

отримувати розрахункові значення напруг на електродах. Ці силові трансформатори за видом охолодження бувають сухі (з атмосферним охолодженням) та з масляним охолодженням.

**Висновки.** Використання електроенергії для плавлення скла залежить від багатьох факторів, насамперед, економічних, пов'язаних з вартістю палива, електроенергії, обладнання тощо. Однак здебільшого застосування електроенергії для нагрівання чи додаткового нагрівання зумовлене екологічними та технологічними міркуваннями. У багатьох країнах Європи та Америки вже вводяться в дію або розробляються законодавчі акти, що регламентують викиди різних окисів в атмосферу. Як було зазначено, окрім технології під час виробництва скла вимагають застосування тільки електроенергії. Тому виробники мають вибір: або знижувати продуктивність та вводити систему газоочищення, або використовувати електроплавлення і додаткове електричне підігрівання, щоб вдосконалювати товарні продукти.

1. Эффективное использование электроэнергии / Под ред. К. Смита. – М.: Энергоиздат, 1981. – 400 с.
2. Комар А.Г., Баженов Ю.М., Сулименко Л.М. Технология производства строительных материалов. – М.: Высш. шк., 1990. – 445 с.
3. Рыбьев И.А. Строительное материаловедение. – М.: Высш. шк., 2003. – 701 с.
4. Мазурин О.В. Электрические свойства стекла // Труды Ленинградского технологического института им. Ленсовета. – Л.: Госхимиздат, 1962.
5. Штерн А.В. Стеклянные изоляторы. – М.: Энергия, 1973. – 200 с.

УДК 620.179.14

М.А. Яцун, А.М. Яцун

Національний університет “Львівська політехніка”,  
кафедра ЕМА,  
Львівський національний аграрний університет,  
кафедра електротехнічних систем

## ВЛАСНА І ВЗАЄМНА ПЕРЕХІДНІ ІНДУКТИВНОСТІ НАКЛАДНОГО ВИХРОСТРУМОВОГО ПЕРЕТВОРЮВАЧА

© Яцун М.А., Яцун А.М., 2009

Досліджені чутливості граничних значень і коефіцієнтів загасання внесеної індуктивності обмотки збудження накладного екраниованого кільцевого первинного перетворювача прямокутного поперечного перерізу над провідною пластиною як об'єктом контролю до її магнітної проникності і електричної провідності після вимикання первинного вимірювального кола з конденсатором від джерела постійної напруги.

Explored to the sensitiveness of extremes values and coefficients of fading borne inductance of puttee of excitation of the superimposed screened circular primary transformer of rectangular transversal to the cut above a leading plate as control object to its permeance and electric conductivity after the shutdown of primary measurable circle with a condenser from the source of direct voltage.

**Постановка проблеми.** Інформативними параметрами первинного перетворювача під час контролю геометричних розмірів і фізико-механічних параметрів електропровідних матеріалів, виробів і деталей імпульсним вихрострумовим методом є його внесені перехідні власна і взаємна індуктивності збудливої і вимірювальної обмоток і їхні чутливості до параметрів об'єкта контролю з метою виявлення оптимальних моментів часу для відбору і розв'язки багатопараметрової інформації.

**Аналіз останніх досліджень.** У літературі [1] отримані вирази в операторній формі для перехідних величин на елементах первинного вимірного кола, а в [2] – для внесених власної і взаємної індуктивностей збудливої і вимірної обмоток накладного екранованого кільцевого первинного перетворювача прямокутного поперечного перерізу над провідною пластиною – об'єктом контролю (рис. 1) при живленні первинного вимірного кола періодичними імпульсами прямокутної форми, а також власних і взаємних основних індуктивностей цих обмоток.

