

## ФОРМАЛІЗАЦІЯ СТРУКТУР АВТОМОБІЛЬНИХ ТРАНСМІСІЙ У СИСТЕМАХ АВТОМАТИЗОВАНОГО ПРОЕКТУВАННЯ

*О Гащук П. М., Нікіпчук С. В., 2017*

Запропоновано відобразити механічну частину трансмісії автомобіля як систему багатоланкових диференціалів з формалізованим аналітичним відображенням процесів її функціонування. Високий рівень формалізму і загальності властивий описові дії механізму у формі рівнянь Лагранжа другого роду. Проте на початковій стадії моделювання доцільніше вважати всі змінні, що визначають динамічний та кінематичний стан механізму, незалежними. Наведення зв'язків – це власне і буде початковою стадією конструювання. Та ці зв'язки доцільно наводити вмотивовано – у процесі узагальненої оптимізації. В такому разі параметрична оптимізація буде водночас і структурним синтезом трансмісії. За критерій оптимальності може правити будь-який вимірник досконалості.

**Ключові слова:** трансмісія автомобіля, узагальнений диференціал, структурна формалізація, параметрична оптимізація, структурний синтез.

P. Hashchuk, S. Nikipchuk

## FORMALIZATION TRANSMISSIONS AUTOMOBILE STRUCTURE IN COMPUTER-AIDED DESIGN

It has offered to display of mechanical transmission of the car as system of many differentials with sectional analytical reflection of formalized processes of its functioning. The high level of formalism and generality are inherent for describe action of mechanism in the form of Lagrange equations of the second kind. However, at the initial stage of design is more appropriate to consider all the variables, that determine the dynamic and kinematic state of mechanism, independent. Putting relations – it actually is the initial stage of construction. And these connections advisable to give motivated – in the generalized optimization. In this case, parametrical optimization will both structural synthesis of transmission. As optimality criterion can be any measure of excellence.

**Keywords:** transmission car, generalized differential, structural formalization, parametrical optimization, structural synthesis

**Мотивація.** Ідеологія пошуку найкращого передбачає спочатку ідентифікацію різноманіття можливостей у всій логікою осяжній його повноті, а вже потім – оперування на цьому полі різноманіття (що окреслює усі потенційні можливості) критеріями-ідентифікаторами раціонального, оптимального, досконалого. Щоправда, намагаються вибудувувати системне (!) багатоманіття з якнайбіднішого елементного (!) різноманіття. На цей принцип спирається, приміром, філософія уніфікації і стандартизації технічних новотворів і дериватів-варіатів [1–3]. До слова, й Природа не нехтує саме таким трактуванням власної сутності: зі 110 розпізнаваних Людиною хімічних елементів вона дібрала лише 12, щоби з них витворити понад півмільйона відомих сьогодні речовин-систем і наповнити цими елементами понад 99 % земної кори й атмосфери; а ще астрофізики переконані, що доступні спостереженню у Всесвіті галактики на 98 % складаються

лише з двох найпростіших (і, звісно, найлегших) представників періодичної системи хімічних елементів – водню й гелію.

Розширення меж можливостей – це дія, спрямована на те, аби, часом, не оминати щось корисне серед оригінального, незнаного досі. Ця дія дещо подібна до винахідництва. Та культ новизни у винахідництві часто породжує примарні нововведення, коли – не стільки досконаліше-корисніше, як – просто по-іншому. А от наукова активність обов'язково спрямована на оптимізацію технічних рішень, коли сама оригінальність не відіграє визначальної ролі, не зводиться до самоцілі. Наука підкорила собі технологію формалізму та комп'ютерну логіку і в цьому сенсі стала дуже продуктивною, хоча й дещо рутинною.

У середовищі автоматизованого проектування автомобільних (і не тільки) трансмісій пошукове поле різноманітностей вибудовується засобами цілком формалізованої узагальненої ідентифікації їх структур (а разом з тим, параметрів й характеристик). Саме цілком формалізоване структурування трансмісій автомобіля дає змогу вдатись до якнайзагальнішого алгоритму варіювання їх властивостей [4...5] з метою оптимального залучення трансмісії в автомобіль конкретного призначення. Формалізоване структурування дає можливість проводити узагальнену оптимізацію властивостей трансмісії, коли йдеться про синтез одночасно і структурно, і параметрично окресленої трансмісії з якнайкращими властивостями. Загальна структурно-параметрична оптимізація є, звісно, надзвичайно “сильним” засобом удосконалення трансмісій і автомобілів [6–8].

