

О. З. Горбай¹, Р. В. Зінько², І. С. Керницький
 Національний університет “Львівська політехніка”,
¹кафедра автомобілебудування,
²кафедра проектування та експлуатації машин,
³SGGW (Warszawa)

ПРОСТОРОВІ СЕКЦІЙНІ МОДУЛІ КОЛІСНИХ ТРАНСПОРТНИХ ЗАСОБІВ

© Горбай О. З., Зінько Р. В., Керницький І. С., 2017

Для розрахунку рамних і несучих каркасів ТЗ використано модуль-елементне 3D-моделювання, що в перспективі дасть змогу довстановити додаткові агрегати спеціалізованого призначення на повну конструкцію надбудови. Розбиття на модулі залежить від сукупності підконструкцій на рівнях. Рівноваги складових досягають побудовою ієрархії підструктур. Під час дискретизації моделі використано поділ каркаса кузова вертикально поперечними площинами на окремі просторові об'єми призматичного і рамного типу.

Ключові слова: міцність, колісні транспортні засоби, вимоги безпеки, Правила СЕК ООН, МСЕ

O. Horbay, R. Zinko, I. Kernytskyy

A SECTIONAL 3D MODULUS OF WHEELED VEHICLES

Adoption super- and modulelement FE 3D modeling for determination of stressed-deformed stages of the body shell of wheeled vehicles. It creates the possibility of partitioning the complete model of vehicle's body frame structure to substructures in the levels. This method of partitioning a body structure to superelements is a method of a series-parallel procedures designed to handle equilibrium of the object. The balance of the components of the body was achieved by hierarchy of sub-structures. The basic finite element of substructure is located on the first level, whereas the full model object is a substructure of the highest level. Superelement in FE model makes it possible to consider them at every level as substructures in contact to only at the boundary nodes. Separation of the body frame is performed by vertical transverse plane into separate spatial volum's of prismatic and plane types.

Key words: strength, wheeled vehicles, body frame, safety Regulation, UN/ECE Requirements, FE

Постановка проблеми і аналіз останніх досліджень. Тенденції розвитку перспективних видів спеціальних і спеціалізованих ТЗ напрямлені на скорочення собівартості кінцевого продукту завдяки економії на усіх можливих етапах розроблення та виробництва нових моделей. Поставлене завдання тотальної економії для конструкторів-проектувальників означає досягнення максимальних споживацьких потреб за умови забезпечення відповідності вимогам міжнародних норм пасивної безпеки.

Проблематичність застосування коректних методів математичного моделювання напружено-деформованого стану елементів надбудови ТЗ залежно від типу рушія є очевидною і полягає насамперед у правильному виборі типу моделі, граничних умов і прикладання зосереджених навантажень для різних станів і дорожніх умов. На основі проведеного аналізу літературних джерел та нормативних документів різних країн встановлено, що міцності надбудови приділяється значна увага. Однак, якщо у Правилах СЕК ООН є єдині технічні приписи щодо офіційного затвердження:

пасажи́рських колісних транспортних засобів великої місткості R 36 [1], транспортних засобів категорій M2 та M3 R 107 [2], маломісних колісних транспортних засобів R 52 [3], великогабаритних пасажирських дорожніх транспортних засобів стосовно міцності верхньої частини їхньої конструкції R 66 [4], кабін вантажних автомобілів R 29 [5], то такі приписи для спеціального і спеціалізованого колісного ТЗ практично відсутні. Цю проблематику розглянуто у працях [7–10].

Сьогодні розроблено приписи для елементів спеціального обладнання дорожніх транспортних засобів, двигуни яких працюють на стисненому природному газі, установок спеціального обладнання та кондиціонерів для офіційно затвердженого типу для використання в їхніх двигунах стисненого природного газу R 110 [6]. Тому економічно доцільним є формування послідовних етапів проектування салону автобуса з використанням сучасних програмних продуктів з перевіркою напружено-деформованого стану надбудови ТЗ згідно з міжнародними нормами.

