

УДК 528.022

## К ТЕОРИИ ИНСТРУМЕНТАЛЬНЫХ МЕТОДОВ УЧЕТА РЕФРАКЦИОННОГО УДЛИНЕНИЯ ТРАЕКТОРИЙ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН ПРИ ДАЛЬНОМЕРНЫХ ИЗМЕРЕНИЯХ НА ПРИЗЕМНЫХ ТРАССАХ

**А. Прокопов**

Национальный научный центр “Институт метрологии”, Харьков

**И. Тревого**

Национальный университет “Львовская политехника”

**Ключевые слова:** геодезия, измерения расстояний, учет рефракции, поправка за искривление траектории, интегральное лучевое приближение.

### Постановка проблемы.

Измерения расстояний с помощью электромагнитных волн уже многие годы широко применяются для решения разнообразных задач геодезии, локации, навигации [1, 2]. Одним из наиболее существенных факторов, ограничивающих точность таких измерений, является влияние неоднородной земной атмосферы, в которой распространяется электромагнитная волна, на характеристики распространения. К систематическим погрешностям измерений расстояний приводят, в частности, влияние атмосферы на скорость распространения сигнала (поскольку скорость распространения в атмосфере оказывается меньше скорости света в вакууме) и на форму траектории, по которой он распространяется (поскольку эта траектория искривляется вследствие эффекта рефракции) [1–3].

Влияние на скорость распространения сигнала принято компенсировать с помощью среднеинтегрального вдоль измеряемой трассы показателя преломления воздуха. Такая компенсация может быть осуществлена либо путем введения соответствующей поправки в результат измерения, определяемой на основе какой-либо из известных моделей [1–3], в том числе геодезическим методом [3], либо аппаратным путем – непосредственно при измерениях, которые в случае оптического диапазона, например, выполняются на разных частотах – уже разработаны двухчастотные (двухволновые) лазерные дальномеры, используемые в геодезической практике [1].

Сложнее складывается ситуация с учетом рефракционного искривления траектории сигнала. Поскольку влияние этого эффекта на результаты измерений оказывается намного меньше влияния эффекта, обусловленного отличием скорости распространения от скорости света в вакууме, ему до сих пор уделяли недостаточно внимания. Трудности, которые возникают при обосновании моделей коррекции рефракционного искривления (удлинения) траектории, связаны с тем, что подобное моделирование в общем случае должно выполняться в рамках так называемого приближения геометрической оптики (лучевого приближения) –

классического раздела теории распространения электромагнитных волн в неоднородных средах [4]. Уравнения геометрической оптики (лучевого приближения) являются нелинейными дифференциальными уравнениями второго порядка, точное решение которых для произвольной трехмерно-неоднородной среды не существует. Применение же каких-либо моделей атмосферного профиля приводит к потере точности.

Опираясь на результаты анализа метода учета рефракции, описанного в [3] и использующего модель плоскостройной среды и измерения среднего по трассе коэффициента рефракции, можно сделать вывод о том, что в сложившейся ситуации наиболее привлекательным можно считать обоснование аппаратного метода (методов) определения поправки, учитывающей рефракционное искривление. Причем такого метода, для которого непосредственно измеряемыми величинами являются величины, определяемые атмосферным профилем, а сам профиль непосредственно не входит в число параметров, необходимых для определения поправки. К подобным величинам, как это будет видно из дальнейшего, в нашем случае можно отнести углы рефракции, а также среднеинтегральный показатель преломления воздуха.

### Изложение основного материала.

Рассмотрим один из вариантов обоснования такого подхода применительно к наземным дальноммерным измерениям на примере использования предложенного в статьях [5, 6] метода интегрального лучевого приближения.

