

## ОСОБЛИВОСТІ РОЗРАХУНКУ ПРИВОДІВ ПАСАЖИРСЬКИХ КАНАТНИХ ДОРІГ

© Сологуб Б. В., Данило Я. Я., Предко Р. Я., 2017

Запропоновано динамічну модель для розрахунку зусиль, що виникають під час руху каретки підвісної канатної дороги. Наведено рівняння руху тягovesного канату, отримано значення зусиль та побудовано графіки зміни зусиль, переміщення і швидкості у вітці канату. Розроблено практичні рекомендації для вибору оптимальних параметрів підвісної канатної установки.

**Ключові слова:** підвісна канатна дорога, каретка, канат, динамічні навантаження, математична модель, амплітудно-частотні характеристики.

B. Solohub, Ya.Danylo, R. Predko

## FEATURES OF CALCULATION OF SUSPENSION CABLE INSTALLATIONS

The dynamic model of forces calculation generated during the motion of the carriage of suspension cable installations has been introduced. The equations of motion of running line has been illustrated, the values of forces and the graphs of changes in normal force have been given depending on the pressure of the carriage on the carrying rope. Practical advice on choosing the right parameterium of suspension cable installation has been worked out.

**Key words:** suspension cable installation, carriage, cable, dynamic load, mathematical model, amplitude-frequency characteristics.

**Вступ.** Пасажирські канатні дороги використовують на зимових базах відпочинку. За останні роки значно зросла їх кількість у Карпатах. Їх експлуатація підвищує комфортність відпочинку і приносить значні прибутки. Однак першочерговим завданням є безпечна робота витягів та вибір оптимальних параметрів, які гарантуватимуть довговічність основних елементів. Дослідженню та проектуванню складних канатних систем завжди приділяли значну увагу. Для розроблення нових канатних систем необхідно вибрати раціональні схеми окремих варіантів, встановити зв'язки між елементами установки, визначити зовнішні сили, що діють на систему, а також закономірності взаємодії окремих елементів між собою.

**Аналіз стану проблеми та постановка завдання.** Багатоманітність виробничих умов і специфіка роботи приводів канатних установок висувають різні вимоги до їх конструктивних особливостей та параметрів. Ці приводи відрізняються принциповими схемами, канатомісткістю барабанів, тягово-швидкісними параметрами, вагою та габаритами. Переміщення вантажу за допомогою канатів великої довжини (50–1000 м), значний діапазон швидкостей руху канатів (0,3–10 м/с), тривалі цикли навантажень (4–5 хв) для умов пускових та гальмівних режимів обумовлюють наявність відмінних ознак таких приводів від інших вантажопідіймальних машин загального призначення [2, 3, 6, 9 – 12].

Правильний вибір конструктивних вузлів, їх динамічне поєднання визначає надійність, безпеку та ефективність роботи приводу та машини загалом. До найнебезпечніших режимів роботи приводів належать процеси пуску і гальмування машини. Динамічні явища, що виникають за таких режимів роботи, значно впливають на зміну зусиль у тяговому органі та основних елементах приводу [3–5, 8, 12].

**Виклад основного матеріалу дослідження.** Коливання в механічній системі приводу призводять до виникнення істотних динамічних навантажень на його вузли, що спричиняє пошкодження і зниження довговічності цих вузлів. Практичний підхід до зменшення шкідливого впливу коливань на роботу приводу зводиться до правильного вибору його основних параметрів. Рациональні параметри приводу можна обґрунтувати за результатами дослідження його роботи. Для проведення таких досліджень розроблено математичну модель приводу, що складається з розрахункової схеми приводу та рівнянь руху. Розрахункову схему приводу наведено на рис. 1, де  $C_i$ ,  $u_i$  – коефіцієнти жорсткості та лінійного опору відповідних ділянок;  $I_i$  – моменти інерції елементів системи;  $j_i$  – кутові координати руху елементів системи;  $M_D$  – момент двигуна;  $x$  – координата руху вантажу;  $C_6$ ,  $C_k$  – відповідно жорсткості підвіски направляючого блока і канату;  $u_6$ ,  $u_k$  – коефіцієнти лінійного опору рухові блока і канату;  $x$  – координата рухомої точки канату.