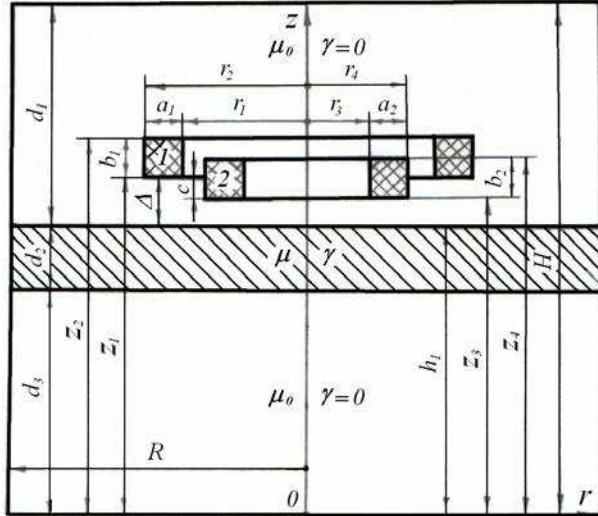


Рис. 1. Розрахункова модель накладного екранованого кільцевого первинного давача над електропровідною пластиною

**Виклад основного матеріалу.** У [2] наведені вирази:

- для власної і взаємної основних індуктивностей обмотки збудження

$$L_{10} = \frac{4\pi\mu_0 W_1^2}{a_1^2 b_1^2} \sum_{i=1}^{\infty} \frac{S_i^2}{\lambda_i^2 J_0^2(\lambda_i)} \left[ b_1 + \frac{Y_{01} \operatorname{ch}(p_1 z_1) - Y_{91} \operatorname{ch}[p_1(H-z_2)]}{p_1 \operatorname{sh}(p_1 H)} \right]; \quad (1)$$

$$M_0 = \frac{4\pi\mu_0 W_1 W_2 R}{a_1 b_1 a_2 b_2} \sum_{i=1}^{\infty} \frac{S_1 S_2 \Psi_1}{\lambda_i^3 J_0^2(\lambda_i) \operatorname{sh}(p_1 H)}; \quad (2)$$

- для власної основної індуктивності вимірної обмотки

$$L_{20} = \frac{4\pi\mu_0 W_2^2}{a_2^2 b_2^2} \sum_{i=1}^{\infty} \frac{S_i^2}{\lambda_i^2 J_0^2(\lambda_i)} \left[ b_2 + \frac{Y_{02} \operatorname{ch}(p_1 z_3) - Y_{92} \operatorname{ch}[p_1(H-z_4)]}{p_1 \operatorname{sh}(p_1 H)} \right]; \quad (3)$$

- для внесених власної і взаємної операторних індуктивностей обмотки збудження

$$L_{1B}(p) = \frac{4\pi\mu_0 W_1^2 R}{a_1^2 b_1^2} \sum_{i=1}^{\infty} \frac{S_i^2 Y_{01}^2 Y_1}{\lambda_i^3 J_0^2(\lambda_i) Y \operatorname{sh}(p_1 H)}; \quad (4)$$

$$M_B(p) = \frac{4\pi\mu_0 W_1 W_2 R}{a_1 b_1 a_2 b_2} \sum_{i=1}^{\infty} \frac{S_1 S_2 Y_0 \Psi_2}{\lambda_i^3 J_0^2(\lambda_i) Y \operatorname{sh}(p_1 H)}; \quad (5)$$

- для внесеної власної операторної індуктивності вимірної обмотки

$$L_{2B}(p) = \frac{4\pi\mu_0 W_2^2 R}{a_2^2 b_2^2} \sum_{i=1}^{\infty} \frac{S_i^2 Y_{02}^2 Y_1}{\lambda_i^3 J_0^2(\lambda_i) Y \operatorname{sh}(p_1 H)}, \quad (6)$$

де

$$S_1 = \int_{r_1}^{r_2} J_1(p_1 r) r dr; \quad S_2 = \int_{r_3}^{r_4} J_1(p_1 r) r dr;$$

