УДК 621.396.69.002

І.І. Мотика[1], Л.А. Недоступ[2], Н.І. Нестор[3]
Національний університет "Львівська політехніка",
[1]кафедра систем автоматизованого проектування,
[2]кафедра теоретичної радіотехніки та радіовимірювань,
[3]технічний коледж Національного університету "Львівська політехніка"

МОДЕЛІ ТЕХНОЛОГІЧНИХ ПРОЦЕСІВ ДЛЯ СТАТИСТИЧНОГО АНАЛІЗУ

Розглянуто три типи моделей технологічних операцій, які дають можливість формувати достатньо складні схеми технологічних процесів. Моделі орієнтовані на обчислення статистичних характеристик із застосуванням апарата характеристичних функцій.

Ключові слова – технологічна операція, статистична характеристика, модель

Three types of models of technological operations enabling formation of difficult schema of technological processes are examined. Models are oriented to calculation of statistical characteristics with application of characteristic functions.

Keywords - technological operation, statistical characteristic, model

Вступ

Одними з найважливіших показників якості технологічного процесу є статистичні характеристики його вихідних параметрів при заданих вхідних впливах. Основні статистичні характеристики вихідних параметрів технологічних процесів: математичні очікування, середні квадратичні відхилення, гістограми тощо дозволяють оцінити: 1) стійкість цих параметрів щодо флюктуацій чинників технологічного процесу; 2) ймовірність виходу придатних технологічних процесів за кожним параметром окремо і результуючу ймовірність виходу придатних; 3) потенційну надійність процесів в експлуатаційних умовах; 4) економічні показники тощо.

Незважаючи на те, що така статистика приносить значну користь під час розроблення технологічних процесів і в умовах їх виробництва, вона має один істотний недолік: статистика визначена вже після вибору базового технологічного процесу, проектування технологічного процесу, виготовлення фотошаблонів і відпрацювання технології. У цьому випадку, як правило, «працює» зворотний зв'язок: якщо отримана статистична інформація не задовольняє поставлені вимоги, здійснюється коректування проекту, перероблення фотошаблонів тощо, що відповідно призводить до зайвих витрат засобів і до збільшення тривалості розроблення.

Звідси цілком природно очевидне завдання визначення статистичних характеристик технологічних процесів в умовах виробництва безпосередньо на етапі проектування, що вимагає розроблення відповідних моделей. Відомі із літературних джерел не враховують, що реальні технологічні процеси містять різні за структурою технологічні операції – зокрема, збіжні по входах та розбіжні по виходах [1].

Постановка задачі

Метою роботи є побудова моделей технологічних операцій, орієнтованих на статистичний аналіз із застосуванням характеристичних функцій [2, 3]. Метод передбачає проведення статистичного аналізу за два етапи – попередній розрахунок номінальних параметрів технологічного процесу детермінованими методами та подальший аналіз розподілів відхилень значень параметрів від номінальних. Спочатку розглянемо модель, яка вживається найчастіше, а потім удосконалені варіанти цієї моделі. Для зручності розрізнювання моделям присвоєні ідентифікатори

Модель технологічної операції (МТ1)

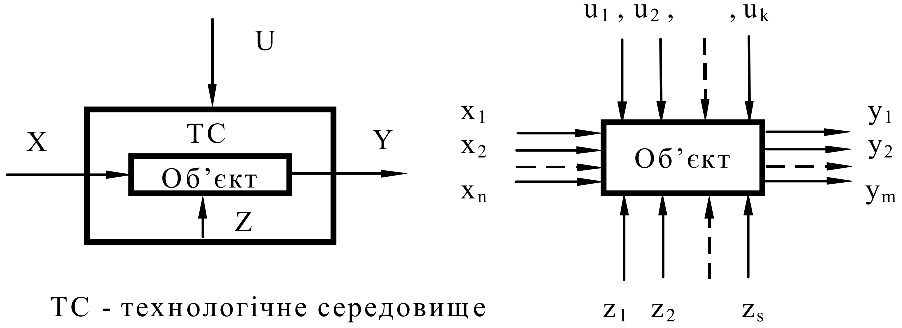

Рис. 1. Модель технологічної операції

Всі змінні, які визначають стан об'єкта, поділяють на чотири групи (рис.1).

1. Група $\mathbf{X} = (x_1, x_2, \ldots, x_n)$. Ці фактори характеризують якість сировини або проміжних продуктів, значення яких можуть бути виміряні, хоча б в принципі, але можливість впливу на них в цій операції відсутня;

2. Група $\mathbf{U} = (u_1, u_2, \ldots, u_k)$. Цю групу утворюють керовані фактори процесу. За їх допомогою реалізується заданий технологічний режим. До них належать покази витрат робочих сумішей, положення уставок регуляторів тощо. На значення керованих факторів накладаються технологічні обмеження. Змінні груп 1 і 2 часто об'єднуються в одну групу і називаються контрольованими вхідними або незалежними змінними процесу.

3. Змінні групи $\mathbf{Y} = (y_1, y_2, \ldots, y_m)$ часто називають вихідними. До їх числа належать величини, значення яких характеризують економічну ефективність процесу, техніко-економічні параметри, технологічні властивості і характеристики готових продуктів..