Було б чудово, якби оригінальне виявилось оптимальним. У такому разі прагнення до розширення можливостей було б безпосередньо винагородженим.

**Про формалізацію структури автомобільної трансмісії.** Як зазначено, приміром, у [9], кожна механічна система – це система радше з нескінченною кількістю ступенів вільності. Але насправді (вимушено чи/та вмотивовано) її моделюють як систему зі скінченною кількістю ступенів вільності, вдаючись при цьому частіше до формалізму рівнянь Лагранжа другого роду чи загальних рівнянь-законів механіки-фізики відповідно до принципу Д'Аламбера.

Оскільки механічну трансмісію розчленувати на складові можна багатьма способами, то задачі ідентифікації її структури, взагалі кажучи, можна надати найрізноманітніших тлумачень. Цим значною мірою пояснюється багатоманітність структурних побудов у теорії механічних передач [10–16].

Часто у процесі узагальненої оптимізації неважливо, має передача замкнуті контури чи вона є безконтурною, складається з механізмів з нерухомими осями валів чи з планетарних диференціалів, керована фрикціонами чи гальмами, або ж муфтами вільного ходу чи муфтами із синхронізаторами (без синхронізаторів) тощо. В таких випадках бажано обумовити лише те, що передача – механічна і дискретно-керована (керування в даному випадку суть перемикання передач, ступенів) і те, що в ній не передбачено ні спеціальних засобів акумулювання кінетичної енергії, ані режимів імпульсної трансформації. Залучення ж додаткових ознак, за якими вирізняють і класифікують структури, тільки зменшить загальність отримуваних результатів та, звісно, їхню цінність.

Один з найзагальніших методів відображення структур запропоновано в роботі [16]. У межах цього методу механічну трансмісію заміняють на умовну (уявну) систему валів, зв'язок між якими здійснюється через уявні фрикціони. Наприклад, система трьох уявних валів 0 (вхідного), П (проміжного), ∞ (вихідного) і чотирьох уявних фрикціонів  $\Phi'$  (рис. 1) умовно заступає як передачу з нерухомими осями валів, так і планетарну передачу з реальними валами 0 (вхідним), П (проміжним), ∞ (вихідним) і реальними фрикціонами  $\Phi$ . Взагалі кажучи, зчпники Z, гальма Г – це механізми фрикційної дії, і їх можна позначати так само, як і фрикціони – через  $\Phi$ .

Оскільки відповідні рівняння зв'язків та рівняння руху для реальної й уявної передач відрізняються лише сталими множниками, то для цілісного відображення структури крім рівнянь зв'язків та рівнянь руху необхідно вказати ще тільки систему сталих величин, які кількісно характеризуватимуть фактичне розташування керувальних елементів (фрикціонів та гальм) відносно валів.

Такий підхід виявився ефективним у процесі комп'ютерного аналізу механічних передач, які за розімкнутих елементів керування мають два ступені вільності. А от у разі збільшення кількості ступенів вільності одному і тому самому керуванню елементу доведеться ставити у відповідність одночасно декілька сталих величин. Це ускладнює процес аналізу властивостей передач, не кажучи вже про труднощі, що виникають у разі побудови алгоритму синтезу оптимальних передач, коли сталі величини самі по собі виконують роль засобів оптимізації. Очевидно, для ефективнішого відображення структури передач необхідно відшукати інший спосіб поділу їх на елементи.