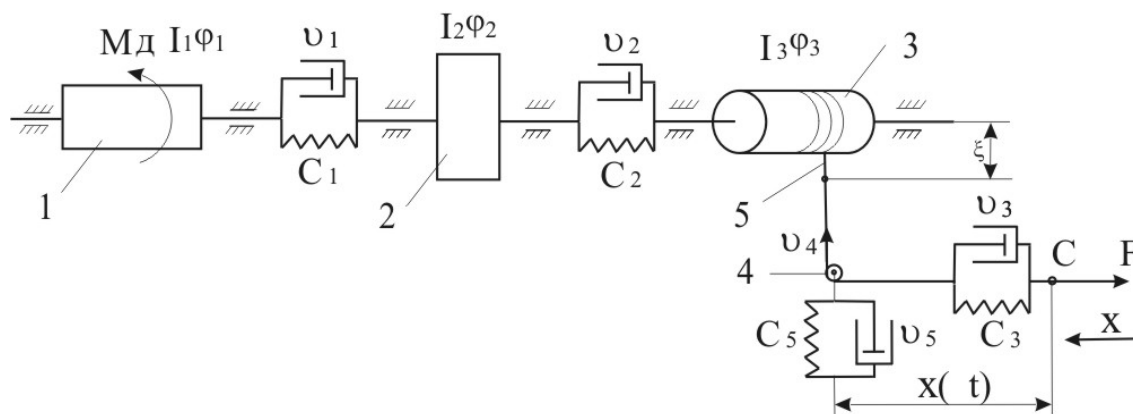


Рис. 1. Розрахункова схема приводу установки:  
1 – двигун; 2 – редуктор; 3 – барабан; 4 – блок; 5 – канат

Для такого випадку рівняння руху системи складаємо з використанням рівнянь Лагранжа другого роду:

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_j} \right) - \frac{\partial T}{\partial q_j} + \frac{\partial \Pi}{\partial q_j} + \frac{\partial \Phi}{\partial \dot{q}_j} = Q_j, (j=1,2,3,4), \quad (1)$$

де  $T$ ,  $\Pi$  – кінетична та потенціальна енергії системи;  $\Phi$  – дисипативна функція Релея;  $q_j$  – узагальнені координати;  $Q_j$  – узагальнена зовнішня сила.

За узагальнені координати приймаємо:

$$q_1 = j_1; \quad q_2 = j_2; \quad q_3 = j_3; \quad q_4 = x.$$

Кінетичну енергію системи записуємо у вигляді:

$$T = \frac{1}{2} I_1 w_1^2 + \frac{1}{2} I_2 w_2^2 + \frac{1}{2} I_3 w_3^2 + \int_1 \frac{q_k v_k d\mathbf{l}}{2} + \frac{1}{2} m v^2, \quad (2)$$

де  $I_i$  – момент інерції відповідної маси, ( $i = 1, 2, 3$ );  $w_i$  – кутова швидкість відповідної маси;  $m$  – маса вантажу, що транспортується;  $v_k$  – швидкість руху канату;  $v$  – швидкість руху вантажу;  $q_k$  – погонна маса канату.

Узагальнені швидкості дорівнюватимуть:

$$w_1 = \dot{j}_1; \quad w_2 = \dot{j}_2; \quad w_3 = \dot{j}_3; \quad v = \dot{x}.$$

З врахуванням залежності (1) запишемо:

$$\frac{\partial T}{\partial \dot{j}_1} = 0; \quad \frac{\partial T}{\partial \dot{j}_2} = 0; \quad \frac{\partial T}{\partial \dot{j}_3} = \frac{1}{2} \frac{dI_3}{dj_3} \dot{w}_3^2. \quad (3)$$

Швидкість руху канату можна визначити за гіпотезою про лінійний закон розподілу швидкостей. Визначаємо величину швидкості  $v_k$  у довільній точці, коли вантаж знаходиться в точці  $C$  з координатою  $x(t)$ .