Основной идеей интегрального лучевого приближения является переход от классических дифференциальных уравнений геометрической оптики, решение которых требует знания трехмерно-неоднородного профиля показателя преломления воздуха, к алгебраическим уравнениям для усредненных вдоль лучевых траекторий величин. Результатом такого перехода являются уравнения интегрального лучевого приближения, которые уже не содержат в явном виде профиль показателя преломления воздуха, но содержат усредненные вдоль лучей величины, автоматически (по определению) учитывающие такой профиль [5].

Основным уравнением интегрального лучевого приближения для трехмерно-неоднородной земной

атмосферы является так называемый закон преломления геометрооптических лучей в трехмерно-неоднородных средах [6], который при условиях, аналогичных условиям первого приближения классической геометрической оптики, можно представить в виде

$$\begin{aligned} (\mathbf{r}_L \mathbf{l}_L) n_0 + (\mathbf{r}_L \mathbf{l}_0) n_L = \frac{D}{6} (n_0 + n_L) (1 + 5(l_0 l_L)) + \\ + \bar{n} D (1 - (l_0 l_L)), \end{aligned} \quad (1)$$

где  $n_0 = n(0)$ ,  $n_L = n(\mathbf{r}_L)$ , – соответственно, значения показателя преломления воздуха в конечных точках измеряемой трассы с координатами  $\mathbf{r} = 0$  и  $\mathbf{r} = \mathbf{r}_L$  (начало координат совмещено с точкой выхода луча);

$$D = \int_0^{s_D} ds \quad (2)$$

– длина траектории луча;  $s$  – лучевая координата ( $s_D = D$  – значение лучевой координаты в конечной точке траектории  $\mathbf{r} = \mathbf{r}_L$ , равное длине траектории с учетом ее искривления);

$$\bar{n} = D^{-1} \int_0^{s_D} n(r(s)) ds, \quad (3)$$

– среднеинтегральный вдоль траектории распространения сигнала показатель преломления воздуха;  $\mathbf{l}_0 = \mathbf{l}(r=0)$ ,  $\mathbf{l}_L = \mathbf{l}(\mathbf{r} = \mathbf{r}_L)$  – направления касательной  $\mathbf{l} = d\mathbf{r}/ds$  к лучу в конечных точках трассы.

Интегрирование в формулах (2), (3) осуществляется вдоль лучевой траектории (по координате  $s$ ), форма которой определяется лучевым уравнением [4]

$$\frac{d}{ds} \left( n \frac{d\mathbf{r}}{ds} \right) = \nabla n,$$

где  $\nabla$  – оператор градиента.

Поскольку искомое расстояние  $L$  (длина прямой линии, соединяющей конечные точки трассы) определяется соотношением  $L = |\mathbf{r}_L|$ , из (1) нетрудно получить формулу для поправки  $dL = D - L$ , учитывающей рефракционное удлинение траектории сигнала [8, 9]

$$dL = L \left\{ 1 - \frac{(n_0 + n_L)(1 + 5(l_0 l_L)) + 6\bar{n}(1 - (l_0 l_L))}{6 \left[ \frac{(\mathbf{r}_L \mathbf{l}_L) n_0}{|\mathbf{l}_L|} + \frac{(\mathbf{r}_L \mathbf{l}_0) n_L}{|\mathbf{l}_L|} \right]} \right\}. \quad (4)$$

В (4) нет явной зависимости от профиля показателя преломления. Более того, все входящие в (4) величины не только учитывают этот профиль неявным образом, но и могут быть определены экспериментально. Значения показателя преломления в конечных точках трассы можно найти по непосредственно измеряемым в этих точках метеопараметрам (давлению, температуре и влажности воздуха), среднеинтегральное значение показателя преломления – например, с помощью измерений на двух несущих частотах (для оптического диапазона длин волн), скалярные произведения между касательными к

траектории и направлением прямой, соединяющей конечные точки измеряемой трассы, – по определяемым в конечных точках углам рефракции (вертикальной и боковой).

