

УДК 621.382.323

М.В. Тиханський, Ф.М. ШуригінНаціональний університет “Львівська політехніка”,
кафедра напівпровідникової електроніки**МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ПЕРЕХІДНИХ ПРОЦЕСІВ
В ЕЛЕМЕНТАХ ПАМ'ЯТІ НА ОСНОВІ ДЖОЗЕФСОНІВСЬКИХ
КРІОТРОНІВ**

© Тиханський М.В., Шуригін Ф.М., 2002

M.V. Tyhanskiy, F.M. Shurygin**MATHEMATIC MODEL OF TRANSITION PROCESS
IN MEMORY CELLS BASED ON JOSEPHSON JUNCTIONS**

© Tyhanskiy M.V., Shurygin F.M., 2002

Використовуючи еквівалентну схему джозефсонівського тунельного переходу (ДТП) і вольт-амперну характеристику ДТП, створено математичну модель перехідних процесів у ДТП при пропусканні імпульсів струму. За допомогою математичного моделювання досліджено особливості перехідних процесів у ДТП, які можна використовувати як надшвидкодуючі перемикачі (кріотрони). Показано, що час комутації елементів пам'яті, в основі яких є джозефсонівські кріотрони (ДК), може бути близько 30–50 пс. Досліджено вплив параметрів схеми на стабільність роботи ДК.

Mathematic model of transition process in josephson tunneling junctions was created. For the investigation of properties of transition process with modification of logical state in josephson tunneling junctions the method of mathematic modelling was used. It was represented that josephson tunneling junctions may be used for the creation of extraquick memory cell with the commutation time of 30–50 ps. The influence of circuit parameters on the stability of functional circuit was investigated.

Вступ. Відкриття високотемпературних надпровідників привело до використання на практиці створених на основі ефектів Джозефсона кріогенних перемикачів (кріотронів) та джозефсонівських елементів пам'яті. Перспективність їх використання в електроніці та комп'ютерній техніці визначається надвисокою швидкістю таких елементів порівняно з традиційними, що дають змогу наблизити енергетичні затрати для комутації одного елемента до мінімальної фізичної межі і зменшити час комутації до величини $10^{-10} - 10^{-12}$ с [1, 2]. Основою джозефсонівського кріотрона є джозефсонівський тунельний перехід типу S–I–S (надпровідник – ізолятор – надпровідник). Сьогодні ведуться інтенсивні дослідження фундаментальних фізичних процесів, що відбуваються в таких переходах і суттєво впливають на

їх властивості [3–5]. Швидкодія кріотронів визначається перехідними процесами в них при комутації. Метою даної роботи було створити математичну модель перехідних процесів у джозефсонівських кріотронах, дослідити правильність цієї моделі та особливості перехідних процесів в ДК при дії зовнішніх імпульсів струму для керування логічним станом.

Еквівалентна схема джозефсонівського тунельного переходу та математична модель. На рис. 1 зображена еквівалентна електрична схема джозефсонівського тунельного переходу. Струм I , який протікає через ДТП, розгалужується на три струми: $I_1 = I_c \sin \varphi$ –

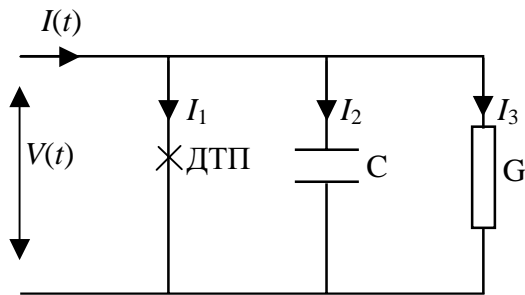


Рис. 1. Еквівалентна схема джозефсонівського тунельного переходу

джозефсонівський тунельний струм, який зумовлений тунелюванням куперівських пар;

$I_2 = C \frac{dV}{dt}$ – ємнісний струм, який зумовлений перезарядкою ємності ДТП C , і $I_3 = GV$ –

