | 82.63 | 73.61 | 47.69 | 33.01 | 29.66 | 28.09 |
| 6 | | | | | | ∞ | 1007.68 | 402.37 | 215.05 | 195.02 | 150.11 | 138.7 | 119.54 | 104.08 | 85.78 | 75.95 | 48.35 | 33.12 | 29.69 | 28.09 |
| 7 | | | | | | | ∞ | 664.91 | 270.43 | 239.05 | 174.07 | 158.65 | 133.64 | 114.25 | 92.16 | 80.66 | 49.67 | 33.36 | 29.76 | 28.09 |
| 8 | | | | | | | | ∞ | 451.52 | 369.39 | 232.78 | 205.52 | 164.71 | 135.62 | 104.91 | 89.86 | 52.14 | 33.81 | 29.89 | 28.09 |
| 9 | | | | | | | | | ∞ | 2015.81 | 475.22 | 372.63 | 255.5 | 190.52 | 133.78 | 109.51 | 56.75 | 34.6 | 30.12 | 28.09 |
| 10 | | | | | | | | | | ∞ | 621.13 | 456.51 | 292.02 | 209.88 | 142.79 | 115.32 | 57.97 | 34.8 | 30.18 | 28.09 |
| 11 | | | | | | | | | | | ∞ | 1716.66 | 548.27 | 314.74 | 183.54 | 139.87 | 62.45 | 35.5 | 30.38 | 28.09 |
| 12 | | | | | | | | | | | | ∞ | 804.76 | 384.77 | 204.94 | 151.73 | 64.31 | 35.77 | 30.45 | 28.09 |
| 13 | | | | | | | | | | | | | ∞ | 735.2 | 273.54 | 185.69 | 68.8 | 36.4 | 30.63 | 28.09 |
| 14 | | | | | | | | | | | | | | ∞ | 433.78 | 246.91 | 74.68 | 37.16 | 30.84 | 28.09 |
| 15 | | | | | | | | | | | | | | | ∞ | 568.79 | 87.97 | 38.64 | 31.24 | 29.11 |
| 16 | | | | | | | | | | | | | | | | ∞ | 102.41 | 39.96 | 34.73 | 33.51 |
| 17 | | | | | | | | | | | | | | | | | ∞ | 93.34 | 75.27 | 68.95 |
| 18 | | | | | | | | | | | | | | | | | | ∞ | 379.33 | 256.89 |
| 19 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | ∞ | 795.47 |
| 20 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | ∞ |

Алгоритм випадкового пошуку з лінійною тактикою спирається на наступне очевидне припущення відносно об'єкта оптимізації: ймовірність вдалого кроку у напрямку, який був успішним на попередній ітерації, буде більшою, ніж ймовірність вдалого кроку вибраного випадковим чином. Лінійність тактики даної процедури полягає в імітації лінійної поведінки, тобто в прямому повторенні вдалого кроку (при тих самих умовах) [35, 107, 108].

Інтерпретуємо алгоритм методу випадкового пошуку для формування оптимального «насиченого» блоку в задачі оцінювання значень параметрів ІМСС. Проілюструємо алгоритм методу випадкового пошуку з лінійною тактикою для двовимірного випадку ($m=2, N=6$). Простір значень функції мети наведено у табл. 3.2.

Оберемо початковий «насичений» блок, наприклад, $\psi(2,3)$ (на рис. 3.4 означимо овалом). Визначимо для нього значення функції мети $\Delta_{\max}(\psi(2,3))$. Великою кроку вважатимемо різницю між номерами інтервальних рівнянь в «насиченому» блоці.

Наприклад, якщо початковий набір інтервальних рівнянь $(n_1; n_2)$, довжина кроку 1, то отримаємо такі напрямки: $(n_1 - 1; n_2)$, $(n_1 + 1; n_2)$, $(n_1; n_2 - 1)$, $(n_1; n_2 + 1)$. Оберемо випадковий напрямок, наприклад $(n_1; n_2 + 1)$. Тому наступним «насиченим» блоком для обчислень буде $\psi(2,4)$.

Визначимо значення функції мети $\Delta_{\max}(\psi(2,4))$. Перевіримо умову $\Delta_{\max}(\psi(2,4)) < \Delta_{\max}(\psi(2,3))$. Якщо вона виконується, то обчислення проводимо далі у тому ж напрямку. Припустимо, що $\Delta_{\max}(\psi(2,6)) < \Delta_{\max}(\psi(2,5))$. У такому випадку, відповідно до схеми алгоритму випадкового пошуку, необхідно змінити напрямок лінійної тактики. Наприклад, $(n_1 + 1; n_2)$. Наступним для обчислень буде «насичений» блок $\psi(3,5)$. Визначимо значення функції мети $\Delta_{\max}(\psi(3,5))$. Перевіримо умову $\Delta_{\max}(\psi(3,5)) < \Delta_{\max}(\psi(2,5))$. Якщо умова виконується, то напрямок вважаємо вдалим і відносно нього проводимо наступні обчислення. Наступні обчислення необхідно проводити по аналогії з попередніми кроками. На

рис. 3.4 розглянута вищеописана послідовність обчислень, реалізована в просторі номерів інтервальних рівнянь ІСЛАР.

| | | Номер другого рівняння «насиченого блоку», n_2 | | | | | |
|--------------------------------------------------|---|--------------------------------------------------|----------------------|----------------------|----------------------|----------------------|----------------------|
| | | i/i | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| Номер першого рівняння «насиченого блоку», n_1 | 1 | ∞ | $\Delta_{\max}(1,2)$ | $\Delta_{\max}(1,3)$ | $\Delta_{\max}(1,4)$ | $\Delta_{\max}(1,5)$ | $\Delta_{\max}(1,6)$ |
| | 2 | | ∞ | $\Delta_{\max}(2,3)$ | $\Delta_{\max}(2,4)$ | $\Delta_{\max}(2,5)$ | $\Delta_{\max}(2,6)$ |
| | 3 | | | ∞ | $\Delta_{\max}(3,4)$ | $\Delta_{\max}(3,5)$ | $\Delta_{\max}(3,6)$ |
| | 4 | | | | ∞ | $\Delta_{\max}(4,5)$ | $\Delta_{\max}(4,6)$ |
| | 5 | | | | | ∞ | $\Delta_{\max}(5,6)$ |
| | 6 | | | | | | ∞ |

Рисунок 3.4 – Ілюстрація стратегії випадкового пошуку з лінійною тактикою для вибору «насиченого» блоку з ІСЛАР (3.9)

Застосуємо алгоритм методу випадкового пошуку з лінійною тактикою для наведеного вище прикладу. На першому етапі обчислень обираємо «насичений» блок, наприклад, $\psi(7,13)$:

$$\begin{cases} 47,492 \leq 19b_0 + 2,944439b_1 \leq 58,037 \\ 78,901 \leq 35b_0 + 3,555348b_1 \leq 96,456 \end{cases} \quad (3.10)$$

Побудована для зазначеного «насиченого» блоку інтервальна модель характеризується значенням максимальної похибки прогнозування 133,64.

Згенеруємо випадковий напрямок – $(n_1 - 1; n_2)$. Таким чином, подальші обчислення проведемо для «насиченого» блоку $\psi(6,13)$. Інтервальна модель, побудована для зазначеного «насиченого» блоку, характеризується значенням максимальної похибки прогнозування рівне 119,54.

Згідно алгоритму методу випадкового пошуку з лінійною тактикою отримали зменшення значення функції мети, тому обраний напрямок вважаємо вдалим. На наступних ітераціях по чергово досліджуємо «насичені» блоки

$\psi(5,13)$, $\psi(4,13)$ та $\psi(3,13)$, $\psi(2,13)$, відповідно. Результати досліджень «насиченого» блоку $\psi(2,13)$ не задовольняють умовам методу. Тому, відповідно до алгоритму випадкового пошуку, відносно «насиченого» блоку $\psi(3,13)$ необхідно згенерувати новий напрямок лінійної тактики.

Згенеруємо випадковий напрямок – $(n_1 + 1; n_2)$ і дослідимо «насичений» блок $\psi(3,14)$. Отримаємо значення функції мети $\Delta_{\max}(\psi(3,14)) = 92,2$. Перевіримо умову $\Delta_{\max}(\psi(3,14)) < \Delta_{\max}(\psi(3,13))$. Вона виконується, тому обраний напрямок вважатимемо вдалим. По аналогії із попередніми кроками дослідимо почергово «насичені» блоки $\psi(3,15)$, $\psi(3,16)$, $\psi(3,17)$, $\psi(3,18)$, $\psi(3,19)$ та $\psi(3,20)$, відповідно.

«Насичений» блок $\psi(3,20)$, що характеризується значенням рівним 28,09 максимальної похибки прогнозування, вважатимемо оптимальним «насиченим» блоком із набору, бо значення функції для цього блоку – мінімальне з максимальних у цьому наборі. Схему обчислень на основі фрагменту табл. 3.3 із відповідними позначеннями відображено на рис. 3.5.

| $N_2 \backslash N_1$ | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 |
|----------------------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| 1 | 632.92 | 585.63 | 538.85 | 469.54 | 423.87 | 244.88 | 288.97 | 308.99 | 319.36 |
| 2 | 118.89 | 106.47 | 95.64 | 81.75 | 73.75 | 48.94 | 33.51 | 29.83 | 28.57 |
| 3 | 116.14 | 103.23 | 92.2 | 78.36 | 70.56 | 47.04 | 32.94 | 29.65 | 28.09 |
| 4 | 117.72 | 104.32 | 92.93 | 78.75 | 70.79 | 47.02 | 32.92 | 29.64 | 28.09 |
| 5 | 129.43 | 112.82 | 99.14 | 82.63 | 73.61 | 47.69 | 33.01 | 29.66 | 28.09 |
| 6 | 138.7 | 119.54 | 104.08 | 85.78 | 75.95 | 48.35 | 33.12 | 29.69 | 28.09 |
| 7 | 158.65 | 133.64 | 114.25 | 92.16 | 80.66 | 49.67 | 33.36 | 29.76 | 28.09 |
| 8 | 205.52 | 164.71 | 135.62 | 104.91 | 89.86 | 52.14 | 33.81 | 29.89 | 28.09 |

Рисунок 3.5 – Схема обчислень мінімального значення функції мети за методом випадкового пошуку з лінійною тактикою на основі фрагменту табл. 3.3

Метод випадкового пошуку по найкращій спробі. Такий метод ґрунтується на двох основних поняттях – напрямку обчислень та кроку [35, 107, 108].

Спочатку обираємо величину кроку, і знаходимо значення функції мети для всіх можливих напрямків. Серед них обираємо вектор-стрічку \vec{x}_i матриці X , значення функції мети для якої – мінімальне. Далі, відносно цієї вектор-стрічки, проводимо обчислення у всіх напрямках, відповідно до величини обраного кроку. По аналогії з попередніми ітераціями, серед знайдених значень функції мети обираємо мінімальне.

Інтерпретуємо алгоритм методу випадкового пошуку по найкращій спробі для формування оптимального «насиченого» блоку в задачі оцінювання множини параметрів ІМСС.

Проілюструємо алгоритм методу випадкового пошуку по найкращій спробі для двовимірного випадку з табл. 3.2. Обираємо початковий «насичений» блок, наприклад, $\psi(2,4)$ (на рис. 3.6 означимо овалом). Визначимо для нього значення функції мети $\Delta_{\max}(\psi(2,4))$. Як зазначалося вище, величиною кроку вважатимемо різницю між номерами інтервальних рівнянь у «насиченому» блоці.

Наприклад, якщо початковий набір інтервальних рівнянь $(n_1; n_2)$, довжина кроку рівна 1, то отримаємо такі напрямки: $(n_1 - 1; n_2)$, $(n_1 + 1; n_2)$, $(n_1; n_2 - 1)$, $(n_1; n_2 + 1)$. Якщо довжина кроку рівна 1, то на основі значень табл. 3.2, для обчислень обираємо «насичені» блоки: $\psi(2,3)$, $\psi(1,4)$, $\psi(2,5)$, $\psi(3,4)$ (на рис. 3.6 означимо овалами із штриховими контурами).

Визначимо значення функції мети для цих блоків – $\Delta_{\max}(\psi(2,3))$, $\Delta_{\max}(\psi(1,4))$, $\Delta_{\max}(\psi(2,5))$, $\Delta_{\max}(\psi(3,4))$. Визначимо серед них мінімальне, наприклад, $\Delta_{\max}(\psi(2,5))$. Відповідно, надалі обчислення продовжимо для «насиченого» блоку $\psi(2,5)$. Аналогічно з попереднім кроком, визначимо значення функції мети для блоків $\Delta_{\max}(\psi(1,5))$, $\Delta_{\max}(\psi(3,5))$, $\Delta_{\max}(\psi(2,6))$. Визначимо серед

них мінімальне, наприклад, для «насиченого» блоку $\psi(3,5)$. Подальші обчислення проводимо по аналогії з попередніми кроками.

На рис. 3.6 розглянута вищеописана послідовність обчислень, реалізована в просторі номерів інтервальних рівнянь ІСЛАР.

| | | Номер другого рівняння «насиченого блоку», n_2 | | | | | |
|--------------------------------------------------|---|--------------------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| | | i/j | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| Номер першого рівняння «насиченого блоку», n_1 | 1 | ∞ | $\Delta_{\max}(\psi(1,2))$ | $\Delta_{\max}(\psi(1,3))$ | $\Delta_{\max}(\psi(1,4))$ | $\Delta_{\max}(\psi(1,5))$ | $\Delta_{\max}(\psi(1,6))$ |
| | 2 | | ∞ | $\Delta_{\max}(\psi(2,3))$ | $\Delta_{\max}(\psi(2,4))$ | $\Delta_{\max}(\psi(2,5))$ | $\Delta_{\max}(\psi(2,6))$ |
| | 3 | | | ∞ | $\Delta_{\max}(\psi(3,4))$ | $\Delta_{\max}(\psi(3,5))$ | $\Delta_{\max}(\psi(3,6))$ |
| | 4 | | | | ∞ | $\Delta_{\max}(\psi(4,5))$ | $\Delta_{\max}(\psi(4,6))$ |
| | 5 | | | | | ∞ | $\Delta_{\max}(\psi(5,6))$ |
| | 6 | | | | | | ∞ |

Рисунок 3.6 – Ілюстрація стратегії випадкового пошуку по найкращій спробі

Застосуємо алгоритм методу випадкового пошуку по найкращій спробі для розглянутого вище прикладу із ІСЛАР (3.9). На першому етапі обчислень обираємо, наприклад, «насичений» блок $\psi(7,13)$, тобто 7-ме та 13-те інтервальні рівняння (3.11). Визначаємо, що значення максимальної похибки прогнозування для цього блоку рівне 133,64. Встановимо величину кроку рівною 1. Визначаємо усі можливі напрямки обчислень для запропонованого двовимірному випадку – $(n_1 - 1; n_2)$, $(n_1 + 1; n_2)$, $(n_1; n_2 - 1)$, $(n_1; n_2 + 1)$.

Тому, відносно обраного спочатку «насиченого» блоку $\psi(7,13)$ аналізуємо значення функції мети для таких «насичених» блоків: $\psi(7,12)$, $\psi(7,14)$, $\psi(6,13)$, $\psi(8,13)$. Значення максимальних похибок прогнозування рівні, відповідно:

$$\Delta_{\max}(\psi(7,12)) = 158,65; \quad \Delta_{\max}(\psi(7,14)) = 114,25; \quad \Delta_{\max}(\psi(6,13)) = 119,54;$$

$$\Delta_{\max}(\psi(8,13)) = 164,71. \quad \text{Визначимо, що мінімальне значення максимальної}$$

похибки серед заданого набору – для «насиченого» блоку $\psi(8,13)$. Тому, на наступній ітерації обчислення проводимо відносно цього блоку, не змінюючи величини кроку та напрямків.

Таким чином, реалізуючи алгоритм методу випадкового пошуку по найкращій спробі, отримали послідовне зменшення значення функції мети на кожній ітерації і знаходження локального екстремуму для «насиченого» блоку $\psi(7,20)$, значення максимальної похибки для якого – 28,09. Схему обчислень, на основі фрагменту табл. 3.3, із відповідними позначеннями, відображено на рис. 3.7.

| $N_2 \backslash N_1$ | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 |
|----------------------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| 1 | 632.92 | 585.63 | 538.85 | 469.54 | 423.87 | 244.88 | 288.97 | 308.99 | 319.36 |
| 2 | 118.89 | 106.47 | 95.64 | 81.75 | 73.75 | 48.94 | 33.51 | 29.83 | 28.57 |
| 3 | 116.14 | 103.23 | 92.2 | 78.36 | 70.56 | 47.04 | 32.94 | 29.65 | 28.09 |
| 4 | 117.72 | 104.32 | 92.93 | 78.75 | 70.79 | 47.02 | 32.92 | 29.64 | 28.09 |
| 5 | 129.43 | 112.82 | 99.14 | 82.63 | 73.61 | 47.69 | 33.01 | 29.66 | 28.09 |
| 6 | 138.7 | 119.54 | 104.08 | 85.78 | 75.95 | 48.35 | 33.12 | 29.69 | 28.09 |
| 7 | 158.65 | 133.64 | 114.25 | 92.16 | 80.66 | 49.67 | 33.36 | 29.76 | 28.09 |
| 8 | 205.52 | 164.71 | 135.62 | 104.91 | 89.86 | 52.14 | 33.81 | 29.89 | 28.09 |

Рисунок 3.7 – Схема обчислень мінімального значення функції мети за методом випадкового пошуку по найкращій спробі на основі фрагменту табл. 3.3

Застосуємо для розв'язування ІСЛАР (3.9) новий метод оцінювання множини значень параметрів ІМСС на основі ітераційної обчислювальної схеми оптимального насиченого планування експерименту.

На першому кроці алгоритму реалізації методу обираємо «насичений» блок $\psi(7,13)$ у вигляді (3.10), значення максимальної похибки прогнозування якого рівне 133,64, відповідно для вектора-стрічки \vec{x}_{20} (на рис. 3.8 виділено овалом).

На наступній ітерації алгоритму реалізації методу оцінювання множини значень параметрів інтервальних моделей статичних систем претендентами є «насичені» блоки $\psi(7,20)$ та $\psi(13,20)$, відповідно:

$$\begin{cases} 47,492 \leq 19b_0 + 2,944439b_1 \leq 58,037 \\ 126,429 \leq 60b_0 + 4,094345b_1 \leq 154,523 \end{cases} \quad (3.11)$$

$$\begin{cases} 78,901 \leq 35b_0 + 3,555348b_1 \leq 96,456 \\ 126,429 \leq 60b_0 + 4,094345b_1 \leq 154,523 \end{cases} \quad (3.12)$$

«Насичені» блоки (3.11) та (3.12) характеризуються значеннями максимальних похибок прогнозування, відповідно: 28,09 та 28,09. На рис. 3.8 ці значення максимальних похибок означено овалами.

Отже, оптимальним «насиченим» блоком рівноцінно можна вважати ІСЛАР (3.11) та (3.12), які забезпечують значення мінімуму максимальної похибки прогнозування, рівне 28,09.

Застосовуючи метод оцінювання множини значень параметрів ІМСС для вибору оптимального «насиченого» блоку, проведено всього 3 ітерації обернення матриці «насиченого» блоку.

У розглянутому прикладі із виразу (3.9) для однакових початкових умов, застосовуючи метод повного комбінаторного перебору для визначення набору базових інтервальних рівнянь, здійснено процедуру обернення матриці 190 разів; для методу випадкового пошуку з лінійною тактикою – 13 разів; для методу випадкового пошуку за найкращою спробою – 23 рази; а застосовуючи метод оцінювання множини значень параметрів ІМСС на основі ітераційної обчислювальної схеми оптимального насиченого планування експерименту – лише 3 рази.

| $N_2 \backslash N_1$ | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 |
|----------------------|----------|----------|----------|----------|--------|--------|--------|--------|--------|
| 1 | 632.92 | 585.63 | 538.85 | 469.54 | 423.87 | 244.88 | 288.97 | 308.99 | 319.36 |
| 2 | 118.89 | 106.47 | 95.64 | 81.75 | 73.75 | 48.94 | 33.51 | 29.83 | 28.57 |
| 3 | 116.14 | 103.23 | 92.2 | 78.36 | 70.56 | 47.04 | 32.94 | 29.65 | 28.09 |
| 4 | 117.72 | 104.32 | 92.93 | 78.75 | 70.79 | 47.02 | 32.92 | 29.64 | 28.09 |
| 5 | 129.43 | 112.82 | 99.14 | 82.63 | 73.61 | 47.69 | 33.01 | 29.66 | 28.09 |
| 6 | 138.7 | 119.54 | 104.08 | 85.78 | 75.95 | 48.35 | 33.12 | 29.69 | 28.09 |
| 7 | 158.65 | 133.64 | 114.25 | 92.16 | 80.66 | 49.67 | 33.36 | 29.76 | 28.09 |
| 8 | 205.52 | 164.71 | 135.62 | 104.91 | 89.86 | 52.14 | 33.81 | 29.89 | 28.09 |
| 9 | 372.63 | 255.5 | 190.52 | 133.78 | 109.51 | 56.75 | 34.6 | 30.12 | 28.09 |
| 10 | 456.51 | 292.02 | 209.88 | 142.79 | 115.32 | 57.97 | 34.8 | 30.18 | 28.09 |
| 11 | 1716.66 | 548.27 | 314.74 | 183.54 | 139.87 | 62.45 | 35.5 | 30.38 | 28.09 |
| 12 | ∞ | 804.76 | 384.77 | 204.94 | 151.73 | 64.31 | 35.77 | 30.45 | 28.09 |
| 13 | | ∞ | 735.2 | 273.54 | 185.69 | 68.8 | 36.4 | 30.63 | 28.09 |
| 14 | | | ∞ | 433.78 | 246.91 | 74.68 | 37.16 | 30.84 | 28.09 |
| 15 | | | | ∞ | 568.79 | 87.97 | 38.64 | 31.24 | 29.11 |

Рисунок 3.8 – Схема обчислень запропонованим методом на основі фрагменту табл. 3.3

Застосування запропонованого методу забезпечило зниження обчислювальної складності у порівнянні з відомими методами оцінювання як мінімум у 4 рази. Зокрема, порівняно з методом повного комбінаторного перебору – у 63 рази; методом випадкового пошуку з лінійною тактикою – у 4 рази; методом випадкового пошуку по найкращій спробі – у майже 8 разів.

Відзначимо, що розглянута задача має малу розмірність. Проте, як показали експерименти на основі комп'ютерного моделювання, які було проведено для більше 50 прикладів, зі зростанням розмірності досліджуваної задачі, ефективність запропонованого методу як відношення кількості операцій обертання матриці «насичених» блоків у відомих методах до цієї кількості операцій у запропонованому методі, лише підвищувалася.

3.3 Обчислювальна складність параметричної ідентифікації

Визначальною складовою обчислювальної складності методу параметричної ідентифікації [19, 23, 36, 55, 61, 63] є процедура оцінювання множини значень параметрів ІМСС за ітераційною схемою оптимального насиченого планування експерименту, яку досліджено на основі показника кількості операцій обчислення оберненої матриці F_m «насичених» блоків.

Проте, редукція ІСЛАР також вимагає певних обчислювальних витрат [12,61]. Як і у випадку аналізу складності методу оцінювання множини значень параметрів ІМСС, для загального випадку неможливо встановити аналітичний вираз для обчислювальної складності в цілому методу параметричної ідентифікації ІМСС. Тому його дослідження проводимо також методами комп'ютерного моделювання на конкретних прикладах з одночасним дослідженням впливу оптимальності оцінок множини значень параметрів ІМСС, які отримано на першому кроці, на обчислювальну складність параметричної ідентифікації в цілому.

Приклад 1. Проілюструємо зазначені дослідження на прикладі побудови інтервальної моделі статичної системи, залежність між вихідними та вхідною змінною представлено таким алгебричним рівнянням:

$$y(x_i) = b_0 + b_1 \cdot x_i. \quad (3.13)$$

Параметри моделі визначаємо із набору, згенерованих комп'ютерною програмою інтервальних даних. Нехай у виразі (3.13): $b_0=2$, $b_1=3$. Щоб отримати таблицю експериментальних даних проводимо імітаційний експеримент. При цьому встановлюємо, що похибка вимірювання $\Delta=\pm 10\%$, а $-\Delta_i \leq e_i \leq \Delta_i$. Результати імітаційного експерименту наведені у табл. 3.4.