Если пренебречь боковой рефракцией, вклад которой обычно незначителен (или вместо трехмерной модели (4) перейти к модели двумерно-неоднородной среды), то соотношение (4) сводится к более простой формуле [9]

$$dL = L \left\{ 1 - \frac{(n_0 + n_L)(1 + 5 \cos(a_0 + a_L))}{6(n_0 \cos a_L + n_L \cos a_0)} - \frac{\bar{n}(1 - \cos(a_0 + a_L))}{(n_0 \cos a_L + n_L \cos a_0)} \right\}, \quad (5)$$

связывающей рефракционное удлинение  $dL$  траектории луча с углами вертикальной рефракции  $a_0$ ,  $a_L$  в конечных точках трассы (определяемых формулами  $(\mathbf{r}_L \mathbf{l}_0) = L \cos a_0$ ,  $(\mathbf{r}_L \mathbf{l}_L) = L \cos a_L$ ,  $(\mathbf{l}_0 \mathbf{l}_L) = \cos(a_0 + a_L)$ ) и значениями показателя преломления  $n_0$ ,  $n_L$  в тех же конечных точках трассы длиной  $L$ , а также среднеинтегральным показателем преломления  $\bar{n}$ . Эта формула справедлива для произвольного двумерного профиля показателя преломления, не требует введения априорных аналитических моделей этого профиля, а также вычислений интегралов, содержащих какой-либо профиль.

В предельном случае однородной среды, когда  $n_0 = n_L = \bar{n}$ , рефракция отсутствует  $a_0 = a_L = 0$ , и из (5), как и следовало ожидать, получаем  $dL = 0$ .

Различные варианты формулы (5) для модели плоскостростой среды приведены в [8].

В случае горизонтальных трасс с линейным спадом показателя преломления воздуха с высотой, когда  $\nabla n = \text{const} = g_n$ , формула (5) может быть упрощена в соответствии с [5] до известного соотношения

$$dL = \frac{g_n^2 L^3}{24 n_0^2},$$

используемого в геодезии для оценок поправки за рефракционное удлинение траектории сигнала при дальномерных измерениях на наземных трассах [1].

Анализ требований к точности определения величин, входящих в формулу (5), можно выполнить по отдельности для случайной  $m_{dL}$  и систематической составляющих погрешности измерений. При этом должно использоваться такое соотношение для случайной составляющей

$$m_{dL} = \left[ \left( \frac{\partial dL}{\partial L} \cdot m_L \right)^2 + \left( \frac{\partial dL}{\partial n_0} \cdot m_{n_0} \right)^2 + \left( \frac{\partial dL}{\partial n_L} \cdot m_{n_L} \right)^2 + \left( \frac{\partial dL}{\partial a_0} \cdot m_{a_0} \right)^2 + \left( \frac{\partial dL}{\partial a_L} \cdot m_{a_L} \right)^2 + \left( \frac{\partial dL}{\partial \bar{n}} \cdot m_{\bar{n}} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}},$$

где  $m_L, m_{n_0}, m_{n_L}, m_{a_0}, m_{a_L}, m_{\bar{n}}$  – случайные составляющие погрешности определения величин

$L, n_0, n_L, a_0, a_L, \bar{n}$ , соответственно, а частные производные вычисляются с использованием соотношения (5) и имеют смысл коэффициентов влияния. Оценка систематической составляющей погрешности требует проведения численного эксперимента с использованием формул для  $dL$  и входящих в эту формулу величин, который целесообразно осуществлять с использованием реальных профилей показателя преломления воздуха на приземных трассах.

### Выводы и предложения

Предложен метод определения поправки, учитывающей рефракционное искривление траектории сигнала при дальномерных измерениях на приземных трассах, основанный на измерениях среднеинтегрального вдоль трассы показателя преломления воздуха, а также углов рефракции и значений показателя преломления в конечных точках трассы. Интегральное лучевое приближение, которое применено для обоснования метода, можно использовать также с целью решения аналогичной задачи для трансатмосферных трасс (применительно к спутниковой лазерной дальнометрии, глобальным навигационным системам и т.п.).