4. Четверту групу $\mathbf{Z} = (z_1, z_2, \ldots, z_l)$ утворюють неконтрольовані фактори. Вони характеризують збурення, які діють на об'єкт і які не можна виміряти кількісно.

Вектори **Y, X, U, Z** в загальному випадку є випадковими і їх компоненти корельовані. Вихідний вектор Y визначають із співвідношення

$$\mathrm{Y} = \Phi(\mathbf{X}, \mathbf{U}, \mathbf{Z}) \tag{1}$$

У загальному випадку залежність (1) нелінійна. Будемо вважати, що в результаті попереднього детермінованого розрахунку визначені номінальні значення всіх векторів співвідношення (1). Введемо відносні відхилення компонент векторів від номінальних:

$$\delta x_i = \frac{x_i - x_{i\text{н}}}{x_{i\text{н}}}, \quad (i = 1, 2, \ldots, n) \tag{2}$$

$$\delta y_i = \frac{y_i - y_{i\text{н}}}{y_{i\text{н}}}, \quad (i = 1, 2, \ldots, m) \tag{3}$$

$$\delta u_i = \frac{u_i - u_{i\text{н}}}{u_{i\text{н}}}, \quad (i = 1, 2, \ldots, k) \tag{4}$$

$$\delta z_i = \frac{z_i - z_{i\text{н}}}{z_{i\text{н}}}, \quad (i = 1, 2, \ldots, l) \tag{5}$$

Використавши основну формулу для похибок, отримаємо [4]

$$\delta y_i = \sum_{j=1}^{n} x_{j\text{н}} \frac{\partial \varphi_i}{\partial x_{j\text{н}}} \delta x_j + \sum_{j=1}^{k} u_{j\text{н}} \frac{\partial \varphi_i}{\partial x_{j\text{н}}} \delta u_j + \sum_{j=1}^{l} z_{j\text{н}} \frac{\partial \varphi_i}{\partial x_{j\text{н}}} \delta z_j =$$

$$= \sum_{j=1}^{n} a_{ij}\delta x_j + \sum_{j=1}^{k} b_{ij}\delta u_j + \sum_{j=1}^{l} c_{ij}\delta z_j \qquad (6)$$

$$i = 1, 2, \ldots, n$$

У векторно-матрицевій формі система (6) набуває вигляду

$$\Delta_{\mathbf{y}} = \mathbf{A}\,\Delta_{\mathbf{x}} + \mathbf{B}\,\Delta_{\mathbf{u}} + \mathbf{S} \qquad (7)$$

де Δ_y, Δ_x Δ_u – вектори відносних похибок, $\mathbf{A}$, $\mathbf{B}$ – матриці зв'язку між похибками; **S** – l-вимірний вектор сумарного впливу внутрішніх збурень на відносні похибки вихідних параметрів.

Позначимо через $g_x(\lambda), g_y(\lambda), g_u(\lambda), g_s(\lambda)$ характеристичні функції векторів $\Delta_x, \Delta_y, \Delta_s$ і $\mathbf{S}$ відповідно. Тоді, враховуючи статистичну незалежність цих векторів, характеристичну функцію $\mathbf{g}_y(\lambda)$, враховуючи рівняння (7), можна записати у вигляді

$$g_y(\lambda) = g_x(\mathbf{A}^t\lambda)g_u(\mathbf{B}^t\lambda)g_s(\lambda) \qquad (8)$$

Модель використовується для побудови послідовних фрагментів технологічних процесів, однак за її допомогою складно відобразити збіжні та розбіжні технологічні операції

На рис. 2 наведені моделі збіжної та розбіжної технологічних операцій.

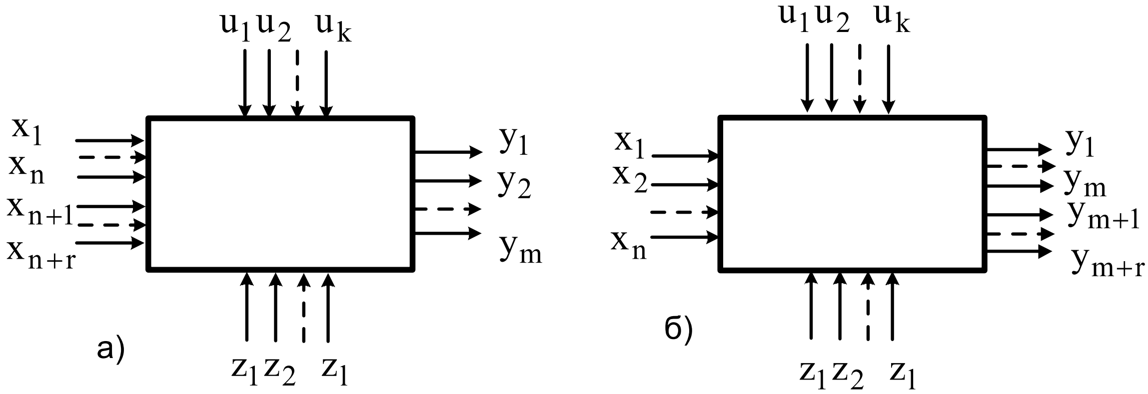

Рис. 2. Моделі технологічних операцій із структурованими змінними: а – збіжна; б – розбіжна

Модель збіжної технологічної операції (МТ2) (рис. 2 а) містить ті самі групи змінних, що і попередня. Однак, вектор вхідних змінних складається з двох $\mathbf{X_1} = (x_1, x_2, \ldots, x_n)$ і $\mathbf{X_2} = (x_{n+1}, x_{n+2}, \ldots, x_{n+r})$. Ці вектори вважаємо статистично незалежними.