Таблиця 3.4 – Таблиця зімітованих інтервальних даних

| i | x_i | $y_0(x_i)$ | e_i | $y_i^- = y_0(x) + e_i - \Delta$ | $y_i^+ = y_0(x) + e_i + \Delta$ |
|----|-------|------------|----------|---------------------------------|---------------------------------|
| 1 | 1 | 5 | -0,10000 | 4 | 5 |
| 2 | 4 | 14 | -0,06100 | 11,746 | 14,546 |
| 3 | 7 | 23 | 0,01700 | 21,091 | 25,691 |
| 4 | 8 | 26 | -0,03000 | 22,62 | 27,82 |
| 5 | 11 | 35 | 0,06500 | 33,775 | 40,775 |
| 6 | 15 | 47 | -0,06500 | 39,245 | 48,645 |
| 7 | 16 | 50 | 0,04200 | 47,1 | 57,1 |
| 8 | 17 | 53 | -0,03900 | 45,633 | 56,233 |
| 9 | 18 | 56 | -0,08200 | 45,808 | 57,008 |
| 10 | 21 | 65 | -0,07100 | 53,885 | 66,885 |
| 12 | 23 | 71 | -0,07600 | 58,504 | 72,704 |
| 13 | 26 | 80 | -0,09800 | 64,16 | 80,16 |
| 14 | 27 | 83 | 0,00633 | 75,22564 | 91,82564 |
| 15 | 28 | 86 | 0,02000 | 79,12 | 96,32 |
| 16 | 29 | 89 | -0,06700 | 74,137 | 91,937 |
| 17 | 31 | 95 | -0,00984 | 84,56492 | 103,5649 |
| 18 | 32 | 98 | -0,08900 | 79,478 | 99,078 |
| 19 | 33 | 101 | 0,05700 | 96,657 | 116,857 |
| 20 | 35 | 107 | 0,00398 | 96,72533 | 118,1253 |

На основі даних табл. 3.4 отримаємо інтервальну систему лінійних алгебричних рівнянь:

$$\left\{ \begin{array}{l}
 4 \leq b_0 + b_1 \leq 5 \\
 11,746 \leq b_0 + 4b_1 \leq 14,546 \\
 21,091 \leq b_0 + 7b_1 \leq 25,691 \\
 22,62 \leq b_0 + 8b_1 \leq 27,82 \\
 33,775 \leq b_0 + 11b_1 \leq 40,775 \\
 39,245 \leq b_0 + 15b_1 \leq 48,645 \\
 47,1 \leq b_0 + 16b_1 \leq 57,1 \\
 45,633 \leq b_0 + 17b_1 \leq 56,233 \\
 45,808 \leq b_0 + 18b_1 \leq 57,008 \\
 53,885 \leq b_0 + 21b_1 \leq 66,885 \\
 67,864 \leq b_0 + 22b_1 \leq 81,464 \\
 58,504 \leq b_0 + 23b_1 \leq 72,704 \\
 64,16 \leq b_0 + 26b_1 \leq 80,16 \\
 75,22564 \leq b_0 + 27b_1 \leq 91,82564 \\
 79,12 \leq b_0 + 28b_1 \leq 96,32 \\
 74,137 \leq b_0 + 29b_1 \leq 91,937 \\
 84,56492 \leq b_0 + 31b_1 \leq 103,5649 \\
 79,478 \leq b_0 + 32b_1 \leq 99,078 \\
 96,657 \leq b_0 + 33b_1 \leq 116,857 \\
 96,72533 \leq b_0 + 35b_1 \leq 118,1253
 \end{array} \right. \quad (3.14)$$

Реалізуємо для цієї системи метод оцінювання множини значень параметрів ІМСС. На першому кроці обираємо довільний «насичений» блок, наприклад у вигляді:

$$\left\{ \begin{array}{l}
 4 \leq b_0 + b_1 \leq 5 \\
 11,746 \leq b_0 + 4b_1 \leq 14,546
 \end{array} \right. \quad (3.15)$$

Значення максимальних похибок (ширини коридору прогнозування) інтервальними моделями, обчислені на основі ІСЛАР (3.15), відображено у табл. 3.5 та на рис. 3.9.

Таблиця 3.5 – Коридор інтервальних моделей (3.13) з оцінками параметрів, обчисленими з ІСЛАР (3.15).

| I | x_i | $y_0(x_i)$ | \hat{y}_i^- | \hat{y}_i^+ | $\Delta_{y(x_i)} = \hat{y}_i^+ - \hat{y}_i^-$ |
|----|-------|------------|---------------|---------------|-----------------------------------------------|
| 1 | 1 | 5 | 4 | 5 | 1,00 |
| 2 | 4 | 14 | 11,746 | 14,546 | 2,80 |
| 3 | 7 | 23 | 18,94771 | 24,63629 | 5,69 |
| 4 | 8 | 26 | 21,34 | 28,008 | 6,67 |
| 5 | 11 | 35 | 28,50971 | 38,13029 | 9,62 |
| 6 | 15 | 47 | 38,06231 | 51,63369 | 13,57 |
| 7 | 16 | 50 | 40,44989 | 55,01011 | 14,56 |
| 8 | 17 | 53 | 42,83733 | 58,38667 | 15,55 |
| 9 | 18 | 56 | 45,22465 | 61,76335 | 16,54 |
| 10 | 21 | 65 | 52,38608 | 71,89392 | 19,51 |
| 11 | 22 | 68 | 54,7731 | 75,2709 | 20,50 |
| 12 | 23 | 71 | 57,16006 | 78,64794 | 21,49 |
| 13 | 26 | 80 | 64,32071 | 88,77929 | 24,46 |
| 14 | 27 | 83 | 66,70753 | 92,15647 | 25,45 |
| 15 | 28 | 86 | 69,09432 | 95,53368 | 26,44 |
| 16 | 29 | 89 | 71,48109 | 98,91 | 27,43 |
| 17 | 31 | 95 | 76,25456 | 105,6654 | 29,41 |
| 18 | 32 | 98 | 78,64127 | 109,0427 | 30,40 |
| 19 | 33 | 101 | 81,02796 | 112,42 | 31,39 |
| 20 | 35 | 107 | 85,80131 | 119,1747 | 33,37 |

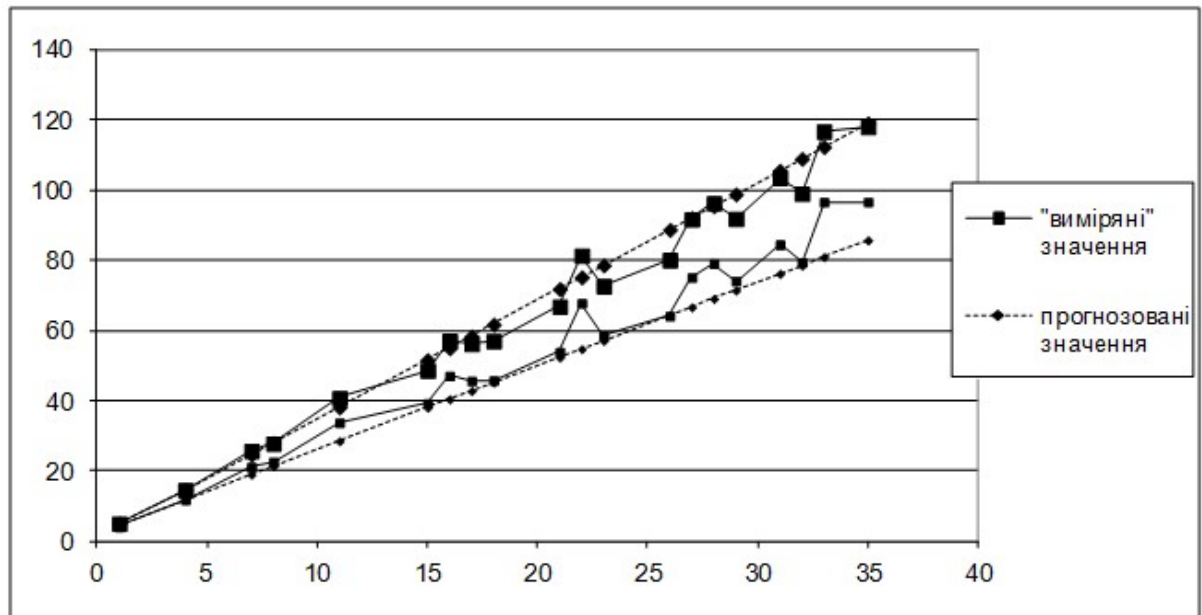


Рисунок 3.9 – Зіставлення коридору інтервальних моделей (табл. 3.4) з «експериментальними» даними табл. 3.6

Відповідно до алгоритму реалізації методу оцінювання множини значень параметрів ІМСС, визначаємо вектор-стрічку \bar{x}_i , для якого досягається максимальне значення похибки прогнозування інтервальних моделей на області вхідних змінних – \bar{x}_{20} . На другій ітерації поєднуємо інтервальні рівняння «насиченого» блоку (3.15) з цим інтервальним рівнянням. Отримуємо нові «насичені» блоки:

$$\begin{cases} 4 \leq b_0 + b_1 \leq 5 \\ 96,72533 \leq b_0 + 35b_1 \leq 118,1253 \end{cases} \quad (3.16)$$

$$\begin{cases} 11,746 \leq b_0 + 4b_1 \leq 14,546 \\ 96,72533 \leq b_0 + 35b_1 \leq 118,1253 \end{cases} \quad (3.17)$$

Будуємо коридор прогнозування інтервальними моделями для «насиченого» блоку (3.16) та (3.17), відповідно. Результати відображено на рис. 3.10-3.11

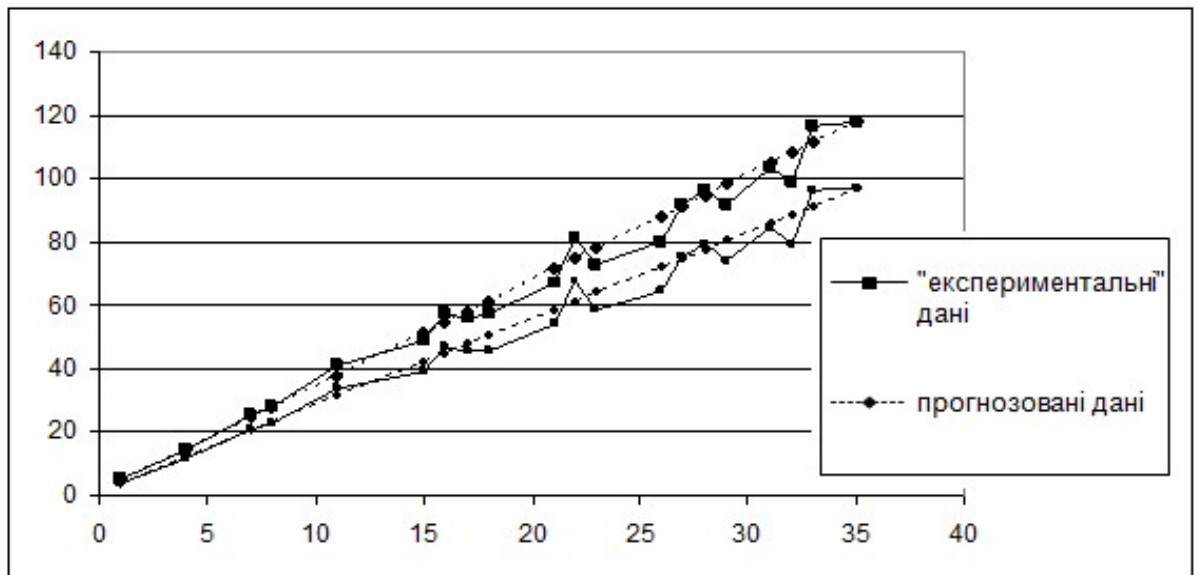


Рисунок 3.10 – Зіставлення коридору інтервальних моделей (табл.3.4) з «експериментальними» даними, отриманими на основі «насиченого» блоку(3.16)

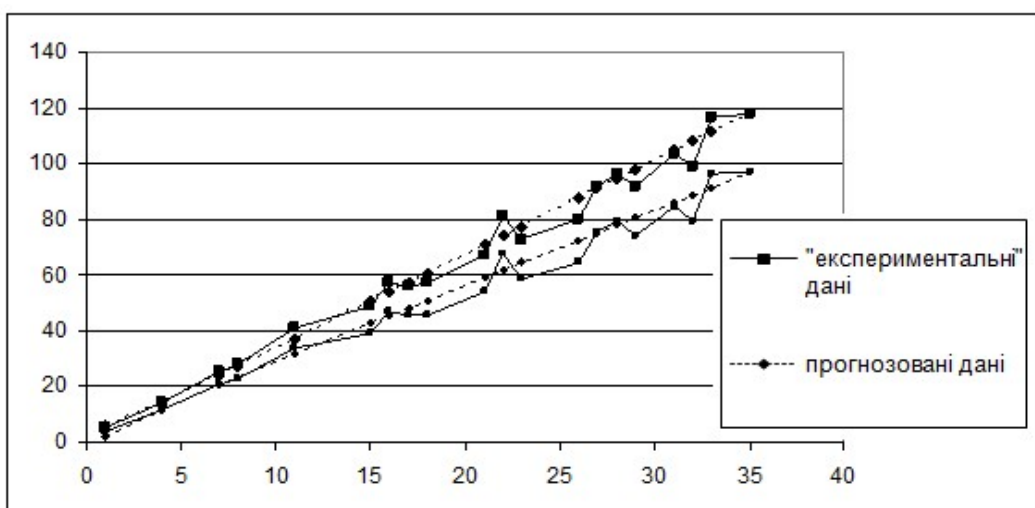


Рисунок 3.11 – Зіставлення коридору інтервальних моделей (табл.3.4) з «експериментальними» даними, отриманими на основі «насиченого» блоку (3.17)

Відповідно алгоритму реалізації методу оцінювання множини значень параметрів ІМСС, визначаємо оптимальний «насичений» блок. Для даного прикладу визначено два «насичених» блоки, для яких значення максимальної похибки прогнозування однакове.

Далі, відповідно до обчислювальної схеми методу параметричної ідентифікації ІМСС здійснюємо редукцію ІСЛАР (3.14).

Аналізуємо кількість результативних ітерацій редукції для обох «насичених» блоків, визначених методом оцінювання множини значень параметрів ІМСС.

Редукція ІСЛАР (3.14) відносно «насиченого» блоку (3.16) показала, що 5 ітерацій було результативними. Відносно «насиченого» блоку (3.17) в процесі редукції ІСЛАР (3.14) було 10 результативних ітерацій.

Зіставлення значень виміряного коридору із табл. 3.4 з «експериментальними» даними після редукції для вищеписаних випадків зображено на рис. 3.12-3.13.

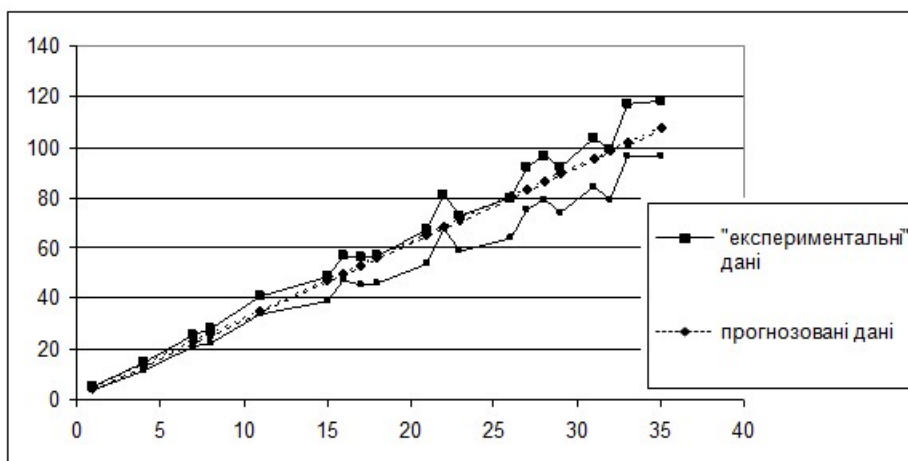


Рисунок 3.12 – Зіставлення коридору інтервальних моделей (табл.3.4) з «експериментальними» даними після алгоритму редукції на основі «насиченого» блоку (3.16)

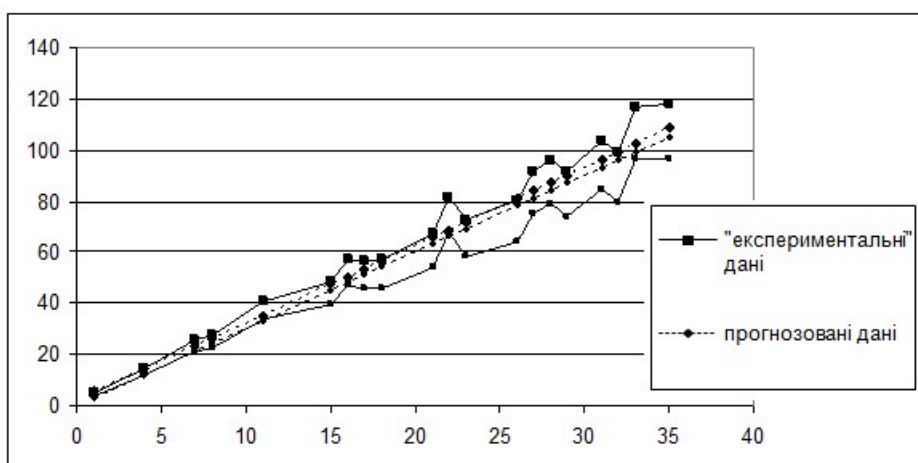


Рисунок 3.13 – Зіставлення коридору інтервальних моделей (табл.3.4) з «експериментальними» даними після редукції на основі «насиченого» блоку (3.17)

Приклад 2. Нехай задана квадратична модель у вигляді:

$$y(x_i) = b_0 + b_1 \cdot x_i + b_2 \cdot x_i^2, \quad (3.18)$$

та задано значення вхідної змінної (табл. 3.1).

Нехай у виразі (3.18): $b_0=1$, $b_1=-3$, $b_2=5$. Із використанням виразів (3.11), (3.12) проводимо імітаційний експеримент з метою отримання таблиці експериментальних даних. При цьому встановимо, що похибка вимірювання $\Delta = \pm 10\%$, а $-\Delta_i \leq e_i \leq \Delta_i$. Результати імітаційного експерименту наведені у табл. 3.6.

Таблиця 3.6 – Таблиця зімітованих інтервальних даних

| i | x_i | $y_0(x_i)$ | e_i | $y_i^- = y_0(x) + e_i - \Delta$ | $y_i^+ = y_0(x) + e_i + \Delta$ |
|----|-------|------------|----------|---------------------------------|---------------------------------|
| 1 | 1 | 3,00 | 0,075194 | 2,925582 | 3,525582 |
| 2 | 4 | 69,00 | 0,09118 | 68,39142 | 82,19142 |
| 3 | 7 | 225,00 | 0,007868 | 204,2703 | 249,2703 |
| 4 | 8 | 297,00 | -0,00759 | 265,0473 | 324,4473 |
| 5 | 11 | 573,00 | 0,072444 | 557,2104 | 671,8104 |
| 6 | 15 | 1081,00 | 0,05593 | 1033,362 | 1249,562 |
| 7 | 16 | 1233,00 | 0,099359 | 1232,21 | 1478,81 |
| 8 | 17 | 1395,00 | 0,022299 | 1286,607 | 1565,607 |
| 9 | 18 | 1567,00 | -0,04676 | 1337,032 | 1650,432 |
| 10 | 21 | 2143,00 | 0,068024 | 2074,475 | 2503,075 |
| 11 | 22 | 2355,00 | -0,02483 | 2061,028 | 2532,028 |
| 12 | 23 | 2577,00 | 0,035437 | 2410,621 | 2926,021 |
| 13 | 26 | 3303,00 | -0,0982 | 2648,223 | 3308,823 |
| 14 | 27 | 3565,00 | -0,04482 | 3048,706 | 3761,706 |
| 15 | 28 | 3837,00 | 0,017582 | 3520,762 | 4288,162 |
| 16 | 29 | 4119,00 | 0,067522 | 3985,223 | 4809,023 |
| 17 | 31 | 4713,00 | -0,00301 | 4227,495 | 5170,095 |
| 18 | 32 | 5025,00 | 0,048746 | 4767,449 | 5772,449 |
| 19 | 33 | 5347,00 | -0,00841 | 4767,358 | 5836,758 |
| 20 | 35 | 6021,00 | 0,048884 | 5713,231 | 6917,431 |

На основі даних табл. 3.6 та структури моделі (3.38) формуємо інтервальну систему лінійних алгебричних рівнянь:

$$\left\{ \begin{array}{l} 2,925582 \leq b_0 + b_1 + b_2 \leq 3,525582 \\ 68,39142 \leq b_0 + 4b_1 + 16b_2 \leq 82,19142 \\ 204,2703 \leq b_0 + 7b_1 + 49b_2 \leq 249,2703 \\ 265,0473 \leq b_0 + 8b_1 + 64b_2 \leq 324,4473 \\ 557,2104 \leq b_0 + 11b_1 + 121b_2 \leq 671,8104 \\ 1033,362 \leq b_0 + 15b_1 + 225b_2 \leq 1249,562 \\ 1232,21 \leq b_0 + 16b_1 + 256b_2 \leq 1478,81 \\ 1286,607 \leq b_0 + 17b_1 + 289b_2 \leq 1565,607 \\ 1337,032 \leq b_0 + 18b_1 + 324b_2 \leq 1650,432 \\ 2074,475 \leq b_0 + 21b_1 + 441b_2 \leq 2503,075 \\ 2061,028 \leq b_0 + 22b_1 + 484b_2 \leq 2532,028 \\ 2410,621 \leq b_0 + 23b_1 + 529b_2 \leq 2926,021 \\ 2648,223 \leq b_0 + 26b_1 + 676b_2 \leq 3308,823 \\ 3048,706 \leq b_0 + 27b_1 + 729b_2 \leq 3761,706 \\ 3520,762 \leq b_0 + 28b_1 + 784b_2 \leq 4288,162 \\ 3985,223 \leq b_0 + 29b_1 + 841b_2 \leq 4809,023 \\ 4227,495 \leq b_0 + 31b_1 + 961b_2 \leq 5170,095 \\ 4767,449 \leq b_0 + 32b_1 + 1024b_2 \leq 5772,449 \\ 4767,358 \leq b_0 + 33b_1 + 1089b_2 \leq 5836,758 \\ 5713,231 \leq b_0 + 35b_1 + 1225b_2 \leq 6917,431 \end{array} \right. \quad (3.19)$$

Реалізуємо для ІСЛАР (3.19) метод оцінювання значень параметрів ІМСС з ітераційною обчислювальною схемою оптимального планування насичених експериментів. На першому кроці алгоритму вибираємо довільний «насичений» блок, наприклад:

$$\left\{ \begin{array}{l} 2,925582 \leq b_0 + b_1 + b_2 \leq 3,525582 \\ 68,39142 \leq b_0 + 4b_1 + 16b_2 \leq 82,19142 \\ 204,2703 \leq b_0 + 7b_1 + 49b_2 \leq 249,2703 \end{array} \right. \quad (3.20)$$

Оцінюємо область розв'язків «насиченого» блоку (3.20) та будуємо коридор прогнозування інтервальних моделей. Отримані значення похибок прогнозування відображено у табл. 3.7.

Таблиця 3.7 – Коридор інтервальної моделі (3.18) з оцінками параметрів, обчисленими з ІСЛАР (3.20)

| I | x_i | $y_0(x_i)$ | \hat{y}_i^- | \hat{y}_i^+ | $\Delta_{y(x_i)} = \hat{y}_i^+ - \hat{y}_i^-$ |
|----|-------|------------|---------------|---------------|-----------------------------------------------|
| 1 | 1 | 3,00 | 2,925582 | 3,525582 | 0,60 |
| 2 | 4 | 69,00 | 68,39142 | 82,19142 | 13,80 |
| 3 | 7 | 225,00 | 204,2703 | 249,2703 | 45,00 |
| 4 | 8 | 297,00 | 259,5015 | 330,3197 | 70,82 |
| 5 | 11 | 573,00 | 459,554 | 644,9931 | 185,44 |
| 6 | 15 | 1081,00 | 808,1677 | 1229,743 | 421,58 |
| 7 | 16 | 1233,00 | 910,0151 | 1405,355 | 495,34 |
| 8 | 17 | 1395,00 | 1017,746 | 1592,731 | 574,98 |
| 9 | 18 | 1567,00 | 1131,363 | 1791,868 | 660,51 |
| 10 | 21 | 2143,00 | 1507,535 | 2459,843 | 952,31 |
| 11 | 22 | 2355,00 | 1644,702 | 2706,019 | 1061,32 |
| 12 | 23 | 2577,00 | 1787,757 | 2963,954 | 1176,20 |
| 13 | 26 | 3303,00 | 2252,259 | 3808,308 | 1556,05 |
| 14 | 27 | 3565,00 | 2418,873 | 4113,275 | 1694,40 |
| 15 | 28 | 3837,00 | 2591,376 | 4430 | 1838,62 |
| 16 | 29 | 4119,00 | 2769,769 | 4758,482 | 1988,71 |
| 17 | 31 | 4713,00 | 3144,225 | 5450,717 | 2306,49 |
| 18 | 32 | 5025,00 | 3340,288 | 5814,471 | 2474,18 |
| 19 | 33 | 5347,00 | 3542,241 | 6189,981 | 2647,74 |
| 20 | 35 | 6021,00 | 3963,819 | 6976,274 | 3012,45 |

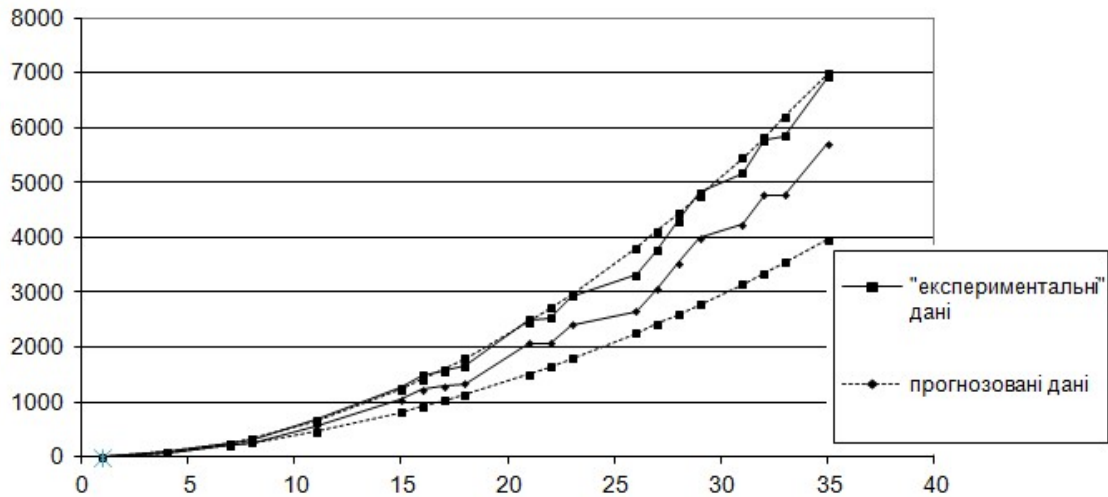


Рисунок 3.14 – Зіставлення коридору інтервальної моделі (3.18) з «експериментальними» даними табл. 3.6.

