

- гарячої води і водовідведення” [Електронний ресурс]. – Режим доступу: <http://www.nou.kiev.ua/>. 17. Серкез Х. В. Дослідження взаємозамінності характеристик напівпровідникових сенсорів для вимірювання різниці температур під час випробувань сонячних перетворювачів / Х. В. Серкез, Ю. В. Яцук, А. Г. Павельчак // зб. мат. Всеукр. наук.-техн. конф. молодих вчених у царині метрології “Technical Using of Measurement-2016”. – К.: Академія метрології України, 2016. – С. 70–71.
18. Столярчук П. Г. Розробка математичної моделі ефективності сонячних перетворювачів / П. Г. Столярчук, М. М. Микійчук, В. О. Яцук, М. С. Міхалева, О. І. Шпак, Т. М. Олесків // Східно-європейський журнал передових технологій. – 5/8(71) 2014. – Харків, 2014. – С. 30–36.
19. Серкез Х. В. Стан і тенденції розвитку прецизійних вимірювачів температури під час випробувань сонячних колекторів / Х. В. Серкез, В. О. Яцук, Ю. А. Лапченко // II Міжнар. наук.-практ. конф. “Управління якістю в освіті та промисловості: досвід, проблеми та перспективи”. – Львів: Львів: Вид-во Львівської політехніки, 2015. – С. 217–219.
20. Серкез Х. В. Дослідження діодних сенсорів температури для застосування в абсолютному радіометрі з електричним заміщенням / Х. В. Серкез, В. О. Яцук // Зб. наук. пр. X Міжнар. наук.-техн. конф. “Метрологія та вимірювальна техніка”. – Харків, 2016. – С. 125.
21. Vivek Shankar Kannan, Julie Chen. AN60590. PSoC® 3, PSoC 4, and PSoC 5LP – Temperature Measurement with a Diode. [Електронний ресурс]. – Режим доступу: <https://www.cypress.com/documentation/application-notes/an60590-psoc-3-psoc-4-and-psoc-5lp-temperature-measurement-diode>.
22. Методи підвищення точності вимірювань: підручник / В. О. Яцук, П. С. Малацівський // – Львів: Бескид-біт, 2008. – 368 с.

УДК 621.317.33

ДОСЛІДЖЕННЯ ВПЛИВУ МЕТОДИЧНОЇ ТА ІНСТРУМЕНТАЛЬНОЇ СКЛАДОВИХ ПОХИБКИ НА ТОЧНІСТЬ РЕКОНСТРУКЦІЇ ТЕМПЕРАТУРНОГО ПОЛЯ НА ПОВЕРХНІ СТІНКИ

© Дорожовець Михайло, Бурдега Мар'яна, 2016

Національний університет “Львівська політехніка”, кафедра інформаційно-вимірювальних технологій,
вул. С. Бандери, 12, 79013, Львів, Україна

Досліджено основні характеристики методичної та інструментальної складових похибки відтворення температурного поля на поверхні прямокутного об'єкта томографічним методом за результатами вимірювання опорів лінійних резистивних перетворювачів. Аналіз проведено для двох схем розміщення перетворювачів та різної їх кількості ($k = 6; 8; 12$) вздовж однієї координати. Також досліджено різні моделі розподілу температурного поля та порядки апроксимуючого двовимірного алгебраїчного багаточлена ($p = 2; 3$). Отримані результати показали, що методична похибка найбільше залежить від моделі апроксимації температурного поля і порядку алгебраїчного багаточлена, яким відтворюють поле. На похибку відтворення температури найнегативніше впливають адитивні випадкові впливи у результатах вимірювань, їх вплив підсилюється у 5–10 разів. Вплив інструментальної адитивної систематичної складової майже вдвічі менший від впливу випадкової і дуже мало залежить від кількості перетворювачів та порядку відтворювального багаточлена; мультиплікативні складові у результатах вимірювань приблизно вдвічі підсилюються алгоритмом відтворення.

Ключові слова: методична похибка, інструментальна похибка, розподіл температури, томографічний метод.

Исследованы основные характеристики методической и инструментальной составляющих погрешности воспроизведения температурного поля на поверхности прямоугольного объекта томографическим методом по результатам измерения сопротивлений линейных резистивных преобразователей. Анализ проводился для

двух различных схем размещения преобразователей и разного их количества ($k = 6; 8; 12$) вдоль одного направления. Также исследовались различные модели распределения температурного поля и порядка аппроксимирующего двухмерного алгебраического многочлена ($p = 2; 3$). Полученные результаты показали, что методическая погрешность больше всего зависит от модели аппроксимации температурного поля и порядка алгебраического многочлена, которым воспроизводят поле. На погрешность воспроизведения температуры наиболее негативно влияют аддитивные случайные влияния в результатах измерений, их влияние усиливается у 5–10 раз. Влияние инструментальной аддитивной систематической погрешности практически в два раза меньше от влияния случайной и очень мало зависит от количества преобразователей и порядка воспроизведения алгебраического многочлена; мультипликативные составляющие в результатах измерений вдвое усиливаются алгоритм воспроизведения.

Ключевые слова: методическая погрешность, инструментальная погрешность, распределение температуры, томографический метод.