Тоді

$$v_k = a + bx. \quad (4)$$

Для визначення двох невідомих  $a$  і  $b$  маємо дві початкові умови:

$$\begin{aligned} x = 0; \quad v_k = 0; \\ x = x(t); \quad v_k = \dot{x}. \end{aligned} \quad (5)$$

Після нескладних перетворень отримаємо

$$v_k = \frac{\dot{x}}{x}. \quad (6)$$

Момент інерції барабана лебідки і довжину канату вважаємо лінійними функціями кута повороту барабана. Причому момент інерції барабана визначаємо з урахуванням намотування чи змотування канату:

$$I_3 = I_{30} \pm A_k \cdot r \cdot r_3^3 \cdot j_3, \quad (7)$$

де  $I_{30}$  – початковий момент інерції барабана;  $A_k$  – площа поперечного перерізу канату;  $r$  – усереднена густина матеріалу канату;  $r_k$  – радіус навивання канату на барабан.

Беручи до уваги залежність (7), запишемо:

$$\frac{\partial I_3}{\partial j_3} = A_k \cdot r \cdot r_3^3. \quad (8)$$

Тоді

$$\frac{\partial T}{\partial \dot{j}_3} = \frac{A_k r}{2} r_3^3 \dot{w}_3^2. \quad (9)$$

Диференціюючи рівняння (1) за узагальненими швидкостями, отримаємо:

$$\frac{\partial T}{\partial w_1} = I_1 \dot{j}_1; \quad \frac{\partial T}{\partial w_2} = I_2 \dot{j}_2; \quad \frac{\partial T}{\partial w_3} = I_3 \dot{j}_3; \quad \frac{\partial T}{\partial v} = mv.$$

Звідси

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial w_1} \right) &= I_1 \dot{w}_1; & \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial w_2} \right) &= I_2 \dot{w}_2; \\ \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial w_3} \right) &= \frac{dI_3}{dt} \dot{w}_3 + I_3 \frac{\partial \dot{w}_3}{\partial t} = A_k \cdot r \cdot r_3^3 \cdot \dot{w}_3 + (I_{30} + A_k \cdot r \cdot r_3^3 \cdot j_3) \cdot \dot{w}_3; \\ \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial v} \right) &= m \dot{v} \end{aligned} \quad (10)$$

Потенціальна енергія системи має вигляд:

$$\Pi = \frac{1}{2} c_1 (j_1 - j_2)^2 + \frac{1}{2} c_2 (j_2 - j_3)^2 + \frac{1}{2} c_k (j_3 \cdot r_3 - x)^2. \quad (11)$$

Диференціюючи вираз потенціальної енергії за узагальненими координатами, отримаємо:

$$\frac{\partial \Pi}{\partial j_1} = c_1 (j_1 - j_2); \quad \frac{\partial \Pi}{\partial j_2} = -c_1 (j_1 - j_2) + c_2 (j_2 - j_3);$$

$$\frac{\partial \Pi}{\partial j_3} = -c_2(j_2 - j_3) + (c_\kappa + c_\sigma)(j_3 r_3 - x) \cdot r_3 + \frac{E_\kappa A_\kappa r_3 (j_3 r_3 - x)^2}{2(\mathbf{1}_\kappa - j_3 r_3)^2}; \quad (12)$$

$$\frac{\partial \Pi}{\partial x} = -(c_\kappa + c_\sigma)(j_3 r_3 - x),$$

де  $\mathbf{1}_\kappa$  – довжина канату, яку вважаємо лінійною функцією від кута повороту барабана;  $\mathbf{1}_\kappa = \mathbf{1}_{0\kappa} + r_3 \cdot j_3$ , ( $\mathbf{1}_{0\kappa}$  – початкове значення довжини канату);  $E_\kappa$  – модуль пружності канату.