Згідно алгоритму метод оцінювання значень параметрів ІМСС з ітераційною обчислювальною схемою оптимального планування насичених експериментів, обираємо вектор-стрічку, де досягається максимальне значення похибки прогнозування інтервальних моделей – \bar{x}_i^{\max} ($i = 20$).

На наступній ітерації відповідно до кроку 4 алгоритму сормуємо «насичені» блоки та визначаємо для кожного із них максимальну похибку прогнозування за критерієм (2.12). Отримуємо такі «насичені» блоки:

- при заміні першого інтервального рівняння:

$$\begin{cases} 5713,231 \leq b_0 + 35b_1 + 1225b_2 \leq 6917,431 \\ 68,39142 \leq b_0 + 4b_1 + 16b_2 \leq 82,19142 \\ 204,2703 \leq b_0 + 7b_1 + 49b_2 \leq 249,2703 \end{cases} ; \quad (3.21)$$

- при заміні другого інтервального рівняння:

$$\begin{cases} 2,925582 \leq b_0 + b_1 + b_2 \leq 3,525582 \\ 5713,231 \leq b_0 + 35b_1 + 1225b_2 \leq 6917,431 ; \\ 204,2703 \leq b_0 + 7b_1 + 49b_2 \leq 249,2703 \end{cases} \quad (3.22)$$

- при заміні третього інтервального рівняння:

$$\begin{cases} 2,925582 \leq b_0 + b_1 + b_2 \leq 3,525582 \\ 68,39142 \leq b_0 + 4b_1 + 16b_2 \leq 82,19142 \\ 5713,231 \leq b_0 + 35b_1 + 1225b_2 \leq 6917,431 \end{cases} \quad (3.23)$$

Таблиця 3.8 – Коридор інтервальної моделі (3.18) з оцінками параметрів, обчисленими з ІСЛАР (3.21), (3.22) та (3.23).

| I | «Насичений» блок (3.21) | | | «Насичений» блок (3.22) | | | «Насичений» блок (3.23) | | |
|----|----------------------------|---------------|-------------------|----------------------------|---------------|-------------------|----------------------------|---------------|-------------------|
| | \hat{y}_i^- | \hat{y}_i^+ | $\Delta_{y(x_i)}$ | \hat{y}_i^- | \hat{y}_i^+ | $\Delta_{y(x_i)}$ | \hat{y}_i^- | \hat{y}_i^+ | $\Delta_{y(x_i)}$ |
| 1 | -12,88 | 54,39 | 67,27 | 2,93 | 3,53 | 0,6 | 2,93 | 3,53 | 0,6 |
| 2 | 68,39 | 82,19 | 13,8 | 53,61 | 81 | 27,39 | 68,39 | 82,19 | 13,8 |
| 3 | 204,27 | 249,27 | 45 | 204,27 | 249,27 | 45 | 225,05 | 257,37 | 32,32 |
| 4 | 269,68 | 327,94 | 58,26 | 275,43 | 326,82 | 51,39 | 296,09 | 338,64 | 42,55 |
| 5 | 530,01 | 629,07 | 99,05 | 546,89 | 628,69 | 81,81 | 564,64 | 652,19 | 87,55 |
| 6 | 1018,98 | 1190,32 | 171,34 | 1038,25 | 1198,55 | 160,3 | 1052,07 | 1232,86 | 180,8 |
| 7 | 1165,38 | 1360,34 | 194,97 | 1184,03 | 1371,08 | 187,05 | 1197,06 | 1407,02 | 210 |
| 8 | 1321,21 | 1542,47 | 221,26 | 1339,01 | 1555,6 | 216,59 | 1351,32 | 1592,78 | 241,46 |
| 9 | 1486,41 | 1736,76 | 250,34 | 1503,21 | 1752,1 | 248,88 | 1514,84 | 1790,13 | 275,28 |
| 10 | 2037,89 | 2393,03 | 355,14 | 2051,29 | 2413,32 | 362,03 | 2061,03 | 2451,7 | 390,67 |
| 11 | 2240,27 | 2636,32 | 396,06 | 2252,5 | 2657,6 | 405,1 | 2261,63 | 2695,4 | 433,76 |
| 12 | 2451,9 | 2891,9 | 440 | 2463,98 | 2913,81 | 450,83 | 2471,5 | 2950,67 | 479,17 |
| 13 | 3142,31 | 3732,38 | 590,07 | 3150,11 | 3753,96 | 603,85 | 3156,74 | 3786, | 629,27 |
| 14 | 3390,95 | 4037,12 | 646,17 | 3397,73 | 4057,84 | 660,11 | 3403,7 | 4087,61 | 683,92 |
| 15 | 3648,84 | 4354,16 | 705,32 | 3654,63 | 4373,63 | 718,99 | 3659,93 | 4400,81 | 740,87 |
| 16 | 3915,98 | 4683,48 | 767,5 | 3920,83 | 4701,32 | 780,49 | 3925,44 | 4725,58 | 800,14 |
| 17 | 4478,03 | 5378,99 | 900,96 | 4481,11 | 5392,42 | 911,31 | 4484,27 | 5409,87 | 925,6 |
| 18 | 4772,94 | 5745,18 | 972,23 | 4775,19 | 5755,82 | 980,63 | 4777,6 | 5769,39 | 991,8 |
| 19 | 5077,11 | 6123,65 | 1046,53 | 5078,57 | 6131,1 | 1052,55 | 5080,2 | 6140,5 | 1060,3 |
| 20 | 5713,23 | 6917,43 | 1204,2 | 5713,23 | 6917,43 | 1204,2 | 5713,23 | 6917,43 | 1204,2 |

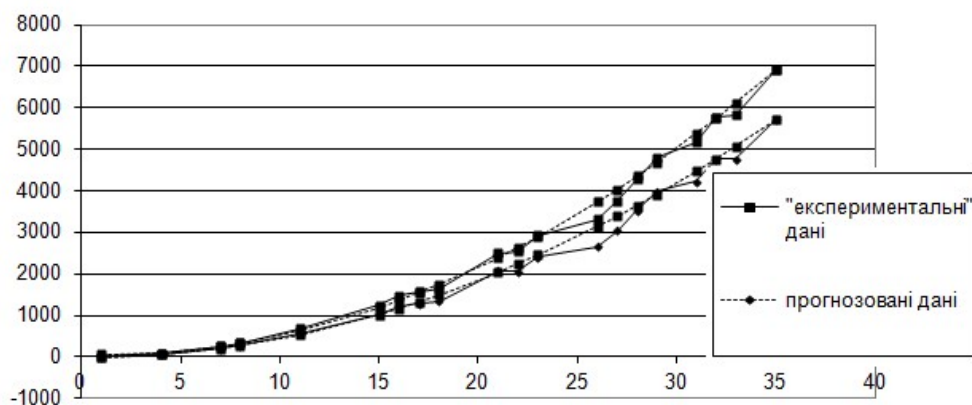


Рисунок 3.15 – Зіставлення коридору інтервальних моделей (3.18) з «експериментальними» даними табл. 3.7 («насичений» блок (3.21))

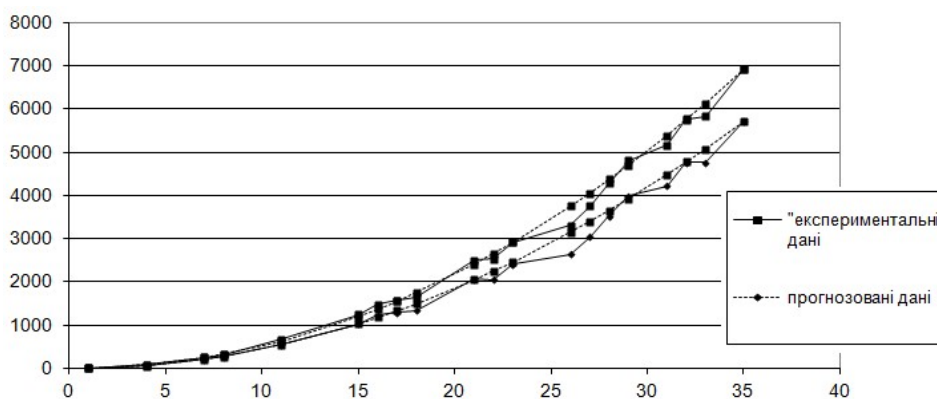


Рисунок 3.16 – Зіставлення коридору інтервальних моделей (3.18) з «експериментальними» даними табл. 3.7 («насичений» блок (3.22))

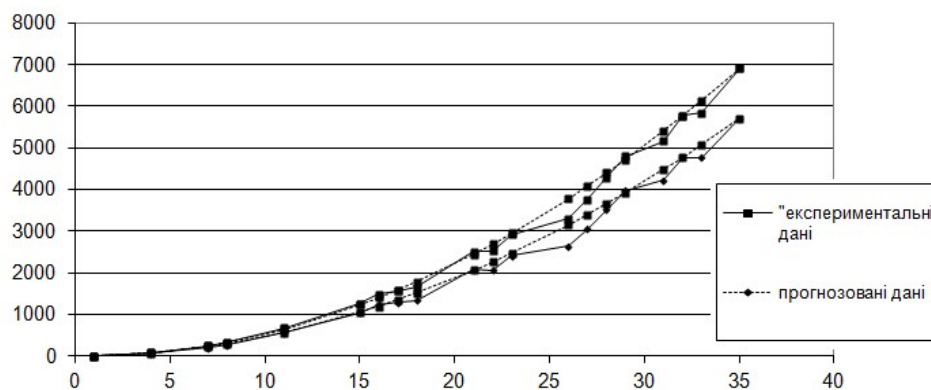


Рисунок 3.17 – Зіставлення коридору інтервальних моделей (3.18) з «експериментальними» даними табл. 3.7 («насичений» блок (3.23))

Відповідно до схеми алгоритму, серед «насичених» блоків (3.21), (3.22), (3.23) за критерієм (2.18) обираємо «оптимальний». Для моделі (3.18) такими оптимальними блоками є одночасно (3.21), (3.22) та (3.23), значення максимальної похибки прогнозування інтервальними моделями (ширини коридору прогнозування) для яких співпадають.

Враховуючи описані вище критерії ефективності, застосовуємо алгоритм редукції почергово для кожного із «оптимальних» «насичених» блоків. У ході обчислень виявляємо, що у випадку «насиченого» блоку (3.21) необхідно здійснити 3 результативних ітерацій, у випадку «насиченого» блоку (3.22) таких ітерацій 6, а для «насиченого» блоку (3.23) в ході редукції результативними є 6 ітерацій.

Прогнозовані значення ширини коридору прогнозування інтервальною моделлю (3.18) після застосування методу редукції для «насичених» блоків (3.21), (3.22) та (3.23), наведені на рис. 3.20-3.22.

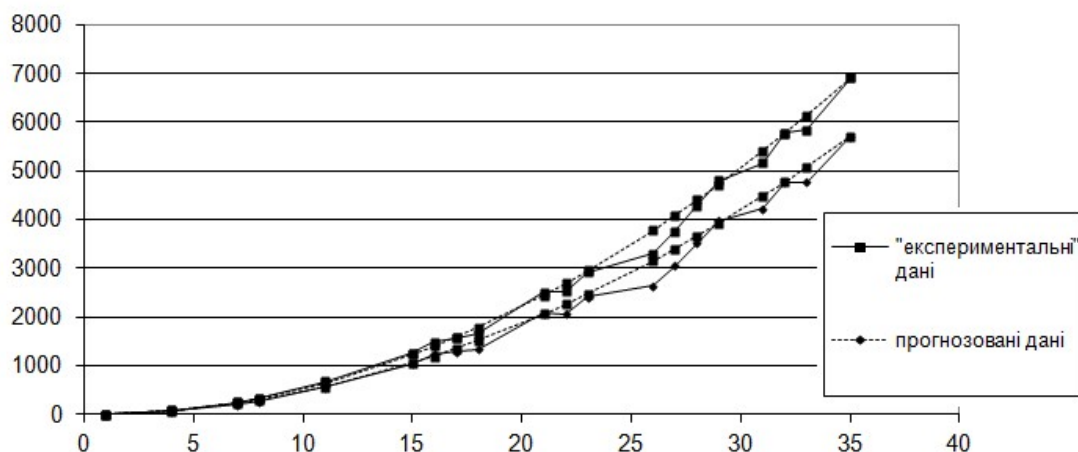


Рисунок 3.18 – Зіставлення коридору інтервальних моделей (3.18) з «експериментальними» даними табл. 3.7 («насичений» блок (3.21)), після застосування алгоритму редукції із методу параметричної ідентифікації ІМСС

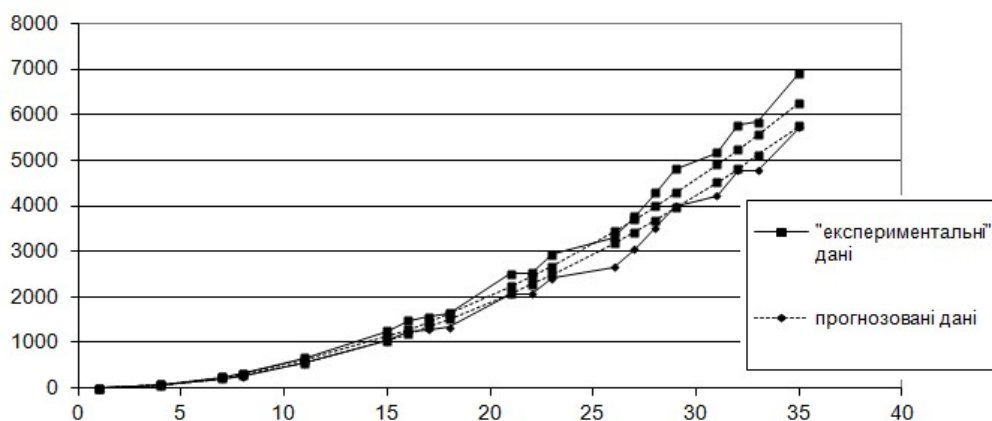


Рисунок 3.19 – Зіставлення коридору інтервальних моделей (3.18) з «експериментальними» даними табл. 3.7 («насичений» блок (3.22)), після після застосування алгоритму редукції із методу параметричної ідентифікації ІМСС .

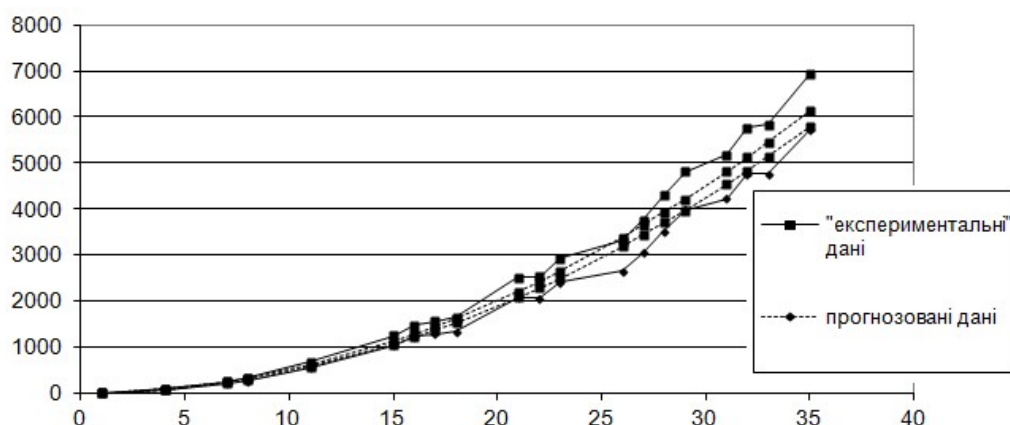


Рисунок 3.20 – Зіставлення коридору інтервальних моделей (3.18) з «експериментальними» даними табл. 3.7 («насичений» блок (3.23)) після після застосування алгоритму редукції із методу параметричної ідентифікації ІМСС.

Результати вищенаведених обчислень показують, що поєднання удосконаленого методу редукції ІСЛАР та нового розробленого методу еліпсоїдного оцінювання множини значень параметрів ІМСС забезпечило зменшення кількості результативних ітерацій редукції ІСЛАР від 1,8 до 5,6 разів.

Висновки до розділу 3

1. Встановлено, що в процесі реалізації відомого методу параметричної ідентифікації ІМСС може виникати випадок некоректних обчислень, коли інтервальна система лінійних алгебричних рівнянь є несумісною. Разом з тим, в обчислювальній схемі зазначених випадків не передбачено, що неодноразово призводило до непередбачуваних результатів його застосування.

2. Розроблено удосконалений метод параметричної ідентифікації ІМСС систем, який побудований на поєднанні удосконаленого методу редукції ІСЛАР та нового розробленого методу еліпсоїдного оцінювання множини значень параметрів ІМСС. На тестових прикладах показано, що таке поєднання зменшило кількість результативних ітерацій редукції ІСЛАР мінімум у 1,8 рази.

3. Проведено дослідження обчислювальної складності методу оцінювання множини значень параметрів ІМСС на основі ітераційної обчислювальної схеми оптимального насиченого планування експерименту методами комп'ютерного моделювання на конкретних прикладах з одночасним порівнянням з відомими методами: повного перебору та ряду методів випадкового пошуку. Показано, що запропонований метод для даного тестового прикладу переважає метод повного комбінаторного перебору – в 63 рази; метод випадкового пошуку з лінійною тактикою – у 4 рази; метод випадкового пошуку по найкращій спробі – в майже 8 разів.

4. Методами комп'ютерного моделювання на конкретних прикладах досліджено вплив оптимальності оцінок множини значень параметрів ІМСС, які отримано на першому кроці, на обчислювальну складність параметричної ідентифікації в цілому.

РОЗДІЛ 4.

ПРОГРАМНЕ ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ МЕТОДУ ПАРАМЕТРИЧНОЇ ІДЕНТИФІКАЦІЇ ТА ЙОГО ЗАСТОСУВАННЯ ДЛЯ ПОБУДОВИ ІНТЕРВАЛЬНИХ МОДЕЛЕЙ СТАТИЧНИХ СИСТЕМ

В ході досліджень спроектовано та розроблено програмну систему для реалізації методу параметричної ідентифікації ІМСС. Зокрема, спроектовано архітектуру програмної системи, її основні модулі, а також діаграми варіантів використання для користувачів системи. Для прикладу реалізації програмної системи обрано задачу параметричної ідентифікації інтервальної моделі характеристик малої гідроелектростанції, де вхідними змінними є реактивна потужність, напір води (різниця рівнів верхнього і нижнього б'єфів) та рівень води на гідропості, а вихідними – кількість генерованої електроенергії [61, 64, 73, 110, 115]. У іншому прикладі розглянуто задачу моделювання взаємозв'язку між інтенсивністю транспортних потоків та забрудненням приземистого шару атмосфери діоксидом азоту, який є основною складовою частиною вихлопних газів автотранспорту [61].

Матеріали цього розділу дисертаційної роботи опубліковані автором у працях [8-10, 56, 99].

4.1 Архітектура прикладної програмної системи

При побудові програмної системи (ПС), насамперед, формулюють вимоги до умов виконання її функцій та обробки даних [43, 103, 114]. Вимогами до ПС вважають властивості, якими повинна володіти ПС для реалізації функцій замовника. Виділяють функціональні та нефункціональні вимоги до системи. Функціональні вимоги визначають, що ПС повинна робити, а нефункціональні вимоги визначають, якою вона повинна бути.

Серед нефункціональних вимог до проектованої ПС виділяють, зокрема: коректність роботи, забезпечення залежності вихідних даних лише від сукупності

вхідних даних, а не від зовнішніх впливів; програмну надійність – система повинна бути стійкою до різноманітних впливів з боку користувача; зручний графічний інтерфейс введення початкових даних, якісну візуалізацію та високу швидкодію обчислень; малі затрати апаратних ресурсів; мобільність програмного продукту.

Традиційно, для узагальнення функціональних вимог використовують UML-діаграми (UML (Unified Modeling Language) — уніфікована мова моделювання), у яких вимоги визначаються й уточнюються через подання можливих варіантів використання ПС (Use Case), що трансформуються у проектні рішення і архітектуру системи [43, 114]. На рис. 4.1 зображено модель прецедентів ПС для моделювання статичних систем на основі аналізу інтервальних даних.

У залежності від компетентності користувача у системі виділено два рівні доступу до програми. Отже, користувач, який знайомий з особливостями математичного опису ПС, має можливість використовувати сервіси введення початкових даних та візуалізації результатів, а також сервіси, пов'язані із налаштуванням алгоритмів як обчислення області параметрів моделі так і формування структури моделі та її параметричної ідентифікації. Зокрема, вибір конфігурації початкового «насиченого» блоку, використання конструктора формування структури інтервальної моделі на основі базисних функцій.

Для користувача, який не знайомий з особливостями математичного опису розв'язування ІСЛАР та структурної і параметричної ідентифікації моделі запропоновано спрощений інтерфейс і обмежений набір сервісів. Зокрема, доступні функції введення інтервальних даних, візуалізації розв'язків та вибір структури із наявного у базі даних набору структур.

Функція «Завантаження файлу з вхідними інтервальними даними» є доступною для користувачів усіх рівнів доступу та забезпечує можливість завантаження .txt файлу з вхідними даними у заданому форматі.

Функція «Введення загального вигляду структури інтервальної моделі статичної системи» узагальнює підфункції «Введення точної структури

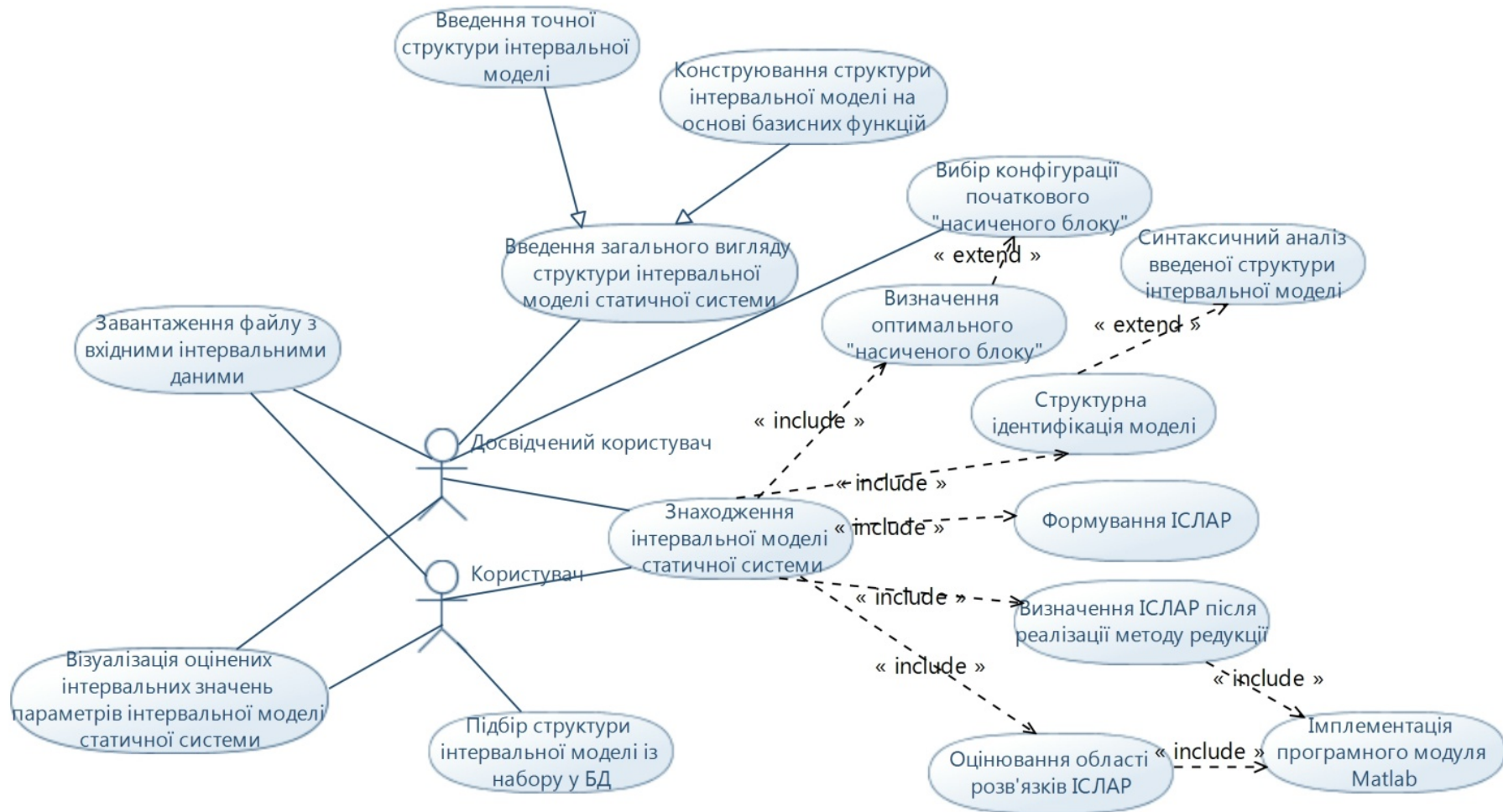


Рисунок 4.1 – Діаграма варіантів використання ПС оцінювання множини значень параметрів ІМСС за схемою оптимального планування експерименту

інтервальної моделі» та «Конструювання структури інтервальної моделі на основі базисних функцій». Така функція призначена для досвідченого користувача.

Підфункція «Введення точної структури інтервальної моделі» використовується у випадку, коли структура інтервальної моделі статичної системи відома досвідченому користувачу заздалегідь.

Реалізація підфункції «Конструювання структури інтервальної моделі на основі базисних функцій» передбачає, що досвідчений користувач, розуміючи природу модельованого процесу, може сконструювати структуру інтервальної моделі на основі набору базисних функцій.

Функція «Підбір структури інтервальної моделі із набору у БД» доступна лише для рівня доступу «користувач» і передбачає, що користувач не володіє знаннями про особливості структури досліджуваної системи, тому така структура автоматично формується із набору структур, збережених у базі даних.