Виклад основного матеріалу. Більшість сучасних розрахункових комплексів побудовано з використанням МСЕ. Це дає змогу перейти на якісно новий рівень дослідження оцінювання міцності ТЗ. У сучасних тривимірних розрахункових моделях стало можливим певною мірою врахувати особливості нерівномірності розміщення зосереджених мас у поперечній і поздовжній площинах, неоднотипність конструкції по бортах, дискретність окремих елементів надбудови, наявність специфіки формування надколісних ніш, дверних прорізів, кріплення підресорених мас до непідресорених, перегородок тощо. Теоретична можливість використання цих методів дає змогу отримувати алгоритми, які є доволі ефективними і можуть реалізовуватися на сучасних обчислювальних комплексах. Однак використання скінченних елементів навіть простих геометричних форм з лінійною апроксимацією можливих переміщень у зонах пружності, текучості і залишкових деформацій матеріалу під час розрахунку міцності просторової конструкції передбачає необхідність розв'язання алгебраїчних рівнянь високого порядку.

Якщо метою формулювання крайових умов динамічної навантаженості є надійність конструкції за достатнього коефіцієнта запасу міцності конструкції, то знаходження напружень задається у межах мінімального додаткового запасу міцності за заданих режимів експлуатації. При цьому підбирати коефіцієнт динамічності можна на основі кореляційних розподілів у просторовій моделі ТЗ за допомогою програмних пакетів. Частина з них дає змогу відтворити максимально наближену до реальних умов експлуатації поведінку залежно від специфіки системи підресорування, умов дорожньої поверхні та інших факторів. Результатом комп'ютерної імітації буде сітка дискретних значень коефіцієнта K_D залежно від рівня завантаженості та швидкості руху. Для розрахунку на міцність ТЗ у МСЕ необхідно навести маси усіх вузлів, систем та агрегатів у вигляді зосереджених навантажень, прикладених у певних вузлах розрахункової схеми. При цьому фактичні значення їх масово-центрових характеристик повинні відповідати технічним умовам ТЗ та окремим його складовим.

Встановлення комплексної оцінки напружено-деформованого стану в умовах адекватності моделювання натурних випробувань неможливе без дослідження переміщень, адже цей розрахунок можна вважати “деформаційним”. Саме аналізуючи переміщення у контрольних точках, вдається перевірити узгодженість роботи відповідальних вузлів та агрегатів.

Що стосується прикладного застосування звичайного методу МСЕ до розрахунку спеціалізованих ТЗ з додатковим змінним обладнанням, то це пов'язано не тільки з трудомісткістю дискретизації на тисячі скінченних елементів, але і з обмеженими можливостями обчислювальної техніки, яка повинна проводити за будь-яких, навіть незначних змін конструкції її розрахунок повторно. У зв'язку з необхідністю виконання такого завдання з'явилися похідні варіанти МСЕ, основна мета яких полягає у зменшенні кількості основних невідомих для дискретизованої моделі конструкції. До таких похідних методів належать методи: метод модуль-елементів (ММЕ), суперелементів (МСУЕ), редуційних елементів, кінцевих смуг, скінченно-елементних комбінацій, метод просторових скінченних елементів.

Для цієї проблематики застосуємо перші два зі згаданих. Для них сукупність кінематичних зв'язків повинна виключати просторове зміщення моделі як деформованого цілого. Кінематичні граничні умови тут реалізуються у вигляді зв'язків, що обмежують переміщення моделі у просторі

внаслідок обмеження переміщення граничних вузлових точок. Значення функції переміщень в усіх вузлових точках знаходять у результаті розв'язання алгебраїчної системи рівнянь рівноваги моделі повної конструкції, в якій матрицею коефіцієнтів і вектором правих частин є матриця жорсткості і вектор вузлових зусиль підструктури найвищого рівня. Зовнішні навантаження конструкції задають силовими граничними умовами. Зовнішні навантаження приводять до еквівалентних вузлових навантажень, які в моделі алгебраїчно виражаються векторами вузлових зусиль. Саме до них прикладають як сконцентровані, так і розподілені навантаження за умови, що ця точка, до якої застосовано граничні умови, не була виключена на попередньому рівні [11].