Приймаємо, що жорсткість канату дорівнює:

$$C_\kappa = \frac{E_\kappa \cdot A_\kappa}{\mathbf{1}_\kappa} = \frac{E_\kappa \cdot A_\kappa}{\mathbf{1}_{0\kappa} + j_3 \cdot r_3}.$$

Дисипативну функцію можна подати у вигляді:

$$\Phi = \frac{1}{2} u_1 (w_1 - w_2)^2 + \frac{1}{2} u_2 (w_2 - w_3)^2 + \frac{1}{2} u_\kappa (w_3 \cdot r_3 - v_\kappa)^2 + \frac{1}{2} u_\sigma (w_3 \cdot r_3 - v)^2, \quad (13)$$

де  $u_i$  – коефіцієнт лінійного опору відповідного елемента.

Визначаємо похідні від дисипативної функції за узагальненими швидкостями:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Phi}{\partial w_1} &= u_1 (w_1 - w_2); & \frac{\partial \Phi}{\partial w_2} &= -u_1 (w_1 - w_2) + u_2 (w_2 - w_3); \\ \frac{\partial \Phi}{\partial w_3} &= -u_2 (w_2 - w_3) + u_\kappa (w_3 \cdot r_3 - v_\kappa) \cdot r_3; & & \\ \frac{\partial \Phi}{\partial w_4} &= -u_\sigma (w_3 \cdot r_3 - v). & & \end{aligned} \quad (14)$$

На основі рівняння (1) з врахуванням (10), (12) і (14) рівняння руху механічної системи можна подати в такому вигляді:

$$\begin{cases} I_1 \cdot \ddot{\alpha}_1 + c_1 \cdot (\dot{j}_1 - \dot{j}_2) + u_1 (w_1 - w_2) = M_\delta; \\ I_1 \cdot \ddot{\alpha}_2 + c_1 \cdot (\dot{j}_2 - \dot{j}_1) + c_2 \cdot (\dot{j}_2 - \dot{j}_3) + u_1 (w_1 - w_2) + u_2 (w_2 - w_3) = 0; \\ (I_{30} + A_\kappa \cdot r \cdot j_3 \cdot r^3) \ddot{\alpha}_3 - \frac{1}{2} A_\kappa \cdot r \cdot r^3 w_3^2 + c_2 \cdot (\dot{j}_3 - \dot{j}_2) + c_\kappa \cdot (\dot{j}_3 \cdot r_3 - x) \cdot r_3 - \\ - c_\sigma (x - j_3 \cdot r_3) r_3 + \frac{E_\kappa \cdot A_\kappa \cdot r_3 (j_3 \cdot r_3 - x)^2}{2(\mathbf{1}_{0\kappa} - j_3 r_3)^2} + u_2 (w_2 - w_3) + u_\kappa (w_3 r_3 - v_\kappa) r_3 + \\ + u_\sigma (w_3 r_3 - v) r_3 = 0; \\ m \cdot \ddot{\alpha} + (c_\kappa + c_\sigma) \cdot (x - j_3 r_3) - u_\kappa (w_3 r_3 - v_\kappa) - u_\sigma (w_3 r_3 - v) r_3 = -F. \end{cases} \quad (15)$$

Практичне значення має вивчення нестационарних режимів роботи приводів. У випадку, коли під час пуску системи швидкість обертання робочого вала двигуна змінюється у вузьких межах, можна застосувати лінеаризовані характеристики двигунів, що суттєво спрощує задачу дослідження. Тоді момент асинхронного електричного двигуна в околі номінальної швидкості обертання ротора визначається за диференціальними рівняннями [7]:

$$\frac{dM_\delta}{dt} + \frac{1}{\partial t} M_\delta + \frac{1}{J \cdot w_0 \cdot \partial t} j \ddot{\alpha} = \frac{1}{J \partial t}, \quad (16)$$

де  $M_\delta$  – обертовий момент двигуна;  $\partial t$  – складова часу, що враховує перехідні процеси в двигуні;  $J$  – коефіцієнт крутизни статичної характеристики;  $w_0$  – кутова швидкість ідеального холостого ходу.

Момент двигуна на кожному кроці інтегрування рівнянь руху визначаємо за значеннями характеристик механічної системи.