Функція «Візуалізація оцінених інтервальних значень параметрів інтервальної моделі статичної системи» є доступною для користувачів усіх рівнів доступу і дозволяє графічно відобразити оцінки інтервальних значень параметрів статичної системи та вивести вигляд знайденої інтервальної моделі.

Функція «Знаходження інтервальної моделі статичної системи» включає підфункції «Структурна ідентифікація моделі», «Формування ІСЛАР», «Визначення ІСЛАР після реалізації методу редукції», «Оцінювання області розв'язків ІСЛАР» і «Визначення оптимального «насиченого» блоку».

Підфункція «Структурна ідентифікація моделі» реалізовує структурну ідентифікацію інтервальної моделі або на основі введеної структури, або реалізуючи підфункцію «Синтаксичний аналіз введеної структури інтервальної моделі».

Підфункція «Синтаксичний аналіз введеної структури інтервальної моделі» реалізовується із застосуванням складного механізму взаємодії вказівників на символи в стрічці та перетворення таких символів у відповідні змінні. Результатом опрацювання введеної в процесі реалізації підфункції «Введення

точної структури моделі» структури моделі у вигляді стрічки є структура, подана у зрозумілому для системи вигляді.

Підфункція «Формування ІСЛАР» є доступною для усіх користувачів і на основі опрацювання файлу вхідних даних та знайденої чи заданої структури інтервальної моделі формує інтервальну систему лінійних алгебричних рівнянь.

Підфункція «Пошук оптимального «насиченого» блоку» реалізовує новий метод оцінювання множини значень параметрів ІМСС на основі ітераційної обчислювальної процедури оптимального насиченого планування експерименту і є доступною для усіх рівнів користувачів. В межах цієї підфункції доступна також підфункція «Вибір конфігурації початкового «насиченого» блоку», в межах якої досвідчений користувач може задати номери відповідних інтервальних рівнянь із ІСЛАР, які утворюватимуть початковий «насичений» блок, необхідний для запуску процедури пошуку оптимального «насиченого» блоку.

Підфункція «Визначення ІСЛАР після реалізації методу редукції» забезпечує реалізацію методу редукції ІСЛАР на основі виділення «насиченого» блоку з врахуванням результатів реалізації методу оцінювання множини значень параметрів ІМСС на основі ітераційної обчислювальної процедури оптимального насиченого планування експерименту. У межах реалізації функції є підфункція «Імплементация програмного модуля Matlab».

Функція «Оцінювання області розв'язків ІСЛАР» дозволяє розв'язати ІСЛАР, визначену методом редукції та отримати інтервальні оцінки параметрів інтервальної моделі статичної системи. В межах реалізації функції передбачено підфункцію «Імплементация програмного модуля Matlab».

Підфункція «Імплементация програмного модуля Matlab» дозволяє підключити до програми модуль, реалізований у середовищі Matlab. У механізм реалізації такого модуля вбудовані алгоритми методу редукції ІСЛАР на основі виділення «насиченого» блоку та методу локалізації розв'язків ІСЛАР еліпсоїдом.

Проектування архітектури ПС, як відомо [17, 18], здійснюється шляхом розподілу функцій системи за окремими модулями, а також встановлення взаємозв'язку між цими модулями. Архітектуру ПС відображаємо в контексті

рівня представлення даних. В межах такого підходу архітектура ПС є тришаровою [17, 18].

Зауважимо, що існує відмінність між рівневою та шаровою архітектурою. Зокрема, рівень показує фізичний розподіл компонентів системи на сервері чи декількох серверах, а шар відображає логічний розподіл компонентів для рівня доступу до бази даних, рівня бізнес-логіки та рівня інтерфейсу користувача. Фактично, рівень – сукупність всіх фізичних компонентів.

В тришаровій архітектурі на найвищому рівні представлення (Presentation layer) відображають модулі, що відповідають за взаємодію між користувачем, системою і компонентами. На другому рівні бізнес-логіки (Business layer) реалізовується логіка роботи додатку. На нижньому рівні – рівні даних (Data layer) відбувається доступ до даних, які зберігаються системою, і до даних, доступ до яких надається іншими системами. На рівні управління даними виконуються всі операції з даними.

Тришарову архітектуру розробленої ПС представлено на рис. 4.2. Згідно наведеної архітектури, у ПС на рівні роботи з даними об'єднано модуль зчитування точної структури інтервальної моделі статичної системи (реалізовує функцію «Введення точної структури інтервальної моделі»), модуль опрацювання вхідних інтервальних даних (реалізовує функцію «Завантаження файлу з вхідними інтервальними даними»), модуль підбору структури інтервальної моделі (реалізовує функції «Конструювання структури інтервальної моделі на основі базисних функцій» та «Підбір структури інтервальної моделі із набору у БД», використовуючи набори готових структур та комбінації базисних функцій, що зберігаються у базі даних). База даних описана мовою SQL (Structured Query Language), з використанням СУБД MySQL.

На рівні бізнес-логіки об'єднано модуль синтаксичного аналізу введеної структури інтервальної моделі (реалізовує функцію «Синтаксичний аналіз введеної структури інтервальної моделі»), модуль формування ІСЛАР (реалізовує функції «Формування ІСЛАР», «Визначення ІСЛАР після реалізації методу

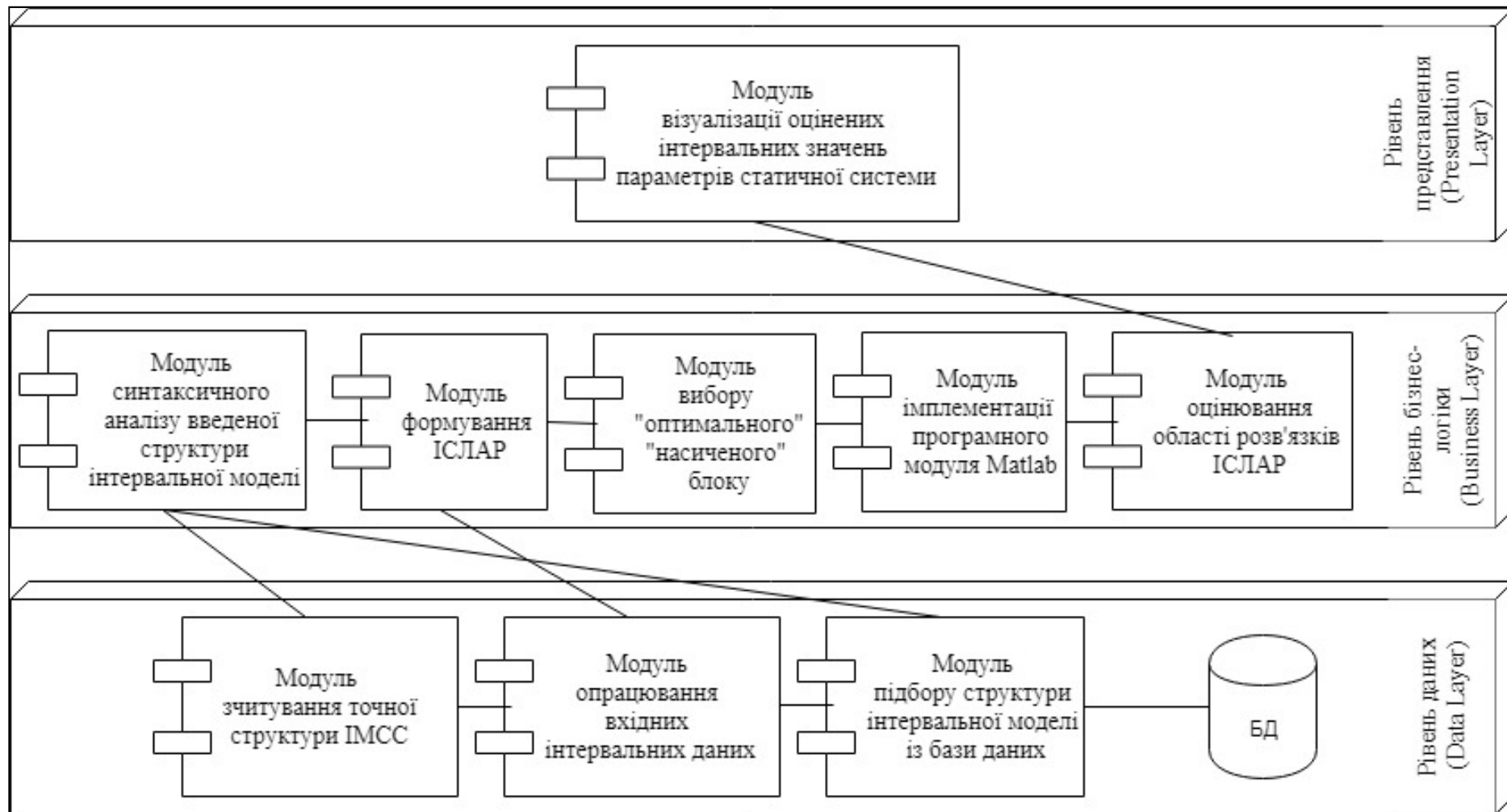


Рисунок 4.2 – Архітектура ПС оцінювання множини значень параметрів ІМСС за схемою оптимального планування експерименту

редукції)), модуль реалізації процедури вибору оптимального «насиченого» блоку (реалізовує функції «Вибір конфігурації початкового «насиченого» блоку», «Пошук оптимального «насиченого» блоку», «Визначення оптимального «насиченого» блоку»)), модуль імплементації програмного модуля Matlab (реалізовує функції «Структурна ідентифікація моделі» та «Імплементація програмного модуля Matlab»)), модуль оцінювання області розв'язків ІСЛАР (реалізовує функцію «Оцінювання області розв'язків ІСЛАР»). Розглянемо детальніше принцип роботи модуля «Імплементація програмного модуля Matlab». Така технологія дозволяє підключити до програми модуль, реалізований у середовищі Matlab. Відомо [53, 109, 123], що сучасні мови програмування, наприклад С#, дозволяють швидко розробити функціональні додатки, однак не містять вбудованих математичних бібліотек, що необхідні при розробці додатків для розв'язування складних науково-технічних задач, а сторонні математичні бібліотеки є дорогими. З іншого боку, інженерні пакети, наприклад, MathCAD чи Matlab, містять велику кількість вбудованих математичних бібліотек та функцій, але не включають засоби для створення зручного користувацького інтерфейсу. Тому існує ряд способів інтеграції мови програмування з інженерними пакетами. Наприклад, для середовища Matlab розроблено продукт Matlab Compiler, що дозволяє використовувати функціонал, створений у Matlab для розробки автономних додатків [3, 20, 28, 33]. Програми та бібліотеки, створені за допомогою Matlab Compiler використовують вільнопоширене виконуюче ядро Matlab Compiler Runtime (MCR). Це дозволяє запускати програми, що використовують Matlab-функції, без необхідності встановлення дорогої копії Matlab. У запропоновану в цьому розділі ПС за допомогою Matlab Compiler інплементовано модуль Matlab, що реалізовує, описані у попередніх розділах, метод параметричної ідентифікації ІМСС та метод еліпсоїдного оцінювання розв'язків ІСЛАР.

На рівні представлення даних у архітектурі запропонованої ПС знаходиться модуль візуалізації оцінених інтервальних значень параметрів статичної системи

(реалізовує описану вище функцію «Візуалізація оцінених інтервальних значень параметрів інтервальної моделі статичної системи»).

Для реалізації ПС було застосовано технологію .NET, мову програмування C# та використано інтегроване середовище розробки програмних продуктів Microsoft Visual Studio. C# є об'єктно-орієнтованою мовою програмування, що підтримує розробку програмних компонентів, кожен із яких має атрибути, що надають декларативні відомості про ці компоненти, а також вбудовані елементи документації. .NET — це платформа для розробки, що включає декілька основних функцій (наприклад, підтримку декількох мов програмування, моделі асинхронного і паралельного програмування та взаємодія на рівні машинного коду), завдяки яким на різних платформах доступна множина різноманітних сценаріїв.

4.2 Ідентифікація параметрів інтервальної моделі характеристик малої гідроелектростанції

Розвиток малої гідроенергетики є одним із напрямів можливого заощадження енергоресурсів. Зважаючи на потенціал гідроресурсів в Україні та країнах Карпатського регіону, актуальними постають задачі як відновлення роботи існуючих так і створення нових МГЕС. При цьому для дослідження та забезпечення максимальної ефективності використання гідроресурсів доцільно розробити моделі основних характеристик МГЕС, які б відображали залежність обсягів генерованої електроенергії від зовнішніх чинників, зокрема наявних гідроресурсів [64, 73, 110, 115]. Такі моделі переважно ґрунтуються на неточних даних, які доцільно представляти в інтервальному вигляді, а для їх побудови використовувати методи аналізу інтервальних даних. Одним із таких методів є удосконалений метод локалізації параметрів інтервальних моделей із виділенням «насиченого» блоку, описаний у розділі 3, який у порівнянні із іншими забезпечує вищу точність оцінок параметрів моделі і відповідно точність самої моделі.

Апробуємо запропонований метод та розроблену у попередньому підрозділі ПС на прикладі побудови інтервальної моделі прогнозування кількості електроенергії, потужності малої гідроелектростанції (МГЕС), «Топольки», що знаходиться на річці Стрипа у Буцацькому районі Тернопільської області [64].

Зовнішніми факторами впливу для МГЕС, які є узагальненими характеристиками гідротехнічних споруд, є система постачання гідроресурсів, що характеризується напором води (різницею рівнів верхнього і нижнього б'єфів) та рівнем води на гідропості, уверху по течії річки. Водночас, кількість генерованої електроенергії також визначається реактивною потужністю.

Залежність між кількістю генерованої електроенергії та зовнішніми факторами впливу представлено в такому вигляді [64]:

$$y(\vec{x}) = b_1 \cdot x_1 + b_2 \cdot x_1 x_3 + b_3 \cdot \sin(x_3) + b_4 \cdot x_1 \cdot x_2^2, \quad (4.1)$$

де $y(\vec{x})$ – згенерована електроенергія, x_1 – реактивна потужність, x_2 – напір на МГЕС, x_3 – рівень води на гідропості.

Експериментальні дані, отримані на МГЕС, представлено в інтервальному вигляді:

$$X = (x_{i1} \cdots x_{i3}); [\vec{Y}] = ([y_i^-; y_i^+]), i = 1, \dots, 30, \quad (4.2)$$

де X – матриця значень вхідних змінних, \vec{Y} – вектор інтервальних значень вихідної змінної.

Вихідні дані експериментальних досліджень, отримані на МГЕС, описані у табл. 4.1.

Отже, відповідно до експериментальних даних, сформуємо інтервальну систему із 30 лінійних алгебричних рівнянь, а формування «насиченого» блоку полягатиме у виборі чотирьох базових інтервальних рівнянь.

Таблиця 4.1 – Зведені дані про потужність та фактори впливу на її генерування у МГЕС

| № | Реактивна потужність, кВт | Напір, м | Рівень води на гідропості, м | Згенерована електроенергія, кВт |
|----------|---------------------------|----------|------------------------------|---------------------------------|
| <i>i</i> | | | | |
| 1 | 182,5 | 4,6 | 6,5 | [1087,2;1211,28] |
| 2 | 182,7 | 4,7 | 5,5 | [1069,08;1191,092] |
| 3 | 182,7 | 4,7 | 4,97 | [1069,08;1191,092] |
| 4 | 182,7 | 4,7 | 5,45 | [1087,2;1211,28] |
| 5 | 182,9 | 4,7 | 7,5 | [1069,08;1191,092] |
| 6 | 183 | 4,7 | 11,9 | [1087,2; 1211,28] |
| 7 | 183,1 | 4,7 | 12,5 | [1105,32;1231,468] |
| 8 | 183,1 | 4,7 | 9,8 | [1123,44;1251,656] |
| 9 | 183,1 | 4,55 | 10,4 | [1087,2;1211,28] |
| 10 | 183,1 | 4,6 | 13,7 | [1141,56;1271,844] |
| ... | ... | ... | ... | ... |
| 21 | 187,2 | 4,8 | 7,3 | [1105,32;1231,468] |
| 22 | 187,2 | 4,75 | 8,3 | [1087,2;1211,28] |
| 23 | 187,2 | 4,7 | 8,3 | [1069,08;1191,092] |
| 24 | 189,1 | 4,6 | 7,24 | [1050,96;1170,904] |
| 25 | 189,1 | 4,7 | 5,74 | [1105,32;1231,468] |
| 26 | 189,2 | 4,7 | 4,64 | [1014,72;1130,528] |
| 27 | 189,4 | 4,6 | 4,78 | [1032,84;1150,716] |
| 28 | 189,4 | 4,8 | 5,74 | [1105,32;1231,468] |
| 29 | 189,4 | 4,8 | 4,11 | [1014,72;1130,528] |
| 30 | 189,5 | 4,75 | 5,01 | [1105,32;1231,468] |

Інтервальна система лінійних алгебричних рівнянь, побудована на основі експериментальних даних має вигляд:

$$\left\{ \begin{array}{l}
 1087,2 \leq 182,5 \cdot b_1 + 1186,25 \cdot b_2 + 0,21512 \cdot b_3 + 3861,7 \cdot b_4 \leq 1211,28 \\
 1069,08 \leq 182,7 \cdot b_1 + 1004,84 \cdot b_2 - 0,70554 \cdot b_3 + 4035,843 \cdot b_4 \leq 1191,092 \\
 1069,08 \leq 182,7 \cdot b_1 + 908,019 \cdot b_2 - 0,967001 \cdot b_3 + 4035,843 \cdot b_4 \leq 1191,092 \\
 1087,2 \leq 182,7 \cdot b_1 + 995,715 \cdot b_2 - 0,74077 \cdot b_3 + 4035,843 \cdot b_4 \leq 1211,28 \\
 1069,08 \leq 182,9 \cdot b_1 + 1371,75 \cdot b_2 + 0,938 \cdot b_3 + 4040,261 \cdot b_4 \leq 1191,092 \\
 1087,2 \leq 183 \cdot b_1 + 2177,7 \cdot b_2 - 0,618137 \cdot b_3 + 4042,47 \cdot b_4 \leq 1211,28 \\
 1105,32 \leq 183,1 \cdot b_1 + 2288,75 \cdot b_2 - 0,066322 \cdot b_3 + 4044,679 \cdot b_4 \leq 1231,468 \\
 1123,44 \leq 183,1 \cdot b_1 + 1794,38 \cdot b_2 - 0,366479 \cdot b_3 + 4044,679 \cdot b_4 \leq 1251,656 \\
 1087,2 \leq 183,1 \cdot b_1 + 1904,24 \cdot b_2 - 0,827826 \cdot b_3 + 3790,62775 \cdot b_4 \leq 1211,28 \\
 1141,56 \leq 183,1 \cdot b_1 + 2508,47 \cdot b_2 + 0,905955 \cdot b_3 + 3874,396 \cdot b_4 \leq 1271,844 \\
 1159,68 \leq 184,6 \cdot b_1 + 2750,54 \cdot b_2 + 0,722881 \cdot b_3 + 4077,814 \cdot b_4 \leq 1292,032 \\
 1159,68 \leq 184,6 \cdot b_1 + 2584,4 \cdot b_2 + 0,990607 \cdot b_3 + 4077,814 \cdot b_4 \leq 1292,032 \\
 1159,68 \leq 184,6 \cdot b_1 + 2362,88 \cdot b_2 + 0,23151 \cdot b_3 + 4077,814 \cdot b_4 \leq 1292,032 \\
 1141,56 \leq 184,7 \cdot b_1 + 2308,75 \cdot b_2 - 0,066322 \cdot b_3 + 4080,023 \cdot b_4 \leq 1271,844 \\
 1159,68 \leq 184,8 \cdot b_1 + 2143,68 \cdot b_2 - 0,822829 \cdot b_3 + 4082,232 \cdot b_4 \leq 1292,032 \\
 1159,68 \leq 184,8 \cdot b_1 + 1921,92 \cdot b_2 - 0,827826 \cdot b_3 + 4082,232 \cdot b_4 \leq 1292,032 \\
 1177,8 \leq 184,8 \cdot b_1 + 1866,48 \cdot b_2 - 0,625071 \cdot b_3 + 4082,232 \cdot b_4 \leq 1312,22 \\
 1050,96 \leq 184,8 \cdot b_1 + 1349,04 \cdot b_2 + 0,850437 \cdot b_3 + 4082,232 \cdot b_4 \leq 1170,904 \\
 1087,2 \leq 187,2 \cdot b_1 + 1404 \cdot b_2 + 0,938 \cdot b_3 + 4135,248 \cdot b_4 \leq 1211,28 \\
 1105,32 \leq 187,2 \cdot b_1 + 1329,12 \cdot b_2 + 0,728969 \cdot b_3 + 4135,248 \cdot b_4 \leq 1231,468 \\
 1105,32 \leq 187,2 \cdot b_1 + 1366,56 \cdot b_2 + 0,850437 \cdot b_3 + 4313,088 \cdot b_4 \leq 1231,468 \\
 1087,2 \leq 187,2 \cdot b_1 + 1553,76 \cdot b_2 + 0,902172 \cdot b_3 + 4223,7 \cdot b_4 \leq 1211,28 \\
 1069,08 \leq 187,2 \cdot b_1 + 1553,76 \cdot b_2 + 0,902172 \cdot b_3 + 4135,248 \cdot b_4 \leq 1191,092 \\
 1050,96 \leq 189,1 \cdot b_1 + 1369,084 \cdot b_2 + 0,817361 \cdot b_3 + 4001,356 \cdot b_4 \leq 1170,904 \\
 1105,32 \leq 189,1 \cdot b_1 + 1085,434 \cdot b_2 - 0,516865 \cdot b_3 + 4177,219 \cdot b_4 \leq 1231,468 \\
 1014,72 \leq 189,2 \cdot b_1 + 877,888 \cdot b_2 - 0,997381 \cdot b_3 + 4179,428 \cdot b_4 \leq 1130,528 \\
 1032,84 \leq 189,4 \cdot b_1 + 905,332 \cdot b_2 - 0,997715 \cdot b_3 + 4007,704 \cdot b_4 \leq 1150,716 \\
 1105,32 \leq 189,4 \cdot b_1 + 1087,156 \cdot b_2 - 0,516865 \cdot b_3 + 4363,776 \cdot b_4 \leq 1231,468 \\
 1014,72 \leq 189,4 \cdot b_1 + 778,434 \cdot b_2 - 0,823984 \cdot b_3 + 4363,776 \cdot b_4 \leq 1130,528 \\
 1105,32 \leq 189,5 \cdot b_1 + 949,395 \cdot b_2 - 0,95604 \cdot b_3 + 4275,59375 \cdot b_4 \leq 1231,468
 \end{array} \right. \quad (4.3)$$

Тепер проілюструємо покроково метод оцінювання множини значень параметрів ІМСС за схемою оптимального планування експерименту для ІСЛАР (4.3).

Перша ітерація. На першому кроці обчислень виділимо з ІСЛАР (4.3) випадковий «насичений» блок, наприклад:

$$\begin{cases} 1087,2 \leq 182,5 \cdot b_1 + 1186,25 \cdot b_2 + 0,21512 \cdot b_3 + 3861,7 \cdot b_4 \leq 1211,28 \\ 1069,08 \leq 182,7 \cdot b_1 + 1004,84 \cdot b_2 - 0,70554 \cdot b_3 + 4035,843 \cdot b_4 \leq 1191,092 \\ 1069,08 \leq 182,7 \cdot b_1 + 908,019 \cdot b_2 - 0,967001 \cdot b_3 + 4035,843 \cdot b_4 \leq 1191,092 \\ 1087,2 \leq 182,7 \cdot b_1 + 995,715 \cdot b_2 - 0,74077 \cdot b_3 + 4035,843 \cdot b_4 \leq 1211,28 \end{cases} \quad (4.4)$$

На другому кроці оцінимо область розв'язків «насиченого» блоку (4.4) та побудуємо коридор прогнозування інтервальною моделлю (рис.4.3).

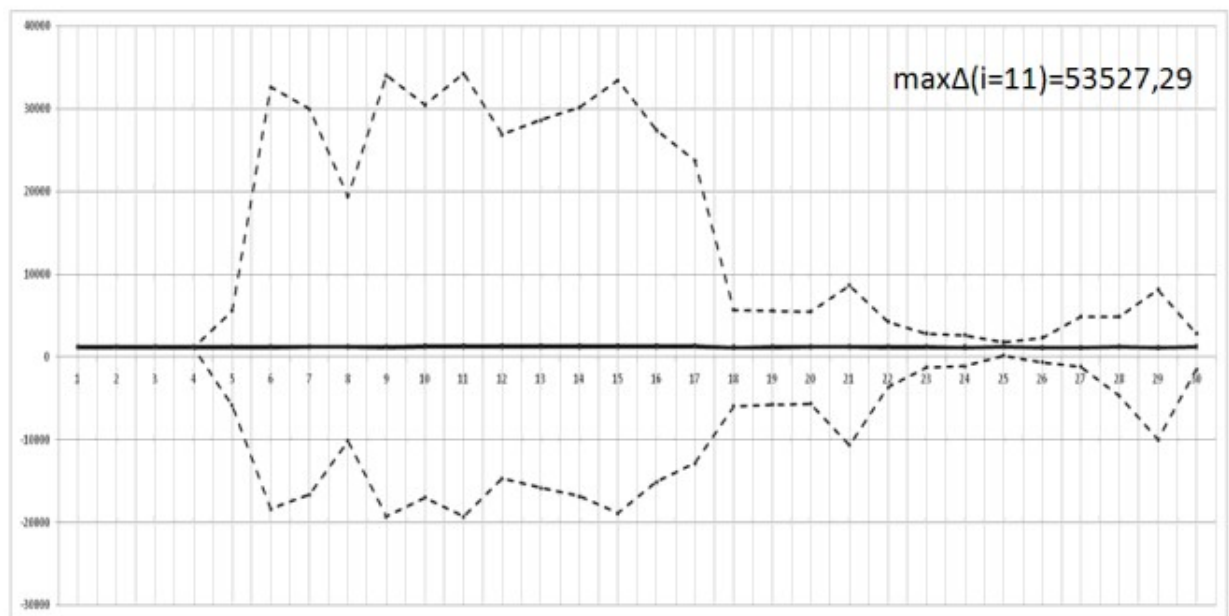


Рисунок 4.3 – Коридор інтервальних моделей (2..) для «насиченого» блоку (4.4)

На третьому кроці знаходимо вектор-стрічку, де досягається максимальне значення похибки прогнозування інтервальних моделей на області вхідних

змінних, заданих експериментальними даними. Як видно з рис. 4.3 та отриманих результатів $\Delta_{\max}(y) = 53527,29$ при \bar{x}_{11} .