Ці методи мають багато специфічних особливостей, серед яких необхідно виділити:

- під час розрахунку зон, де значення напружень досягають меж пружно-пластичної області, будь-яка зміна параметрів локальної точки не спричиняє необхідності зміни усього завдання, а корегуванню в цьому випадку підлягає лише окрема підструкція;
- неможливо повністю відмежувати накладення і перетворення силових і кінематичних граничних умов від формування і перетворення матриць жорсткості і вантажних векторів за великої кількості рівнів;
- зони пластичних деформацій виділяються в окремі підструктури обмежених розмірів, в яких провести конструктивні зміни, зберігши результати розрахунків суміжних підструктур незмінними;
- складовими одного суперелемента можуть стати вузли з різним набором елементів, в яких є різні узагальнені переміщення;
- секції утворюються поділом повної конструкції у кілька етапів, причому підструктури, що стикаються на рівні, вищому за базовий, можуть мати складну форму;
- громіздка ієрархія підструкцій ускладнює топологічний зв'язок між модулями;
- багаторівневість розшарування конструкції потребує постійної зміни граничних умов, що ускладнює встановлення характеру взаємодії масивів даних.

МСУЕ є методом подрібнення конструкції, в основу якого покладено створення паралельно-послідовної процедури розгляду рівноваги об'єкта дослідження. Рівноваги складових досягають побудовою ієрархії підструктур. На верхньому рівні відбувається укрупнення конструкції на кілька більших частин – суперелементів, що істотно зменшує складність і трудомісткість розрахунків завдяки зменшенню кількості ступенів вільності конструкції. Досягається це під час розрахунку складних конструкцій з великою кількістю скінченних елементів розбиттям на складові, в яких є лінійним характер зміни переміщень по лініях границь підструкції. Тоді для забезпечення умов сумісності достатньо максимально зменшити кількість вузлових переміщень, вилучивши проміжні вузли, розміщені на лініях границь підструкцій.

Результатом рішень системи рівноваги є переміщення у вузлових точках підструктури на верхньому рівні. Опустившись на попередній рівень, визначають переміщення в усіх внутрішніх вузлових точках, які були виключені під час переходу на вищий рівень. Вузлові переміщення будь-якої підструктури, будучи складовими вузлами суперелементів, є граничними вузловими переміщеннями для підструктур попереднього рівня. Визначивши їх і за необхідності скорегувавши зовнішнє навантаження, можна розраховувати кожен з підструктур окремо і паралельно визначати значення переміщень у внутрішніх вузлових точках. Послідовне проходження ієрархією з верхнього рівня, який відображає повну модель, до підструктур, складовими яких є лише типові скінченні елементи, уявляється як зворотний процес отримання значень переміщень в усіх вузлових точках. Перевантаженість елементів підструктур корегують за загальною картиною напружено-деформованого стану і на основі теорії пружності за апроксимованими функціями переміщень у підобластях базових скінченних елементів визначають складові напружено-деформованого стану у будь-якій точці.

Основна ідея дискретизації моделі полягає в поділі оболонки вертикально поперечними площинами на окремі просторові об'єми. Виділимо такі типи модуль-елементів: призматичний для моделювання циліндричної вставки; рамний для представлення шпангоутних перерізів; – площинний (наприклад, моделювання задньої частини ТЗ, або передньої безкапотного типу). Типові модулі в ММЕ зображено на рис. 1.