In the paper the reconstruction of temperature distribution based on resistance measurements of linear sensing elements using tomography method are considered. The methodical and instrumental errors of temperature distribution are investigated and analyzed. In particular the first component depends on number of sensors and degree of used approximation of temperature distribution and the second component depends on the level of random and systematic additive and multiplicative components in measurements. Two schemes of placing of the linear temperature resistivity sensors on the investigation object are researched in the paper (Fig. 1). Also, three approximation models of the temperature distribution in the form of two-dimensional cosine, asymmetrical cosine and Gaussian with initial temperature $\Theta_0 = 100$ °C and different maximal change temperature $\Theta_m = 25; 10$ and 5 °C are investigated. The spatial resistivity distribution can be approximated by known two-dimensional basic functions are presented by formula (3). The resistances of linear resistive temperature sensors depend on resistivity are represented by formula (5). Coefficients' vector of the basic functions was calculated using the method of least squares with regularization (formula (22)). Then approximated spatial temperature distribution can be calculated on the basis of approximation model of the spatial distribution of resistivity (formula (14)). In the article proposed method is investigated for sensitive elements with the following parameters: resistivity $\rho_0 = 0.01724$ $\mu\Omega$ m, temperature coefficient of resistance $\alpha = 4.3 \cdot 10^{-3}$ $1/^\circ\text{C}$, diameter of sensitive element $d = 0.2$ mm is simulated. The temperature distribution on the wall size of 2×2 m \times m is investigated. The normalized to the maximum temperature error of reconstructed temperature distribution and root mean square error are calculated (formula (15), (16)). By using Monte-Carlo method (number of simulations $M = 10^4$) was performed simulation and in each simulation the surface average value, its standard deviations, minimum and maximum errors were determined by formulas (18) and (19). The characteristics of methodical error of reconstruction of temperature distribution for connection points on the side $k = 6; 8; 12$, algebraic polynomial of order $p = 2$ and different schemes (Fig. 1(a) and (b)) are presented in Fig. 2 and 3 respectively. The characteristics of methodical error of reconstruction of temperature distribution for scheme (Fig. 1(b)), approximation model 1(b), connection points on the side $k = 6; 8; 12$ and algebraic polynomial of order $p = 2; 3$ is presented in Fig. 4. The characteristics of instrumental error of reconstruction of temperature distribution for scheme (Fig. 1(b)), approximation model 3 (a) and (b), connection points on the side $k = 8$ and algebraic polynomial of order $p = 2$ are presented in Fig. 5. The results of this investigation showed that methodical component the most depends on approximation model and order of algebraic polynomial. The influence of additive systematic component of approximation is twice smaller than the influence of random. The influence of multiplicative systematic component of approximation is close to the influence of additive systematic component. The influence of additive random is amplified in 5–10 times.

Key words: methodical error, instrumental error, temperature distribution, tomography method.

1. Вступ. Електрична томографія – поширений метод знаходження розподілу електричних величин (питомого опору, електричної провідності тощо) всередині об'єкта за результатами вимірювання напруги чи струму електродами, розміщеними на зовнішніх стінках цього об'єкта [1].

Цей метод застосовують у медицині, геофізичних дослідженнях, а також у промисловості для неруйнівного тестування різних матеріалів. Зокрема, електричну томографію (ERT) у [2] використовують, щоб отримати 3D-розподіл електричної провідності для визначення місця розташування арматурних стержнів,

тріщин, повітряних порожнин, оцінювання фізичних/хімічних властивостей бетону за результатами зовнішніх вимірювань напруги. В статті [3] показано використання електричної томографії для дослідження донних відкладів озера Телецьке.

Томографічний метод можна застосувати теж для відтворення розподілу температури за результатами вимірювань температурозалежних опорів чутливих елементів [4]. У разі відтворення розподілу температурного поля томографічним методом виникають методична та інструментальна похибки [5, 6]. Методична похибка залежить від кількості чутливих елементів, алгоритму відтворення розподілу температури та порядків відтворюваних багаточленів, вона є систематичною. Інструментальна складова похибки переважно містить адитивну (систематичну і випадкову) та мультиплікативну (систематичну) похибки [5, 6].

Метою роботи є дослідження похибок (інструментальної та методичної) реконструкції температурного поля на поверхні стінки томографічним методом за результатами вимірювання опорів лінійних резистивних перетворювачів температури, розміщених на досліджуваній поверхні.

2. Алгоритм дослідження. Для досягнення поставленої мети в роботі необхідно виконати такі етапи щодо реконструкції температурного поля й оцінки її точності:

1. Вибір моделі розподілу температурного поля на поверхні $\Theta_{\text{mod}}(x, y)$.

2. Вибір структури розміщення лінійних резистивних чутливих елементів (ЧЕ) на досліджуваній поверхні.

3. Вибір кількості ЧЕ, яка залежить від кількості точок їх під'єднання на краях об'єкта.

4. Обчислення всіх модельних значень вимірних опорів (вектор \mathbf{R} – вектор розмірністю m : $R_j, j = 1..m$) вздовж ЧЕ для заданих моделей розподілу температурного поля $\Theta_{\text{mod}}(x, y)$.