На наступному кроці проводимо заміну кожного з m інтервальних рівнянь «насиченого» блоку (4.4) інтервальним рівнянням, визначеним для вектор-стрічки \bar{x}_{11} . Таким чином, отримуємо «насичені» блоки:

$$\left\{ \begin{array}{l} 1159,68 \leq 184,6 \cdot b_1 + 2750,54 \cdot b_2 + 0,722881 \cdot b_3 + 4077,814 \cdot b_4 \leq 1292,032 \\ 1069,08 \leq 182,7 \cdot b_1 + 1004,84 \cdot b_2 - 0,70554 \cdot b_3 + 4035,843 \cdot b_4 \leq 1191,092 \\ 1069,08 \leq 182,7 \cdot b_1 + 908,019 \cdot b_2 - 0,967001 \cdot b_3 + 4035,843 \cdot b_4 \leq 1191,092 \\ 1087,2 \leq 182,7 \cdot b_1 + 995,715 \cdot b_2 - 0,74077 \cdot b_3 + 4035,843 \cdot b_4 \leq 1211,28 \end{array} \right. , \quad (4.5)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 1087,2 \leq 182,5 \cdot b_1 + 1186,25 \cdot b_2 + 0,21512 \cdot b_3 + 3861,7 \cdot b_4 \leq 1211,28 \\ 1159,68 \leq 184,6 \cdot b_1 + 2750,54 \cdot b_2 + 0,722881 \cdot b_3 + 4077,814 \cdot b_4 \leq 1292,032 \\ 1069,08 \leq 182,7 \cdot b_1 + 908,019 \cdot b_2 - 0,967001 \cdot b_3 + 4035,843 \cdot b_4 \leq 1191,092 \\ 1087,2 \leq 182,7 \cdot b_1 + 995,715 \cdot b_2 - 0,74077 \cdot b_3 + 4035,843 \cdot b_4 \leq 1211,28 \end{array} \right. , \quad (4.6)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 1087,2 \leq 182,5 \cdot b_1 + 1186,25 \cdot b_2 + 0,21512 \cdot b_3 + 3861,7 \cdot b_4 \leq 1211,28 \\ 1069,08 \leq 182,7 \cdot b_1 + 1004,84 \cdot b_2 - 0,70554 \cdot b_3 + 4035,843 \cdot b_4 \leq 1191,092 \\ 1159,68 \leq 184,6 \cdot b_1 + 2750,54 \cdot b_2 + 0,722881 \cdot b_3 + 4077,814 \cdot b_4 \leq 1292,032 \\ 1087,2 \leq 182,7 \cdot b_1 + 995,715 \cdot b_2 - 0,74077 \cdot b_3 + 4035,843 \cdot b_4 \leq 1211,28 \end{array} \right. , \quad (4.7)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 1087,2 \leq 182,5 \cdot b_1 + 1186,25 \cdot b_2 + 0,21512 \cdot b_3 + 3861,7 \cdot b_4 \leq 1211,28a \\ 1069,08 \leq 182,7 \cdot b_1 + 1004,84 \cdot b_2 - 0,70554 \cdot b_3 + 4035,843 \cdot b_4 \leq 1191,092 \\ 1069,08 \leq 182,7 \cdot b_1 + 908,019 \cdot b_2 - 0,967001 \cdot b_3 + 4035,843 \cdot b_4 \leq 1191,092 \\ 1159,68 \leq 184,6 \cdot b_1 + 2750,54 \cdot b_2 + 0,722881 \cdot b_3 + 4077,814 \cdot b_4 \leq 1292,032 \end{array} \right. . \quad (4.8)$$

Побудуємо для «насичених» блоків (4.5)-(4.8) коридори прогнозування інтервальних моделей (рис. 4.4).

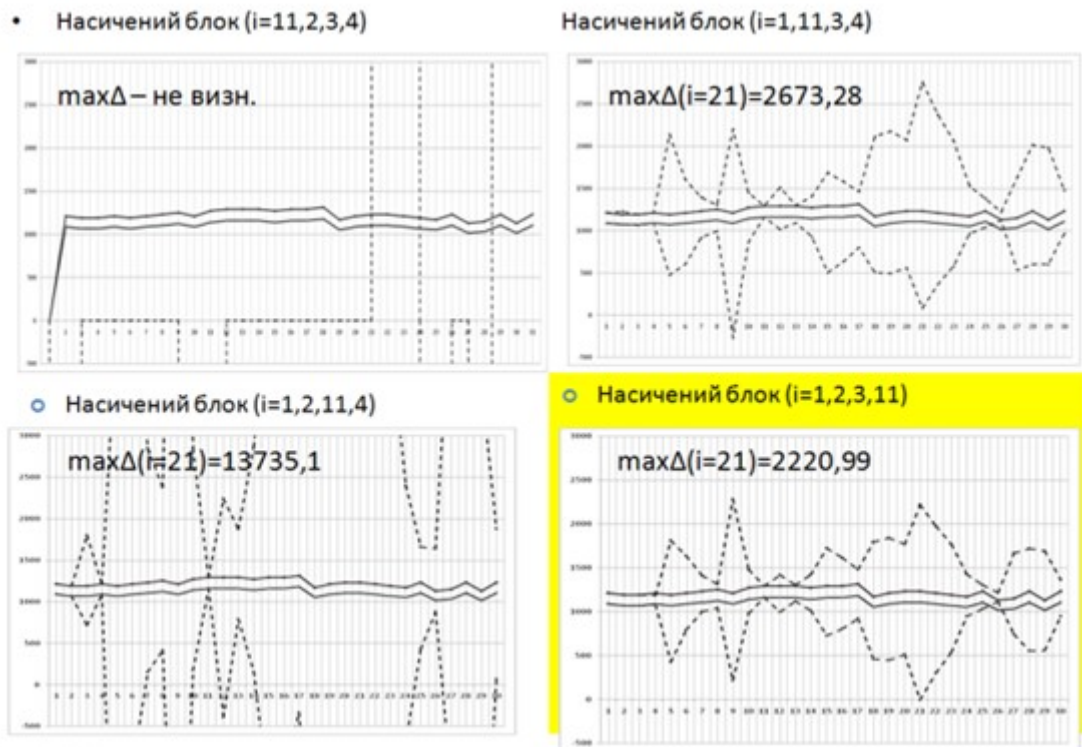


Рисунок 4.4 – Коридор прогнозування інтервальних моделей для «насичених» блоків (4.5)-(4.8)

Визначимо максимальні значення похибки прогнозування для кожного з них, відповідно до виразу (2.13):

- для «насиченого» блоку (4.5) – не визначалася, бо матриця вхідних значень сингулярна;

- для «насиченого» блоку (4.6) – $\Delta_{\max}(y) = 2673,28$ при \vec{x}_{21} ;

- для «насиченого» блоку (4.7) – $\Delta_{\max}(y) = 13735,1$ при \vec{x}_{21} ;

- для «насиченого» блоку (4.8) – $\Delta_{\max}(y) = 2220,99$ при \vec{x}_{21} .

За критерієм (2.18) обираємо «насичений» блок (4.8).

Проводимо заміну кожного з m інтервальних рівнянь «насиченого» блоку (4.8) інтервальним рівнянням, визначеним вектор-стрічкою \vec{x}_{21} . Отримаємо набір «насичених» блоків:

$$\begin{cases} 1105,32 \leq 187,2 \cdot b_1 + 1366,56 \cdot b_2 + 0,850437 \cdot b_3 + 4313,088 \cdot b_4 \leq 1231,468 \\ 1069,08 \leq 182,7 \cdot b_1 + 1004,84 \cdot b_2 - 0,70554 \cdot b_3 + 4035,843 \cdot b_4 \leq 1191,092 \\ 1069,08 \leq 182,7 \cdot b_1 + 908,019 \cdot b_2 - 0,967001 \cdot b_3 + 4035,843 \cdot b_4 \leq 1191,092 \\ 1159,68 \leq 184,6 \cdot b_1 + 2750,54 \cdot b_2 + 0,722881 \cdot b_3 + 4077,814 \cdot b_4 \leq 1292,032 \end{cases} \quad (4.9)$$

$$\begin{cases} 1087,2 \leq 182,5 \cdot b_1 + 1186,25 \cdot b_2 + 0,21512 \cdot b_3 + 3861,7 \cdot b_4 \leq 1211,28 \\ 1105,32 \leq 187,2 \cdot b_1 + 1366,56 \cdot b_2 + 0,850437 \cdot b_3 + 4313,088 \cdot b_4 \leq 1231,468 \\ 1069,08 \leq 182,7 \cdot b_1 + 908,019 \cdot b_2 - 0,967001 \cdot b_3 + 4035,843 \cdot b_4 \leq 1191,092 \\ 1159,68 \leq 184,6 \cdot b_1 + 2750,54 \cdot b_2 + 0,722881 \cdot b_3 + 4077,814 \cdot b_4 \leq 1292,032 \end{cases} \quad (4.10)$$

$$\begin{cases} 1087,2 \leq 182,5 \cdot b_1 + 1186,25 \cdot b_2 + 0,21512 \cdot b_3 + 3861,7 \cdot b_4 \leq 1211,28 \\ 1069,08 \leq 182,7 \cdot b_1 + 1004,84 \cdot b_2 - 0,70554 \cdot b_3 + 4035,843 \cdot b_4 \leq 1191,092 \\ 1105,32 \leq 187,2 \cdot b_1 + 1366,56 \cdot b_2 + 0,850437 \cdot b_3 + 4313,088 \cdot b_4 \leq 1231,468 \\ 1159,68 \leq 184,6 \cdot b_1 + 2750,54 \cdot b_2 + 0,722881 \cdot b_3 + 4077,814 \cdot b_4 \leq 1292,032 \end{cases} \quad (4.11)$$

$$\begin{cases} 1087,2 \leq 182,5 \cdot b_1 + 1186,25 \cdot b_2 + 0,21512 \cdot b_3 + 3861,7 \cdot b_4 \leq 1211,28 \\ 1069,08 \leq 182,7 \cdot b_1 + 1004,84 \cdot b_2 - 0,70554 \cdot b_3 + 4035,843 \cdot b_4 \leq 1191,092 \\ 1069,08 \leq 182,7 \cdot b_1 + 908,019 \cdot b_2 - 0,967001 \cdot b_3 + 4035,843 \cdot b_4 \leq 1191,092 \\ 1105,32 \leq 187,2 \cdot b_1 + 1366,56 \cdot b_2 + 0,850437 \cdot b_3 + 4313,088 \cdot b_4 \leq 1231,468 \end{cases} \quad (4.12)$$

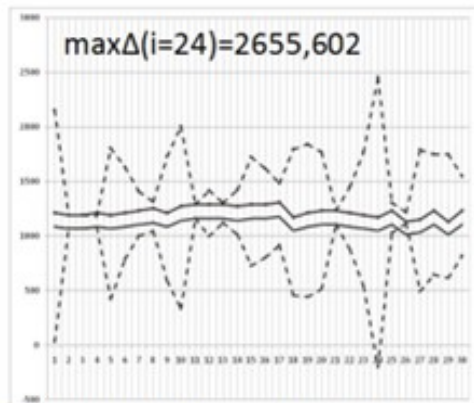
Побудуємо для «насичених» блоків (4.9)-(4.12) коридори прогнозування інтервальних моделей (рис. 4.5).

Визначимо максимальні значення похибки прогнозування для кожного з «насичених» блоків:

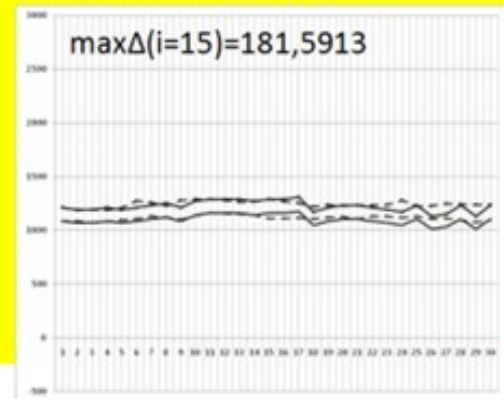
- для «насиченого» блоку (4.9) – $\Delta_{\max}(y) = 2655,602$ при \vec{x}_{24} ;
- для «насиченого» блоку (4.10) – $\Delta_{\max}(y) = 181,5913$ при \vec{x}_{15} ;
- для «насиченого» блоку (4.11) – $\Delta_{\max}(y) = 204,527$ при \vec{x}_{15} ;
- для «насиченого» блоку (4.12) – $\Delta_{\max}(y) = 6505,403$ при \vec{x}_{11} .

За критерієм (2.18) оптимальним «насиченим» блоком буде (4.10).

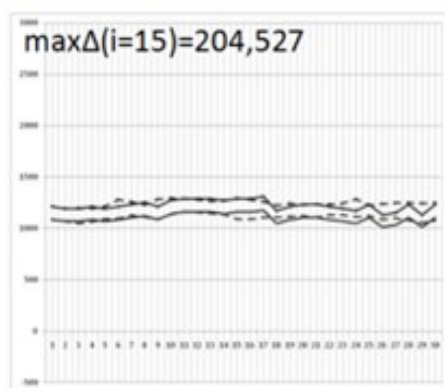
- Насичений блок (i=21,2,3,11)



- Насичений блок (i=1,21,3,11)



- Насичений блок (i=1,2,21,11)



- Насичений блок (i=1,2,3,21)

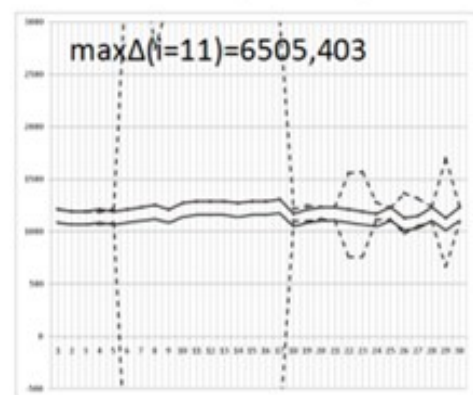


Рисунок 4.5 – Коридор прогнозування інтервальних моделей для «насичених» блоків (4.9)-(4.12).

Проводимо заміну кожного з m інтервальних рівнянь «насиченого» блоку (4.10) інтервальним рівнянням, визначеним вектором-стрічкою \bar{x}_{15} . Таким чином, сформуємо такий набір «насичених» блоків:

$$\begin{cases} 1159,68 \leq 184,8 \cdot b_1 + 2143,68 \cdot b_2 - 0,822829 \cdot b_3 + 4082,232 \cdot b_4 \leq 1292,032 \\ 1105,32 \leq 187,2 \cdot b_1 + 1366,56 \cdot b_2 + 0,850437 \cdot b_3 + 4313,088 \cdot b_4 \leq 1231,468 \\ 1069,08 \leq 182,7 \cdot b_1 + 908,019 \cdot b_2 - 0,967001 \cdot b_3 + 4035,843 \cdot b_4 \leq 1191,092 \\ 1159,68 \leq 184,6 \cdot b_1 + 2750,54 \cdot b_2 + 0,722881 \cdot b_3 + 4077,814 \cdot b_4 \leq 1292,032 \end{cases}; \quad (4.13)$$

$$\begin{cases} 1087,2 \leq 182,5 \cdot b_1 + 1186,25 \cdot b_2 + 0,21512 \cdot b_3 + 3861,7 \cdot b_4 \leq 1211,28 \\ 1159,68 \leq 184,8 \cdot b_1 + 2143,68 \cdot b_2 - 0,822829 \cdot b_3 + 4082,232 \cdot b_4 \leq 1292,032 \\ 1069,08 \leq 182,7 \cdot b_1 + 908,019 \cdot b_2 - 0,967001 \cdot b_3 + 4035,843 \cdot b_4 \leq 1191,092 \\ 1159,68 \leq 184,6 \cdot b_1 + 2750,54 \cdot b_2 + 0,722881 \cdot b_3 + 4077,814 \cdot b_4 \leq 1292,032 \end{cases} \quad (4.14)$$

$$\begin{cases} 1087,2 \leq 182,5 \cdot b_1 + 1186,25 \cdot b_2 + 0,21512 \cdot b_3 + 3861,7 \cdot b_4 \leq 1211,28 \\ 1105,32 \leq 187,2 \cdot b_1 + 1366,56 \cdot b_2 + 0,850437 \cdot b_3 + 4313,088 \cdot b_4 \leq 1231,468 \\ 1159,68 \leq 184,8 \cdot b_1 + 2143,68 \cdot b_2 - 0,822829 \cdot b_3 + 4082,232 \cdot b_4 \leq 1292,032 \\ 1159,68 \leq 184,6 \cdot b_1 + 2750,54 \cdot b_2 + 0,722881 \cdot b_3 + 4077,814 \cdot b_4 \leq 1292,032 \end{cases} \quad (4.15)$$

$$\begin{cases} 1087,2 \leq 182,5 \cdot b_1 + 1186,25 \cdot b_2 + 0,21512 \cdot b_3 + 3861,7 \cdot b_4 \leq 1211,28 \\ 1105,32 \leq 187,2 \cdot b_1 + 1366,56 \cdot b_2 + 0,850437 \cdot b_3 + 4313,088 \cdot b_4 \leq 1231,468 \\ 1069,08 \leq 182,7 \cdot b_1 + 908,019 \cdot b_2 - 0,967001 \cdot b_3 + 4035,843 \cdot b_4 \leq 1191,092 \\ 1159,68 \leq 184,8 \cdot b_1 + 2143,68 \cdot b_2 - 0,822829 \cdot b_3 + 4082,232 \cdot b_4 \leq 1292,032 \end{cases} \quad (4.16)$$

Побудуємо для «насичених» блоків (4.13)-(4.16) коридори прогнозування інтервальних моделей (рис. 4.6).

Як видно з рис. 4.6 та підтверджено обчисленнями, для жодного з «насичених» блоків (4.13)-(4.16) отримане значення похибки прогнозування не забезпечувало зменшення значення максимальної похибки, отриманої на другій ітерації. Зокрема:

- для «насиченого» блоку (4.13) – $\Delta(y) = 510,4661$ при \vec{x}_1 ;
- для «насиченого» блоку (4.14) – $\Delta(y) = 301,341$ при \vec{x}_5 ;
- для «насиченого» блоку (4.15) – $\Delta(y) = 184,0184$ при \vec{x}_3 ;
- для «насиченого» блоку (4.16) – $\Delta(y) = 256,2758$ при \vec{x}_{10} .

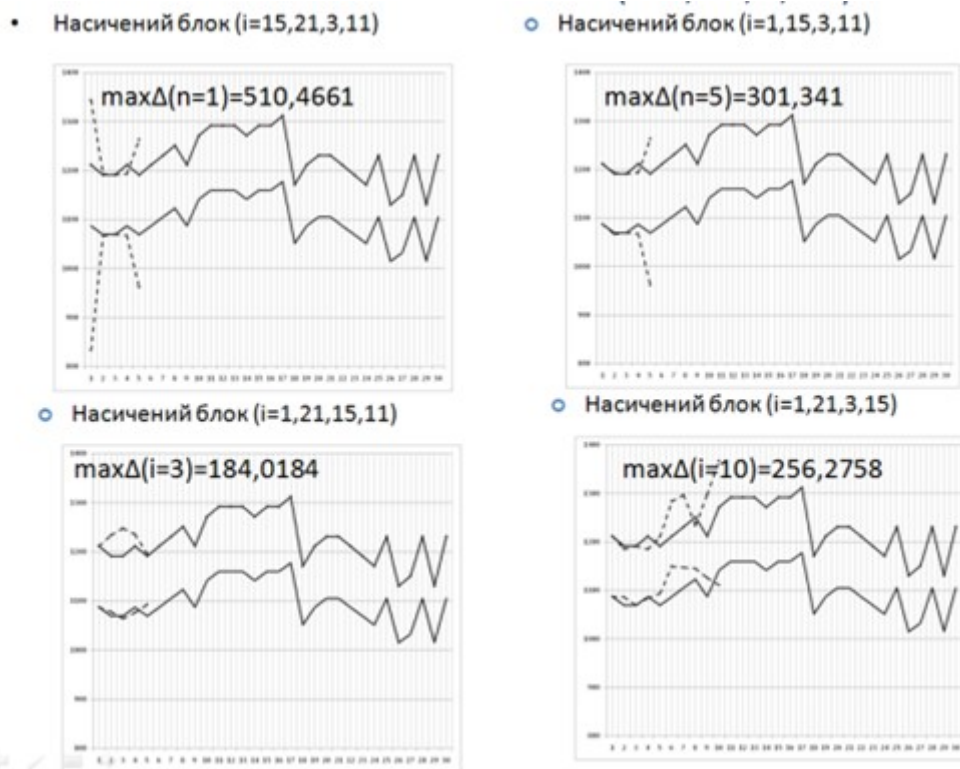


Рисунок 4.6 – Коридор прогнозування інтервальних моделей для «насичених» блоків (4.13-(4.16).

Тому, відповідно до схеми алгоритму обчислення припиняємо, а оптимальним «насиченим» блоком вважається (4.10), знайдений на попередній ітерації.

Розв'язком «насиченого» блоку (4.10) є область параметрів моделі у вигляді паралелотопа, на основі якої побудована інтервальна модель щодобового генерування електроенергії на МГЕС у вигляді:

$$y(\vec{x}) = 7,017517 \cdot x_1 + 0,046437 \cdot x_1 x_3 - 0,650155 \cdot \sin(x_3) - 0,04827 \cdot x_1 \cdot x_2^2. \quad (4.17)$$

Результати прогнозування генерованої щодобової електроенергії на протязі місяця наведені на рис. 4.7.

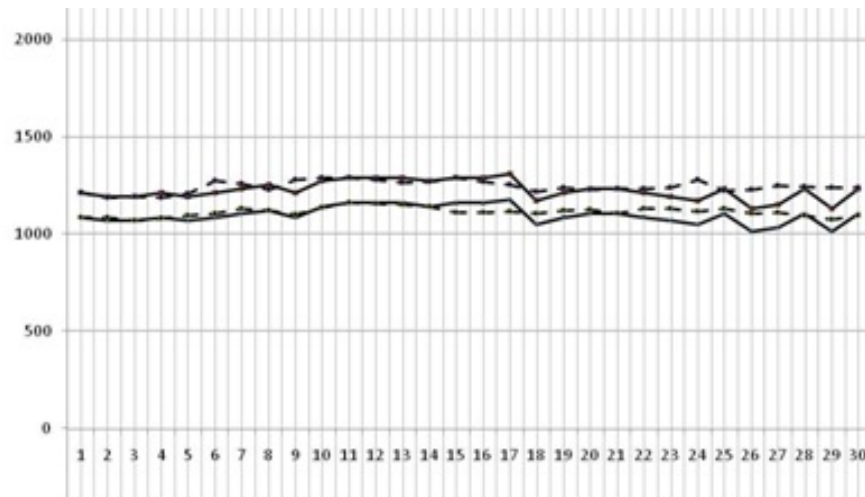


Рисунок 4.7 – Виміряні та прогнозовані результати щодобової генерованої електроенергії на МГЕС «Топольки»

На цьому ж рисунку зіставлені результати вимірювань. Як бачимо, отримано модель прогнозує щодобову кількість генерованої електроенергії в межах виміряної, що підтверджує її адекватність.

Продемонструємо застосування розробленої ПС для описаної вище задачі. Експериментальні дані формуємо у txt-файл та завантажуюмо у систему. У відповідне поле екранної форми вводимо структуру інтервальної моделі. Копія екрану роботи програми відображена на рис. 4.8.

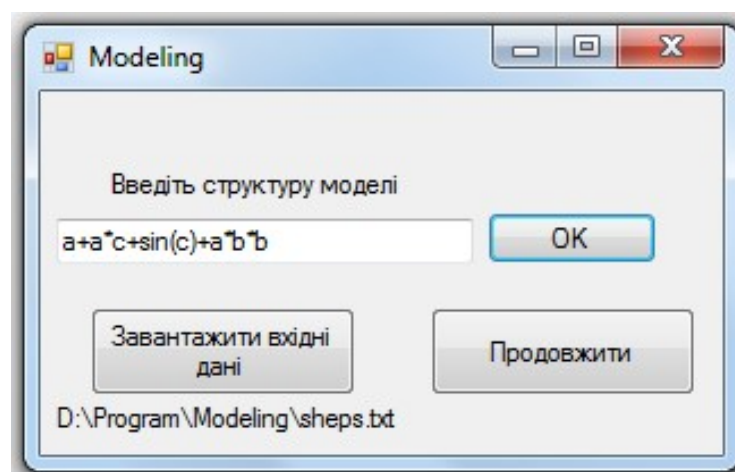


Рисунок 4.8 – Форма для введення вхідних даних

На одному із етапів обчислень користувачу (із повним доступом до функціоналу) пропонують самостійно обрати номери інтервальних рівнянь стартового «насиченого» блоку, з якого розпочнеться реалізація процедури пошуку оптимального «насиченого» блоку, яка є основним модулем у запропонованій ПС (рис. 4.9). Зауважимо, що у цьому вікні кількість позицій для введення номерів інтервальних рівнянь формується динамічно, залежно від кількості невідомих параметрів у інтервальній моделі. Розмірність списку номерів цих інтервальних рівнянь також формується автоматично, залежно від кількості інтервальних рівнянь у загальній ІСЛАР.

