

## ІМПУЛЬСНА НЕЙРОННА МЕРЕЖА ТИПУ “K-WINNERS-TAKE-ALL”

© Тимощук П. В., 2017

Описано імпульсну нейронну мережу неперервного часу типу “K-winners-take-all”, яка ідентифікує  $K$  найбільші з-поміж  $N$  входів, де керуючий сигнал  $1 \leq K < N$ . Мережа описується рівнянням стану, що містить шлейф імпульсів, і вихідним рівнянням. Мережа спроможна досягати теоретично довільної скінченної швидкості збіжності до KWTA-режиму. Отримані теоретичні результати проілюстровано прикладом комп’ютерного моделювання, який демонструє ефективність мережі.

**Ключові слова:** мережа неперервного часу, нейронна мережа типу “K-winners-take-all”, рівняння стану з шлейфом імпульсів, дельта-функція Дірака.

**An impulse continuous-time K-winners-take-all neural network which is capable of identifying the largest K of N inputs, where a command signal  $1 \leq K < N$  is presented. The network is described by a state equation with an impulse train and by an output equation. The network is capable to reach theoretically arbitrary finite convergence speed to the KWTA operation. Theoretical results are derived and illustrated with computer simulation example that demonstrates the network’s performance.**

**Keywords:** Continuous-time network, K-winners-take-all neural network, state equation, impulse train, Dirac delta function.

### Вступ

Нейронні мережі (НМ) типу “K-winners-take-all” (KWTA) призначені для вибору  $K$  більших серед  $N$  входів, де  $1 \leq K < N$  – позитивне ціле число [1]. У частковому випадку, коли  $K = 1$ , KWTA-мережа зводиться до “winner-takes-all” (WTA)-мережі [2]. KWTA-мережі використовуються у телекомунікаціях, системах технічного бачення, для фільтрування, декодування, обробки зображень, кластеризації, класифікації, навігації мобільних роботів і розпізнавання ознак. KWTA-механізми застосовують для розпізнавання явищ та в імпульсних НМ. Запропоновано багато НМ для розв’язання WTA- і KWTA-задач. KWTA НМ неперервного часу, реалізовані в аналоговому апаратному забезпеченні, мають вищу швидкодію, є більш компактними й енергоефективними порівняно з цифровими реалізаціями [3].

У статті в KWTA НМ неперервного часу використовується шлейф імпульсів, що визначається сумою дельта-функцій Дірака. В результаті цього, на відміну від інших аналогів, для яких траєкторія змінної стану мережі до KWTA-режиму має неперервну лінійну, кусково-лінійну або нелінійну форму, траєкторія змінної стану такої мережі до KWTA-режиму має ступінчастий вигляд. Тому, коли період формування імпульсів прямує до нуля, теоретична швидкість збіжності траєкторій змінної стану мережі до WTA-режиму прямує до безмежності. Це означає, що мережа здатна миттєво, без перехідної динаміки ідентифікувати  $K$  найбільших серед  $N$  входів. Згідно з результатами порівняння, мережа спроможна досягати значно вищої швидкості обробки входів, ніж найшвидші аналоги. Наведено результати комп’ютерного моделювання, яке підтверджує та ілюструє теоретичні положення.

### Імпульсна мережа неперервного часу

Розглянемо вхідний вектор  $\mathbf{a} = (a_{n_1}, a_{n_2}, \dots, a_{n_N})^T \in \mathfrak{R}^n$ ,  $1 < N < \infty$  з невідомими елементами зі скінченними значеннями. Входи є такими, що їх можна розрізнити і впорядкувати за спаданням величини згідно з такими нерівностями:

$$\infty > a_{n_1} > a_{n_2} > \dots > a_{n_N} > -\infty, \quad (1)$$

де  $n_1, n_2, \dots, n_N$  – невідомі номери першого найбільшого входу, другого найбільшого входу і т. д. аж до  $N$ -го найбільшого входу. Необхідно спроектувати таку НМ, яка здатна миттєво, без перехідної динаміки ідентифікувати  $K$  найбільших з цих входів, які називаються переможцями. Сконструйована мережа повинна обробляти вхідний вектор  $\mathbf{a}$  так, щоб отримувати такий вихідний вектор  $\mathbf{b} = (b_{n_1}, b_{n_2}, \dots, b_{n_N})^T$ , щоб задовольняти таку КВТА-властивість [1]:

$$b_{n_i} > 0, i = 1, 2, \dots, K; b_{n_j} < 0, j = K+1, K+2, \dots, N. \quad (2)$$

Для пришвидшення обробки входів спроектуємо КВТА-мережу неперервного часу з кусково-постійними, тобто ступінчастими часовими функціями траєкторії змінної стану. Швидкість обробки входів за допомогою такої мережі визначатиметься частотою формування ступінчастих часових сигналів. Ця частота обмежується обмеженнями програмної або апаратної реалізації генератора, яких формує такі сигнали. Спростимо аналогову КВТА-мережу неперервного часу, запропоновану в [3] і включимо до її правої частини імпульси у вигляді дельта-функцій Дірака, описавши таку мережу рівнянням стану:

$$\frac{dx}{dt} = rD(x) \sum_{l=0}^m d(t-t_l) \quad (3)$$

і вихідним рівнянням

$$b_{n_k} = a_{n_k} - x, k = 1, 2, \dots, N, \quad (4)$$

де

$$D(x) = \sum_{k=1}^N S_k(x) - K \quad (5)$$

– функція різниці між отриманою і необхідною кількістю позитивних виходів:

$$S_k(x) = \begin{cases} 1, & \text{if } a_{n_k} - x > 0; \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases} \quad (6)$$

– ступінчаста функція

$$d(t-t_l) = \begin{cases} +\infty, & \text{if } t = t_l; \\ 0, & \text{if } t \neq t_l \end{cases} \quad (7)$$

– імпульс у формі дельта-функції Дірака;  $\sum_{l=1}^m d(t-t_l)$  – шлейф імпульсів;  $t_l$  – стала часу формування імпульсів;  $m$  – число імпульсів, необхідних для досягнення збіжності пошукового процесу до КВТА-режиму;  $r$  – роздільна здатність мережі.