5. Реконструкція розподілу питомого опору за результатами вимірних опорів.

6. Відтворення температурного розподілу за реконструйованим розподілом питомого опору.

7. Обчислення характеристик методичної похибки відтворення температурного поля.

8. Моделювання методом Монте-Карло впливу адитивної (систематичної та випадкової) і мульти-

плікативної систематичної похибок за стандартного відхилення зведеної до діапазону зміни опору ЧЕ адитивної випадкової похибки $\gamma_{S, \text{rnd}} = 1\% ; 0,316\% ; 0,1\%$, граничного значення зведеної систематичної похибки вимірювання опору $\gamma_{Rgr} = 1\% ; 0,316\% ; 0,1\%$, граничного значення відносної мультиплікативної похибки $d_{Rgr} = 1\% ; 0,316\% ; 0,1\%$.

9. Обчислення основних просторових характеристик похибок відтворення температурного поля.

10. Аналіз отриманих результатів.

3. Обґрунтування складових алгоритму дослідження.

1. Згідно з поставленою вимірювальною задачею для дослідження методичної похибки вибрано дві моделі розподілу температурного поля на поверхні об'єкта $\Theta_{\text{mod}}(x, y)$: у вигляді двовимірної косинусоїди (без зміщення (модель (1a)) і зі зміщенням (модель (1b)) і у формі двовимірної гауссівської поверхні (модель 2) формули (1) і (2) відповідно.

$$\Theta_{\text{mod}}(x, y) = \Theta_0 + \Theta_m \cdot \cos\left[p \cdot \frac{x}{L_{mx}}\right] \cdot \cos\left[p \cdot \frac{y}{L_{my}}\right]; \quad (1a)$$

$$\Theta_{\text{mod}}(x, y) = \Theta_0 + \Theta_m \cdot \cos\left[p \cdot \frac{x-a}{L_{mx}}\right] \cdot \cos\left[p \cdot \frac{y+b}{L_{my}}\right]; \quad (1b)$$

$$\Theta_{\text{mod}}(x, y) = \Theta_0 + \Theta_m \cdot e^{-\frac{\left(\frac{2-x}{L_{mx}}\right)^2 + \left(\frac{2-y}{L_{my}}\right)^2}{b^2}}, \quad (2)$$

де $\Theta_0 = 100\text{ }^\circ\text{C}$ – початкова температура, Θ_m – максимальна зміна температури, яка набуватиме значень до $\Theta_{m1} = 25\text{ }^\circ\text{C}$, $a = 0,25$ і $b = 0,25$ – зміщення (асиметрія) вздовж осі OX і OY моделі температури (1b) відповідно, $\beta = 1$ – параметр ширини розподілу, а аргументи змінюються у межах: $0 \leq |x| \leq \frac{L_{mx}}{2}$, $0 \leq |y| \leq \frac{L_{my}}{2}$.

2. Для зручності здійснення вимірювань ЧЕ розміщено на краях об'єкта. На рис. 1 наведено дві схеми (а і б) можливого розміщення ЧЕ на поверхні досліджуваного об'єкта.

3. Якщо на кожній стороні регулярно (з рівномірним віддаленням) розташовано по k точок, в околі яких розміщені кінці ЧЕ, то загалом можна отримати $m = 2 \cdot k$ результатів вимірювання опорів. В цій статті викладено дослідження для $k = 6; 8; 12$.

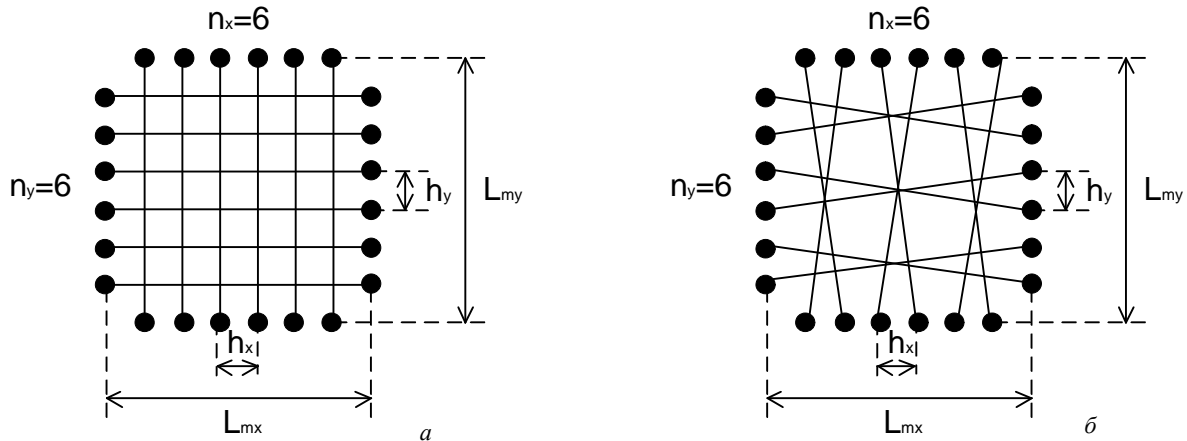


Рис. 1. Можливі розміщення лінійних резистивних чутливих елементів на поверхні прямокутної форми для кількості під'єднань на краях стінки: $n_x = 6, n_y = 6$

Fig. 1. Possible accommodation of linear resistive sensors on the surface of rectangular object for the number $n_x = 6, n_y = 6$ with connections at the edges of wall

4. Розподіл питомого опору $\rho(x, y)$ можна подати у вигляді лінійних відомих базових функцій [7]:

$$r(x, y) = \sum_{i=1}^n C_{j_i} \cdot j_i(x, y), \quad (3)$$

де C_{j_i} – вектор сталих коефіцієнтів за відомих базових функцій $j_i(x, y)$.