$$\begin{aligned}
Y &= \operatorname{th}(p_2 d_2) \left[ p_2^2 \operatorname{sh}(p_1 d_1) \operatorname{sh}(p_1 d_3) + \mu_r^2 p_1^2 \operatorname{ch}(p_1 d_1) \operatorname{ch}(p_1 d_3) \right] + \mu_r p_1 p_2 \operatorname{sh}[p_1(d_1 + d_3)]; \\
Y_1 &= \operatorname{th}(p_2 d_2) \left[ p_2^2 \operatorname{sh}[p_1(d_2 + d_3)] \operatorname{sh}(p_1 d_3) - \mu_r^2 p_1^2 \operatorname{ch}(p_1 d_3) \operatorname{ch}[p_1(d_2 + d_3)] \right] + \mu_r p_1 p_2 \operatorname{sh}(p_1 d_2); \\
Y_{01} &= \operatorname{ch}[p_1(H - z_2)] - \operatorname{ch}[p_1(H - z_1)]; \quad Y_{91} = \operatorname{ch}(p_1 z_2) - \operatorname{ch}(p_1 z_1); \\
Y_{02} &= \operatorname{ch}[p_1(H - z_4)] - \operatorname{ch}[p_1(H - z_3)]; \quad Y_{92} = \operatorname{ch}(p_1 z_4) - \operatorname{ch}(p_1 z_3); \\
\Psi_1 &= p_1 b_2 \operatorname{sh}(p_1 H) + \operatorname{ch}(p_1 z_1) [\operatorname{ch}[p_1(H - z_4)] - \operatorname{ch}[p_1(H - z_3)]] + \operatorname{ch}[p_1(H - z_2)] [\operatorname{ch}(p_1 z_3) - \operatorname{ch}(p_1 z_4)]; \\
\Psi_2 &= Y_1 [\operatorname{ch}[p_1(H - z_4)] - \operatorname{ch}[p_1(H - z_3)]].
\end{aligned}$$

$\mu = \mu_r \mu_0$ ;  $p_1 = \lambda_i / R$ ;  $p_2 = \sqrt{p_1^2 + p \mu \gamma}$ ;  $J_0$  – функція Бесселя першого роду нульового порядку;  $J_1$  – функція Бесселя першого роду першого порядку;  $\lambda_i$  – корені рівняння  $J_1(\lambda) = 0$ .

На рис. 1 і в поданих виразах прийняті такі позначення:  $\mu_0$  – магнітна стала;  $\mu_r$  і  $\gamma$  – відносна магнітна проникність і питома електрична провідність пластини товщиною  $d_2$ ;  $d_1$  і  $d_3$  – товщина шару повітря над і під пластинами;  $r_1$  і  $r_2$  – внутрішній і зовнішній радіуси обмотки збудження;  $r_3$  і  $r_4$  – внутрішній і зовнішній радіуси вимірної обмотки;  $a_1$  і  $b_1$  – ширина і висота обмотки збудження;  $a_2$  і  $b_2$  – ширина і висота вимірної обмотки;  $z_1$  і  $z_2$  – нижня і верхня ординати обмотки збудження;  $z_3$  і  $z_4$  – нижня і верхня ординати вимірної обмотки;  $W_1$  і  $W_2$  – кількість витків обмотки збудження і вимірної обмотки;  $R$  і  $H$  – радіус і висота екрана.

Внесена операторна (за Лапласом) індуктивність (4) апроксимується виразом

$$L'_{1B}(p) = \frac{L_{1B0}}{p} + \frac{L_{1B0} - L_{1BK}}{p + \delta} + \frac{\Delta L_{1B}}{(p + \delta)^{\alpha_1}}, \quad (7)$$

де  $L_{1B0}$ ,  $L_{1BK}$  і  $\Delta L_{1B}$  – відповідно початкове, кінцеве і наближене значення внесеної індуктивності обмотки збудження;  $\delta$  і  $\delta_1$  – коефіцієнти загасання (основного і першого наближення);  $\alpha_1$  – показник степеня. Ці величини і коефіцієнти є інформативними щодо параметрів контролю.

Коефіцієнт  $\Delta L_{1B}$ , коефіцієнт загасання  $\delta_1$  і показник степеня  $\alpha_1$  у виразі (7) визначаються із системи трьох рівнянь, які виражають збіг кривих  $L_{1B}(p)$  і  $L'_{1B}(p)$  у трьох точках:  $p_{j-1}$ ,  $p_j$  і  $p_{j+1}$ , причому в точці з абсцисою  $p_j$  функція

$$\varphi(p) = L_{1B}(p) - \frac{L_{1BK}}{p} - \frac{L_{1B0} - L_{1BK}}{p + \delta}$$

приймає за модулем максимальне значення (на рис. 2  $j=15$ ). Тоді спочатку визначається  $\delta_1$  із рівняння

$$\ln \frac{\varphi(p_j)^2}{\varphi(p_{j+1})\varphi(p_{j-1})} \ln \frac{p_j + \delta_1}{qp_j + \delta_1} = \ln \frac{\varphi(p_{j+1})}{q\varphi(p_j)} \ln \frac{(p_j + q\delta_1)(qp_j + \delta_1)}{q(p_j + \delta_1)^2} \quad (8)$$