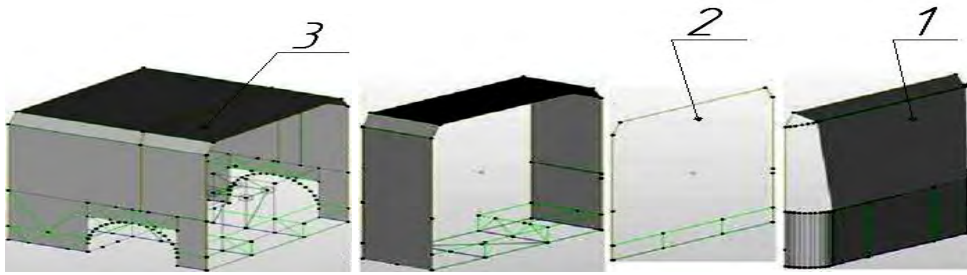


Рис. 1. Типові модуль елементи: 1 – площинний; 2 – рамний; 3 – призматичний

Припустивши контур поперечного перерізу таким, що не деформується, а плоскі пластини – деформованими в своїх площинах, що кожний поперечний переріз має u поздовжніх і $v=2u-c$ поперечних степенів свободи. Основними невідомими кожного поперечного перерізу стику є u депланаційних і v поперечних контурних деформаційних переміщень. При заданому законі зміни компонентів переміщення за довжиною елемента призматичного і непризматичного просторових модуль-елементів деформований стан повністю визначаються $2(u + v)$ узагальненими переміщеннями, коли відповідно для площинного це становить $(u + v)$. На поверхні модуль-елемента положення довільної точки визначається двома координатами: поздовжньою x і поперечною контурною s . Поздовжні $u(x,s)$ і поперечні дотичні $v(x,s)$ переміщення представляються в вигляді функцій з розділеними переміщеннями:

$$\left. \begin{aligned} u(x, s) &= \sum_{i=1}^n U_i(x) g_i(s) \\ v(x, s) &= \sum_{k=1}^n V_k(x) j_k(s) \end{aligned} \right\}, \quad (1)$$

де основні невідомі $U_i(x)$ і $V_k(x)$ поздовжні і поперечні узагальнені переміщення при заданих для них координатних функціях $g_i(s)$ і $j_k(s)$.

Побудова координатних функцій є одним з ключових моментів ММЕ, оскільки цими функціями визначається по узагальнених переміщеннях форми коливань і форми втрати стійкості конструкції. На першому кроці побудови координатних функцій необхідно визначити кількість поздовжніх і поперечних узагальнених переміщень в кожному з розглядуваних поперечних перерізів модуль-елементів, чи іншими поняттями задатися кількістю степенів свободи перерізу, враховуючи кінематичні умови закріплення.

Враховуючи неоднозначність побудови координатних функцій, розглянемо лише принцип їх побудови. Для нахиленої ділянки візьмемо довільний кут нахилу і на цьому прикладі покажемо загальні принципи побудови системи координатних функцій для довільного контуру поперечного перерізу. Внаслідок деформації модуль-елемента виникає зміщення n -го вузла, яке в загальному вигляді для довільного поперечного перерізу, для якого настає розтяг у поперечній площині, зображено на рис.2. Для визначення його положення після деформації модуль-елемент внаслідок зміщення в результаті дії прикладеного одиничного зусилля можливе за поздовжнім зміщенням u' і дотичних зміщенням у напрямках до суміжних вузлів $n-1$ та $n+1$ вузлів. Після прикладання до початково недеформованого контуру 0-1-2-3-4 одиничного зусилля в поздовжньому напрямі утворюється контур 0'-1'-2'-3'-4', який у результаті сукупної дії поздовжніх і поперечних сил перетворюється на деформований контур 0''-1''-2''-3''-4''.

Нормальні s і дотичні t напруження на основі закону Гука матимуть вигляд

$$s(x, s) = E \frac{\partial u}{\partial x} = E \sum_{i=1}^n U_i'(x) j_i(s) \quad \text{і} \quad t(x, s) = G \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) = G \left[\sum_{i=1}^n U_i'(x) j_i'(s) + \sum_{k=1}^n V_k'(x) j_k(s) \right]. \quad (2)$$

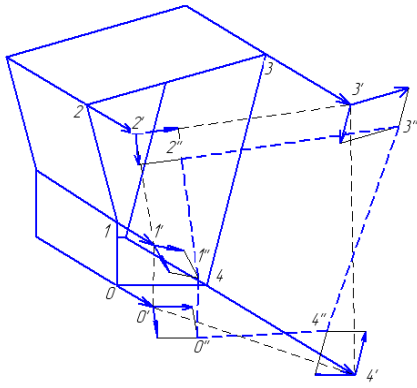


Рис. 2. Деформування довільного контуру поперечного перерізу за умови його розтягу в поперечному напрямку

– згинів і кручення

$$\Pi_{\text{зг-кр}} = \frac{1}{2} \int_{b_1} \int_{b_2} [D_1 c_1^2 + 2D_1 n_{12} c_1 c_2 + D_2 c_2^2 + 4D_k t^2] B_1 B_2 db_1 db_2. \quad (4)$$

де b_1, b_2 – криволінійні координати; B_1, B_2 – коефіцієнти Ляме; $D_1 = \frac{E_1 h^3}{12(1-\nu_{12}\nu_{21})}$,

$$D_2 = \frac{E_1 h^3}{12(1-\nu_{12}\nu_{21})}, \quad D_k = \frac{G_{12} h^3}{12} \quad \text{– жорсткість оболонки при згині і крученні;}$$

$E_1, E_2, G_{12}, n_{12}, n_{21}$ – пружні характеристики матеріалу; h – товщина оболонки.