У найпростішому випадку базовими функціями можуть бути алгебраїчні багаточлени степеня від 0 до n , тобто:

$$j_i(x, y) = \sum_{i+k \leq n} x^i \cdot y^k. \quad (4)$$

Для відтворення розподілу питомого опору застосовували алгебраїчний багаточлен з максимальним степенем $p = 2; 3$; тобто у моделі (3) кількість членів становить $n = (p+1) \cdot (p+2) / 2$. Для $p = 2$ отримаємо $n = 6$, а для $p = 3$ відповідно $n = 10$.

Значення опору ЧЕ вздовж прямої l_j можна обчислити за формулою:

$$R_j^{calc} = \frac{1}{S} \int_{l_j} \rho(q_{mod}(x, y)) dl_j, \quad (5)$$

де S – площа поперечного перерізу провідника.

Пряму лінію l_i (рис. 1) можна описати рівнянням:

$$y(l_i) = a_{0,j} + a_{1,j} \cdot x, \quad (6)$$

де $a_{1j} = \frac{y_{2j} - y_{1j}}{x_{2j} - x_{1j}}$ – коефіцієнт нахилу лінії

$l_j, a_{0j} = y_{1j} - a_{1j} \cdot x_{1j}$ – початкове зміщення цієї лінії.

Тоді $dl = \sqrt{dx^2 + dy^2} = \sqrt{1 + a_{1j}^2} dx$ і формулу (5)

можна подати у вигляді:

$$R_j^{calc} = \frac{|l_j|}{S} \cdot \frac{1}{|x_{2j} - x_{1j}|} \int_{x_{1j}}^{x_{2j}} \sum_{i=1}^n C_{j_i} \cdot j_i(x, a_{0j} + a_{1j} \cdot x) dx, \quad (7)$$

де $|l_j|$ – довжина лінії.

Оскільки функції $j_i(x, y)$ відомі, то інтеграли у (7) у всіх можливих напрямках m ($j = 1 \dots m$) можна обчислити заздалегідь і знайти числові значення (коефіцієнти):

$$\psi_{ij} = \int_{x_{1j}}^{x_{2j}} \varphi_i(x, a_{0j} + a_{1j} \cdot x) \sqrt{1 + a_{1j}^2} dx, \quad (8)$$

що є елементами матриці Ψ розміром $m \times n$, значення яких залежить тільки від розміщення ЧЕ.

Отже, матричне рівняння для опорів чутливих елементів можна записати у такій формі:

$$\mathbf{R} = \frac{1}{S} \cdot \Psi \cdot \mathbf{C}_j, \quad (9)$$

де \mathbf{C}_j – вектор (розмірністю n) коефіцієнтів C_{j_i} при базових функціях.

На основі результатів вимірювання опорів чутливих елементів (вектор $\mathbf{R} = \mathbf{R}_{meas}$), застосовуючи метод найменших квадратів, можна обчислити вектор коефіцієнтів \mathbf{C}_j за виразом [7]:

$$\mathbf{C}_{recj} = (\Psi^T \cdot \Psi)^{-1} \cdot \Psi^T \cdot \mathbf{R}_{meas} \cdot S. \quad (10)$$

5. Знаючи числові значення коефіцієнтів C_{recj_i} (10), підставляючи їх у (3), можна обчислити реконструйований питомий опір:

$$r(x, y) = \sum_{i=1}^n C_{recj_i} \cdot j_i(x, y). \quad (11)$$

Оскільки питомий опір залежить від температури $r(q) = F(q)$, то реконструйований розподіл температурного поля можна обчислити за оберненою функцією залежності питомого опору від температури:

$$\Theta_{rec}(x, y) = F^{-1}[r_{rec}(x, y)] = F^{-1}\left[\sum_{i=1}^n C_{recj_i} \cdot j_i(x, y)\right]. \quad (12)$$

6. Як ЧЕ часто використовують мідні провідники із залежністю питомого опору від температури:

$$r_{Cu}(q) = r_{0,Cu}(1 + a_{Cu} \cdot q), \quad (13)$$

де $r_{0,Cu}$ – питомий опір за температури $q = 0 \text{ }^\circ\text{C}$, a_{Cu} – температурний коефіцієнт.