а потім

$$\alpha_1 = \ln \frac{\varphi(p_{j+1})}{q\varphi(p_j)} \Big/ \ln \frac{p_j + \delta_1}{qp_j + \delta_1} \quad i \quad \Delta L_{1B} = \varphi(p_j)(p_j + \delta_1)^{\alpha_1} / p_j.$$

На рис. 2 наведені графіки відносних внесених операторних індуктивностей  $L^*_{1B}(p)$  і  $L'^*_{1B}(p)$ , розрахованих за виразами (4), і (7) і нормованих відносно  $L_{10}$ , тобто

$$L^*_{1B}(p) = L_{1B}(p)/L_{10} \quad i \quad L'^*_{1B}(p) = L'_{1B}(p)/L_{10}.$$

Похибка від апроксимації (між  $L^*_{1B}(p)$  і  $L'^*_{1B}(p)$ ) (при  $\mu_r = 50$  і  $\gamma = 10^7$  МСм/м) не перевищує 3,3 % від максимального за модулем значення, що очевидно із рис. 2.

Для отримання перехідних внесених індуктивностей необхідно перейти від їх зображень за Лапласом до оригіналів, тобто здійснити чисельне обернення перетворення Лапласа. Тоді, обертаючи (7), для внесеної власної індуктивності обмотки збудження одержимо

$$L_{1B}(t) = L_{1BK} + (L_{1B0} - L_{1BK})e^{-\delta t} + \frac{\Delta L_{1B}}{\Gamma(\alpha_1)} t^{\alpha_1 - 1} e^{-\delta_1 t}, \quad (8)$$

де  $\Gamma(x)$  – гамма-функція. Перехідна внесена власна індуктивність обмотки збудження давача при  $\mu_r = 50$  і  $\gamma = 10^7$  МСм/м подана на рис. 3.

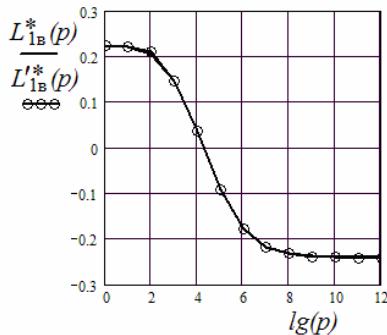


Рис. 2. Відносна внесена операторна індуктивність обмотки збудження давача

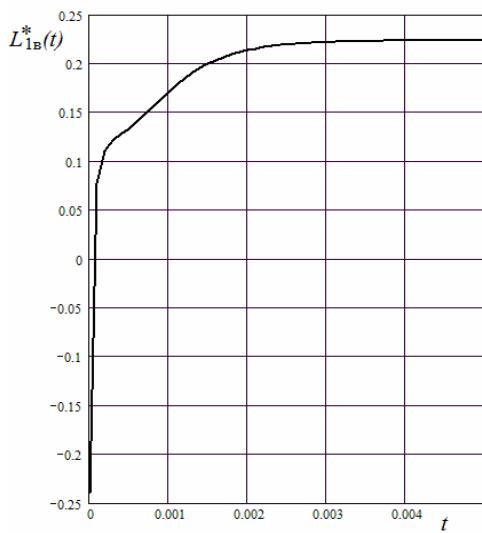


Рис. 3. Відносна внесена переходна індуктивність обмотки збудження давача

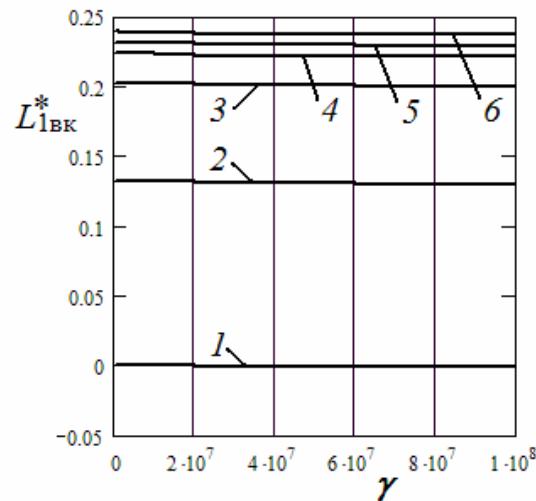


Рис. 4. Чутливість відносного кінцевого значення внесеної індуктивності обмотки збудження до питомої електричної провідності при різних значеннях відносної магнітної проникності  $\mu_r$ :  
1 – 1 ; 2 – 5 ; 3 – 20 ; 4 – 50 ; 5 – 100 ; 6 – 1000