Порівняно із гладкою складчастою оболонкою призматичний модуль-елемент зсередини підкріплений системою ребер жорсткості, які певним чином конструктивно утворюють каркас. Їх врахування видозмінює складові потенційної енергії. Для системи гладка оболонка – підкріплюючий каркас це виразиться як складові потенційної енергії

$$\Pi = \Pi_o + \Pi_x^{p.\text{жс}} + \Pi_s^{p.\text{жс}} + \Pi_{x_{32}}^{p.\text{жс}} + \Pi_{s_{32}}^{p.\text{жс}} \quad (5)$$

де Π_o – гладкої оболонки; $\Pi_x^{p.\text{жс}}$ – поздовжніх ребер жорсткості при розтягу-стиску; $\Pi_s^{p.\text{жс}}$ – поперечних ребер жорсткості при розтягу-стиску; $\Pi_{x_{32}}^{p.\text{жс}}$ – поздовжніх ребер жорсткості при згині; $\Pi_{s_{32}}^{p.\text{жс}}$ – поперечних ребер жорсткості при згині.

Складові матимуть вигляд:

$$\left. \begin{aligned} \Pi_x^{p.\text{жс}} &= \frac{1}{2} \int_x \int_s E e_x^{o^2} \frac{F_x^{p.\text{жс}}}{I'} dx ds \\ \Pi_s^{p.\text{жс}} &= \frac{1}{2} \int_x \int_s E e_s^{o^2} \frac{F_s^{p.\text{жс}}}{I''} dx ds \\ \Pi_{x_{32}}^{p.\text{жс}} &= \frac{1}{2} \int_x \int_s E c_x^{o^2} \frac{I_x^{p.\text{жс}}}{I'} dx ds \\ \Pi_{s_{32}}^{p.\text{жс}} &= \frac{1}{2} \int_x \int_s E c_s^{o^2} \frac{I_s^{p.\text{жс}}}{I''} dx ds \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

де $F_x^{p.ж}$, $F_s^{p.ж}$ – площі поперечних перерізів поздовжніх і поперечних ребер жорсткості; $I_x^{p.ж}$, $I_s^{p.ж}$ – згинні моменти інерції поперечних перерізів поздовжніх і поперечних ребер жорсткості; l' , l'' – відстані між поздовжніми і поперечними ребрами жорсткості.

Виділимо додаткові товщини до гладкої оболонки, які утворилися за рахунок поздовжніх і поперечних ребер жорсткості $\frac{F_x^{p.ж}}{l'} = \partial h_x$ і $\frac{F_s^{p.ж}}{l''} = \partial h_s$, і приведені їх значення в поздовжньому $h_x = h_x(s) = h + (1 - n^2)\partial h_x$ і поперечному $h_s = h_s(s) = h + (1 - n^2)\partial h_s$ напрямках.

Отже, при проведенні розрахунків є можливість так врахувати поздовжні і поперечні ребра жорсткості у вигляді приведені товщини обшивки. Системність обліку переміщень та утворення крутних моментів для призматичного модуль-елемента, що являє собою підкріплену ребрами жорсткості оболонку, зображено на рис. 3.