нормальний струм, який пов'язаний із одноелектронним тунелюванням. Тут I_c – критичний струм ДТП, φ – різниця фаз хвильових функцій надпровідників – складових ДТП, V – напруга на контакті, G – нормальна провідність ДТП. Напругу на контакті V виражають через функцію φ за допомогою загальновідомого співвідношення нестационарного ефекта Джозефсона $V = \frac{\hbar}{2e} \frac{d\varphi}{dt}$, де \hbar – стала Планка, e – заряд електрона. Загальний струм I , що протікає через ДТП, за законом Кірхгофа можна подати у вигляді суми трьох складових: $I = I_1 + I_2 + I_3$, що дозволяє записати робоче диференційне рівняння: $I(t) = I_c \sin \varphi + \frac{C\hbar}{2e} \frac{d^2\varphi}{dt^2} + \frac{G\hbar}{2e} \frac{d\varphi}{dt}$, яке описує стан кріотрона і перехідні процеси, що перебігають у ньому, оскільки, визначивши невідому функцію $\varphi(t)$, можна отримати інформацію про залежність $V(t)$ – функцію наростання чи спадання напруги на ДК при логічних переходах “0” → “1” або “1” → “0”. Струм $I(t)$ складається з робочого струму I_r (струму зміщення), який є незмінним, та імпульсів струму $\pm \Delta I$, які подаються в певні моменти часу. Подачу зовнішніх імпульсів струму в моделі ми задавали за допомогою функцій Хевісайда.

Основною проблемою при створенні моделі була складна ВАХ джозефсонівського тунельного переходу. На рис. 2 показана експериментальна вольт-амперна характеристика ДТП [1] та схема керування кріотроном за допомогою імпульсів електричного струму. Видно, що ВАХ має гістерезис, тобто залежність $V(I)$ при збільшенні струму і при його зменшенні не збігаються. Крім того, залежність нормальної провідності від напруги $G(V)$ в режимі одноелектронного тунелювання можна виразити за допомогою співвідношення [1]

$$G(V) = \frac{G_0}{eV} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{|E|}{\sqrt{E^2 - \Delta^2}} \frac{|E + eV|}{\sqrt{(E + eV)^2 - \Delta^2}} [f(E) - f(E + eV)] dE,$$

де G_0 – провідність ДТП у нормальному стані (при напрузі $V \gg V_0 = \frac{2\Delta}{e}$), Δ – енергетична щілина надпровідників, $f(E)$ – функція Фермі – Дірака. Виявилось, що цю залежність неможливо виразити аналітично.