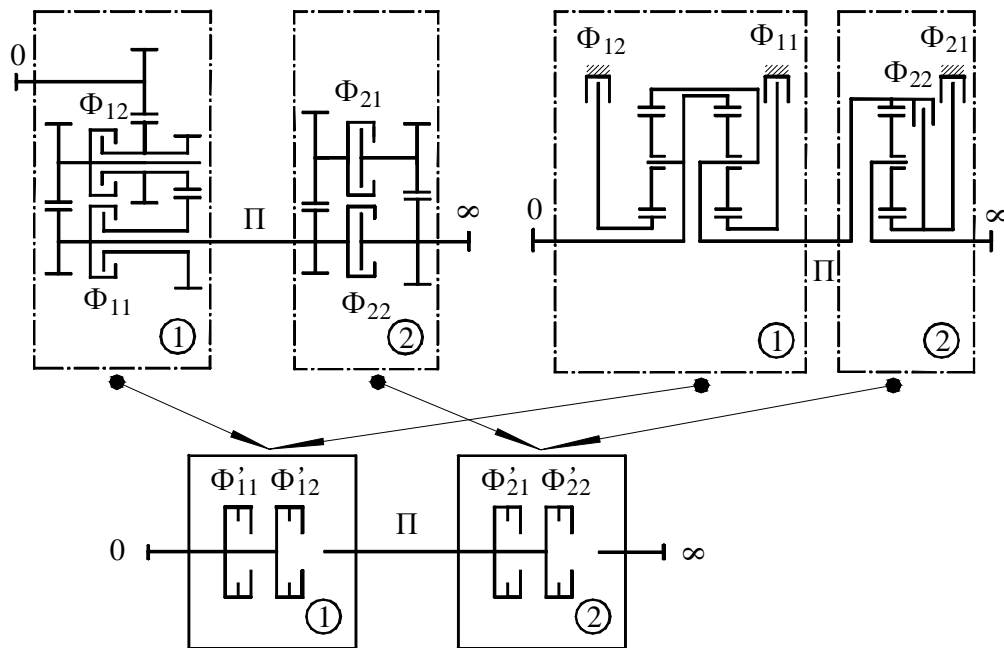


Рис. 1. Узагальнене відображення конкретних механічних передач:  
 $O$ ,  $\Pi$ ,  $\infty$  – вхідний, проміжний, вихідний вали; 1, 2 – узагальнені елементи передач;  
 $\Phi$  – фрикціони та гальма

**Механічний диференціал найзагальнішої структури.** У кожній передачі завжди можна вирізнити вузли, деталі яких перебувають у постійній кінематичній взаємодії, незалежно від того, в якому стані перебуває той чи інший елемент керування. Наприклад, схематично зображені на рис. 2 передачі складаються з вузлів  $k = 1, 2, \mathbf{K}$ , на рис. 3 зображено передачі, до складу яких входять також ланки елементів (механізмів) керування  $\Phi_1, \Phi_2, \dots$ . Самі елементи керування цілісно якості елементи передачі не виділяють; зате в планетарних передачах (рис. 3, б–в) як складову елементу слід передбачити так званий реактор  $R$ .

Передачу формують приєднанням ланок  $\Phi_1, \Phi_2, \dots$  кожного з елементів  $k = 1, 2, \mathbf{K}$  до відповідних ланок  $\Phi_1, \Phi_2, \dots$  інших такого самого штибу елементів чи до ланок реактора. До джерела чи споживача енергії її приєднують вхідними та вихідними валами (або безпосередньо, або через фрикціон).

У загальному випадку кількість джерел енергії та її споживачів довільна. Причому споживачі не обов'язково повинні входити до складу якого-небудь одного елемента; можливо, вони виявляться ланками декількох або навіть кожного з елементів. Тому окремі елементи, що виділяються в передачі, є сенс зобразити одноманітно – схемою, зображеною на рис. 4, а. Якщо ще й “розосередити” реактор  $R$ , передбачаючи замість нього гальма  $\Gamma_1, \Gamma_2, \dots$ , то будь-яку передачу можна відобразити як систему однотипних елементів, схеми яких наведено на рис. 4, б, в.