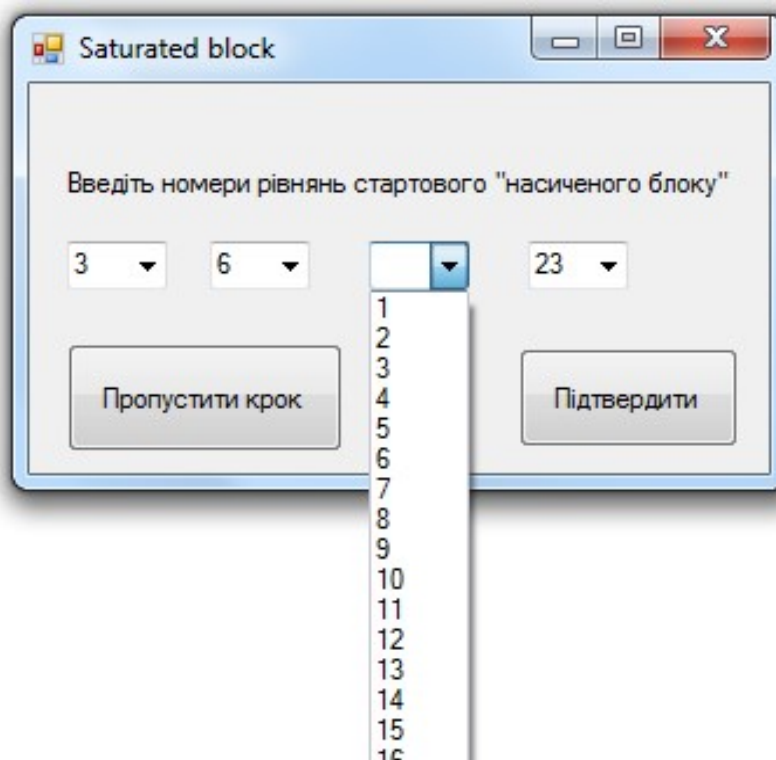


Рисунок 4.9 – Форма вибору інтервальних рівнянь стартового «насиченого» блоку для процедури пошуку оптимального «насиченого» блоку

На рис. 4.10 наведено один із варіантів візуалізації результатів роботи ПС. По осі абсцис означено дні спостережень, а по осі ординат – прогнозована та виміряна кількість генерованої електроенергії. Інші варіанти візуалізації передбачають виведення дво- або тривимірної моделі, яка відображає залежність

між вихідною характеристикою та однією змінною із множини (у двовимірному випадку) або двома вибраними із множини змінними (у тривимірному випадку).

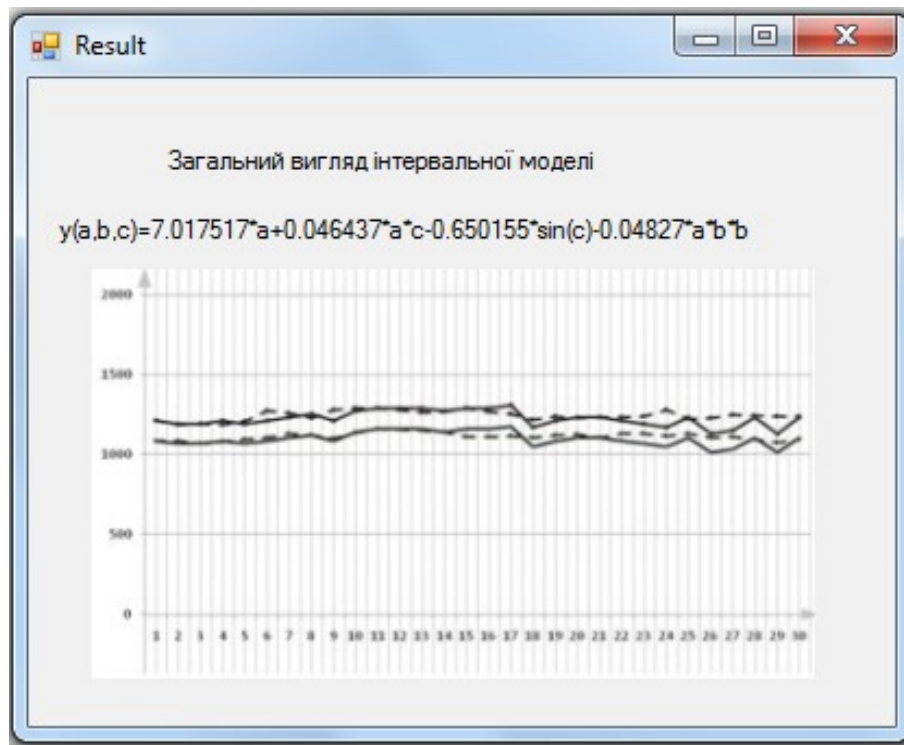


Рисунок 4.10 – Варіант візуалізації результатів роботи ПС

4.3 Ідентифікація інтервальної моделі добової зміни концентрації шкідливих викидів діоксиду азоту (на прикладі міста Тернополя)

Розглянемо приклад застосування розробленої ПС для ідентифікації параметрів інтервальної моделі добової зміни концентрації шкідливих викидів діоксиду азоту (на прикладі міста Тернополя). Як відомо [61], основну частку забруднень (близько 80%) у містах без великих промислових підприємств складають вихлопні гази автотранспортних засобів. Одна з найбільш шкідливих речовин, концентрація яких зазвичай перевищує допустимий рівень в місті – діоксид азоту (хімічна формула – NO_2) [61], що відноситься до другого класу небезпеки класифікації небезпечних речовин. Існуючі системи моніторингу довкілля мають ряд недоліків, зокрема: вимірювання рівня забруднення можливе лише в місцях встановлення датчика (оскільки охоплення міста вимірювальними станціями незначне, то неможливо отримати повну картину забруднення всього

міста); немає можливості контролювати рух транспорту залежно від ступеня забруднення певних районів міста. Для вирішення цих проблем доцільно розробити систему моніторингу шкідливих викидів транспортного засобу з можливістю моделювання процесу їхнього розповсюдження. Зокрема, будуючи математичні моделі, які зв'язують інтенсивність трафіку, рівень забруднення повітря та відповідні погодні умови (відносна вологість повітря, температура повітря) для конкретних районів міста. Найчастіше такі моделі будуються на основі результатів вимірювань концентрацій шкідливих викидів за заданих умов (інтенсивність руху, вологість повітря та температура). Такі дані отримуються з похибками, що знаходяться в діапазоні 15-50% для відомих датчиків газу [61].

Тому важливо побудувати математичну модель прогнозування концентрації шкідливих викидів залежно від інтенсивності руху, відносної вологості повітря та температури повітря. Для ідентифікації математичної моделі використаємо методи аналізу інтервальних даних.

Для вимірювання даних використовувався мобільний модуль вимірювання на основі персонального комп'ютера та цифрового датчика SPEC Sensors DGS-NO2 968-037. Вимірювання проводилися щосекунди на перехресті вулиць Руська-Замкова-Шашкевича у Тернополі. Миттєві значення були усереднені до інтервалу 20 хвилин відповідно до стандартної методології послуг з моніторингу навколишнього середовища. Інтенсивність руху визначалася на основі спостережень з веб-камери, встановленої на перехресті. Фрагмент результатів вимірювань концентрації NO₂, інтенсивності руху, відносної вологості повітря та температури повітря наведено в табл. 4.2.

Таблиця 4.2 – Результати вимірювань на перехресті вулиць Руська-Замкова-Шашкевича (м. Тернопіль).

| № | Час | Виміряна концентрація NO ₂ , мг/м ³ | | Інтенсивність руху транспорту, шт./год. | Відносна вологість повітря, % | Температура повітря, °C |
|---|------|-----------------------------------------------------------|----------------|-----------------------------------------|-------------------------------|-------------------------|
| | | y ⁻ | y ⁺ | | | |
| 1 | 9:00 | 0,095 | 0,128 | 755 | 75,499 | 3 |
| 2 | 9:20 | 0,099 | 0,134 | 790 | 76,346 | 3 |

продовження табл. 4.2

| | | | | | | |
|-----|-------|-------|-------|-----|--------|-------|
| 3 | 9:40 | 0,098 | 0,133 | 810 | 79,346 | 3 |
| 4 | 10:00 | 0,096 | 0,130 | 805 | 83,140 | 3,658 |
| 5 | 10:20 | 0,097 | 0,132 | 744 | 86,140 | 4 |
| 6 | 10:40 | 0,092 | 0,125 | 730 | 89,214 | 4 |
| 7 | 11:00 | 0,079 | 0,106 | 743 | 92,639 | 4,351 |
| 8 | 11:20 | 0,072 | 0,097 | 765 | 93,425 | 4,867 |
| 9 | 11:40 | 0,071 | 0,096 | 687 | 95,435 | 5,066 |
| ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... |
| 37 | 21:00 | 0,055 | 0,074 | 234 | 82,109 | 2 |
| 38 | 21:20 | 0,054 | 0,073 | 201 | 82,678 | 2 |
| 39 | 21:40 | 0,053 | 0,072 | 247 | 81,847 | 2 |
| 40 | 22:00 | 0,052 | 0,070 | 243 | 80,875 | 2 |
| 41 | 22:20 | 0,049 | 0,066 | 252 | 80,225 | 2 |
| 42 | 22:40 | 0,047 | 0,063 | 231 | 80,075 | 2 |
| 43 | 23:00 | 0,046 | 0,062 | 254 | 77,450 | 2,421 |
| 44 | 23:20 | 0,045 | 0,061 | 219 | 77,988 | 2 |
| 45 | 23:40 | 0,045 | 0,061 | 196 | 78,332 | 2 |
| 46 | 0:00 | 0,044 | 0,060 | 172 | 78,143 | 2 |

На основі даних табл. 4.2 введемо необхідні позначення. Позначимо концентрацію певної шкідливої речовини y , інтенсивність руху – x_1 , відносну вологість повітря в x_2 , температуру повітря x_3 .

Для вибору структури моделі використаємо відомі методи ідентифікації структури ІМСС [27, 61, 81]. У результаті математичну модель залежності концентрації шкідливої речовини від зазначених факторів запишемо у такому вигляді:

$$y(\vec{x}) = b_1 + b_2 \cdot x_1 + b_3 \cdot (x_3 / x_2) + b_4 \cdot x_3^2, \quad (4.18)$$

де $y(\vec{x})$ – невідома величина концентрації шкідливих викидів (діоксиду азоту); x_1 – інтенсивність руху, x_2 – відносна вологість повітря, x_3 – температура повітря.

На основі вимірних інтервальних даних із табл. 4.2 та структури моделі (4.18), побудуємо ІСЛАР з 46 інтервальних рівнянь:

$$\begin{aligned}
&0,095 \leq b_1 + 755 \cdot b_2 + 0,04 \cdot b_3 + 9 \cdot b_4 \leq 0,128 \\
&0,099 \leq b_1 + 790 \cdot b_2 + 0,039 \cdot b_3 + 9 \cdot b_4 \leq 0,134 \\
&0,098 \leq b_1 + 810 \cdot b_2 + 0,038 \cdot b_3 + 9 \cdot b_4 \leq 0,133 \\
&0,096 \leq b_1 + 805 \cdot b_2 + 0,044 \cdot b_3 + 13,38 \cdot b_4 \leq 0,13 \\
&0,097 \leq b_1 + 744 \cdot b_2 + 0,046 \cdot b_3 + 16 \cdot b_4 \leq 0,132 \\
&0,092 \leq b_1 + 730 \cdot b_2 + 0,045 \cdot b_3 + 16 \cdot b_4 \leq 0,125 \\
&0,079 \leq b_1 + 743 \cdot b_2 + 0,047 \cdot b_3 + 18,933 \cdot b_4 \leq 0,106 \\
&0,072 \leq b_1 + 765 \cdot b_2 + 0,052 \cdot b_3 + 23,692 \cdot b_4 \leq 0,097 \\
&0,071 \leq b_1 + 687 \cdot b_2 + 0,053 \cdot b_3 + 25,66 \cdot b_4 \leq 0,096 \\
&0,069 \leq b_1 + 711 \cdot b_2 + 0,053 \cdot b_3 + 25 \cdot b_4 \leq 0,094 \\
&0,073 \leq b_1 + 694 \cdot b_2 + 0,053 \cdot b_3 + 25 \cdot b_4 \leq 0,099 \\
&0,075 \leq b_1 + 681 \cdot b_2 + 0,049 \cdot b_3 + 22,633 \cdot b_4 \leq 0,101 \\
&0,074 \leq b_1 + 779 \cdot b_2 + 0,047 \cdot b_3 + 20,646 \cdot b_4 \leq 0,1 \\
&0,075 \leq b_1 + 741 \cdot b_2 + 0,044 \cdot b_3 + 17,442 \cdot b_4 \leq 0,102 \\
&0,08 \leq b_1 + 662 \cdot b_2 + 0,042 \cdot b_3 + 16,001 \cdot b_4 \leq 0,108 \\
&0,081 \leq b_1 + 726 \cdot b_2 + 0,039 \cdot b_3 + 13,196 \cdot b_4 \leq 0,11 \\
&0,086 \leq b_1 + 685 \cdot b_2 + 0,033 \cdot b_3 + 9 \cdot b_4 \leq 0,116 \\
&0,087 \leq b_1 + 771 \cdot b_2 + 0,033 \cdot b_3 + 9 \cdot b_4 \leq 0,118 \\
&0,09 \leq b_1 + 778 \cdot b_2 + 0,034 \cdot b_3 + 9 \cdot b_4 \leq 0,122 \\
&0,095 \leq b_1 + 738 \cdot b_2 + 0,035 \cdot b_3 + 9 \cdot b_4 \leq 0,128 \\
&0,099 \leq b_1 + 778 \cdot b_2 + 0,036 \cdot b_3 + 9 \cdot b_4 \leq 0,134 \\
&0,103 \leq b_1 + 758 \cdot b_2 + 0,036 \cdot b_3 + 9 \cdot b_4 \leq 0,139 \\
&0,103 \leq b_1 + 777 \cdot b_2 + 0,037 \cdot b_3 + 9 \cdot b_4 \leq 0,14 \\
&0,099 \leq b_1 + 728 \cdot b_2 + 0,037 \cdot b_3 + 9 \cdot b_4 \leq 0,133 \\
&0,094 \leq b_1 + 682 \cdot b_2 + 0,037 \cdot b_3 + 9 \cdot b_4 \leq 0,127 \\
&0,09 \leq b_1 + 751 \cdot b_2 + 0,037 \cdot b_3 + 9 \cdot b_4 \leq 0,122 \\
&0,086 \leq b_1 + 749 \cdot b_2 + 0,037 \cdot b_3 + 9 \cdot b_4 \leq 0,116 \\
&0,074 \leq b_1 + 726 \cdot b_2 + 0,035 \cdot b_3 + 7,945 \cdot b_4 \leq 0,101 \\
&0,074 \leq b_1 + 761 \cdot b_2 + 0,028 \cdot b_3 + 5,369 \cdot b_4 \leq 0,1 \\
&0,07 \leq b_1 + 719 \cdot b_2 + 0,025 \cdot b_3 + 4 \cdot b_4 \leq 0,095 \\
&0,068 \leq b_1 + 713 \cdot b_2 + 0,024 \cdot b_3 + 4 \cdot b_4 \leq 0,092 \\
&0,065 \leq b_1 + 531 \cdot b_2 + 0,024 \cdot b_3 + 4 \cdot b_4 \leq 0,088 \\
&0,059 \leq b_1 + 512 \cdot b_2 + 0,024 \cdot b_3 + 4 \cdot b_4 \leq 0,08 \\
&0,057 \leq b_1 + 465 \cdot b_2 + 0,024 \cdot b_3 + 4 \cdot b_4 \leq 0,077 \\
&0,056 \leq b_1 + 468 \cdot b_2 + 0,025 \cdot b_3 + 4 \cdot b_4 \leq 0,076 \\
&0,056 \leq b_1 + 252 \cdot b_2 + 0,024 \cdot b_3 + 4 \cdot b_4 \leq 0,075 \\
&0,055 \leq b_1 + 234 \cdot b_2 + 0,024 \cdot b_3 + 4 \cdot b_4 \leq 0,074 \\
&0,054 \leq b_1 + 201 \cdot b_2 + 0,024 \cdot b_3 + 4 \cdot b_4 \leq 0,073 \\
&0,053 \leq b_1 + 247 \cdot b_2 + 0,024 \cdot b_3 + 4 \cdot b_4 \leq 0,072 \\
&0,052 \leq b_1 + 243 \cdot b_2 + 0,025 \cdot b_3 + 4 \cdot b_4 \leq 0,07 \\
&0,049 \leq b_1 + 252 \cdot b_2 + 0,025 \cdot b_3 + 4 \cdot b_4 \leq 0,066 \\
&0,047 \leq b_1 + 231 \cdot b_2 + 0,025 \cdot b_3 + 4 \cdot b_4 \leq 0,063 \\
&0,046 \leq b_1 + 254 \cdot b_2 + 0,031 \cdot b_3 + 5,864 \cdot b_4 \leq 0,062 \\
&0,045 \leq b_1 + 219 \cdot b_2 + 0,026 \cdot b_3 + 4 \cdot b_4 \leq 0,061 \\
&0,045 \leq b_1 + 196 \cdot b_2 + 0,026 \cdot b_3 + 4 \cdot b_4 \leq 0,061 \\
&0,044 \leq b_1 + 172 \cdot b_2 + 0,026 \cdot b_3 + 4 \cdot b_4 \leq 0,06
\end{aligned}$$

(4.19)

Проілюструємо хід обчислень для знаходження інтервальної моделі прогнозування концентрації шкідливих викидів на основі методу параметричної ідентифікації ІМСС.

Оберемо початковий «насичений» блок, наприклад, утворений з 11, 28, 34 та 46 рівнянь:

$$\begin{cases} 0,073 \leq b_1 + 694 \cdot b_2 + 0,053 \cdot b_3 + 25 \cdot b_4 \leq 0,099 \\ 0,074 \leq b_1 + 726 \cdot b_2 + 0,035 \cdot b_3 + 7,945 \cdot b_4 \leq 0,101 \\ 0,057 \leq b_1 + 465 \cdot b_2 + 0,024 \cdot b_3 + 4 \cdot b_4 \leq 0,077 \\ 0,044 \leq b_1 + 172 \cdot b_2 + 0,026 \cdot b_3 + 4 \cdot b_4 \leq 0,06 \end{cases} \quad (4.20)$$

Максимальну похибку прогнозування (0,366) отримаємо для вектора-стрічки \vec{x}_{23} . Тому вносимо інтервальне рівняння $0,103 \leq b_1 + 777 \cdot b_2 + 0,037 \cdot b_3 + 9 \cdot b_4 \leq 0,14$ почергово взамін кожного інтервального рівняння в ІСЛАР (4.20). Отримуємо чотири нові «насичені» блоки – претенденти на «оптимальність»:

$$\begin{cases} 0,103 \leq b_1 + 777 \cdot b_2 + 0,037 \cdot b_3 + 9 \cdot b_4 \leq 0,14 \\ 0,074 \leq b_1 + 726 \cdot b_2 + 0,035 \cdot b_3 + 7,945 \cdot b_4 \leq 0,101 \\ 0,057 \leq b_1 + 465 \cdot b_2 + 0,024 \cdot b_3 + 4 \cdot b_4 \leq 0,077 \\ 0,044 \leq b_1 + 172 \cdot b_2 + 0,026 \cdot b_3 + 4 \cdot b_4 \leq 0,06 \end{cases} \quad , \quad (4.21)$$

$$\begin{cases} 0,073 \leq b_1 + 694 \cdot b_2 + 0,053 \cdot b_3 + 25 \cdot b_4 \leq 0,099 \\ 0,103 \leq b_1 + 777 \cdot b_2 + 0,037 \cdot b_3 + 9 \cdot b_4 \leq 0,14 \\ 0,057 \leq b_1 + 465 \cdot b_2 + 0,024 \cdot b_3 + 4 \cdot b_4 \leq 0,077 \\ 0,044 \leq b_1 + 172 \cdot b_2 + 0,026 \cdot b_3 + 4 \cdot b_4 \leq 0,06 \end{cases} \quad , \quad (4.22)$$

$$\begin{cases} 0,073 \leq b_1 + 694 \cdot b_2 + 0,053 \cdot b_3 + 25 \cdot b_4 \leq 0,099 \\ 0,074 \leq b_1 + 726 \cdot b_2 + 0,035 \cdot b_3 + 7,945 \cdot b_4 \leq 0,101 \\ 0,103 \leq b_1 + 777 \cdot b_2 + 0,037 \cdot b_3 + 9 \cdot b_4 \leq 0,14 \\ 0,044 \leq b_1 + 172 \cdot b_2 + 0,026 \cdot b_3 + 4 \cdot b_4 \leq 0,06 \end{cases}, \quad (4.23)$$

$$\begin{cases} 0,073 \leq b_1 + 694 \cdot b_2 + 0,053 \cdot b_3 + 25 \cdot b_4 \leq 0,099 \\ 0,074 \leq b_1 + 726 \cdot b_2 + 0,035 \cdot b_3 + 7,945 \cdot b_4 \leq 0,101 \\ 0,057 \leq b_1 + 465 \cdot b_2 + 0,024 \cdot b_3 + 4 \cdot b_4 \leq 0,077 \\ 0,103 \leq b_1 + 777 \cdot b_2 + 0,037 \cdot b_3 + 9 \cdot b_4 \leq 0,14 \end{cases}. \quad (4.24)$$

Для кожної з ІСЛАР (4.21)-(4.24) визначимо значення максимальної похибки прогнозування, відповідно – 1,26; 0,364; 9,6 та 1,45. Знайдемо серед них найменше (0,364) та визначимо, що для ІСЛАР (4.22) максимальна похибка прогнозування досягається для стрічки вектора \vec{x}_{23} . Зауважимо, що це інтервальне рівняння вже входить в ІСЛАР (4.22), тому, відповідно до обчислювальної схеми методу, обчислення припиняємо і оптимальним «насиченим» блоком обираємо ІСЛАР (4.22).

На наступному етапі обчислень, відповідно до методу параметричної ідентифікації ІМСС, здійснюємо редукцію ІСЛАР (4.19) відносно «насиченого» блоку (4.22). Редукована ІСЛАР (4.19) має вигляд:

$$\begin{cases} 0,073749 \leq b_1 + 694 \cdot b_2 + 0,053 \cdot b_3 + 25 \cdot b_4 \leq 0,09562 \\ 0,104993 \leq b_1 + 777 \cdot b_2 + 0,037 \cdot b_3 + 9 \cdot b_4 \leq 0,116808 \\ 0,060807 \leq b_1 + 465 \cdot b_2 + 0,024 \cdot b_3 + 4 \cdot b_4 \leq 0,071624 \\ 0,04966 \leq b_1 + 172 \cdot b_2 + 0,026 \cdot b_3 + 4 \cdot b_4 \leq 0,056622 \end{cases}. \quad (4.25)$$

Отриману оцінку множини значень параметрів інтервальних моделей представимо її гарантованою еліпсоїдною оцінкою. Функціональні межі коридору інтервальних моделей, які побудовані на основі цих оцінок, матимуть такий вигляд:

$$[\hat{y}(\bar{x})] = [\bar{b}_1 + \bar{b}_2 \cdot x_1 + \bar{b}_3 \cdot (x_3 / x_2) + \bar{b}_4 \cdot x_3^2 - \Delta_{y(\bar{x})} \Big|_{\bar{b} \in Q_m}; \quad (4.26)$$

$$\bar{b}_1 + \bar{b}_2 \cdot x_1 + \bar{b}_3 \cdot (x_3 / x_2) + \bar{b}_4 \cdot x_3^2 + \Delta_{y(\bar{x})} \Big|_{\bar{b} \in Q_m}],$$

де $\bar{b} = (-0.047023; 0.063 \cdot 10^{-3}; 4.395796; -0.005806)^T$ – центр еліпсоїда.

Похибка прогнозування $\Delta_{y(\bar{x})} \Big|_{\bar{b} \in Q_m}$ із виразу (4.26) у цьому випадку має вигляд:

$$\Delta_{y(\bar{x})} \Big|_{\bar{b} \in Q_m} = \sqrt{(1, x_1, x_3/x_2, x_3^2)^T \cdot (F_m^T \cdot \tilde{E}^2 \cdot F_m)^{-1} \cdot (1, x_1, x_3/x_2, x_3^2)},$$

$$\text{де } F_m = \begin{pmatrix} 1 & 172 & 0.025594 & 4 \\ 1 & 777 & 0.03663 & 9 \\ 1 & 465 & 0.024351 & 4 \\ 1 & 694 & 0.052994 & 25 \end{pmatrix} \text{ – матриця значень оптимального «насиченого» блоку;}$$

$$\tilde{E} = \begin{pmatrix} 0.003481 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.005907 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.005408 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.010936 \end{pmatrix} \text{ – модифікована діагональна матриця.}$$

На рис. 4.11 наведено графік часової залежності вимірюваних та прогнозованих концентрацій NO_2 , для часового інтервалу з 9:00 до 00:00. Коридор вимірюваних значень концентрації NO_2 представлений пунктирною лінією, а коридор прогнозованих значень – суцільною лінією.