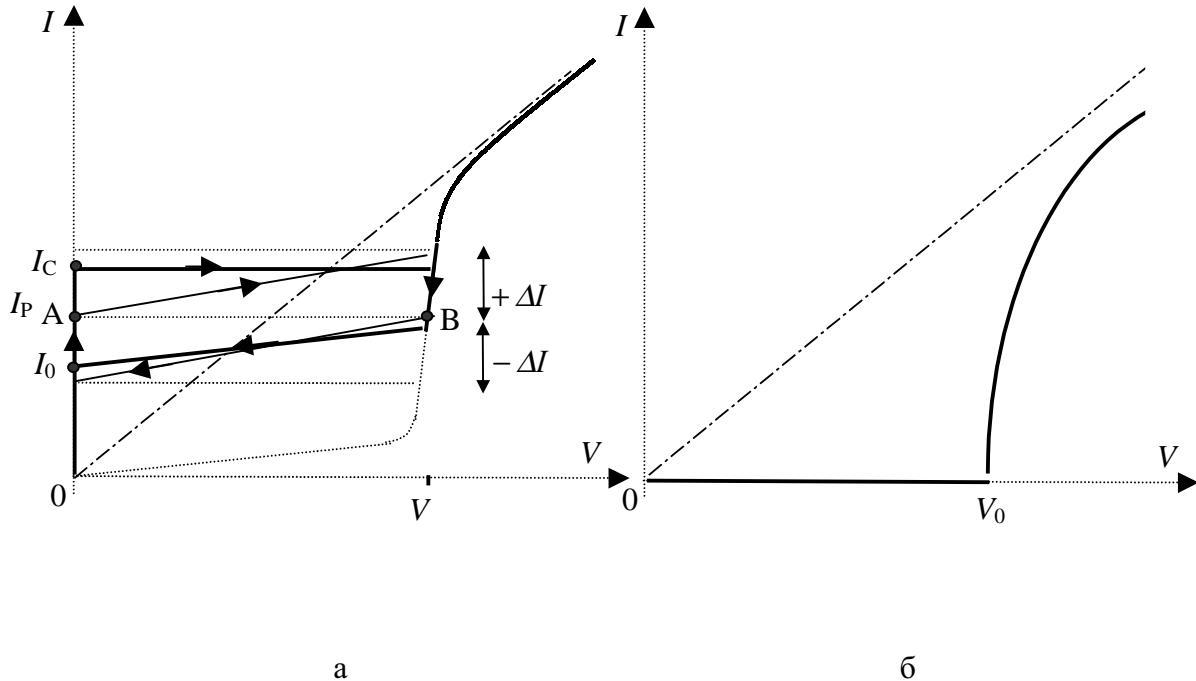


Рис. 2. Експериментальна вольт-амперна характеристика джозефсонівського тунельного переходу (а); ВАХ джозефсонівського тунельного переходу, використана в моделі (б). Точка А – стан логічного “0”; точка В – стан логічної “1”

Ми обмежились дослідженнями режиму роботи кріотрона при температурі $T = 0$. Залежність $G(V)$ замінили простою аналітичною функцією

$$G(V) = G_0 \cdot \frac{\sqrt{V^2 - V_0^2}}{V^2} \cdot \Phi(V - V_0),$$

де $\Phi(V - V_0)$ – функція Хевісайда. Форма залежності $G(V)$ встановлена методом підбору.

Розглянемо особливості ВАХ ДТП і принцип роботи кріотрона. При струмах $I < I_C$ спостерігається стаціонарний ефект Джозефсона, який зумовлений тунелюванням куперівських пар через потенціальний бар'єр, що приводить протіканням надпровідного струму, відсутністю опору і напруги на переході ($V = 0$). Коли струм досягає критичного значення I_C , тунелювання пар руйнується і на контакті з'являється напруга $V_0 = 2\Delta/e$. При зменшенні струму на ВАХ появляється гістерезис, а надпровідність повністю відновлюється тільки при значенні струму $I = I_0 < I_C$. Гістерезис на ВАХ кріотрона пояснюють локальним розігрівом тунельного переходу.

При створенні моделі потрібно було врахувати наявність гістерезису. Це вдалось зробити, коли ми ввели залежність критичного струму від часу $I_C(t) = I_C - b\Phi(t-t_0)$, де b –

деякий параметр, що має розмірність сили струму ($b < I_C$), $\Phi(t-t_0)$ – функція Хевісайда, t_0 – проміжок часу, протягом якого кріотрон розігрівається і знижує свій критичний струм.

Особливості ВАХ використовують для створення джозефсонівських кріотронів і елементів пам'яті [1]. Через кріотрон пропускають постійний робочий струм I_P . Стан, коли напруга на кріотроні $V = 0$ (точка А), вважають станом логічного “0”, а стан, коли напруга на кріотроні $V = V_0$ (точка В), – станом логічної “1”. Перехід із стану “0” в стан “1” здійснюють подачею спочатку додатного імпульсу струму $+\Delta I$, а потім від’ємного імпульсу струму $-\Delta I$ для повернення ДК в робочу точку. Зворотний перехід проводять аналогічно. Таке керування станом кріотрона називають керуванням за допомогою імпульсів електричного струму.

Результати моделювання. Для розробки математичної моделі і дослідження її правильності (порівняння результатів моделювання з експериментальними даними [1, 6]) ми вибрали такі параметри ДТП, враховуючи літературні дані: напруга $V_0 = 1$ мВ; критичний струм $I_C = 1$ мА; провідність $G_0 = 3$ Ом⁻¹, ємність $C = 150$ пФ; робочий струм $I_P = 0,8$ мА; амплітуда імпульсів струму $\Delta I = 0,25$ мА. Робочий струм I_P вибрали, враховуючи, що: 1) значення I_P не повинно перевищувати критичний струм ДТП I_C ; 2) різниця струмів $I_C - I_P$ повинна бути мінімальною. Це дає змогу керувати станом кріотрона за допомогою імпульсів струму малої амплітуди, тобто малими енергетичними затратами. Амплітуду імпульсів струму ΔI вибрали з умови $\Delta I > I_C - I_P$. В іншому випадку кріотрон свій логічний стан не змінить, тому що загальний струм не перевищить критичного значення і тунелювання куперівських пар не буде зруйновано.