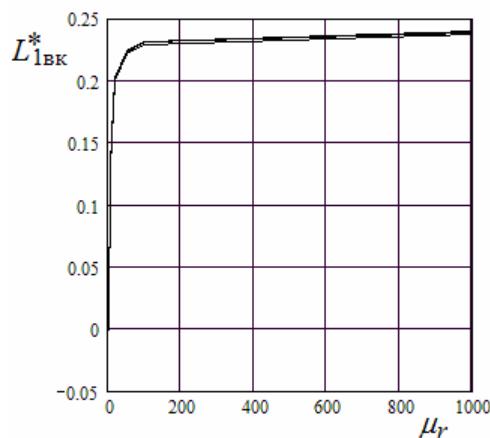


Рис. 5. Чутливість відносного кінцевого значення внесеної індуктивності обмотки збудження до відносної магнітної проникності при різних значеннях питомої електричної провідності  $\gamma$  (МСм/м):  
1 –  $10^5$  ; 2 –  $10^6$  ; 3 –  $5 \cdot 10^6$  ; 4 –  $10^7$  ; 5 –  $2 \cdot 10^7$  ; 6 –  $10^8$

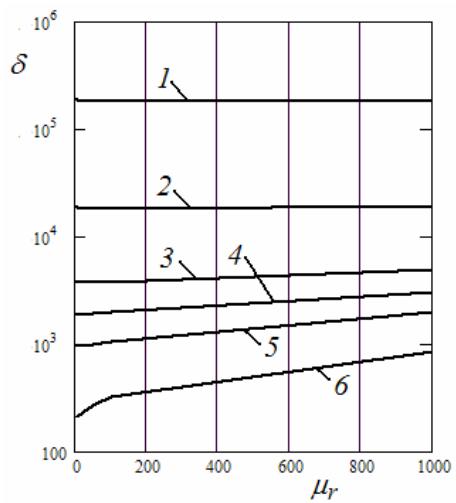


Рис. 6. Чутливість коефіцієнта загасання експоненційного наближення внесеної індуктивності обмотки збудження до відносної магнітної проникності при різних значеннях питомої електричної провідності  $\gamma$  (МСм/м):  
1 –  $10^5$ ; 2 –  $10^6$ ; 3 –  $5 \cdot 10^6$ ; 4 –  $10^7$ ; 5 –  $2 \cdot 10^7$ ; 6 –  $10^8$

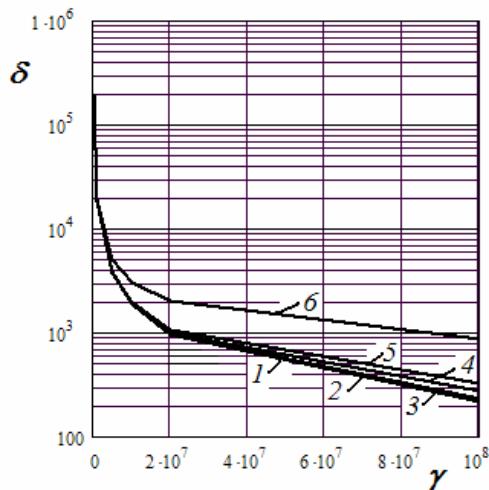


Рис. 7. Чутливість коефіцієнта загасання експоненційного наближення внесеної індуктивності обмотки збудження до питомої електричної провідності при різних значеннях відносної магнітної проникності  $\mu_r$ :  
1 – 1; 2 – 5; 3 – 20; 4 – 50; 5 – 100; 6 – 1000