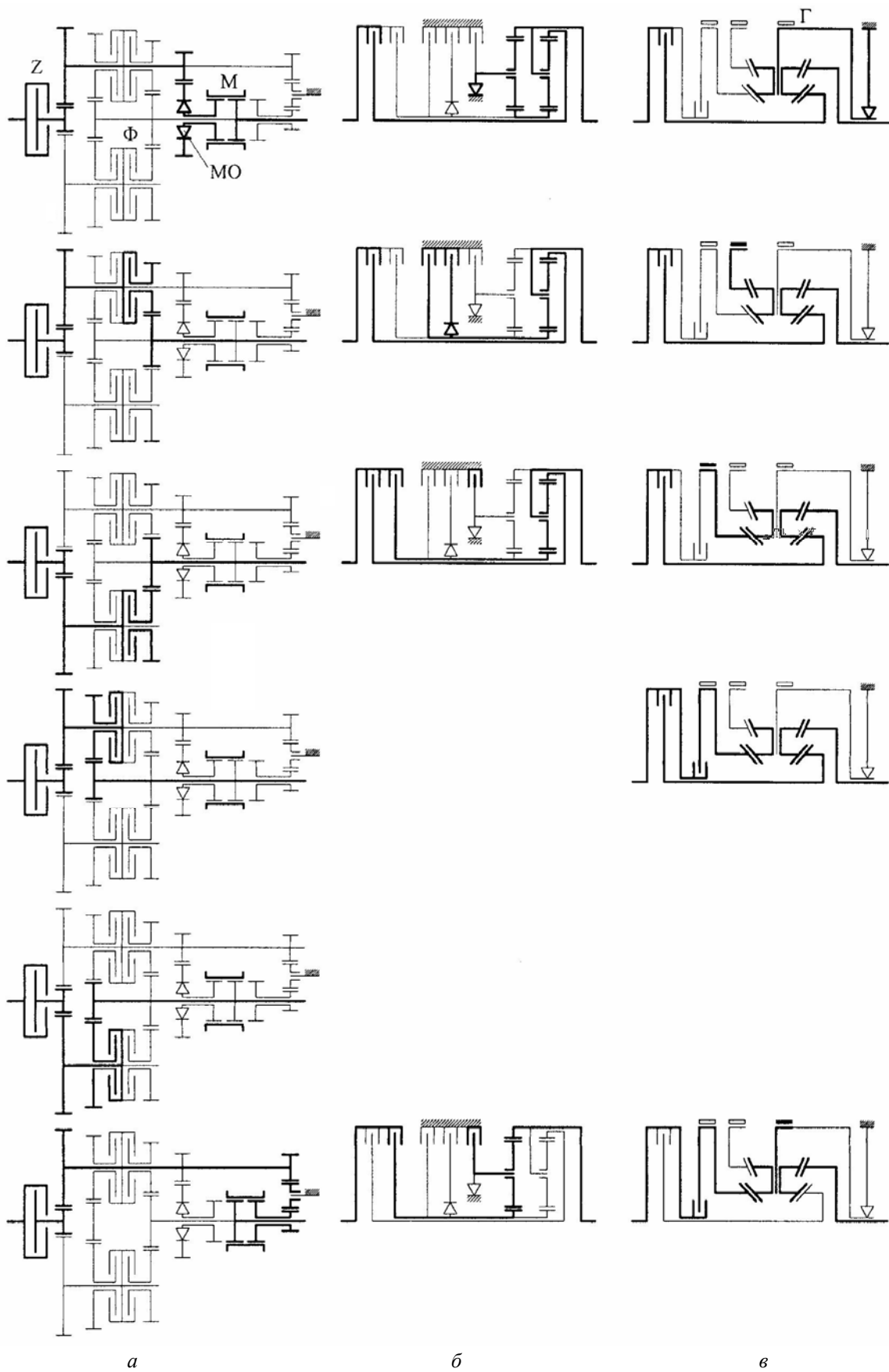


Рис. 2. Схеми скриньок передач з нерухомими осями валів (а) та планетарними механізмами – плоскими (б) й просторовими (в):  
*Z* – зчіпник; *Φ* – фрикціон; *Г* – гальмо; *М* – муфта; *МО* – обгінна муфта (муфта вільного ходу)