Для отримання часових залежностей зміни зусиль у канаті, переміщення і швидкості руху швидкість відносної деформації каната визначатимемо за залежністю:

$$x = (h \cdot \mathbf{1}_k - r_3 \cdot d \cdot w) : \mathbf{1}_k^2, \quad (17)$$

де  $h$  – швидкість абсолютної деформації

$$h = -r_3 \cdot w_3 - 2v_k + v_b. \quad (18)$$

У результаті розв’язання системи рівнянь (15) за певних початкових і граничних умов можна отримати характер зміни зусиль і деформацій в елементах системи приводу.

Як приклад покажемо розв’язок системи для випадку, коли початковими умовами прийнято

$$x(0) = 0; v(0) = v_0; \dot{x}_1 = w_1; \dot{x}_2 = w_2; \dot{x}_3 = w_3; \dot{x} = v,$$

$$\frac{dv}{dt} = \frac{1}{m}(F_1 - F).$$

Силу знаходимо за залежністю:

$$F_1 = F_{1c} + F_{1m},$$

де  $F_{1c}$  – сила пружності  $F_{1c} = c_0 \cdot e$ ;  $F_{1m}$  – сила лінійного опору  $F_{1m} = m_0 \cdot n_1$ ;  $c_0$  і  $m_0$  – жорсткість і коефіцієнт лінійного опору ділянки каната одиничної довжини;  $e_1$  і  $n_1$  – відносна деформація вітки і швидкість зміни відносної деформації в часі.

Довжину каната прийнято  $L_k = 500$  м; маса канату  $m = 1000$  кг, канат ГОСТ 2688, діаметр канату  $d_k = 12,00$  мм, швидкість руху каната  $u = 7$  м/с. Інші дані прийнято згідно з рекомендаціями, наведеними в роботах [1, 7, 13]. Графіки зміни зусиль, переміщень і швидкості у вітці каната наведено на рис. 2.