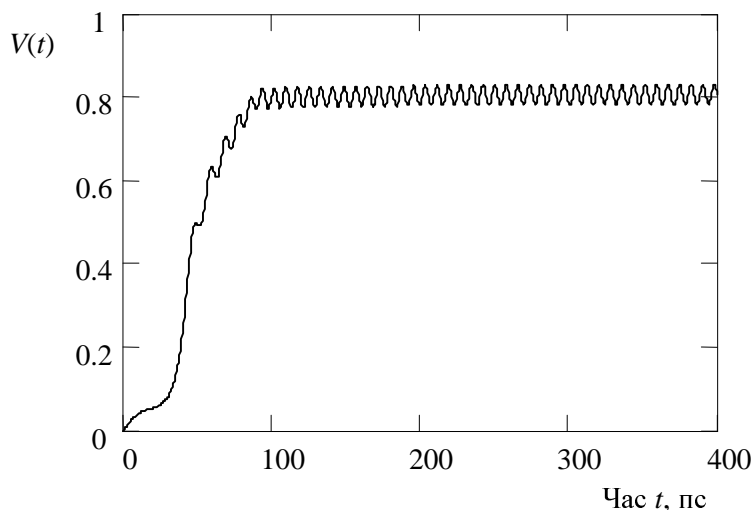


Рис. 3. Залежність напруги на кріотроні $V(t)$ при переході з стану логічного “0” в стан логічної “1”, отримана за допомогою моделювання

На рис. 3 зображена залежність напруги на кріотроні від часу $V(t)$, яка була отримана методом моделювання. Початковий логічний стан кріотрона був “0”, оскільки початкові умови були задані такими: $\varphi(0) = 0$ і $\varphi'(0) = 0$, тобто $V(0) = 0$. Враховуючи гістерезис на ВАХ кріотрона, після подачі зовнішнього імпульсу струму $+\Delta I$ в момент часу $t = 0$ із деяким запізненням значення критичного струму зменшується на b ($b = 0,5$ мА). Час руйнування надпровідності

t_0 у цьому випадку становив 10 пс. Як видно із рисунка, через проміжок часу ~ 100 пс після подачі імпульсу струму $+\Delta I$ кріотрон переходить у стан логічної одиниці; на ньому в результаті перехідного процесу встановлюється напруга $V \approx V_0$, яка визначається одно-

електронним тунелюванням і відповідно нормальною провідністю ДК. В стані “1” спостерігались коливання напруги з чистотою 135 ГГц, які ми пов’язуємо із джозефсонівською генерацією.

Для того, щоб переключити джозефсонівський кріотрон із стану “1” ($V \approx V_0$) в стан “0” ($V = 0$), потрібно подавати, як правило, два імпульси струму. На рис. 4 наведена залежність напруги на ДК $V(t)$ при логічних переходах кріотрона “0” \rightarrow “1” і “1” \rightarrow “0”, отримана за допомогою моделювання. Параметри кріотрона: ємність $C = 300$ пФ, нормальна провідність