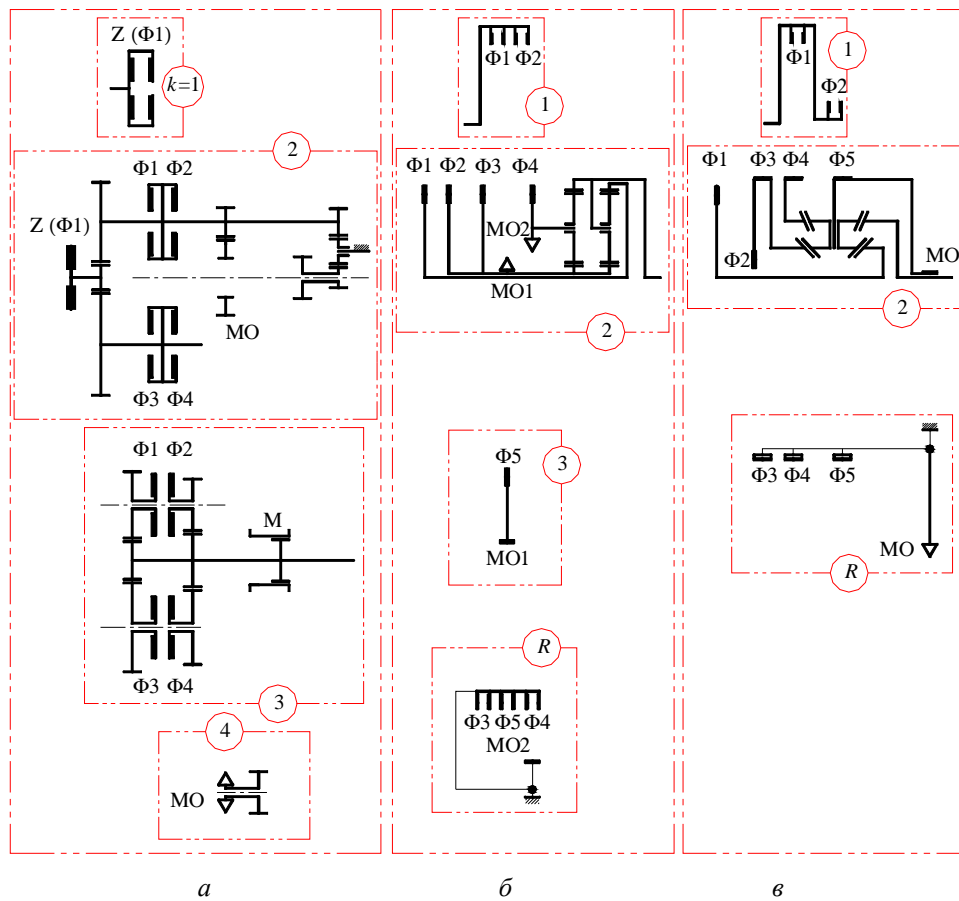


Рис. 3. Структурні елементи скриньок передач з нерухомими осями валів (а) та планетарними механізмами плоскими (б) й просторовими (в)

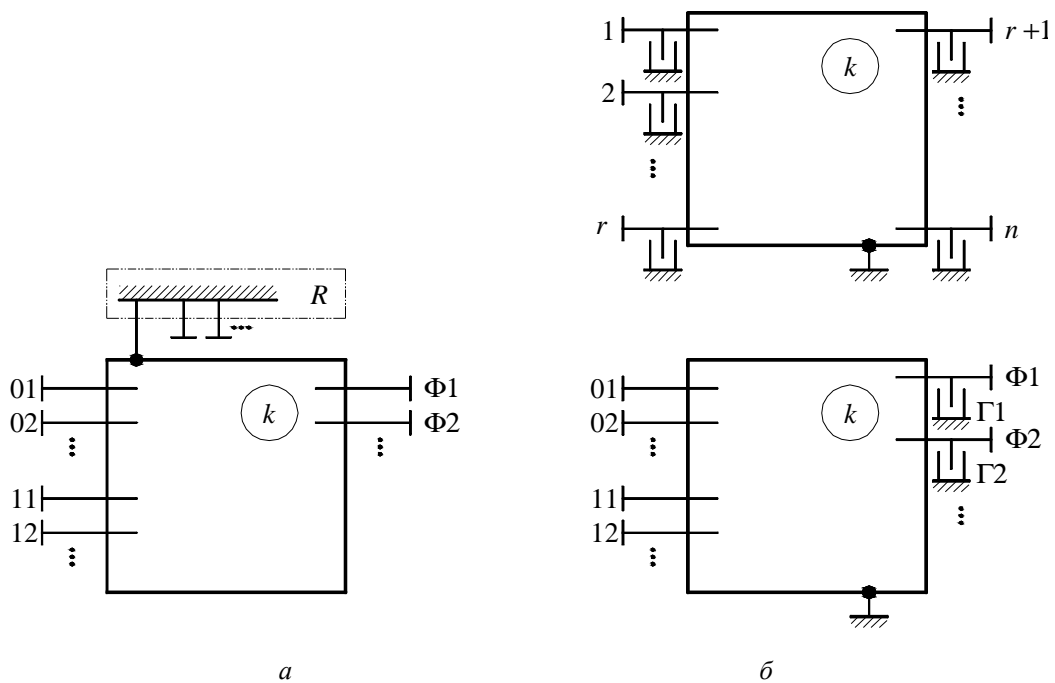


Рис. 4. Узагальнене відображення  $k$ -го елемента механічної передачі: 01, 02, ... – входні вали; 11, 12, ... – вихідні вали; 1, 2, ...,  $n$  – вали, функції яких не окреслено

Зауважмо, тип елементів керування та їх конструкція тут не завжди особливо відрізняються; формально серед елементів керування виділяють гальма і фрикціони. Річ у тім, що роботу будь-якого елемента керування можна вважати результатом конкретного конструктивного втілення певного режиму перемикання фрикціона. Наприклад, робота муфти вільного ходу суть ідеальне перемикання фрикціона, коли можлива тільки однібочна передача потужності від ланки до ланки; гальмо – це фрикціон, одна ланка якого нерухома тощо.

