

# ФІЗИКА І ТЕХНІКА НАПІВПРОВІДНИКІВ, МЕТАЛІВ, ДИЕЛЕКТРИКІВ ТА РІДКИХ КРИСТАЛІВ

УДК 548.0:535.511

А.С. Андрушак, Я.В. Бобицький, Б.І. Гнатик\*, М.В. Кайдан, Б.Г. Мицик\*

Національний університет "Львівська політехніка",  
кафедра лазерної електроніки та оптоелектронних систем

\*Львівський центр Інституту космічних досліджень

## МЕТОД ДВОКРАТНИХ ВИМІРЮВАНЬ ДЛЯ ЗАПОВНЕННЯ МАТРИЦЬ ФОТОПРУЖНОГО ЕФЕКТУ КРИСТАЛІВ РІЗНИХ КЛАСІВ СИМЕТРІЇ. АПРОБАЦІЯ МЕТОДУ НА ПРИКЛАДІ КРИСТАЛІВ $\beta$ -BaB<sub>2</sub>O<sub>4</sub>

© Андрушак А.С., Бобицький Я.В., Гнатик Б.І., Кайдан М.В., Мицик Б.Г., 2002

A.S. Andrushchak, Ya.V. Bobitski, B.I. Hnatyk, M.V. Kaidan, B.G. Mytsyk

## THE TWO-STAGE MEASUREMENT METHOD FOR THE PHOTOELASTICAL EFFECT MATRICES FILLING OF DIFFERENT SYMMETRY CRYSTALS ON EXAMPLE OF $\beta$ -BaB<sub>2</sub>O<sub>4</sub> CRYSTALS

© Andrushchak A.S., Bobitski Ya.V., Hnatyk B.I., Kaidan M.V., Mytsyk B.G., 2002

Для запропонованої модифікації інтерферометричного методу вимірювань п'єзооптичних коефіцієнтів виведені співвідношення, які дають змогу визначити всі компоненти тензора п'єзооптичного ефекту кристалів триклінної симетрії. На основі цих співвідношень можна точніше визначити ненульові п'єзооптичні, а також пружнооптичні коефіцієнти кристалів усіх класів симетрії. Експериментальну апробацію методу двократних вимірювань проведено на кристалах  $\beta$ -BaB<sub>2</sub>O<sub>4</sub>. На основі заповненої матриці п'єзооптичних коефіцієнтів розраховано величину та знак всіх компонент тензора пружнооптичного ефекту цих кристалів.

The relationships for determination of all components of piezooptical effect tensor of the triclinic symmetry crystals proposed by the modificational interferometrical method of piezooptical coefficients measurement are presented. These relationships also allow to determine higher accuracy of the non-zero piezooptical as well as elasto-optical coefficients for crystals of all symmetry groups. Using the example of  $\beta$ -BaB<sub>2</sub>O<sub>4</sub> crystals the experimental approbation of the proposed two-stage measurement method is held. On the basis of a completed piezooptical coefficients matrix the magnitude and sign of all elasto-optical coefficients are calculated.

**Вступ.** Фотопружний ефект [1] часто використовується в акустооптичних пристроях, п'єзооптичних давачах тиску та інших пристроях, що працюють на принципі фотопружної

модуляції світла. На сьогоднішній день фотопружні дослідження, в основному, спрямовані на пошук нових матеріалів з великими фотопружними коефіцієнтами. Часто такі матеріали належать до низькосиметричних кристалів. Для ефективнішого використання останніх, які мають природну анізотропію фотопружного ефекту, необхідно будувати вказівні поверхні [2, 3] і на їх основі вибирати оптимальні геометрії використання анізотропного зразка. Побудова згаданих поверхонь здійснюється на основі величин і знаків всіх ненульових компонент тензора четвертого рангу п'єзо- або пружнооптичного ефекту. Акустооптичні вимірювання у випадку низькосиметричних кристалів не дозволяють визначати знак пружнооптичного коефіцієнта [4]. Така невизначеність знаків веде до суттєвих помилок при розрахунках компонент тензора фотопружного ефекту на основі експериментальних даних.