Тоді відповідно до оберненої до (13) функції відтворений розподіл температури можна описати залежністю:

$$\Theta_{rec}(x, y)_{Cu} = \frac{1}{r_{0,Cu}} \frac{\sum_{i=1}^n C_{recj_i} \cdot j_i(x, y) - 1}{a_{Cu}}. \quad (14)$$

7. Для оцінювання якості відтворення температури використано зведену (у %) до максимальної температури моделі $\Theta_0 + \Theta_m$ похибку відтворення температури, обчислену як:

$$\gamma_{\Theta}(x, y) = \frac{\Theta_{rec,0}(x, y) - \Theta_m(x, y)}{\Theta_0 + \Theta_m} \cdot 100 \%, \quad (15)$$

де $\Theta_{rec,0}(x, y)$ – відтворений розподіл температури за відсутності інструментальних похибок.

Її середньоквадратичне значення:

$$\gamma_{скз} = \sqrt{\frac{1}{L_{mx} \cdot L_{my}} \cdot \int_{-\frac{L_{mx}}{2}}^{\frac{L_{mx}}{2}} \int_{-\frac{L_{my}}{2}}^{\frac{L_{my}}{2}} \gamma_{\Theta}^2(x, y) dx dy}, \quad (16)$$

та максимальне за модулем значення зведеної похибки: $|\gamma_{\Theta}(x, y)|_{\max}$.

8. Вплив інструментальних похибок на відтворення температури оцінили, обчисливши зведену (у відсотках) похибку відтворення температури:

$$\gamma_{\Theta}(x, y) = \frac{\Theta_{rec}(x, y) - \Theta_{rec,0}(x, y)}{\Theta_0 + \Theta_m} \cdot 100 \%, \quad (17)$$

де $\Theta_{rec}(x, y)$ – відтворений просторовий розподіл температури із впливом інструментальної похибки.

9. Обчислення основних просторових характеристик похибок відтворення температурного поля:

– середнього значення:

$$\gamma_{mean} = \frac{1}{L_{mx} \cdot L_{my}} \cdot \int_{-\frac{L_{mx}}{2}}^{\frac{L_{mx}}{2}} \int_{-\frac{L_{my}}{2}}^{\frac{L_{my}}{2}} \gamma_{\Theta}(x, y) dx dy; \quad (18)$$

– стандартного відхилення:

$$\gamma_s = \sqrt{\frac{1}{L_{mx} \cdot L_{my}} \cdot \int_{-\frac{L_{mx}}{2}}^{\frac{L_{mx}}{2}} \int_{-\frac{L_{my}}{2}}^{\frac{L_{my}}{2}} (\gamma_{\Theta}(x, y) - \gamma_{mean})^2 dx dy}; \quad (19)$$

– а також максимального і мінімального значення:

$$\gamma_{\Theta}(x, y)_{\max} \text{ і } \gamma_{\Theta}(x, y)_{\min}.$$

Оцінку похибок відтворення температури виконано окремо для адитивної систематичної, адитивної випадкової та мультиплікативної систематичної похибок вимірювання опору.

Знайдені під час $N = 10^4$ симуляцій у методі Монте-Карло ці характеристики опрацьовано статистично і знайдено: середнє значення \bar{g} і стандартне відхилення s_g^2 середнього значення похибки, а також середнє значення стандартного відхилення похибки \bar{s}_g^2 і максимальне значення похибок.

4. Результати досліджень методичної похибки.

Дослідження виконано на основі моделювання: прийнято матеріал чутливих елементів мідь з питомим опором за температури $0 \text{ }^\circ\text{C}$: $r_{0,Cu} = 0.01724 \text{ мкОм}\cdot\text{м}$, температурний коефіцієнт зміни опору: $a_{Cu} = 4,3 \cdot 10^{-3} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$ [8], діаметр провідника ЧЕ $d = 0.2 \text{ мм}$, тоді площа поперечного перерізу $S = \frac{\pi \cdot d^2}{4} = 0,031 \text{ мм}^2$. Об'єкт має розміри $L_{mx} = 2 \text{ м}$, $L_{my} = 2 \text{ м}$.

На рис. 2 подано $\gamma_{скз}$ і $|\gamma_{\Theta}(x, y)|_{\max}$ для схеми розміщення ЧЕ, показаної на рис. 1, а, різних моделей апроксимації, кількості ЧЕ $k = 6; 8; 12$ і порядку апроксимованого багаточлена $p = 2$.

Значення $\gamma_{скз}$ і $|\gamma_{\Theta}(x, y)|_{\max}$ для різної кількості ЧЕ на стороні k відрізняються один від одного на кілька сотих відсотка, тому на рис. 2 залежності збігаються.

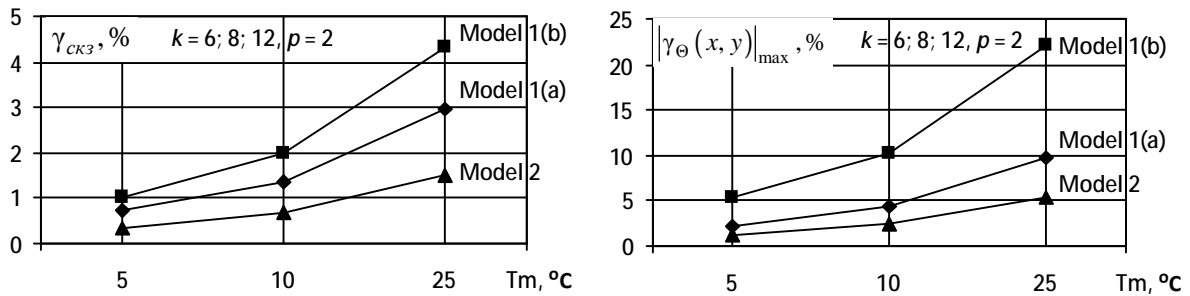


Рис. 2. Характеристики методичної похибки відтворення температурного поля для схеми на рис. 1, а, кількості ЧЕ на стороні $k = 6; 8; 12$ і порядку апроксимованого багаточлена $p = 2$