На відміну від інших аналогів з неперервною нелінійною траєкторією змінної стану, мережа має ступінчасту форму такої траєкторії. Тому вона спроможна досягати теоретично будь-якої скінченної швидкості обробки входів, яка визначається періодом формування імпульсів. Якщо цей період прямує до нуля, час обробки мережею входів також прямує до нуля. Практична швидкість обробки входів такою мережею обмежуються її програмною або апаратною реалізацією [3–5].

### IV. Результати комп'ютерного моделювання

Розглянемо приклад з відповідним комп'ютерним моделюванням, яке ілюструє ефективність вищеописаної імпульсної мережі. Задамо вхідний вектор  $\mathbf{a} = (1.4, 3.1, 2.3, 9.2, 10.7, 6.5, 5.7, 4.8, 6.9, 8.5)^T$ , тобто  $N=10$ ,  $K=7$ ,  $r=0.5 < \min |a_{n_i} - a_{n_j}|$ ,  $i \neq j = 1, 2, \dots, 10$  і початкове значення змінної стану  $x_0 = 0$ .

Джерело імпульсів отримуємо за допомогою моделювання послідовного з'єднання генератора імпульсів, диференціатора і блоку абсолютного значення. На рис. 1 подано траєкторії змінної стану  $x$  і вихідного вектора  $\mathbf{b}$  для  $t = 0.5$  пс. Як видно з рис. 1, траєкторії виходів прямують до КВТА-режиму протягом  $T = \sum_{l=1}^4 0.5 \times 10^{-6} = 2$  нс.

Порівняємо змодельований час збіжності траєкторій змінної станів мережі до КВТА-режиму з таким часом найшвидшого аналога, описаним у [3]. Для цього отримуємо, що у випадку мережі, поданої у [3], для таких самих значень входів,  $\mathbf{a}$ ,  $N$ ,  $K$  і початкового значення змінної стану  $x_0$  при  $a = 10^6$  і  $p=1$

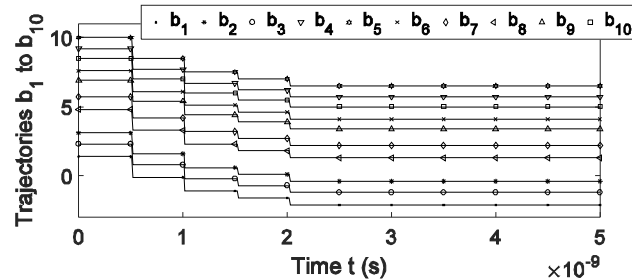


Рис. 1. Траєкторії  $x$  і  $\mathbf{b}$  мережі для  $t = 0.5$  мкс

КВТА-режиму досягають після часу збіжності  $t^* \leq 1.0 \times 10^{-6}$  s. Як можна побачити, час збіжності траєкторій змінної станів і виходів, представлених на рис. 1, до КВТА-режиму є більше, ніж на два порядки меншим, ніж такий час мережі, описаної в [3].

### Висновки

Описано імпульсну КВТА НМ неперервного часу. Мережа спроможна вибирати  $K$  максимальних серед будь-яких  $N$  невідомих входів із скінченними значеннями, які можна розрізнати, розміщеними у невідомому діапазоні, де  $1 \leq K < N$ . Представлена мережа може ідентифікувати  $K$  найбільших серед  $N$  входів миттєво без перехідної динаміки. Мережа може реалізуватись у паралельному програмному або апаратному аналоговому або цифровому забезпеченні на ВІС. Описана мережа може бути рекомендована для зменшення часу обробки даних, для пришвидшення обробки цифрових зображень і мови, кодування і цифрового телебачення, у машинному баченні, робототехніці і керуванні, для обробки великих кількостей даних з високою швидкістю.

1. E. Majani, R. Erlanson, and Y. Abu-Mostafa, "On the  $k$ -winners-take-all network," in *Advances in Neural Information Processing Systems 1*, R. P. Lippmann, J. E. Moody, and D. S. Touretzky, Eds. San Mateo, CA: Morgan Kaufmann, 1989, pp. 634–642. 2. R. P. Lippmann, "An introduction to computing with neural nets," *IEEE Acoustics, Speech and Signal Processing Magazine*, Vol. 3, No. 4, pp. 4–22, Apr. 1987. 3. Тимощук П. Аналогова нейронна схема ідентифікації найбільших за величиною з множини сигналів з невідомого діапазону / П. Тимощук // Вісник Національного університету "Львівська політехніка". Серія: Комп'ютерні науки та інформаційні технології : збірник наукових праць. – 2015. – № 826. – С. 3–8. 4. S. Shatnyi and P. Tymoshchuk, "Hardware implementation of discrete-time neural circuit of largest/smallest signal identification", in *Proc. of the XIIIth Int. Conf. "The Experience of Designing and Application of CAD Systems in Microelectronics"*, L'viv-Polyana, Ukraine, February, 24–27, 2015, pp. 226–230. 5. Tymoshchuk P. A hardware implementation of neural circuit of maximal/minimal value discrete-time signal identification / P. Tymoshchuk, S. Shatnyi // Вісник Національного університету "Львівська політехніка". Серія: Комп'ютерні системи проектування теорія і практика : збірник наукових праць. – 2015. – № 828. – С. 27–34.