У цій статті подано модифіковану методику, яка є придатною для кристалів усіх класів симетрії, та виведені відповідні співвідношення для заповнення матриць п'єзооптичних коефіцієнтів, що дає змогу також розрахувати величину і знак всіх компонент тензора пружнооптичного ефекту. Проведено експериментальну апробацію запропонованої методики на прикладі кристалів  $\beta$ -BaV<sub>2</sub>O<sub>4</sub>.

**Співвідношення для визначення п'єзооптичних коефіцієнтів.** Для однозначного визначення знака і в деяких випадках абсолютних значень п'єзооптичних коефіцієнтів необхідно прийняти до уваги такі вимоги:

1) необхідно вибрати однозначно знаки осей кристалофізичної системи координат при дослідженні п'єзооптичного ефекту для кристалів різних класів симетрії згідно з [5, 6];

2) необхідно визначити знак індукованої зміни оптичного шляху  $\delta\Delta_{ikm}$  при дії механічного навантаження  $\sigma_m$ . Це здійснюється за таким критерієм: якщо  $\sigma_m$  веде до збільшення оптичного шляху світла, то  $\delta\Delta_{ikm}$  набуває додатне значення, в протилежному випадку,  $\delta\Delta_{ikm}$  набуває від'ємне значення. Механічне напруження стиску вважаємо від'ємним.

При вимірюванні п'єзооптичних коефіцієнтів використовується інтерферометрична методика [4]. Запишемо вираз, поданий в довільній ("штрихованій") системі координат, для знаходження індукованої зміни  $\delta\Delta'_{ikm}$  оптичного шляху  $\Delta'_{ikm}=(n'_i-n_c)t_k$  анізотропного зразка завдовжки  $t_k$  при його розміщенні в одному із плечей однопрохідного інтерферометра, наприклад інтерферометра Маха – Цендера (цей вираз може бути отриманий диференціюванням по  $\sigma_m$  величини оптичного шляху  $\Delta'_{ikm}$ ):

$$\delta\Delta'_{ikm}=(-\pi'_{im}n_i'^3/2+S'_{km}(n'_i-1))\sigma_m t_k, \quad (1)$$

де  $S'_{km}$  – коефіцієнти пружної податливості;  $n'_i$  – показник заломлення;  $\pi'_{im}$  – тензор п'єзооптичного ефекту;  $n_c$  – показник заломлення для середовища, в якому розміщений інтерферометр (в більшості випадків це повітря, для якого приймається  $n_c = 1$ ).

Зв'язок між компонентами п'єзооптичного тензора  $\pi'_{im}$  і тензора пружної податливості  $S'_{km}$ , а також величиною показника заломлення  $n'_i$  (назвемо їх ефективними величинами), які записані в довільній системі координат, із відповідними константами  $\pi_{fghq}$ ,  $S_{fghq}$  та  $n_i$  в головній кристалофізичній системі координат можна записати в такому загальновідомому вигляді:

$$\pi'_{im}=\pi'_{iimm}=\alpha_{if}\alpha_{ig}\alpha_{mh}\alpha_{mq}\pi_{fghq}, \quad (2)$$

$$S'_{km}=S'_{kmmm}=\alpha_{kf}\alpha_{kg}\alpha_{mh}\alpha_{mq}S_{fghq}, \quad (3)$$

$$n'_i=(\alpha_{if}n_i^2)^{-1/2}, \quad (4)$$

де  $\alpha_{mh}, \dots, \alpha_{if}, \dots, \alpha_{kf}, \dots$  – напрямні косинуси для напрямків прикладання нормального механічного напруження  $\mathbf{m}$ , поляризації  $\mathbf{i}$  та поширення  $\mathbf{k}$  світла, відповідно. За формулою (1), використовуючи