Fig. 2. Characteristics of methodical error of reconstruction of temperature distribution for scheme on fig. 1, a, connection points on the side $k = 6; 8; 12$ and algebraic polynomial of order $p = 2$

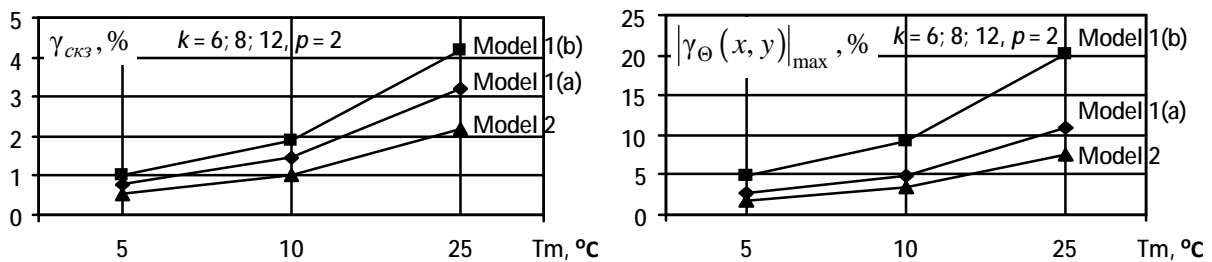


Рис. 3. Характеристики методичної похибки відтворення температурного поля для схеми на рис. 1, б, кількості ЧЕ на стороні $k = 6; 8; 12$ і порядку апроксимованого багаточлена $p = 2$

Fig. 3. Characteristics of methodical error of reconstruction of temperature distribution for scheme on fig. 1, б, connection points on the side $k = 6; 8; 12$ and algebraic polynomial of order $p = 2$

Для $p = 3$ число зумовленості реконструйованої матриці є дуже великим, тобто точність відтворення температурного розподілу буде низькою. Для вирішення цієї проблеми можна застосувати метод регуляризації Левенберга–Марквардта [9].

Метод Левенберга–Марквардта полягає у впровадженні у рівняння (10) так званого регуляризаційного члена: $I \cdot I$, де λ – параметр регуляризації, I – одинична діагональна матриця. Для обчислення параметра регуляризації використовують попередньо оцінену норму гесіана $\|H\| = \|\square^T \cdot \square\|$, машинний нуль m_{eps} для цього програмного середовища та кількості елементів апроксимації n_e [9], тобто параметр регуляризації:

$$I \approx \sqrt{n_e \cdot m_{eps}} \|H\|. \quad (20)$$

Для урахування особливостей задачі відтворення питомого опору до регуляризаційного члена додатково впровадили масштабний коефіцієнт k_m , значення якого добирали експериментально. Тоді:

$$C_{recj} = (\Psi^T \cdot \Psi)^{-1} \cdot \Psi^T \cdot R_{meas} \cdot S. \quad (21)$$

$$C_{recj,reg} = (\Psi^T \cdot \Psi + k_m \cdot I \cdot I)^{-1} \cdot \Psi^T \cdot R_{meas} \cdot S. \quad (22)$$

Для схеми, показаної на рис. 1, а, застосування регуляризації забезпечує підвищення точності відтворення температурного поля тільки до рівня похибок за порядку реконструкційного полінома (4) до $p = 2$. Тому далі досліджено похибки для схеми розміщення електродів, показаної на рис. 1, б. Результати подано на рис. 3.

Для вибраних моделей за кількості ЧЕ на стороні $k \geq 6$ методична складова похибки відтворення температурного поля практично не залежить від кількості ЧЕ.