Розглянуті елементи передачі з однаковою підставою можна назвати або диференціалом, або суматором, враховуючи, що кінематичний зв'язок між ланками останнього описується одним або декількома рівняннями типу

$$f_k = \sum_{l=1}^{L_k} a_{olk} \omega_{olk} + \sum_{n=1}^{N_k} a_{lnk} \omega_{lnk} + \sum_{q=1}^{Q_k} a_{qk} \omega_{qk} = 0,$$

де  $L_k$ ,  $N_k$ ,  $Q_k$  – кількість відповідно вхідних валів, валів вихідних та ланок фрикціонів, що належать  $k$ -му елементу передачі;  $a = \text{const}$  – кінематичні параметри;  $\omega$  – кутові швидкості валів та ланок фрикціонів. Надалі перевагу надають назві “диференціал”, хоча необхідно мати на увазі, що елемент в конкретній передачі може виконувати функції суматора (інтегратора) або навіть одночасно, залежно від режиму роботи передачі, як функції диференціала, так функції суматора.

Узагальнене відображення механічної передачі системою багатоланкових диференціалів може принести корисний ефект, звісно, тільки в тому разі, якщо однаковою мірою загальними і цілком формальними будуть застосовувані методи математичного відображення процесів її функціонування.

Математичним описам динаміки диференціальних механізмів можна надати найрізноманітніших форм [15, 17]. Традиційним є опис у формі рівнянь Лагранжа другого роду. Для нього характерний високий рівень формалізму і загальності. Проте на початковій стадії моделювання доцільніше вважати всі змінні, що визначають динамічний та кінематичний стан механізму, незалежними, а не беззастережно оперувати прийнятими в аналітичній механіці поняттями узагальнених координат, в термінах яких, власне, і складаються рівняння Лагранжа.

**Рівняння дії багатоланкового механізму.** Хай рух деякого механізму описується рівняннями Лагранжа другого роду

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i} - \frac{\partial T}{\partial q_i} = Q_i, \quad i = \overline{1, n}, \quad (1)$$

у яких  $T$  – кінетична енергія, що накопичується в механізмі до миті часу  $t$ ;  $q_i$  – узагальнена координата;  $Q_i$  – узагальнена зовнішня сила;  $n$  – кількість ступенів вільності. На основі цього механізму сконструюємо новий, обмеживши його рух  $m$  ідеальними в'язями

$$\sum_{i=1}^n f_{ji}(q_1, \dots, q_n, t) \dot{q}_i + f_j(q_1, \dots, q_n, t) = 0, \quad j = \overline{1, d};$$

$$g_j(q_1, \dots, q_n, t) = 0, \quad j = \overline{d+1, m}. \quad (2)$$

Отже, новий механічний передачі відповідає рівняння (1), у правих частинах яких, окрім сил  $Q_i$ , мають фігурувати ще й сили  $Q'_i$ , зумовлені реакціями в'язей:

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i} - \frac{\partial T}{\partial q_i} = Q_i + Q'_i, \quad i = \overline{1, n}. \quad (3)$$

Робота сил реакцій в ідеальних в'язях на віртуальних переміщеннях – нульова, тобто

$$\sum_{i=1}^n Q'_i \delta q_i = 0, \quad (4)$$

де  $\delta q_i$  – мала віртуальна зміна узагальненої координати  $q_i$ .

З рівнянь в'язей (2) випливає, що

$$\sum_{i=1}^n f_{ji} \delta q_i = 0, \quad j = \overline{1, d}, \quad \sum_{i=1}^n \frac{\partial g_j}{\partial q_i} \delta q_i = 0, \quad j = \overline{d+1, m}.$$

Помножмо кожна з цих рівностей на множник  $v_j$ , додамо отримані вирази, а результат віднімемо від виразу (4):

$$\sum_{i=1}^n \delta q_i \left( Q'_i - \sum_{j=1}^n v_j f_{ji} \right) = 0. \quad (5)$$