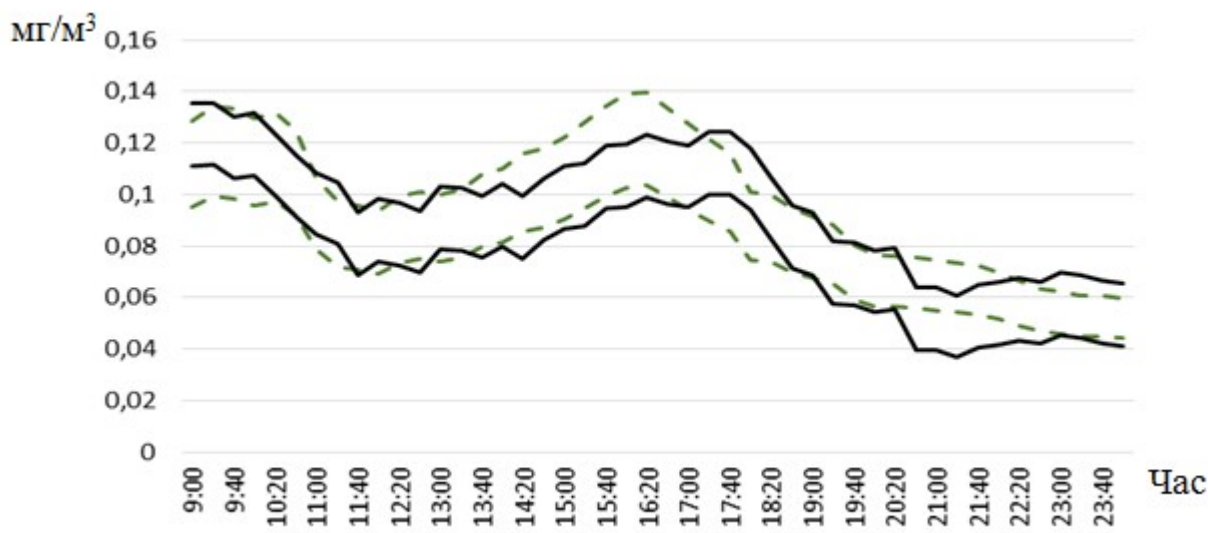


Рисунок 4.11 – Виміряні та прогнозовані значення концентрації шкідливої речовини (NO_2)

Як ми бачимо, залежність між концентрацією NO_2 та інтенсивністю руху є лінійною.

Зауважимо, що в разі застосування повного комбінаторного перебору для вибору «насиченого» блоку, відносно якого здійснюємо редукцію ІСЛАР, необхідно було б здійснити 163185 операцій обернення матриці. Застосувавши метод оцінювання множини значень параметрів ІМСС за схемою оптимального планування експерименту, обернення матриці здійснювали всього 5 разів.

Водночас, експериментально доведено, що вибраний методом оцінювання множини значень параметрів ІМСС за схемою оптимального планування експерименту оптимальний «насичений» блок забезпечив зменшення результативних ітерацій редукції, приблизно на 40% у порівнянні з випадком, якщо б такий «насичений» блок обирали випадковим чином.

Висновки до четвертого розділу

1. Створено UML-моделі програмного забезпечення методу параметричної ідентифікації ІМСС, наведено тришарову архітектуру ПС з детальним описом усіх модулів, що входять до її складу. Розглянуто особливості користувацького інтерфейсу розробленої ПС для автоматизації процесу параметричної ідентифікації ІМСС.

2. Із застосуванням розробленого програмного забезпечення здійснено ідентифікацію параметрів інтервальної моделі характеристик малої гідроелектростанції, де вхідними змінними є реактивна потужність, напір та рівень води на гідропості, а вихідною – кількість електроенергії, генерованої МГЕС. Наведено копії екрану роботи ПС та результати покрокових обчислень.

3. На основі розробленого у дисертаційному дослідженні удосконаленого методу параметричної ідентифікації ІМСС, із застосуванням створеної ПС побудовано інтервальну модель концентрації шкідливих викидів діоксиду азоту, залежно від інтенсивності транспортних потоків, температури та вологості повітря.

ВИСНОВКИ

У дисертаційній роботі розв'язано актуальне науково-прикладне завдання зниження обчислювальної складності методів параметричної ідентифікації інтервальних моделей статичних систем з гарантованими прогностичними властивостями за рахунок створення нових методів еліпсоїдного оцінювання множини значень параметрів. При цьому отримані такі наукові та практичні результати:

1. Проведено аналіз методів ідентифікації параметрів інтервальних моделей статичних систем. Встановлено, що основною обчислювальною задачею цих методів є обчислення розв'язків ІСЛАР, зокрема, складність математичного опису форми їх представлення. Запропоновано використовувати методи наближення області розв'язків ІСЛАР – як результату параметричної ідентифікації інтервальних моделей статичних систем, еліпсоїдні оцінки, які побудовано на основі виділення «насиченого» блоку ІСЛАР.

2. Вперше розроблено метод еліпсоїдного оцінювання множини значень параметрів інтервальних моделей статичних систем на основі ітераційної обчислювальної схеми оптимального насиченого планування експерименту. На тестових прикладах показано, що це забезпечило зниження обчислювальної складності у порівнянні з відомими методами оцінювання як мінімум у 4 рази. Зокрема, порівняно з методом повного комбінаторного перебору – у 63 рази; методом випадкового пошуку з лінійною тактикою – у 4 рази; методом випадкового пошуку по найкращій спробі – у майже 8 разів.

3. Вперше запропоновано та обґрунтовано метод оптимального насиченого планування експериментів у випадку інтервального представлення вихідних змінних моделей статичних систем, який, на відміну від існуючих, ґрунтується на ітераційній обчислювальній процедурі оптимізації прогностичних властивостей інтервальних моделей. Запропонований метод забезпечив оптимізацію прогностичних властивостей інтервальних моделей при зменшенні обчислювальної складності його реалізації у порівнянні з відомими методами як

мінімум у 38 разів.

4. Удосконалено метод параметричної ідентифікації інтервальних моделей статичних систем, який побудовано на поєднанні удосконаленого методу редукції ІСЛАР та нового розробленого методу еліпсоїдного оцінювання множини значень параметрів інтервальних моделей статичних систем. На тестових прикладах показано, що таке поєднання зменшило кількість результативних ітерацій редукції ІСЛАР мінімум у 1,8 рази.

5. Розроблено систему комп'ютерного моделювання статичних систем, що відрізняється структурною та алгоритмічною організацією програмної частини за рахунок використання модулів ідентифікації параметрів моделей з гарантованими прогностичними властивостями. Запропонована нова архітектура програмної системи, у порівнянні з відомими, має додаткові функціональні можливості. Інтеграція в запропонованій архітектурі програмних модулів, побудованих на основі розробленого методу параметричної ідентифікації інтервальних моделей статичних систем, дає можливість зменшити витрати часу на моделювання зазначеного класу систем.

6. Достовірність отриманих нових методів еліпсоїдного оцінювання множини значень параметрів інтервальних моделей статичних систем на основі ітераційної обчислювальної схеми оптимального насиченого планування експерименту та методу оптимального насиченого планування експериментів у випадку інтервального представлення вихідних змінних моделей статичних систем, а також удосконаленого методу параметричної ідентифікації інтервальних моделей статичних систем, підтверджено розробкою програмної системи для моделювання статичних систем та її застосуванням для ряду прикладів. Зокрема, створено та апробовано інтервальну модель для моделювання характеристик малої гідроелектростанції в залежності від чинників, що визначають потенційні можливості гідроресурсів та гідротехнічних споруд. Також здійснено моделювання добової зміни концентрації діоксиду азоту, залежно від інтенсивності руху транспорту, відносної вологості та температури повітря.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Alefeld G. Interval analysis: theory and applications / G. Alefeld, G. Mayer // *Journal of Computational and Applied Mathematics*. – 2000. – № 121. – P. 421-464.
2. Alefeld G. Introduction to interval computations / Götz Alefeld, Jürgen Herzberger // *Computer Science and Applied Mathematics*. Academic Press, Inc. [Harcourt Brace Jovanovich, Publishers]. – New York, 1983.
3. Banerjee P. A MATLAB compiler for distributed, heterogeneous, reconfigurable computing systems / P. Banerjee // *Proceedings 2000 IEEE Symposium on Field-Programmable Custom Computing Machines*. –Napa Valley, 2000. – P.39-48.
4. Dyvak M. Algorithms of parallel calculations in task of tolerance ellipsoidal estimation of interval model parameters / Mykola Dyvak, Andriy Pukas, Petro Stakhiv // *Bulletin of the Polish Academy of sciences . Technical sciences*. – 2012. – Vol. 60. – Issue 1. – P.159-164.
5. Dyvak M. Criterion of design of experiments for tasks of decision support interval model creation / M. Dyvak, A. Pukas // *Proceedings of the Third Workshop – 2005 IEEE Intelligent Data Acquisition and Advanced Computing Systems: Technology and Applications*. – 2005. – P.495-497.
6. Dyvak M. Estimation method for a set of solutions to interval system of linear algebraic equations with optimized “saturated block” selection procedure / Mykola Dyvak, Iryna Oliynyk // *Computational Problems of Electrical Engineering*. – Lviv, 2017. – V.7. – No.1. – P. 17-24.
7. Dyvak M. Identification of the static system interval models by application of optimal localization experiment / M. Dyvak, A. Pukas // *The Experience of Designing and Application of CAD Systems in Microelectronics. Proc. of the VII Intern. Conf.* – Lviv-Slavske, 2003. – P. 180-184.
8. Dyvak M. Interval model for description the small hydroelectric power station and method of its construction / Mykola Dyvak, Iryna Oliynyk, Andriy Pukas, Volodymyr Manzhula // *15th International Conference “Computational Problems of Electrical Engineering”*. – Terchova-Vratna Dolina, 2014. – P. 38.

9. Dyvak M. Macromodel of dynamics of the electric power generated by small hydroelectric power station based on interval data analysis / Mykola Dyvak, Andriy Pukas, Iryna Oliynyk // 16th International Conference “Computational Problems of Electrical Engineering”. – Lviv, 2015. – P. 32-35.

10. Dyvak M. Method of reduction for interval system of linear algebraic equations and its application to modeling a small hydroelectric power station / Mykola Dyvak, Iryna Oliynyk, Petro Stakhiv // 17th International Conference “Computational Problems of Electrical Engineering”. – Sandomierz, Poland, 2016. – P. 66-74.

11. Dyvak M. New method tolerance estimation of the parameters set of interval model based on saturated block of ISLAE / M. Dyvak, V. Manzhula, O. Kozak // Proceeding of the IX-th International Conference CADSM’2007. – Lviv-Polyana, 2007. – P. 376-379.

12. Dyvak M. Reduction of interval equations for interval system of linear algebraic equations / Mykola Dyvak, Natalya Kasatkina, Iryna Oliynyk // 13th International Conference “Modern Problems of Radio Engineering, Telecommunications, and Computer Science”. – Lviv-Slavsko, 2016. – P. 128-131.

13. Dyvak M. Stochastic method forming the optimal “saturated block” in the localization task of solutions the interval system of linear algebraic equations / Mykola Dyvak, Iryna Oliynyk, Volodymyr Manzhula, Ruslan Shevchuk // 14th International Conference “The Experience of Designing and Application of CAD Systems in Microelectronics (CADSM)”. – Polyana-Lviv, 2017. – P. 367-371.

14. Dyvak M. Tables of optimal design of experiment in case of localization of parameters domain of interval model / Mykola Dyvak, Andriy Pukas // Measuring and computing technique in technologic processes. – P. 181-190.

15. Dyvak M. Tolerance estimation of parameters set of models created on experimental data / M. Dyvak, A. Pukas, O. Kozak // Modern Problems of Radio Engineering, Telecommunications and Computer Science. Proceedings of International Conference. – Lviv-Slavsko, 2008. – P. 24-26.

16. Dyvak M. The application of methods tolerance ellipsoidal estimation of the interval models parameters for the task of identifying the reverse laryngeal nerve /

M. Dyvak, O. Kozak, A. Pukas // Bulletin of National University “Lvivska Politechnika”. Electronics and telecommunications. – Lviv, 2010. – P. 196-205.

17. Fielding R. Architectural styles and the design of network-based software architectures / Roy Fielding // University of California, Irvine. – 2000.

18. Garlan D. An introduction to software architecture / D. Garlan, M. Shaw // Advances in Software Engineering and Knowledge Engineering. – Hackensack, NJ, USA: World Scientific Publishing Company, 1993. – Vol. 2. – P. 1-39.

19. Garulli A. Robustness in identification and control / A. Garulli, A. Teci, L. Vicino // Lect. notes in control and inform. sci. – 1999. – 413 p.

20. Hahn B. MATLAB for engineers and scientists / B. Hahn, T. Valentine // Academic Press. – Orlando, 2016. – 428 p.

21. Kurzhanski A. Ellipsoidal calculus for estimation and control / A. Kurzhanski, I. Valyi // Birkhauser, Berlin, 1997.

22. Letzky E. Design of experiments and data analysis: New trends and results / E. Letzky, A. Voshinin, M. Dyvak, S. Simoff, A. Orlov, V. Gorsky, E. Nikitina, V. Nosov // Moscow, ANTAL, 1993. – 192 p.

23. Milanese M. Bounded approaches to system identification / M. Milanese, J. Norton, H. Piet-Lahanier, E. Walter. – New-York, London: Plenum Press. – 1996. – 357 p.

24. Moore R.E. Interval analysis / R.E. Moore // Englewood Cliffs: Prentice Hall. – 1966. – 145 p.

25. Moore R.E. Methods and applications of interval analysis / R.E. Moore // Philadelphia: SIAM. – 1979. – 190 p.

26. Porplytsya N. Interval difference operator for the task of identification recurrent laryngeal nerve / N. Porplytsya, M. Dyvak // Computational Problems of Electrical Engineering: Proceedings of the 16th International Conference (CPEE'2015). – Lviv, 2015. – P. 156-158.

27. Porplytsya N. Method of structure identification for interval difference operator based on the principles of honey bee colony functioning / N. Porplytsya, M. Dyvak,

T. Dyvak // Computational Problems of Electrical Engineering. – 2014. – Vol. 4. – №2. – P. 57-68.

28. Quinn M.J. Preliminary results from a parallel MATLAB compiler / M.J. Quinn, A. Malishevsky, N. Seelam, Y. Zhao // Proceedings of the First Merged International Parallel Processing Symposium and Symposium on Parallel and Distributed Processing. – Orlando, 1998. – P. 81-87.

29. Rohn J. Input-output model with interval data / J. Rohn // *Econometrica*. – 1980. – Vol. 48. – P. 767-769.

30. Schweppe F.C. Recursive state estimation: unknown but bounded error and system inputs / F.C. Schweppe // *IEEE Trans. Automat. Control*. – 1968. – № 1. – P. 22–28.

31. Shary S.P. Algebraic approach to the interval linear static identification, tolerance, and control problems, or one more application of Kaucher Arithmetic / S.P. Shary // *Reliable Computing* 2(1). – 1996. – P. 3-33.

32. Shary S.P. Solving the linear interval tolerance problem / S.P. Shary // *Mathematics and Computer in Simulation*. – 1995. – V. 39. – P. 53-85.

33. Skalicky S. A parallelizing Matlab Compiler Framework and run time for heterogeneous systems / S. Skalicky, S. Lopez, M. Lukowiak, A. Schmidt // *IEEE 17th International Conference on High Performance Computing and Communications, IEEE 7th International Symposium on Cyberspace Safety and Security, IEEE 12th International Conference on Embedded Software and Systems*. – New York, 2015. – P. 232-237.

34. Tanaka K. Fuzzy Control system design and analysis: a linear matrix inequality approach / K. Tanaka, H.O.Wang // New York: John Wiley& Sons, Inc. – 2001. – 305 p.

35. Thomas H. Introduction to algorithms / Cormen H. Thomas // MIT Press – 2001. – 1292 p.

36. Walter E. Identification of parametric model from experimental data / E. Walter, L. Pronzato // London, Berlin, Heidelberg, New York, Paris, Tokyo: Springer, 1997. – 413 p.

37. Wu C.F.J. Experiments: planning, analysis and optimization / C.F.J. Wu, M.S. Hamada // Wiley. – 2009. – 743 p.
38. Алефельд Г. Введение в интервальные вычисления / Г. Алефельд, Ю. Херцбергер // М.: Мир. – 1987. – 360 с.
39. Архиреева И.Н. Формирование оптимальной регрессионной структуры по данным пассивного эксперимента / И.Н. Архиреева, В.П. Бородюк, Ф.Ю. Полванов // Заводская лаборатория. – 1987. – №10. – С. 71-74.
40. Бакан Г.М. Теоретико-множественная идентификация линейных объектов в классе размытых эллипсоидальных множеств / Г.М. Бакан, Н.Н. Куссуль // Автоматика. – 1990. – №4. – С. 72-78.
41. Бочков А.Ф. Интервальный анализ как альтернатива регрессионному анализу / А.Ф. Бочков, А.П. Воцинин, Г.Р. Сотиров // Заводская лаборатория. – 1990. – №7. – С. 76-81.
42. Бочков А.Ф. Оценивание параметров модели для объектов с интервальной неопределенностью в выходных параметрах / А.Ф. Бочков, М.В. Милевский. – Москва, 1988. – 23 с.
43. Буч Г. Язык UML. Руководство пользователя / Г. Буч, Дж. Рамбо, А. Джекобсон // М.: ДМК. – 2000. – 432 с.
44. Воцинин А.П. Интервальный анализ: развитие и перспективы / А.П. Воцинин // Заводская лаборатория. – 2002. – №1. – С. 118-126.
45. Воцинин А.П. Метод оптимизации объектов в условиях неопределенности целевой функции / А.П. Воцинин, Г.Р. Сотиров // Перспективы и опыт внедрения статистических методов в АСУ ТП. Тезисы докладов III Всесоюзной конференции. – Тула, 1987. – С. 28-29.
46. Воцинин А.П. Метод оптимизации объектов по интервальным моделям целевой функции / А.П. Воцинин // М.: МЭИ. – 1987. – 47 с.
47. Воцинин А.П. Оптимизация в условиях неопределенности / А.П. Воцинин, Г.Р. Сотиров // М.: МЭИ – София: Техника. – 1989. – 224 с.

48. Воцинин А.П. О неразличимости решений и оптимальном планировании эксперимента при анализе приращений в регрессионных задачах / А.П. Воцинин // Заводская лаборатория. – 1981. – №7. – С. 65-69.

49. Воцинин А.П. Оптимизация по регрессионным моделям и планирование эксперимента / А.П. Воцинин, Р.А. Акматбеков // Бишкек: Илим. – 1991. – 164 с.

50. Воцинин А.П. Планирование эксперимента при интервальном анализе данных / А.П. Воцинин, Н.П. Дывак // Тезисы докладов IV Всесоюзной конференции – Тула, 1990. – Часть 1. – С. 90-91.

51. Воцинин А.П. Планирование оптимального насыщенного эксперимента в задачах построения интервальных моделей / А.П. Воцинин, Н.П. Дывак // Заводская лаборатория. – 1993. – №1. – С. 56-59.

52. Воцинин А.П. Решение задач оптимизации по интервальным оценкам критерия / А.П. Воцинин // Заводская лаборатория. – 1987. – №7. – С. 68-71.

53. Гурин И.А. Решение математических задач на языке Visual C# с использованием пакета MATLAB / И.А. Гурин, Н.А. Спирин, В.В. Лавров // Теплотехника и информатика в образовании, науке и производстве (ТИМ'2016). – Екатеринбург, 2016. – С. 190-193.

54. Грановский В.Г. Методы обработки экспериментальных данных при измерениях / В.Г. Грановский, Т.Н. Сирая // Ленинград: Энергоатомиздат. – 1990. – 288 с.

55. Дивак М.П. Аналіз точності лінійної інтервальної моделі у задачах статичної ідентифікації / М.П. Дивак // Вісн. ДУ «Львівська політехніка». – 1999. – №366. – С. 35-39.

56. Дивак М.П. Архітектура програмної системи для моделювання статичних систем на основі аналізу інтервальних даних / М.П. Дивак, І.С. Олійник // Міжнародний науково-технічний журнал «Інформаційні технології та комп'ютерна інженерія». – Вінниця, 2017. – №2(39). – С. 70-81.

57. Дивак М.П. Використання властивостей інтервальних моделей у задачах послідовного планування оптимальних експериментів / М.П. Дивак // Вісн. НУ

«Львівська політехніка». Електроенергетичні та електромеханічні системи. – 2001. – № 418. – С. 53-58.

58. Дивак М.П. Використання насиченого експерименту для оцінювання параметрів інтервальної моделі при аналізі інтервальних даних / М.П. Дивак // Автоматика. Автоматизация. Электротехнические комплексы и системы. – 1999. – №2(5). – С.33-36.

59. Дивак М.П. Властивості інтервальних моделей при інтервальній формі їх параметрів / М.П. Дивак // Сб. науч. тр. международного науч.-учеб. центра информ. технологий и систем, науч. совет НАН Украины по пробл. «Кибернетика». Моделирование и управление состоянием эколого-экономических систем региона. – К., 2001. – С.58-63.

60. Дивак М.П. Допустиме оцінювання множини параметрів статичної системи в класі багатомірних еліпсоїдів / М.П. Дивак // Комп'ютинг. – 2002. – Том 1. – №1. – С.108-114.

61. Дивак М.П. Задачі математичного моделювання статичних систем з інтервальними даними: монографія / М.П. Дивак // Т.: Економічна думка ТНЕУ. – 2011. – 215 с.

62. Дивак М.П. Застосування методів допускового еліпсоїдного оцінювання параметрів інтервальних моделей для задачі візуалізації гортанного нерва / М.П. Дивак О.Л. Козак, А.В. Пукас // Вісник Національного університету Львівська політехніка. Сер. Радіоелектроніка та телекомунікації. – 2010. – №680. – С. 196-205.

63. Дивак М.П. Ідентифікація моделей об'єктів в умовах інтервальної невизначеності на основі методів аналізу інтервальних даних / М.П. Дивак, П.Г. Стахів // Пр. міжн. конф. з управління «АВТОМАТИКА – 2000». – Львів, 2000.–Т.2. – С. 90-97.

64. Дивак М.П. Інтервальна модель для прогнозування потужності малої гідроелектростанції «Топольки» / М.П. Дивак, В.І. Манжула, Ю.П. Франко // Енергетика та електрифікація. – 2008. – № 11(303). – С. 21-29.

65. Дивак М.П. Локалізація гарантованих оцінок параметрів технологічних процесів / М.П. Дивак, С.В. Волошук // Вимірювальна та обчислювальна техніка в технологічних процесах: зб. наук. праць. – 2001. – Вип. 8. – С. 310-316.

66. Дивак М.П. Метод локалізації гарантованих оцінок в задачах параметричної ідентифікації / М.П. Дивак // Вимірювальна та обчислювальна техніка в технологічних процесах. – 2000. – №4. – С.12-17.

67. Дивак М.П. Метод формування допускової еліпсоїдної оцінки параметрів інтервальних моделей на основі виділення із інтервальної системи лінійних алгебричних рівнянь основних активних обмежень / М.П. Дивак, О.Л. Козак // Реєстрація, зберігання і обробка даних. – 2009. – Т. 11. – № 2. – С.25-36.

68. Дивак М.П. Метод формування оптимального «насиченого блоку» у задачі локалізації розв'язків інтервальної системи лінійних алгебричних рівнянь / М.П. Дивак, І.С. Олійник // Збірник наукових праць «Індуктивне моделювання складних систем». Міжнар. наук.- навч. центр інформ. технологій та систем НАН та МОН України. – Київ, 2016. – Вип. 8. – С. 79-99.

69. Дивак М.П. Моделювання та забезпечення функціональної придатності технологічного обладнання лінії по виготовленню гіпсокартону в умовах змінних характеристик сировини / М.П. Дивак, С.Я. Крепич, В.І. Манжула, Т.М.Дивак // Вимірювальна та обчислювальна техніка в технологічних процесах. – 2015. – №3(52). – С. 186-192.

70. Дивак М.П. Обчислювальні аспекти методів локалізації розв'язків задач параметричного оцінювання в умовах обмежених похибок / М.П. Дивак // Відбір та обробка інформації. – 2002. – №16(92). – С. 43-47.

71. Дивак М.П. Особливості комп'ютерної реалізації методу локалізації параметрів інтервальних моделей із виділенням «насиченого блоку» / М.П. Дивак, А.В. Пукас, І.С. Олійник // Міжнародний науково-технічний журнал «Інформаційні технології та комп'ютерна інженерія». – Вінниця, 2014. – №2. – С. 59-71.

72. Дивак М.П. Оцінка ефективності застосування оптимальних локалізаційних планів при побудові інтервальних моделей статичних систем /

М.П. Дивак, А.В. Пукас, В.І. Манжула // Вимірювальна та обчислювальна техніка в технологічних процесах: тези ІХ науково-техн. конф. – Хмельницький, 2003. – С. 8.

73. Дивак М.П. Оцінка можливостей МГЕС «Топольки» методами аналізу інтервальних даних / М.П. Дивак, Ю.П. Франко // Збірник наукових праць ДонНТУ серії «Інформатика, кібернетика і обчислювальна техніка». – 2011. – Вип. 10(153) – С. 274-278.

74. Дивак М.П. Оцінювання допусків параметрів статичних систем еліпсоїдними множинами на основі аналізу інтервальних даних / М.П. Дивак, О.Л. Козак // Моделювання та керування станом еколого-економічних систем регіону. – 2008. – Вип. 4. – С. 67-78.

75. Дивак М.П. Планування оптимального експерименту для побудови інтервальної моделі енергетичної характеристики високочастотних магнітних підсилювачів імпульсних джерел живлення / М.П. Дивак, А.В. Пукас, В.І. Яськів // Вісник Тернопільського державного технічного університету. – Тернопіль, 2006. – Том 11. – № 3. – С. 169-177.

76. Дивак М.П. Послідовне планування I_G –оптимальних експериментів для побудови інтервальних моделей статичних систем / М.П. Дивак, А.В. Пукас // Наукові космічні дослідження: школа-семінар для молодих науковців: матеріали виступів. – К.: ІВЦ «Видавництво «Політехніка»». – 2004. – С. 50-51.

77. Дивак М.П. Послідовне планування експериментів для побудови інтервальних моделей прийняття рішень / М.П. Дивак, А.В. Пукас, М.Я. Шпінталь // Вісник НУ «Львівська політехніка». Радіоелектроніка та телекомунікації. –2005. – №534. – С.138-147.

78. Дивак М.П. Послідовне планування експерименту при локалізації області параметрів інтервальної моделі / М.П. Дивак // Доп. спільної українсько-польської школи-семінару «Актуальні проблеми теоретичної електротехніки: наука і дидактика». – Алушта, 2001. – С.20-22.