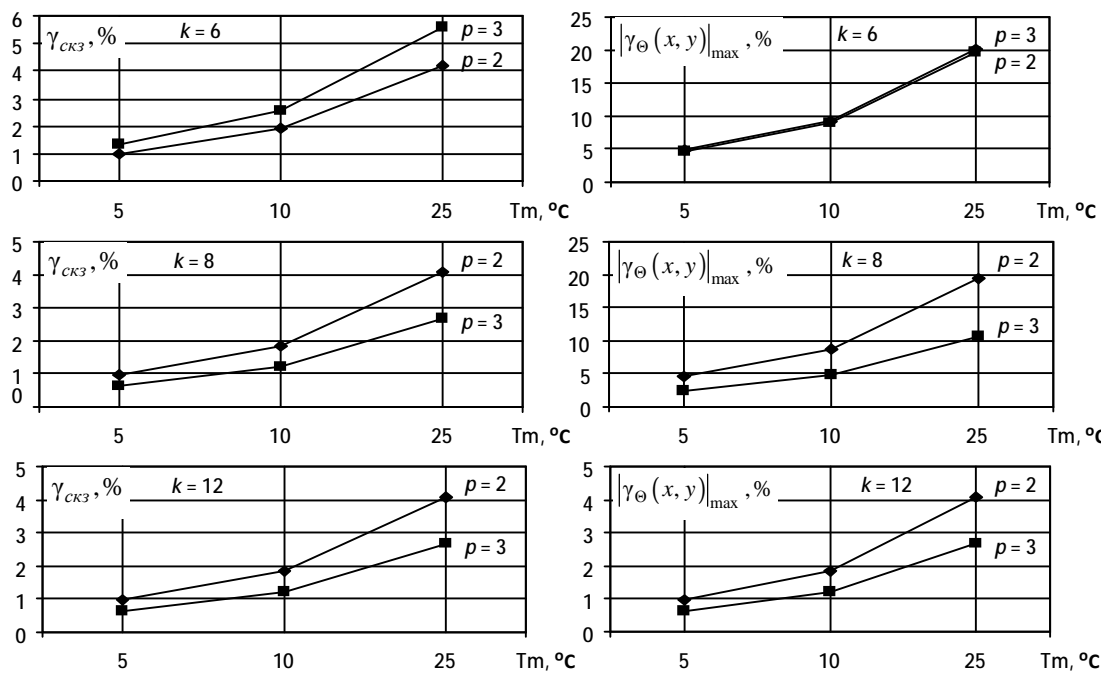


Рис. 4. Характеристики методичної похибки відтворення температурного поля для схеми на рис. 1, б, моделі 1(б), кількості ЧЕ на стороні $k = 6; 8; 12$ і порядку апроксимованого багаточлена $p = 2; 3$

Fig. 4. Characteristics of methodical error of reconstruction of temperature distribution for scheme on fig. 1, b), odel 1(b), connection points on the side $k = 6; 8; 12$ and algebraic polynomial of order $p = 2; 3$

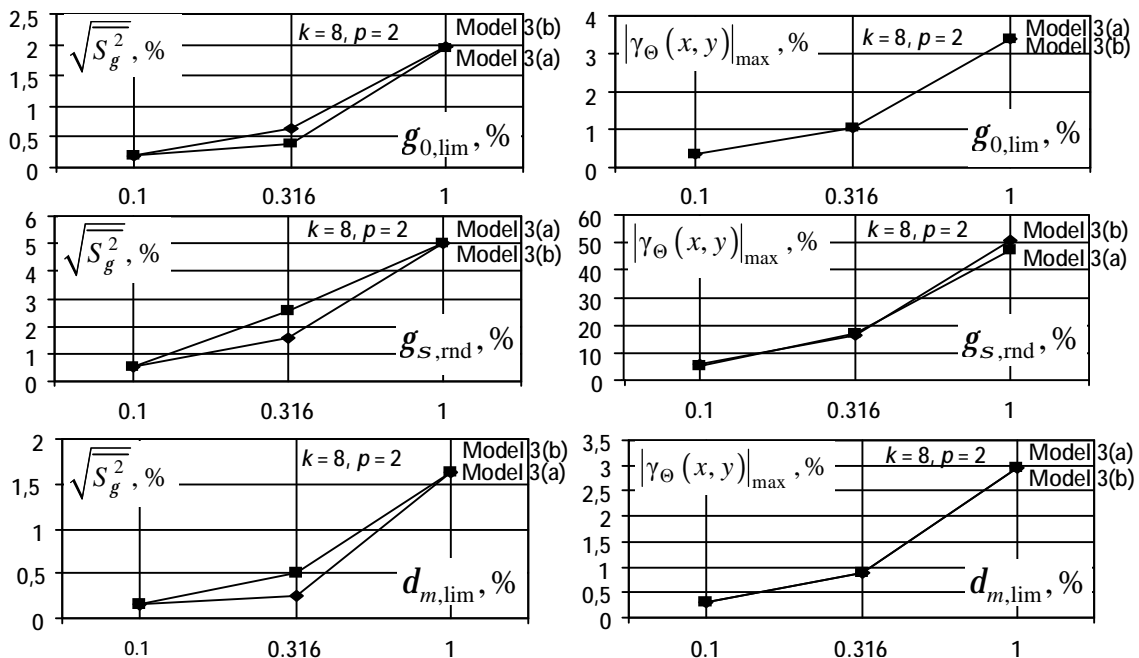


Рис. 5. Характеристики інструментальної похибки відтворення температурного поля для схеми на рис. 1, б, моделі 3(а і б), кількості ЧЕ на стороні $k = 8$ і порядку апроксимованого багаточлена $p = 2$

Fig. 5. Characteristics of instrumental error of reconstruction of temperature distribution for scheme on fig. 1, б, model 3(a and б), connection points on the side $k = 8$ and algebraic polynomial of order $p = 2$

Характеристики похибок для симетричних моделей, якщо $p = 2$ і $p = 3$, будуть однаковими, оскільки за $p = 3$ у апроксимаційній модельній функції (4) з'являються непарні компоненти, яких немає у моделі розподілу температури (2) та (1), якщо $a = 0$ і $b = 0$, тобто для парно симетричних моделей температурного розподілу. На рис. 4 показано характеристики методичної похибки для моделі 1(b).