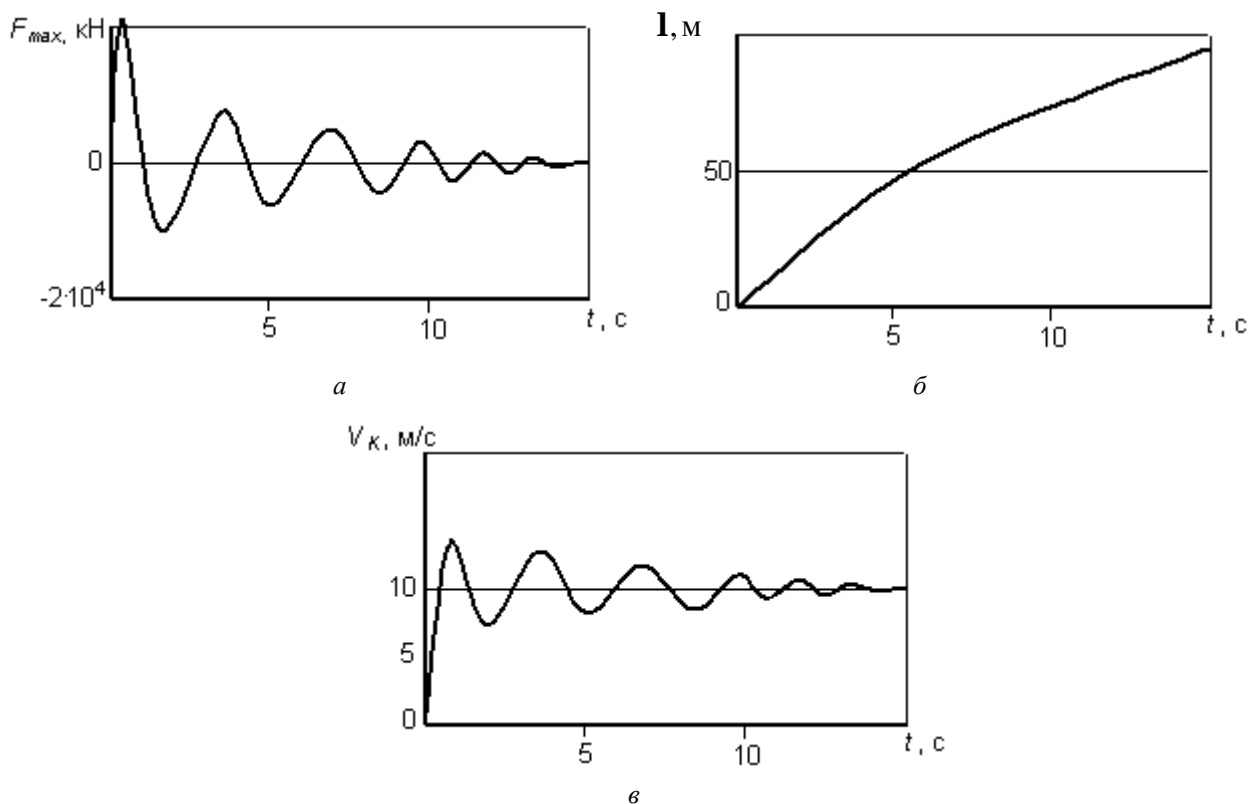


Рис. 2. Часові залежності зміни зусиль, деформацій і швидкості у вітці каната:  
а – зусиль; б – переміщення; в – швидкості

**Висновки.** З графіків видно, що на початку руху динамічна складова зусилля в канаті є найбільшою. Протягом незначного проміжку часу ця складова зникає, а зусилля в канаті стабілізується. При цьому за більшої ваги вантажу спостерігається більший період коливань зусиль в канаті та повільне загасання коливань. Небезпеки виникнення явища резонансу для таких систем не існує.

Аналіз роботи приводів з різними параметрами дасть змогу обґрунтувати їхні раціональні параметри і вибрати найдодільніші режими експлуатації.

1. Адамовський М. Г., Мартинців М. П., Бадера І. С. Підвісні канатні лісотransпортні системи. – К.: ІЗМН, 1997. – 156 с. 2. Вейц В. Л., Качура А. Е., Мартиненко А. М. Динамические расчёты приводов машин. – Л.: Машиностроение, 1971. – 353 с. 3. Казан С. А. Связь экскаваторной и крановой динамики подъёмных канатов с динамикой шахтного подъёма // Вестник машиностроения, 1964. – № 9. – С. 17–23. 4. Калинин С. Г., Харченко Е. В. Динамика несущих конструкций буровых установок. – Львов: Вища школа, 1988. – 144 с. 5. Комаров М. С. Определение расчетных нагрузок в машинах. – Львов: Вища школа, 1975. – 108 с. 6. Кузьо І. В., Мартинців М. П., Дзюба Л. Ф., Баріляк В. В. Моделювання перехідних режимів роботи транспортних установок із замкнутим канатом // вісник Нац. ун-у „Львівська політехніка”. Динаміка, міцність та проектування машин і приладів. – Львів, 2002. – № 456. – С. 85–90. 7. Мартинців М. П. Розрахунок основних елементів підвісних канатних лісотransпортних установок. – К.: Ясмина, 1996. – 175 с. 8. Мартинців М. П., Сологуб Б. В., Матіішин М. В. Динаміка та надійність підвісних канатних систем: монографія – Львів: Видавництво Львівської політехніки, 2011. – 188 с. 9. Мартинців М. П., Удовицький О. М. Особливості розрахунку приводів підвісних канатних лісотransпортних систем // Науковий вісник. Збірник науково-технічних праць. – Львів: УкрДЛТУ, 1999. – Вип. 9.3. – С. 31–36. 10. Мартинців М. П., Удовицький О. М., Мартинців В. М. Дослідження перехідних процесів роботи приводної системи канатної установки // Науковий вісник. Лісівницькі дослідження в Україні. – Вип. 9.12. – Львів: УкрДЛТУ, 1999. – С. 277–286. 11. Muxel K. Landwirtschaftliche Transports und Fordertechnik. – Berlin: VEB Verlag Technik, 1974. – 327 s. 12. Парницкий А. В., Шабашов А. П., Лысьяков А. Г. Мостовые краны общего назначения. – М.: Машиностроение, 1971. – 352 с. 13. Сологуб Б. В., Данило Я. Я., Предко Р. Я. Особливості розрахунку гірськолижних канатних витягів. // Науково-технічний та виробничий журнал “Підйомно-транспортна техніка”. – 2016. – № 2. – С. 71–80.