### Литература

1. Большаков В. Д. Радиогеодезические и электрооптические измерения / В. Д. Большаков, Ф. Деймлих, А. Н. Голубев, В. П. Васильев. – М.: Недра, 1985. – 303 с.
2. Андрусенко А. М. Методы и средства прецизионной лазерной дальнометрии / А. М. Андрусенко, В. П. Данильченко, А. В. Прокопов, В. И. Пономарев, И. В. Лукин. – М.: Изд-во стандартов, 1987. – 224 с.
3. Островский А. Л. Учет атмосферных влияний на астрономо-геодезические измерения / А. Л. Островский, Б. М. Джуман, Ф. Д. Заблоцкий, Н. И. Кравцов. – М.: Недра, 1990. – 235 с.
4. Кравцов Ю. А. Геометрическая оптика неоднородных сред / Ю. А. Кравцов, Ю. И. Орлов. – М.: Наука, 1980. – 304 с.
5. Прокопов А. В. Об интегральном представлении лучевых уравнений геометрической оптики / А. В. Прокопов // Письма в ЖТФ. – 1985. – Т. II, вып. 24. – С. 1526–1529.
6. Прокопов А. В. Закон преломления геометрооптических лучей в трехмерно-неоднородных средах / А. В. Прокопов // Письма в ЖТФ. – 1988. – Т. 14, вып. 2. – С. 107–110.
7. Прокопов А. В. Инструментальный метод учета рефракции при дальномерных измерениях на наклонных трассах / А. В. Прокопов, Е. В. Ремаев // Дальнометрия и ее метрологическое обеспечение. – Л.: НПО “ВНИИМ им. Д. И. Менделеева”, 1987. – С. 54–57.
8. Прокопов А. В. Уравнения геометрической оптики для усредненных вдоль лучей величин и учет рефракции при дальномерных измерениях / А. В. Прокопов, Е. В. Ремаев // Распространение звуковых и оптических волн в атмосфере. – Томск: ТФ СО АН СССР, 1988. – С. 54–61.
9. Бражниченко А. В. Новые методы учета влияния земной атмосферы на точность дальномерных измерений / А. В. Бражниченко, А. В. Прокопов, Е. В. Ремаев // Измерительная техника. – 1990. – № 10. – С. 15–17.

### До теорії інструментальних методів врахування рефракційного подовження траєкторій електромагнітних хвиль під час віддалемірних вимірювань на приземних трасах

О. Прокопов, І. Тревого

Запропоновано інструментальний метод визначення поправки, що враховує рефракційне викривлення траєкторії електромагнітного сигналу віддалеміра під час геодезичних вимірювань на приземних трасах. Метод ґрунтується на інтегральному поданні променевих рівнянь геометричної оптики неоднорідних середовищ і реалізується за допомогою вимірів кутів рефракції та середньоінтегрального показника заломлення повітря на досліджуваній трасі.

### К теории инструментальных методов учета рефракционного удлинения траекторий электромагнитных волн при дальномерных измерениях на приземных трассах

А. Прокопов, И. Тревого

Предложен инструментальный метод определения поправки, учитывающей рефракционное искривление траектории электромагнитного сигнала дальномера при геодезических измерениях на приземных трассах. Метод базируется на интегральном представлении лучевых уравнений геометрической оптики неоднородных сред и реализуется с помощью измерений углов рефракции и среднеинтегрального показателя преломления воздуха на исследуемой трассе.

### To the theory of instrumental methods of accounting for refractive lengthening of the trajectories of electromagnetic waves in distance measurement on surface paths

A. Prokopov, I. Trevoho

An instrumental method for determining the correction, which takes into account the refractive curvature of the trajectory of the electromagnetic signal of the range finder for geodetic measurements on the surface paths, is proposed. The method is based on the integral representation of the ray equations of geometric optics of inhomogeneous media and is realized by measuring refraction angles and the average integral refractive index of air on the investigated path.