Для асиметричної моделі температурного розподілу (модель 1(b)) методична похибка частково залежить від кількості ЧЕ, але істотніше від порядку відтворювального полінома.

5. Результати досліджень інструментальної похибки. Моделювання проводилось з використанням методу Монте-Карло. Кількість симуляцій прийнято $M = 10^4$.

Для дослідження інструментальної складової похибки вибрано алгебраїчні моделі розподілу температурного поля (модель 3 а і b):

$$\Theta_{\text{mod}}(x, y) = \Theta_0 + \Theta_m \cdot \left[1 - \left[\left(\frac{x}{L_{mx}} \right)^2 + \left(\frac{y}{L_{my}} \right)^2 \right] \right]; \quad (23a)$$

$$\Theta_{\text{mod}}(x, y) = \Theta_0 + \Theta_m \cdot \left[1 - \left[\left(\frac{x-a}{L_{mx}} \right)^2 + \left(\frac{y+b}{L_{my}} \right)^2 \right] \right], \quad (23b)$$

які під час відтворення не спричиняють методичну похибку, а лише інструментальну. Прийнято: значення початкової температури $\Theta_0 = 100$ °С, максимальна зміна температури $\Theta_m = 25$ °С, $a = 0.25$ і $b = 0.25$ – зміщення (асиметрія) вздовж осі Ox і Oy моделі температури (3b) відповідно, а аргументи змінювались у межах: $0 \leq |x| \leq \frac{L_{mx}}{2}$, $0 \leq |y| \leq \frac{L_{my}}{2}$.

На рис. 5 подано $\sqrt{S_g^2}$ і $|\gamma_{\Theta}(x, y)|_{\text{max}}$ адитивної систематичної ($\gamma_{0, \text{lim}}$), адитивної випадкової ($\gamma_{s, \text{md}}$) і мультиплікативної систематичної ($d_{m, \text{lim}}$) похибок для схеми розміщення ЧЕ, показаної на рис. 1, б, моделі 3 (а і б) апроксимації, кількості ЧЕ $k = 8$ і порядку апроксимованого багаточлена $p = 2$.

6. Висновки. Отримані результати оцінки методичної похибки показали: якщо $k \geq 6$, то вона практично нечутлива до зміни кількості ЧЕ, а найбільше

залежить від порядку апроксимованого багаточлена та моделі розподілу температурного поля для схем розміщення ЧЕ, як показано на рис. 1, а, б. Тому для подальшого зменшення методичної похибки необхідно шукати інші варіанти конфігурації ЧЕ на досліджуваному об'єкті, оскільки можливість збільшення кількості елементів багаточлена апроксимації обмежена кількістю вимірювань ($m > n$). Інструментальна адитивна систематична похибка підсилює алгоритм реконструкції вдвічі, адитивна випадкова у 5..10 рази, а мультиплікативна систематична удвічі.

1. William Daily, Abelardo Ramizer, Andrew Binley and Douglas LaBrecque. *Electrical resistance tomography – theory and practice // Near-Surface Geophysics.* – 2005. – P. 525–550. 2. Kimmo Karhunen, Aku Seppänen, Anssi Lehikoinen, Paulo J.M. Monteiro, Jari P. Kaipio. *Electrical resistance tomography imaging of concrete // Cement and concrete research.* – 2010. – P. 137–145. 3. Манштейн Ю. А., Калугин И. А. *Электротомография донных осадков: перспективный метод разведки месторождений газогидратов // Интерэкспо Гео-Сибирь.* – 2014. – № 2. – Т. 2. – С. 163–167. 4. Dorozhovets M., Kowalczyk A., Stadnik B. *Measurement of a temperature non-uniformity using resistance tomography method // 8th International Symposium on Temperature and Thermal Measurements in Industry and Science. Tempmeko-2001. Abstracts. 19–21 June 2001, Germany. – Berlin. – P. 87.* 5. Дорожовець М., Ковальчик А. *Аналіз сумісного впливу методичної та інструментальної похибок томографії провідності // Вимірювальна техніка та метрологія.* – 2002. – № 59. – С. 115–117. 6. Дорожовець М. *Оцінювання впливу інструментальних похибок на точність відтворення просторового розподілу провідності // Вимірювальна техніка та метрологія.* – 2002. – № 59. – С. 126–130. 7. Дорожовець М. М. *Томографічні вимірювання просторового розподілу фізичних величин на прикладах електричної та акустичної томографії: дис... д-ра техн. наук.* – Львів, 2001. – С. 38–51. 8. Поліщук Є. С., Дорожовець М. М., Стадник Б. І., Івахів О. В., Бойко Т. Г., Ковальчик А. *Засоби та методи вимірювання неелектричних величин: підручник / за ред. Є. С. Поліщука* – Львів: Бескид-Біт, 2008. – 618 с. 9. Деннис Дж., Шнабель Р. *Численные методы безусловной минимизации и решения нелинейных уравнений.* – М.: Мир, 1988. – С. 340.