$$G_0 = 5 \text{ (Ом}\times\text{м)}^{-1}.$$

Послідовність дії на кріотрон зовнішніми імпульсами струму та зміни параметрів кріотрона з часом для того, що перевести кріотрон в стан “1”, а потім повернути його в стан “0”, була такою. До моменту часу $t = 0$ кріотрон перебуває в стані логічного “0”. В момент часу $t = 0$ ми не подаємо імпульс струму $+\Delta I$ для того, щоб перевести кріотрон у стан логічної “1”, а зменшуємо критичний струм на величину $b = 0,3$ мА. Це робилось з метою зменшити критичний струм нижче від рівня робочого струму. На практиці така операція реалізується за допомогою зовнішнього магнітного поля. Для того, щоб перевести кріотрон із стану “1” в стан “0”, в момент часу $t = 500$ пс потрібно було подати імпульс струму $-\Delta I$, амплітуда якого дорівнює 1,3 мА; одночасно відновити критичний струм, збільшивши його на величину $c = 0,3$ мА. В момент часу $t = 600$ пс подавали імпульс струму $+\Delta I$ амплітудою 0,7 мА для того, щоб повернути кріотрон в робочу точку. Чому тільки така комбінація імпульсів струму забезпечувала логічний перехід “1” \rightarrow “0” ми не можемо сказати. Також важко пояснити залишкові коливання напруги на кріотроні в стані логічного “0” з частотою $\nu = 12$ ГГц. Підбором параметрів кріотрона нам вдалось тільки трохи зменшити амплітуду коливань напруги. Проте ми не змогли так оптимізувати параметри, щоб ці коливання зникли зовсім.

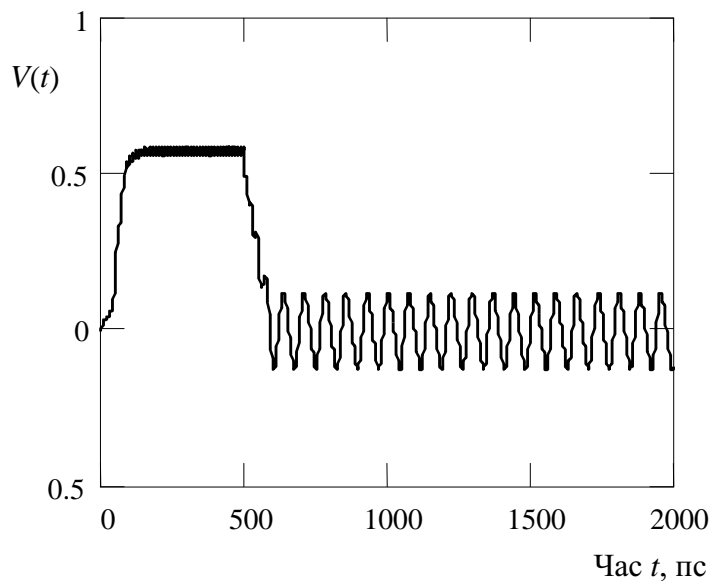


Рис. 4. Залежність напруги на ДК $V(t)$ при логічних переходах кріотрона “0” \rightarrow “1” і “1” \rightarrow “0”, отримана за допомогою моделювання

Для того, щоб перевірити правильність моделі перехідних процесів в джозефсонівських елементах пам’яті, ми порівнювали наші результати з експериментальними залежностями $V(t)$ [6], які були отримані при дослідженні дії зовнішніх імпульсів струму на джозефсонівський тунельний перехід. На рис. 5 наведені результати експериментальних досліджень. Перехід ДТП в стан логічної одиниці здійснювався за допомогою подачі

позитивного імпульсу струму ΔI , який разом з робочим струмом I_p перевищив критичний струм і контакт перейшов у резистивний стан (стан логічної одиниці). Через проміжок часу $t = 70$ пс після цього струм зменшили до нуля для того і перевели ДТП в стан логічного нуля. Із залежності напруги від часу $V(t)$ видно, що напруга наростає із деякою затримкою. В даному випадку спостерігалися два типи затримки з характерними часами τ_1 і τ_2 . Як пояснюють автори роботи [6], затримка напруги з часом τ_1 – це затримка внаслідок того, що спочатку перерозподіл струму приводить до збільшення швидкості зміни фази на ДТП. Час цієї затримки τ_1 трактують як час, необхідний для досягнення фазою значення $\varphi = 3\pi/2$. При зростанні ємності ДТП C час τ_1 збільшується, причому $\tau_1 \sim C^{1/2}$. Друга затримка з часом τ_2 пов'язана із повільним зростанням напруги при перезарядці ємності тунельного переходу; причому $\tau_2 \sim C$. Час логічного переходу τ визначатиме сума часів τ_1 і τ_2 . При поверненні ДТП в стан логічного “0” зменшення напруги визначалось розрядкою ємності з характерним