79. Дивак М.П. Реалізація методу локалізації параметрів інтервальних моделей з виділенням насиченого блоку експерименту на паралельних

обчислювальних графах / М.П. Дивак, П.Г. Стахів // Електроніка і зв'язь. – 2001. №12. – С. 120-124.

80. Дивак М.П. Таблиці оптимальних планів експерименту у випадку локалізації області параметрів інтервальної моделі / М.П. Дивак, А.В. Пукас // Вимірювальна та обчислювальна техніка в технологічних процесах. – 2002. – №2. – С. 181-190.

81. Дивак М.П. Теоретичні засади побудови моделей "вхід–вихід" статичних систем методами аналізу інтервальних даних / М.П. Дивак // Дис. доктора технічних наук. – Тернопіль: Тернопільська академія народного господарства. – 2003. – 304 с.

82. Дывак Н.П. Макромодель распределения влажности в листе гипсокартона в процессе его сушения на основе интервального разностного оператора / Н.П. Дывак, Т.Н. Дывак, А.В. Пукас, В.И. Манжула // Управляющие системы и машины. – 2013. – №2. – С.72-78.

83. Дывак Н.П. Оптимальное планирование эксперимента в случае локализации области параметров интервальной модели / Н.П. Дывак // Кибернетика и вычислительная техника. – 2001. – Вып. 132. – С.39-47.

84. Дывак Н.П. Планирование I_G - и I_E -оптимальных экспериментов в задачах идентификации интервальных моделей / Н.П. Дывак // Проблемы управления и информатики. – 2001. – №2. – С.42-49.

85. Дывак Н.П. Последовательное планирование I_G -оптимальных экспериментов для построения интервальных моделей статических систем / Н. П. Дывак, А. В. Пукас // Проблемы управления и информатики. – 2004. – №5. – С. 31-38.

86. Ермаков С.М. Математическая теория оптимального эксперимента / С.М. Ермаков, А.А. Жиглявский // – М.: Наука. – 1987. – 319 с.

87. Калмыков С.А. Методы интервального анализа / С. А. Калмыков, Ю. И. Шокин, З. Х. Юлдашев // Новосибирск: Наука. – 1986. – 222 с.

88. Красовский Н.Н. Теория управления движением / Н. Н. Красовский // М.:Наука. – 1968. – 475 с.

89. Кунцевич В. Получение гарантированных оценок в задачах параметрической идентификации / В. Кунцевич, М. Лычак // Автоматика. – 1982. – № 4. – с. 49-59.

90. Куржанский А.Б. Задача идентификации – теория гарантированных оценок / А.Б. Куржанский // Автоматика и телемеханика. – 1991. – № 4. – С. 3-26.

91. Лычак М.М. Идентификация и оценивание состояния объектов управления на основе множественного подхода / М.М. Лычак // Проблемы управления и информатики. – 1999. – №5. – С. 34–41.

92. Лычак М.М. Решение задачи линейного программирования на основе множественного подхода / М.М. Лычак, В.Н. Шевченко, Н.П. Царук // Проблемы управления и информатики. – 2005. – №4. – С. 103–111.

93. Льюнг Л. Идентификация систем. Теория для пользователей / Л. Льюнг // М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит. – 1991. – 432 с.

94. Льюнг Л. О точности модели в идентификации систем / Л. Льюнг // Известия АН. Техническая кибернетика. – М.: Наука. – 1992. – №6. – С. 55–64.

95. Налимов В. В. Теория эксперимента / В. В. Налимов // М.: Наука. – 1971.– 207 с.

96. Олійник І.С. Аналіз методів оптимізації синтезу послідовних планів інтервальних експериментів / І.С. Олійник // Дев'ята Всеукраїнська наукова Інтернет-конференція «Місце та роль міждисциплінарних зв'язків при проведенні наукових досліджень». – Тернопіль, 2012. – С. 60-61.

97. Олійник І. Аналіз послідовного алгоритму параметричної ідентифікації інтервальних моделей статичних систем / І. Олійник // Міжнародна науково-технічна конференція молодих учених та студентів «Актуальні задачі сучасних технологій». – Тернопіль, ТНТУ ім. Івана Пулюя. – 2012. – С. 217-218.

98. Олійник І.С. Особливості вибору оптимального «насиченого блоку» методу локалізації розв'язків ІСЛАР / І.С. Олійник // V Всеукраїнська школа-семінар молодих вчених і студентів «Сучасні комп'ютерні інформаційні технології». – Тернопіль, 2015. – С. 30-32.

99. Олійник І.С. Особливості застосування методу локалізації параметрів для ідентифікації моделі прогнозування потужності малої гідроелектростанції /

І. С. Олійник // III Всеукраїнська школа-семінар молодих вчених і студентів «Сучасні комп'ютерні інформаційні технології». – Тернопіль, 2013. – С. 159.

100. Олійник І.С. Проблематика несумісності ІСЛАР при локалізації параметрів інтервальних моделей із виділенням «насиченого блоку» та метод її виявлення / І.С. Олійник // IV Всеукраїнська школа-семінар молодих вчених і студентів «Сучасні комп'ютерні інформаційні технології». – Тернопіль, 2014. – С. 30-32.

101. Олійник І.С. Удосконалення алгоритму визначення «насиченого блоку» у задачі параметричної ідентифікації інтервальної системи лінійних алгебричних рівнянь / І.С. Олійник // Науковий вісник національного лісотехнічного університету України: збірник науково-технічних праць. – Львів: РВВ НЛТУ України. – 2016. – Вип.26.5. – С. 345-363.

102. Очеретнюк Н.П. Структурна ідентифікація інтервальної моделі процесу сушіння гіпсокартону / Н.П. Очеретнюк, М.П. Дивак // Вимірювальна та обчислювальна техніка в технологічних процесах: Міжнар. наук.-техн. журнал. – 2013. – № 2. – С. 211-217.

103. Порплиця Н.П. Реалізація методу структурної ідентифікації інтервальних різницевих операторів на основі алгоритму поведінки бджолоїної колонії / Н.П. Порплиця, М. П. Дивак // Вісник Кременчуцького національного університету імені Михайла Остроградського. – 2015. – Вип. 4(93). – С. 34-40.

104. Порплиця Н.П. Синтез структури інтервального різницевого оператора з використанням алгоритму бджолоїної колонії / Н.П. Порплиця, М.П. Дивак // Індуктивне моделювання складних систем. – 2013. – Вип. 5. – С. 256-269.

105. Пукас А.В. Оптимізація обчислювальної процедури реалізації методу послідовного I_G -оптимального планування експерименту / А.В. Пукас, І.С. Олійник // Проблемно-наукова міжгалузева конференція «Інформаційні проблеми комп'ютерних систем, юриспруденції, економіки та моделювання» (ПНМК-2009). – Бучач, 2009. – С. 225-228.

106. Пукас А.В. Проверка эффективности метода I_G -оптимального последовательного планирования эксперимента для разных законов распределения похибки в данных / А.В. Пукас, І.С. Олійник // Проблемно-наукова міжгалузева конференція «Інформаційні проблеми комп'ютерних систем, юриспруденції, економіки та моделювання» (ПНМК-2008). – Бучач, 2008. – С. 151-154.
107. Растрингин Л.А. Адаптация сложных систем / Л.А. Растрингин // Рига: Зинатне. –1981. – 359 с.
108. Растрингин Л.А. Современные принципы управления сложными объектами / Л.А. Растрингин // Советское радио. – Москва, 1980. – 232 с.
109. Секунов Н.Ю. Самоучитель C# / Н.Ю. Секунов // СПб.: БХВ-Петербург. – 2001. – 576 с.
110. Стахів П.Г. Структура макромоделі та її вплив на параметричну ідентифікацію параметрів дискретної моделі турбогенератора / П.Г. Стахів, Ю.Я. Козак, Ю.П. Франко // Вісник національного університету «Львівська політехніка». – 2012. – С. 87-91.
111. Тихонов А.Н. Статистическая обработка результатов экспериментов / А.Н. Тихонов, М.В. Уфимцев // М.: Изд-во Московского государственного университета. – 1988. – 174 с.
112. Томашевський В.М. Моделювання систем / В.М. Томашевський // К: Видавнична група ВНУ. – 2005. – 352 с.
113. Фаулдер М. Архитектура корпоративных программных приложений / Мартин Фаулдер // М.: Издательский дом Вильямс. – 2006. – 544 с.
114. Фаулдер М. UML. Основы / М. Фаулдер, К. Скотт // СПб: Символ-Плюс. – 2002. – 192 с.
115. Франко Ю.П. Моделювання роботи малої гідроелектростанції (МГЕС) з використанням методів множинного оцінювання / Ю.П. Франко // Комп'ютерно-інтегровані технології: освіта, наука, виробництво. – 2013. – №11. – С. 238-242.
116. Черноусько Ф.Л. Оптимальные гарантированные оценки неопределенностей с помощью эллипсоидов / Ф.Л. Черноусько // Изв. АН СССР. Техн. киберн. – 1980. – №3. – С. 3–11.

117. Черноусько Ф.Л. Оценивание фазового состояния динамических систем. Метод эллипсоидов / Ф.Л. Черноусько // М. : Наука, 1988. – 320 с.
118. Шарый С.П. Внешнее оценивание обобщенных множеств решений интервальных линейных систем / С.П. Шарый // Вычислительные Технологии.– 1999. – Т. 4. – № 4. – С. 82–110.
119. Шарый С.П. Интервальные алгебраические задачи и их численное решение / С.П. Шарый // Дис. доктора физ.-математ. наук. – Новосибирск: Ин-т вычисл. технологий СО РАН. – 2000. – 322 с.
120. Шарый С.П. Интервальный анализ: прошлое, настоящее и будущее / С.П. Шарый // Наука в Сибири. – 1997. – №41 (2127). – С. 3-12
121. Шарый С.П. Конечномерный интервальный анализ / С. П. Шарый // Новосибирск: XYZ, 2016. – 617 с.
122. Шарый С.П. Новый подход к анализу статических систем с интервальной определённой в данных / С.П. Шарый // Вычислительные Технологии. – 1997. – Т. 2. – №1. – С. 84-102.
123. Шилдт Г. C# 4.0. Полное руководство / Герберт Шилдт // М.: Издательский дом Вильямс. – 2015. – 1056 с.
124. Шокин Ю.И. Интервальный анализ / Ю.И. Шокин // Новосибирск: Наука, 1981. – 116 с.
125. Яковлев А.Г. Интервальные вычисления – предмет исследований и полезный инструмент / А.Г. Яковлев // Интервальные вычисления. – 1991. – №1. – С. 10–26.

Додаток А

Акти про використання результатів дисертаційного дослідження

ЗАТВЕРДЖУЮ
Перший проректор
Тернопільського національного
економічного університету

Шокарик М. І.



2017 р.

АКТ

про впровадження у навчальний процес Тернопільського національного економічного університету результатів дисертаційної роботи

Олійник Ірини Степанівни

«Ідентифікація параметрів інтервальних моделей статичних систем методами оптимального планування насичених експериментів»

Даний акт складений про те, що результати дисертаційної роботи аспіранта кафедри комп'ютерних наук Олійник Ірини Степанівни на тему «Ідентифікація параметрів інтервальних моделей статичних систем методами оптимального планування насичених експериментів» використані в навчальному процесі Тернопільського національного економічного університету для підготовки студентів за спеціальністю 121 – «Інженерія програмного забезпечення». При викладанні дисциплін «Моделювання та аналіз програмного забезпечення», «Архітектура та проектування програмного забезпечення» та «Інтервальні обчислення» використовується система комп'ютерного моделювання статичних систем, в архітектурі програмної частини якої реалізовано модулі параметричної ідентифікації параметрів моделей з гарантованими прогностичними властивостями, модулі оптимального насиченого планування експериментів та модулі еліпсоїдного оцінювання множини параметрів інтервальних моделей статичних систем на основі ітераційної обчислювальної схеми оптимального насиченого планування експерименту.

Декан факультету комп'ютерних
інформаційних технологій,
д.т.н., професор

М. П. Дивак

Зав. кафедри комп'ютерних наук,
к.т.н., доцент

А. В. Пукас

ЗАТВЕРДЖУЮ

Проректор з наукової роботи
Тернопільського національного
економічного університету

Освіт.м., проф. Задорожний З.-М. В.

20/7 р.

про використання результатів кандидатської дисертації
Олійник Ірини Степанівни

«Ідентифікація параметрів інтервальних моделей статичних систем методами оптимального планування насичених експериментів»

Комісія у складі: голови – декана факультету комп'ютерних інформаційних технологій, д.т.н., проф. Дивака М. П. та членів: в. о. директора науково-дослідного інституту інноваційного розвитку та державотворення Письменного В. І., начальника планово-фінансового відділу Кушніра О. Р. склали цей акт про те, що дослідження та результати дисертаційної роботи Олійник І. С. використані під час виконання науково-дослідних робіт на кафедрі комп'ютерних наук факультету комп'ютерних інформаційних технологій з безпосередньою участю автора, а саме:

- у науково-дослідній роботі «Математичне та програмне забезпечення для класифікації тканин хірургічної рани в процесі операції на органах ший» (державний реєстраційний номер 0117U000410) автором розроблено методи параметричної ідентифікації інтервальних моделей статичних систем для задач класифікації тканин хірургічної рани в процесі операції на органах ший;

- у науково-дослідній роботі «Теорія побудови та методи реалізації в реальному часі міждисциплінарних математичних моделей зміни стану складних об'єктів» (державний реєстраційний номер 0114U000569) автором вперше запропоновано метод параметричної ідентифікації інтервальних моделей статичних систем, побудований на редукції інтервальної системи лінійних алгебричних рівнянь, у якому використано еліпсоїдну оцінку множини значень параметрів;

- у науково-дослідній роботі «Математичне та програмне забезпечення для контролю забруднення атмосфери автотранспортом» (державний реєстраційний номер 0116U005507) автором побудовано модель добової зміни концентрації шкідливих викидів діоксиду азоту, в залежності від інтенсивності транспортних потоків, відносної вологості та температури повітря;

- у науково-дослідній роботі «Математичне та програмне забезпечення складних систем в умовах структурної та параметричної невизначеностей» (державний реєстраційний номер 0117U000145) автором розроблено метод еліпсоїдного оцінювання множини значень параметрів інтервальних моделей статичних систем на основі ітераційної обчислювальної схеми оптимального насиченого планування експерименту;

- у науково-дослідній роботі «Макромодельовання складних систем та процесів в умовах структурної невизначеності на основі неточних даних» (державний реєстраційний номер 0111U010356) автором удосконалено метод оптимального насиченого планування експериментів у випадку інтервального представлення вихідних змінних моделей статичних систем;

- у науково-дослідній роботі «Методи та засоби математичного моделювання складних систем на основі теоретико-множинного та інтервального підходів» (державний реєстраційний номер 0106U012529) автором удосконалено систему комп'ютерного моделювання статичних систем, програмна частина якої відрізняється від існуючих структурною та алгоритмічною організацією.

Голова комісіїдекан факультету комп'ютерних інформаційних технологій,
д.т.н., проф.

М. П. Дивак

Члени комісії:

в.о. директора НДІ ІРД


В. І. Письменний

начальник ПФ відділу

О. Р. Кушнір

ЗАТВЕРДЖУЮ
Голова ТзОВ «Топольки»
Р. В. Нагорняк

“20” _____ 12 _____ 2017 р.



АКТ

про впровадження результатів дисертаційної роботи

Олійник Ірини Степанівни

«Ідентифікація параметрів інтервальних моделей статичних систем методами оптимального планування насичених експериментів»

Ми, комісія у складі: Заліщук Ігор Орестович, Тераз Василь Іванович, склали даний акт про те, що при організації роботи ТзОВ «Топольки» використано такі результати дисертаційної роботи аспіранта кафедри комп'ютерних наук Тернопільського національного економічного університету Олійник Ірини Степанівни: удосконалений метод параметричної ідентифікації інтервальних моделей статичних систем, побудований на редукції інтервальної системи лінійних алгебричних рівнянь, який дав можливість побудувати інтервальну модель для прогнозування генерованої електроенергії на малій гідроелектростанції.

Застосування вказаних результатів дисертаційного дослідження дозволило уточнити граничні межі генерованої електроенергії, забезпечити більш ефективне використання гідроресурсів. Отримана інтервальна модель для прогнозування генерованої електроенергії на малій гідроелектростанції відзначається простотою використання та може бути застосована для оптимізації гідротехнічних характеристик споруд, що забезпечить зниження собівартості чергової реконструкції малої гідроелектростанції.

Гол. бухгалтер ТзОВ «Топольки»

Інженер ТзОВ «Топольки»



І. О. Заліщук

В. І. Тераз

ЗАТВЕРДЖУЮ

Завідувач Тернопільського міського
 відділу державної установи
 «Тернопільський обласний
 лабораторний центр МОЗ України»

Поліщук А. О.
 «20» 12 2012 р.



АКТ

про використання результатів дисертаційної роботи

Олійник Ірини Степанівни

«Ідентифікація параметрів інтервальних моделей статичних систем методами оптимального планування насичених експериментів»

Ми, комісія у складі: Лучки Ольги Володимирівни, Нападій Ольги Василівни, склали даний акт про те, що при розв'язуванні задач оцінювання стану довкілля у м. Тернополі використано такі результати дисертаційної роботи аспіранта кафедри комп'ютерних наук Тернопільського національного економічного університету Олійник Ірини Степанівни: удосконалений метод параметричної ідентифікації інтервальних моделей статичних систем, побудований на редукції інтервальної системи лінійних алгебричних рівнянь. На основі запропонованого методу параметричної ідентифікації інтервальних моделей статичних систем створено інтервальну модель добової зміни концентрації шкідливих викидів діоксиду азоту, в залежності від інтенсивності транспортних потоків, відносної вологості та температури повітря.

Розроблений метод та інтервальна модель дали можливість зменшити витрати на вимірювання концентрацій шкідливих викидів в заданих точках за рахунок вимірювання тільки інтенсивності транспортних потоків у межах добового циклу.

Завідувач відділення організації
 санітарно-гігієнічних досліджень
 Тернопільського міського відділу
 державної установи «Тернопільський
 обласний лабораторний центр МОЗ України»

О. В. Лучка

Біолог санітарно-гігієнічної лабораторії
 Тернопільського міського відділу
 державної установи «Тернопільський
 обласний лабораторний центр МОЗ України»

О. В. Нападій

Додаток Б

Список публікацій здобувача за темою дисертації та відомості про
апробацію результатів дисертації

1. Дивак М. П. Метод формування оптимального «насиченого блоку» у задачі локалізації розв'язків інтервальної системи лінійних алгебричних рівнянь / М. П. Дивак, І. С. Олійник // Збірник наукових праць «Індуктивне моделювання складних систем». Міжнар. наук.- навч. центр інформ. технологій та систем НАН та МОН України. – Київ, 2016. – Вип. 8. – С. 79-99.

2. Dyvak M. Estimation method for a set of solutions to interval system of linear algebraic equations with optimized “saturated block” selection procedure / Mykola Dyvak, Iryna Oliynyk // Computational Problems of Electrical Engineering. – Lviv, 2017. – V. 7, No. 1. – P. 17-24.

3. Дивак М. П. Особливості комп'ютерної реалізації методу локалізації параметрів інтервальних моделей із виділенням «насиченого блоку» / М. П. Дивак, А. В. Пукас., І. С. Олійник // Міжнародний науково-технічний журнал «Інформаційні технології та комп'ютерна інженерія». – Вінниця, 2014. – № 2.– С. 59-71.

4. Олійник І. С. Удосконалення алгоритму визначення «насиченого блоку» у задачі параметричної ідентифікації інтервальної системи лінійних алгебричних рівнянь / І. С. Олійник // Науковий вісник національного лісотехнічного університету України: збірник науково-технічних праць. – Львів : РВВ НЛТУ України, 2016. – Вип. 26.5. – С. 345-363.

5. Дивак М. П. Архітектура програмної системи для моделювання статичних систем на основі аналізу інтервальних даних / М. П. Дивак, І. С. Олійник // Міжнародний науково-технічний журнал «Інформаційні технології та комп'ютерна інженерія». – Вінниця, 2017. – № 2(39).– С. 70-81.

6. Dyvak M. Interval model for description the small hydroelectric power station and method of its construction / Mykola Dyvak, Iryna Oliynyk, Andriy Pukas,

Volodymyr Manzhula // 15th International Conference “Computational Problems of Electrical Engineering”. – Terchova – Vratna Dolina, Slovak Republic, 2014. – P. 38.

7. Dyvak M. Stochastic method forming the optimal “saturated block” in the localization task of solutions the interval system of linear algebraic equations / Mykola Dyvak, Iryna Oliynyk, Volodymyr Manzhula, Ruslan Shevchuk // 14th International Conference “The Experience of Designing and Application of CAD Systems in Microelectronics (CADSM)”. – Polyana-Lviv, 2017. – P. 367-371.

8. Dyvak M. Reduction of interval equations for interval system of linear algebraic equations / Mykola Dyvak, Natalya Kasatkina, Iryna Oliynyk // 13th International Conference “Modern Problems of Radio Engineering, Telecommunications, and Computer Science”. – Lviv-Slavsko, 2016. – P. 128-131.

9. Dyvak M. Macromodel of dynamics of the electric power generated by small hydroelectric power station based on interval data analysis / Mykola Dyvak, Andriy Pukas, Iryna Oliynyk // 16th International Conference “Computational Problems of Electrical Engineering”. – Lviv, 2015. – P. 32-35.

10. Dyvak M. Method of reduction for interval system of linear algebraic equations and its application to modeling a small hydroelectric power station / Mykola Dyvak, Iryna Oliynyk, Petro Stakhiv // 17th International Conference “Computational Problems of Electrical Engineering”. – Sandomierz, Poland, 2016. – P. 66-74.

11. Олійник І. С. Особливості вибору оптимального «насиченого блоку» методу локалізації розв’язків ІСЛАР / І. С. Олійник // V Всеукраїнська школа-семінар молодих вчених і студентів «Сучасні комп’ютерні інформаційні технології». – Тернопіль, 2015. – С. 30-32.

12. Пукас А. В. Перевірка ефективності методу I_G -оптимального послідовного планування експерименту для різних законів розподілу похибки в даних / А. В. Пукас, І. С. Олійник // Проблемно-наукова міжгалузева конференція «Інформаційні проблеми комп’ютерних систем, юриспруденції, економіки та моделювання» (ПНМК-2008). – Бучач, 2008. – С. 151-154.

13. Пукас А. В. Оптимізація обчислювальної процедури реалізації методу послідовного I_G -оптимального планування експерименту / А. В. Пукас, І. С. Олій-

ник // Проблемно-наукова міжгалузева конференція «Інформаційні проблеми комп'ютерних систем, юриспруденції, економіки та моделювання» (ПНМК-2009). – Бучач, 2009. – С. 225-228.

14. Олійник І. С. Аналіз методів оптимізації синтезу послідовних планів інтервальних експериментів / І. С. Олійник // Дев'ята Всеукраїнська наукова Інтернет-конференція «Місце та роль міждисциплінарних зв'язків при проведенні наукових досліджень». – Тернопіль, 2012. – С. 60-61.

15. Олійник І. Аналіз послідовного алгоритму параметричної ідентифікації інтервальних моделей статичних систем / І. Олійник // Міжнародна науково-технічна конференція молодих учених та студентів «Актуальні задачі сучасних технологій». – Тернопіль : ТНТУ ім. Івана Пулюя, 2012. – С. 217-218.

16. Олійник І. С. Особливості застосування методу локалізації параметрів для ідентифікації моделі прогнозування потужності малої гідроелектростанції / І. С. Олійник // III Всеукраїнська школа-семінар молодих вчених і студентів «Сучасні комп'ютерні інформаційні технології». – Тернопіль, 2013. – С. 159.

17. Олійник І. С. Проблематика несумісності ІСЛАР при локалізації параметрів інтервальних моделей із виділенням «насиченого блоку» та метод її виявлення / І. С. Олійник // IV Всеукраїнська школа-семінар молодих вчених і студентів «Сучасні комп'ютерні інформаційні технології». – Тернопіль, 2014. – С. 30-32.

Апробація результатів дисертації. Основні положення і результати дисертаційної роботи доповідалися та обговорювалися на таких конференціях та наукових семінарах: 13-й міжнародній конференції “Modern Problems of Radio Engineering, Telecommunications, and Computer Science” (TCSET'2016), Львів-Славське – 2016 р.; 14-й міжнародній конференції “The Experience of Designing and Application of CAD Systems in Microelectronics” (CADSM'2017), Львів – Поляна – 2017 р.; 15-й – 17-й міжнародних конференціях “Computational Problems of Electrical Engineering” (CPEE'2014, CPEE'2015, CPEE'2016), Vratna Dolina, Slovak Republic – 2014 р., Lviv, Ukraine – 2015 р., Sandomierz, Poland – 2016 р.; 8-й

міжнародній літній школі-семінарі для молодих науковців «Індуктивне моделювання: теорія і застосування», с. Жукін, Київська обл. – 2015 р.; 3-й – 5-й всеукраїнських школах-семінарах молодих вчених і студентів “Advanced Computer Information Technology” (АСІТ’2013 – АСІТ’2015), Тернопіль, 2013 – 2015 рр.); 9-й Всеукраїнській науковій Інтернет-конференції «Місце та роль міждисциплінарних зв’язків при проведенні наукових досліджень», Тернопіль, 2012 р.; міжнародній науково-технічній конференції молодих учених та студентів «Актуальні задачі сучасних технологій», Тернопіль, ТНТУ ім. Івана Пулюя, 2012 р.; проблемно-наукових міжгалузевих конференціях «Інформаційні проблеми комп’ютерних систем, юриспруденції, енергетики, економіки, моделювання та управління» (ПНМК-2008, ПНМК-2009), Бучач – 2008 р., 2009 р.; наукових семінарах кафедри комп’ютерних наук Тернопільського національного економічного університету (2009-2017 рр.).