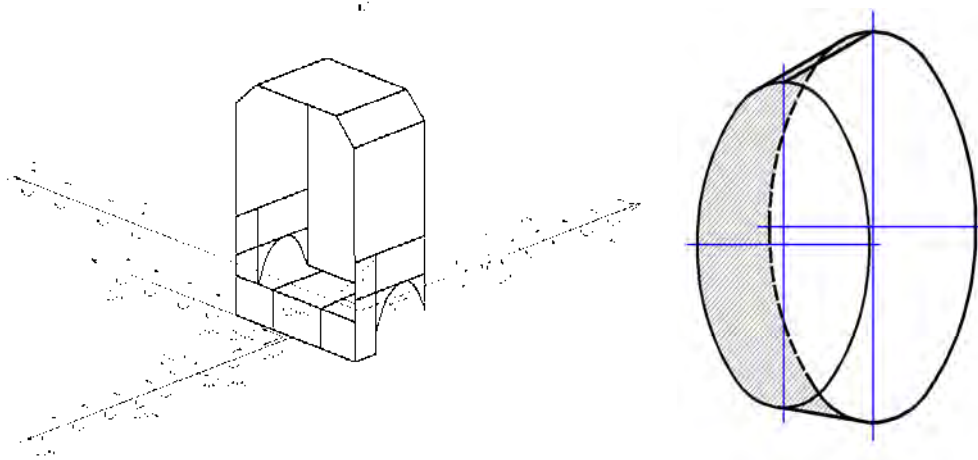


Рис. 3. Загальні переміщення призматичного модуль-елемента

Поперечний переріз призматичного модуль-елемента має вигляд ломаного контуру з u -поздовжніми і v -поперечними степенями вільності. Основними невідомими для призматичного модуль-елемента є $(u + v)$ загальні переміщення в лівому і правому торцевому перерізах. Відповідно його деформований стан при заданому законі апроксимації переміщень визначається 2 $(u + v)$ торцевими загальними переміщеннями. Односторонньо напрямленими стрілками та номерами 1,2,3, $u + 1$, $u + 2$, $u + 3$, $u + v + 1$, $u + v + 2$, $u + v + 3$, $2u + v + 1$, $2u + v + 2$, $2u + v + 3$ представлені переміщення як жорсткого цілого лівого і правого торців. Двосторонніми стрілками та з нумерацією 4- u , $(u + 4)$ - $(u + v)$, $(u + v + 4)$ - $(2u + v)$, $(2u + v + 4)$ – $2(u + v)$ позначаються загальні переміщення, які пов'язані з депланацією поперечного перерізу та перекосом його контуру. Слід зауважити, що на поперечних осях двосторонніми стрілками умовно позначаються поздовжні депланаційні загальні переміщення, а на поздовжній осі-поперечні перекосні загальні переміщення. В оболонці, підсиленій ребрами жорсткості, з'являються за рахунок приведених товщин і моментів інерції зміни при визначенні зусиль T_x , T_s , моментів M_x , M_s і напружень s_x і s_s . Виходячи з припущення, що напруження за товщиною оболонки основного напружено-деформованого стану s_x^o , s_s^o , t_{xs}^o розподіляються рівномірно, виділимо для розгляду елемент підкріпленої оболонки з довжиною і шириною, що дорівнює одиниці і визначимо зусилля, які діють на цей елемент:

$$T_x = \frac{\partial \Pi_h}{\partial e_x^o}, \quad T_s = \frac{\partial \Pi_h}{\partial e_s^o}, \quad (7)$$

де Π_h – потенційна енергія пружної деформації виділеного одиничного елемента.

Рамні модуль-елементи складаються з оболонок ступінчасто-змінної товщини (рис. 4).