Лінеаризована залежність вихідних відносних відхилень набуває вигляду

$$\Delta_y = A_1\,\Delta_{x_1} + A_2\,\Delta_{x_2} + B\,\Delta_u + S \qquad (9)$$

Відповідно характеристична функція визначається з виразу

$$g_y(\lambda) = g_{x1}(\mathbf{A_1^t}\lambda)g_{x2}(\mathbf{A_2^t}\lambda)g_u(\mathbf{B^t}\lambda)g_s(\lambda) \qquad (10)$$

Вхідні вектори можна об'єднати в один. Сумісна густина розподілу при х статистичній незалежності дорівнюватиме

$$f(x_1, x_2, \ldots, x_{n+r}) = f(x_1, x_2, \ldots, x_n) f(x_{n+1}, x_{n+2}, \ldots, x_{n+r}), \qquad (11)$$

а його характеристична дорівнює добутку характеристичних функцій складових

$$g_x(\lambda) = \int\limits_{-\infty}^{\infty}\cdots\int\limits_{-\infty}^{\infty} f(x_1, x_2, ..., x_n)\, e^{-i(\lambda_1 x_1, \lambda_2 x_2, ..., \lambda_n x_n)} f(x_{n+1}, x_{n+2}, ..., x_{n+r}) \times$$
$$\times\, e^{-i(\lambda_{n+1} x_{n+1}, \lambda_{n+2} x_{n+2}, ..., \lambda_{n+r} x_{n+r})} dx_1 dx_2 \cdots dx_{n+r} = g_{x1}(\lambda) g_{x2}(\lambda) \qquad (12)$$

Наведена модель з двома входами очевидно поширюється на багатовходові моделі.

Модель розбіжної технологічної операції (МТ2) (рис.2 б) будується аналогічно, однак, вектор Y вихідних змінних складається з двох - $\mathbf{Y_1} = (y_1, y_2, ..., y_m)$ і $\mathbf{Y_2} = (y_{m+1}, y_{m+2}, ..., y_{m+r})$.

Якщо відома сумісна густина розподілу вектора Y, то сумісні густини розподілів векторів Y_1 і Y_2 визначаються з виразів

$$f(Y_1) = f(y_1, y_2, ..., y_m) = \int\limits_{-\infty}^{\infty}\cdots\int\limits_{-\infty}^{\infty} f(y_1, y_2, ..., y_{m+r}) dy_{m+1} dy_{m+2} \cdots dy_{m+r} \qquad (13)$$

$$f(Y_2) = f(y_{m+1}, y_{m+2}, ..., y_{m+r}) = \int\limits_{-\infty}^{\infty}\cdots\int\limits_{-\infty}^{\infty} f(y_1, y_2, ..., y_{m+r}) dy_1 dy_2 \cdots dy_m \qquad (14)$$

У разі таких перетворень доцільно використовувати стандартну функцію розподілу [4].

Висновки

Запропоновані моделі достатньо прості і за їх допомогою можна будувати схеми різноманітних технологічних процесів. Моделі добре поєднуються з методом характеристичних функцій.

1. Бобало Ю.А., Кіселичник М.Д., Недоступ Л.А. Системний аналіз якості виробництва прецизійної радіоелектронної апаратури / За ред. Л.А. Недоступа. – Львів: Держ. ун-т "Львівська подітехніка", 1996. 2. Нестор Н.І. Застосування характеристичних функцій для аналізу похибок технологічних процесів. В зб.: "Досвід розробки та застосування приладо-технологічних САПР мікроелектроніки" // Тези доп. 4-ї Міжнар. наук.-техн. конф. – Львів, 1997. 3. Мотика І.І., Нестор Н.І. Аналіз похибок технологічних операцій з використанням характеристичних функцій // Вісн. Держ. ун-ту "Львівська політехніка", № 327 "Комп'ютерні системи проектування. Теорія і практика". – Львів, 1998. 4. Бородачев Н.А., Абдрашитов Р.М., Веселова И.М. и др. / Под ред. А.Н. Гаврилова. Точность производства в машиностроении и приборостроении. – М.: Машиностроение, 1973. 4. Мотика І.І., Недоступ Л.А., Нестор Н.І. Стандартний розподіл імовірностей для аналізу похибок технологічних процесів // Вісник Держ. ун-ту "Львівська політехніка", № 564,"Комп'ютерні системи проектування. Теорія і практика". – Львів, 2006.