Тут позначено

$$\frac{\partial g_i}{\partial q_i} = f_{ji} \quad (j = \overline{d+1, m}).$$

Вважатимемо, що координати  $q_1, q_2, \dots, q_{n-m}$  є незалежними змінними. Підбираючи значення величин  $v_1, v_2, \dots, v_m$  так, щоби множники при варіаціях  $\delta q_{n-m+1}, \dots, \delta q_n$  у виразах (5) дорівнювали нулю, та враховуючи незалежність перших  $n-m$  варіацій, дійдемо висновку, що рівність (4) справджуватиметься лише тоді, коли

$$Q'_i = \sum_{j=1}^m v_j f_{ji}, \quad i = \overline{1, n}.$$

А в такому разі вираз (3) набуде вигляду

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i} - \frac{\partial T}{\partial q_i} = Q_i + \sum_{j=1}^m v_j f_{ji} = Q_i + \sum_{j=1}^d v_j f_{ji} + \sum_{j=d+1}^m v_j \frac{\partial g_j}{\partial q_i}. \quad (6)$$

Описаний алгоритм пересічно використовується за необхідності врахувати додаткові в'язі (голономні та неголономні), котрі раніш у рівняннях руху не брались до уваги [18]. Але в цьому випадку висувається задача спрощення процедури складання рівнянь руху механічної передачі. Основна мета, як підкреслювалось, – відмовитись від поділу змінних, що відображають рух складних механізмів, на залежні та незалежні.

**Приклад.** Розгляньмо для прикладу механічну трансмісію, яка містить планетарну передачу (рис. 5). Передача, що має при розімкнутих гальмах  $\Gamma_1, \Gamma_2, \Gamma_3$  два ступені вільності, уявним руйнуванням в'язей між певними зубчатыми колесами (наприклад, умовним усуненням зачеплень  $a-a$  перетворюється на механізм з п'ятьма ступенями вільності. Рух такого механізму описується рівняннями штибу (1). Якщо ж тепер, навпаки, відновити зачеплення, відображаючи математично в формі (2) зв'язки, виникають, то для опису динаміки відновленого механізму необхідно звернутись до рівнянь (6), що утворені з рівнянь (1) формальним додаванням членів з множниками  $v$ . Принцип руйнування-відновлення в'язей дає змогу суттєво формалізувати процес побудови математичних моделей складних за структурою і конструкцією трансмісій (зокрема – за рахунок спрощення процедури визначення узагальнених сил  $Q_i$ ).

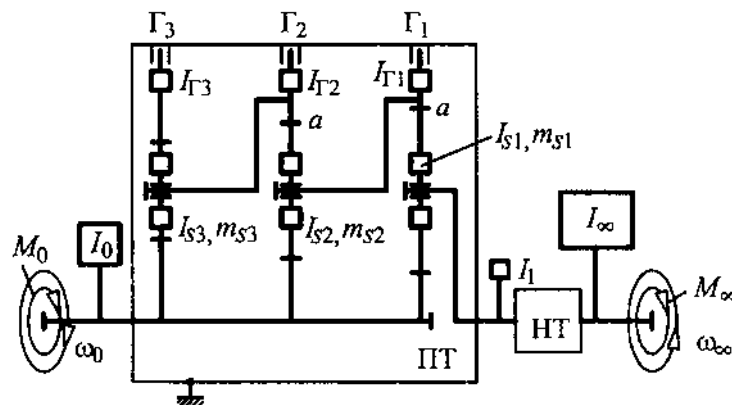


Рис. 5. Схема планетарної передачі: ПТ і НТ – частини трансформатора, що перемикаються і не перемикаються,  $m$  і  $I$  – маси і моменти інерції деталей передачі;  $M$  – обертовий момент

**Висновки.** Тож будь-яку механічну передачу (або взагалі всю механічну частину трансмісії будь-якої машини) можна ототожнити із системою узагальнених диференціалів за умови, що не передбачено плавного регулювання передатних відношень на робочих режимах функціонування машини. Структурні особливості диференціала, виявляється, можна відобразити у масивах кінематичних параметрів та інерційних параметрів.

Наведені теоретичні міркування підтверджують наявність засобів ефективного відображення структур механічних частин трансмісії автомобілів з найвищим рівнем математичної формалізації. Узагальнене відображення структур трансмісій розкриває можливість при оптимізації конструкцій автомобілів будувати довільні варіації структур трансмісій, а не обмежуватись варіюванням параметрів трансмісії в межах певної структури з подальшим аналізом можливих структур.