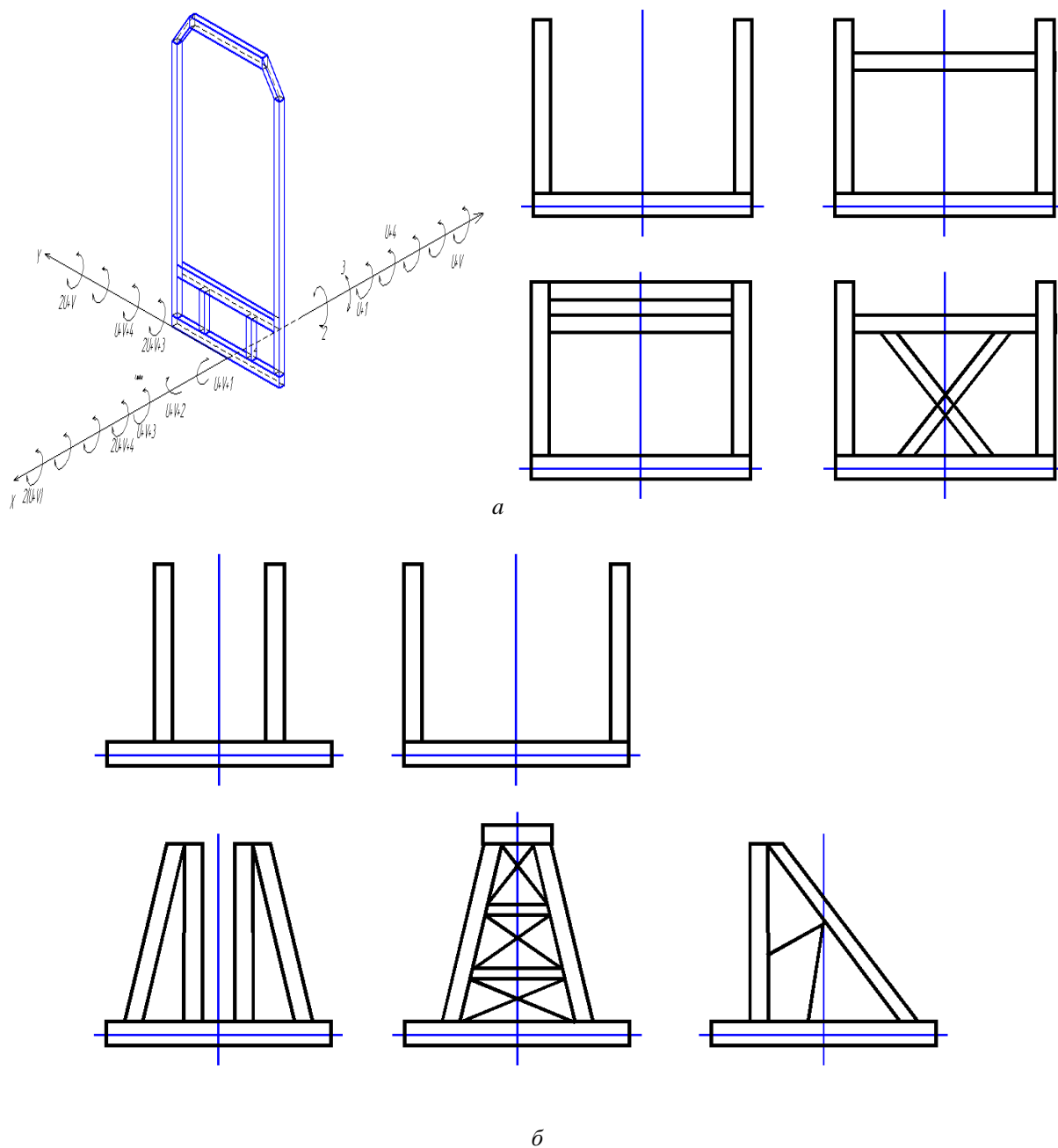


Рис. 4. Загальні переміщення рамного модуль-елемента для:
а – автовоза; б– панелевоза

Товщини полотна у різних відділах можуть бути різними і мінімально дорівнювати товщині листа обшивки. Обшивка підкріплена каркасом у вигляді дискретної решітки, яка працює на розтяг-стиск, зсув, кручення і згин. Профілі каркаса враховують “розмазуванням” по площині, тобто введенням додаткових товщин і моментів інерції до листа обшивки. Отже, площинний модуль-елемент являє собою об’ємно-площинний переріз, в основі якого є конструктивно ортотропна обшивка, підкріплена каркасом, яка своїми краями спирається на складний за геометрією з’єднувальний контур призматичного модуль-елемента. Зовнішні навантаження, напрямлені вздовж осей ox і os , розподілені по контуру або сконцентровані у вузлах.

Висновки. Для вирішення ряду питань, пов'язаних з переміщеннями і напруженнями у граничних і вузлових точках каркаса ТЗ в більшості розрахунків доцільно долучити лише МСЕ і ММЕ методи. При моделюванні напружено-деформованого стану ТЗ його каркас в ММЕ запропоновано відображати у вигляді складальної оболонки, до складу якої входить декілька типових модулів, для яких у кожному поперечному перерізі реальні контури каркаса кузова замінюються ламаним контуром з прямолінійних відрізків між вузловими точками. Розглянуті просторові модуль-елементи представляються у вигляді тонкостінних оболонок, а для перевірки відповідності вимогам безпеки слід використовувати напівбезмоментну теорію тонких оболонок.