На рис. 4–7 наведені результати розрахунків у програмному середовищі MathCAD чутливості відносного кінцевого значення  $L_{1\text{вк}}^*$  внесеної індуктивності обмотки збудження і коефіцієнт загасання  $\delta$  експоненційного наближення обмотки збудження накладного екраниованого кільцевого первинного перетворювача прямокутного поперечного перерізу над провідною пластиною до її магнітної проникності і електричної провідності. Ці розрахунки виконані для таких значень параметрів і геометричних розмірів (розміри подані в м):  $W_1 = W_2 = 1000$ ;  $R = 0.1$ ;  $H = 0.1$ ;  $d_1 = 0.05$ ;  $d_2 = d = 0.01$ ;  $d_3 = 0.04$ ;  $r_1 = 0.015$ ;  $r_2 = 0.025$ ;  $r_3 = 0.005$ ;  $r_4 = 0.015$ ;  $a_1 = a_2 = b_1 = b_2 = 0.01$ ;  $z_1 = 0.055$ ;  $z_2 = 0.065$ ;  $z_3 = 0.055$ ;  $z_4 = 0.065$ .

**Висновки.** 1. Початкове значення  $L_{1\text{в0}}$  внесеної власної індуктивності обмотки збудження практично не залежить від магнітної проникності і електричної провідності об'єкта контролю (пластини), а кінцеве її значення  $L_{1\text{вк}}$  залежить тільки від магнітної проникності, причому зі збільшенням магнітної проникності чутливість до неї значно падає, що зрозуміло із рис. 4 і 5.

2. Коефіцієнт загасання  $\delta$  експоненційного наближення значною мірою залежить від електричної провідності пластини (рис. 6) і слабко залежить від її магнітної проникності (рис. 7).

1. Яцун М., Яцун А. Виділення інформації вихрострумового перетворювача на елементах первинного вимірювального кола у перехідному режимі // Теоретична електротехніка. – 2005. – Вип. 58. – С. 183–188. 2. Яцун М.А., Яцун А.М. Чутливість характеристик власних загасаючих коливань перехідної напруги накладного вихрострумового перетворювача до фізичних параметрів об'єкта контролю // Вісн. Нац. ун-ту “Львівська політехніка”. – 2008. – № 615. – С. 176–181.

УДК 620.179.14

М.А. Яцун, А.М. Яцун

Національний університет “Львівська політехніка”,

кафедра ЕМА

Львівський національний аграрний університет,

кафедра електротехнічних систем

## НАБЛИЖЕНЕ ЧИСЕЛЬНЕ ОБЕРНЕННЯ ПЕРЕТВОРЕННЯ ЛАПЛАСА АПЕРІОДИЧНИХ ПЕРЕХІДНИХ ВЕЛИЧИН ПРИ НЕРУЙНІВНОМУ КОНТРОЛІ ІМПУЛЬСНИМ ВИХРОСТРУМОВИМ МЕТОДОМ

© Яцун М.А., Яцун А.М., 2009

Подано інтерполяційний метод послідовних наближень чисельного обернення перетворення Лапласа, який відрізняється від відомих методів формою інтерполюючих членів і пристосований до аналізу інформативних перехідних величин у формі аперіодичних імпульсів, які виникають під час імпульсного електромагнітного контролю електропровідних феромагнітних об'єктів.

Given interpolation method of progressive approximations of numeral rotation of the Laplasa transformation, which differs from the known methods by the form of interpolating members and adjusted to the analysis of informing transitional sizes in the form of unperiodic impulses which arise up at the impulsive electromagnetic control of electric conduction ferromagnetic object.

**Постановка проблеми.** Під час аналізу чутливостей інформативних величин первинного вимірного кола до параметрів об'єкта контролю з метою виявлення оптимальних моментів часу для відбору і розв'язки багатопараметрової інформації виникає необхідність чисельного обернення перетворення Лапласа для отриманих розв'язків [7] при імпульсному електромагнітному контролі електропровідних феромагнітних матеріалів і виробів.

**Аналіз останніх досліджень.** Загальна характеристика інтерполяційних методів обернення перетворення Лапласа.

Проблема наближеного обернення перетворення Лапласа виникає з потреби довести розв'язок до чисельної форми у тому випадку, коли існуючі таблиці функцій і їх зображень не дають можливості за зображенням знайти оригінал або вимагають дуже великих обчислень.

Задачу відновлення оригіналу  $f(t)$  по операторному зображеню  $\Phi(p)$  за Лапласом можна розглядати як задачу розв'язання інтегрального рівняння першого роду

$$\int_0^{\infty} e^{-pt} f(t) dt = \Phi(p), \quad (1)$$