Вихідними ланками узагальненого диференціала можна вважати навіть рушійні колеса транспортної чи підйомально-транспортної машини, які, до речі, мають гальма так само, як і вихідні ланки керованих диференціалів трансмісії. Тому, спираючись на таку структурну модель, можна розв'язувати будь-які задачі дослідження розгінних або гальмівних режимів руху машини, аналізу показників роботи машини на усталених режимах або взагалі в робочих циклах, оптимізації параметрів двигуна чи трансмісії або ж гальмової системи автомобіля. Тому узагальненість і універсальність справді є взаємозумовленими.

Для складання рівнянь динаміки нема потреби аналізувати силову взаємодію окремих деталей реальної передачі. Фіктивні змінні спрощують структуру рівнянь динаміки, їх можна вилучити з математичних виразів на будь-якій стадії розв'язування тієї чи іншої задачі, раціонально пристосовуючи модель об'єкта до алгоритму пошуку розв'язку. Лаконізм і простота математичного опису визначають малу трудомісткість процесу синтезу математичної моделі та процесу формалізації оптимізаційних задач.

1. Гащук П. М., Войтків С. В. Способи створення уніфікованих автобусів різного призначення // Вісник Львів. держ. ун-ту безпеки життєдіяльності, 2014. – № 9. – С. 41 – 52. 2. Гащук П. М., Войтків С. В., Курач Б. В. Ідентифікація поколінь автобусів за уніфікаційним критерієм // Вісник Львів. держ. ун-ту безпеки життєдіяльності. – 2014. – № 10. – С. 32 – 55. 3. Гащук П. М., Войтків С. В., Курач Б. В. Використання поняття інтегрального модуля для формування типажних проектів автобусної техніки // Вісник Львів. держ. ун-ту безпеки життєдіяльності, 2014. – № 10. – С. 56 – 75. 4. Гащук П. Н. Формалізація відображення структур трансмісій автомобілів // Тематичний збірник: Питання динаміки та синтезу ГМП. Вип. 2. Львів. політехн. ін-т. Львів, 1985, – 34 с. – Деп. в УкрНДІНТІ, № 2801/85. 5. Гащук П. Н. Синтез обобщенной трансмиссии транспортной машины // Вестн. Львов. политехн. ин-та: Технология машиностроения и динамическая прочность машин. – Львов: Вища шк., 1983. – № 170. – С. 22-24. 6. Гащук П. Н. Энергетическая эффективность автомобиля. – Львов: Світ, 1992. – 208 с. 7. Mitschke M., Wallentowitz H. *Dynamik der Kraftfahrzeuge*. – Springer, 2010. – 709 s. 8. Jazar R. N. *Vehicle Dynamics: Theory and Application*. – New York: Springer Science+Business Media, LLC, 2008. – 1015 p. 9. Гащук П. М., Зорій І. Л. Динамічний аналіз лінійних моделей пружно-жорстких механічних систем. – Львів: Українські технології, 2005. – 320 с. 10. Дружинский И. А. *Механические цепи*. – Л.: Машиностроение, 1977. – 240 с. 11. Шац Я. Ю., Слоневский Р. В., Шох Е. С. *Проектирование оптимальных соосных передач на ЕЦВМ*. – М.: Машиностроение, 1965. – 248 с. 12. Иванченко П. Н., Сушков Ю. А., Вашеев А. Д. *Автоматизация выбора схем планетарных коробок передач. Справочное пособие*. – Л.: Машиностроение, 1974. – 234 с. 13. Кирдяшев Ю. Н. *Многопоточные передачи дифференциального типа*. – Л.: Машиностроение, 1981. – 223 с. 14. *Планетарные передачи. Справочник / под ред. В. Н. Кудрявцева и Ю. Н. Кирдяшева*. – Л.: Машиностроение, 1977. – 535 с. 15. Волков Д. П., Крайнев А. Ф. *Трансмиссии строительных и дорожных машин. Справочное пособие*. – М.: Машиностроение, 1974. – 424 с. 16. Ott A., Wigggenhauser P. *Simulation der Schaltung von Gruppengetrieben mit Hilfe elektronischer Rechenanlagen*. – ATZ 74 (1972), Nr 9, S. 343 – 348; Nr11, S. 453 – 455. 17. Имедашвили К. А. *О динамике зубчатого дифференциала в комбинированных системах* // Машиностроение, 1965, № 6. – С. 28 – 33. 18. Парс Л. А. *Аналитическая динамика / пер. с англ.* – М.: Наука, 1971. – 636 с.