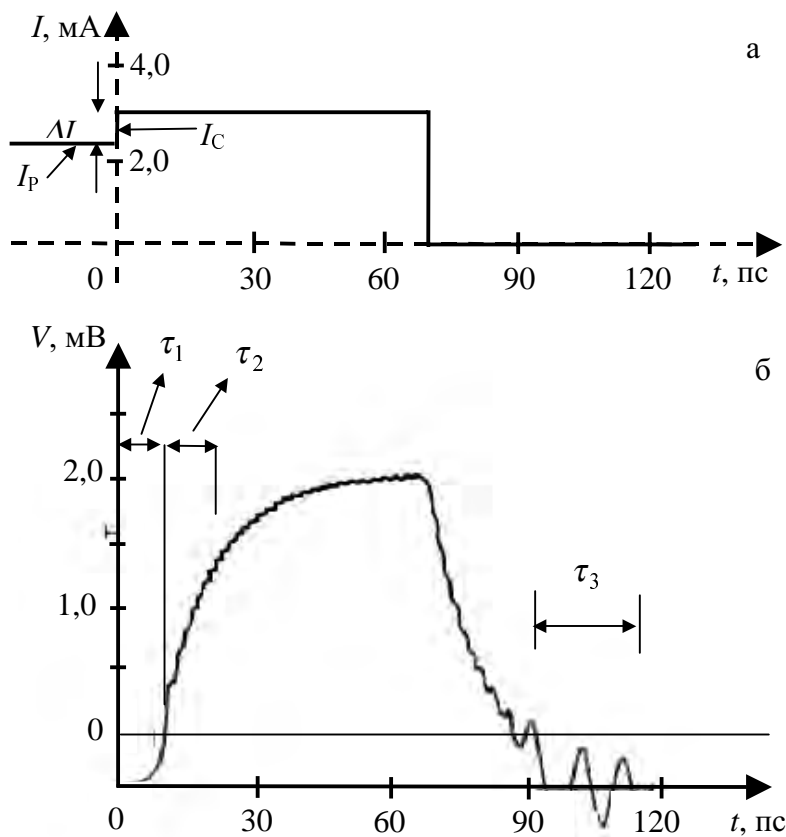


Рис. 5. Залежність керуючого струму I (а) і напруги на ДТП V (б) від часу t при логічному переході кріотрона "0" → "1" → "0" (дані взяті із роботи [6]). Параметри ДТП: критичний струм $I_C = 0,2$ мА, ємність $C = 1$ пФ, нормальний опір $R = 12$ Ом

часом τ_2 . В кінці спостерігались згасаючі так звані плазмові коливання напруги з характерним часом згасання τ_3 . Частота коливань напруги дорівнювала приблизно 100 ГГц.

Якщо порівняти результати математичного моделювання, отримані в цій роботі, з аналогічними експериментальними результатами [6], то можна зробити висновок про їх якісне узгодження.

Висновки. В роботі розроблено математичну модель перехідних процесів в джозефсонівських кріотронах при дії зовнішніх імпульсів струму і показано, що такі структури можна використовувати як елементи логічної пам'яті. За допомогою математичного моделювання можна досліджувати перехідні процеси при логічних переходах "0" → "1" і

“1” → “0”. Вдалось виявити низку особливостей, які проявляються при таких переходах. Проведено порівняння отриманих результатів з експериментальними даними. Одержані результати можуть бути використані при розробці, конструюванні та дослідженні джозефсонівських кріотронів на практиці.

1. Ван Дузер Т. *Физические основы сверхпров. устройств.* – М., 1984.
2. Лихарев К.К., Муханов О.А., Семенов В.К. // *ЖЭТФ.* – 1987. – **58.** – С. 147–154.
3. Рылов С.В., Семенов В.К. // *Микроэлектроника.* – 1988. – **17.** – С. 195–205.
4. Грачева М.В., Катурников В.А., Руднев И.А. // *ФНТ.* – 1999. – **25,** № 2. – С. 148–152.
5. Зремяк Я.М., Тиханський М.В. // *Вісн. ДУ”Львівська політехніка”.* – 1998. – № 325. – С. 60–64.
6. Duzer T. Van. // *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techn.* – 1990. – **28.** – P. 492–498.