МСЕ доцільно використовувати для виділення зон пластичних деформацій в окремі підструктури обмежених розмірів у, яких можливо провести конструктивні зміни, зберігши результати розрахунків суміжних підструктур незмінними.

1. ДСТУ UN/ECE R 36-03:2005. Єдині технічні приписи щодо офіційного затвердження пасажирських колісних транспортних засобів великої місткості стосовно загальної конструкції. – Введ. 2007–01–08. – К. : Держспоживстандарт. – 53 с. 2. ДСТУ UN/ECE R 107-01:2008. Єдині технічні приписи щодо офіційного затвердження транспортних засобів категорій M2 та M3 стосовно їхньої загальної конструкції (Правила ЕЭК ООН № 107-01:2004, IDT). – Введ. 2009–01–07. – К. : Держспоживстандарт. – 21 с. 3. ДСТУ UN/ECE R 52-01:2005. Єдині технічні приписи щодо офіційного затвердження маломісних колісних транспортних засобів категорій M2 та M3 стосовно їхньої загальної конструкції. – Введ. 2007–01–07. – К. : Держспоживстандарт. – 50 с. 4. ДСТУ UN/ ECE R 66-00:2002. Єдині технічні приписи щодо офіційного затвердження великогабаритних пасажирських дорожніх транспортних засобів стосовно міцності верхньої частини їхньої конструкції. – Введ. 2003–01–01. – К. : Держспоживстандарт. – 32 с. 5. ДСТУ UN/ECE R 29-01:2002. Єдині технічні приписи щодо офіційного затвердження дорожніх транспортних засобів стосовно захисту осіб, які перебувають у кабіні вантажного транспортного засобу ((UN/ECE R 29-01:1993, IDT). – Введ. 2002–24–07. – К. : Держспоживстандарт. – 36 с. 6. ДСТУ UN/ECE R 110-00-2002. Єдині технічні приписи щодо офіційного затвердження: I. Елементів спеціального обладнання дорожніх транспортних засобів, двигуни яких працюють на стисненому природному газі (СПГ); II. Дорожніх транспортних засобів стосовно установаження елементів спеціального обладнання офіційно затвердженого типу для використання в їхніх двигунах стисненого природного газу (СПГ) (Правила ЕЭК ООН № 10-00:2001, IDT). – Введ. 2002–24–07. – К. : Держспоживстандарт. – 232 с. 7. Горбай О. З. Застосування методу суперелементів під час розрахунків на міцність кузовів автобусів / О. З. Горбай // Динаміка, міцність та проектування машин і приладів: вісник Нац. ун-ту “Львів. політехніка”. – Львів : Вид-во Львівської політехніки, 2012. – Вип. 730. – С. 31–40. 8. Горбай О. З. Поетапність представлення каркасу кузова автобуса в МКЕ / О. З. Горбай // Systemy I Srodki transportu samochodowego. Seria: Transport / – Rzeszow : Druk. Pol. Rz., 2012. Mon. Nr 3. – P. 53–80. 9. Горбай О. З. Формування розрахункової моделі автобуса з напівнесівним і несівним типом кузова / О. З. Горбай, К. Е. Голенко, О. В. Дубянський // Наукові нотатки : зб. наук. пр. – Луцьк : ЛуцькНТУ, 2012. – Вип. 37. – С. 58–63. 10. Горбай О. З. Міцність та пасивна безпека автобусних кузовів: монографія / О. З. Горбай, К. Е. Голенко, Л. В. Крайник; Нац. ун-т “Львівська політехніка”. – Львів : Вид-во Львівської політехніки, 2013. – 276 с. 11. Горбай О.З. Суперелементна модель каркасу кузова туристичного автобуса / О. З. Горбай // Динаміка, міцність та проектування машин і приладів: Вісник Нац. ун-ту “Львівська політехніка”. – Львів, 2016. – Вип. 838. – С.153–159.