(2)–(4), можна розрахувати діючі значення індукованої зміни оптичного шляху  $\delta\Delta'_{ikm}$  для досліджуваного кристалічного зразка довільної геометрії через лінійну комбінацію абсолютних п'єзооптичних коефіцієнтів  $\pi_{im}$ , компонент тензора пружної податливості  $S_{km}$  і головних ( $i = 1, 2, 3$ ) показників заломлення  $n_i$ . Покажемо, як задаючи необхідну геометрію експерименту, можна послідовно для найбільш низькосиметричних триклінних кристалів, добитися того, щоб в кожному наступному експерименті діяв лише один невідомий п'єзооптичний коефіцієнт в лінійній комбінації із вже вимірними попередньо коефіцієнтами  $\pi_{im}$ . Останнє дає змогу визначити невідомий  $\pi_{im}$  на основі експериментально вимірних значень  $\delta\Delta'_{ikm}$ .

1. П'єзооптичні коефіцієнти  $\pi_{im}$  ( $i, m = 1, 2, 3$ ), можуть бути визначені на одному зразку – прямому зрізі (див. рисунок, зразок № 1). Для цього випадку можна використати спрощений варіант формули (1) (формула (Т.1) в табл. 1), яку легко отримати, підставляючи всі необхідні напрямні косинуси для напрямів  $\mathbf{i}, \mathbf{k}, \mathbf{m}$  в (2)–(4), а потім в (1).

2. Для визначення коефіцієнта  $\pi_{14}$  використовується зразок № 2 (див. рисунок), для якого можливі дві геометрії експерименту:  $i = 1, k = \bar{4}, m = 4$  (назвемо їх прямими умовами, тут  $\bar{4}$  – це діагональний напрям між додатними напрямками осей  $X_2$  і  $X_3$ , а напрям  $\bar{4}$  – йому перпендикулярний) та  $i = 1, k = 4, m = \bar{4}$  (симетричні умови). Для цих умов напрямні косинуси дорівнюють:

$$\alpha_{i1}=1; \alpha_{i2}=0; \alpha_{i3}=0; \alpha_{k1}=0; \alpha_{k2}=\sqrt{2}/2; \alpha_{k3}=\mp\sqrt{2}/2; \alpha_{m1}=0; \alpha_{m2}=\sqrt{2}/2; \alpha_{m3}=\pm\sqrt{2}/2 \quad (5)$$

Тут і далі нижній знак у всіх формулах належить до симетричних умов. Підставляючи (5) в (2)–(4), отримуємо ефективні величини:

$$\pi'_{im}=(\pi_{i2}+\pi_{i3}\pm\pi_{i4})/2; \quad S'_{km}=(S_{22}+S_{33}\pm 2S_{23}-S_{44})/2; \quad n'_i=n_i. \quad (6)$$

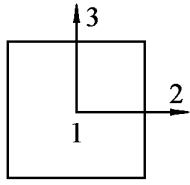
Після підстановки (6) в (1) отримаємо дві формули, віднявши які, одержимо простіше співвідношення (Т.2) для розрахунку коефіцієнта  $\pi_{14}$  методом двократних вимірювань (оскільки необхідно виміряти два або чотири (див. нижче) значення зміни оптичного шляху при прямій та симетричній умовах експерименту). Знак у (6) перед  $\pi_{14}$  залежить від вибору знака осей кристалологічної системи координат [5, 6]. Аналогічно можна отримати прості співвідношення для коефіцієнтів  $\pi_{25}, \pi_{36}$  (Т.3, Т.4),  $\pi_{24}, \dots, \pi_{26}$  (Т.8–Т.13), а також для коефіцієнтів, в яких  $i > 3, m \leq 3$  –  $\pi_{41}, \pi_{52}, \pi_{63}$  (Т.5–Т.7) і коефіцієнтів, для яких  $i > 3, m > 3$  –  $\pi_{44}, \pi_{55}, \pi_{66}$  (Т.14 – Т.16). Останні дві групи коефіцієнтів описують поворот оптичної індикатриси при зміні механічного напруження (нормального при  $m \leq 3$  чи зсувного при  $m > 3$ ).

3. Для незалежного визначення двох коефіцієнтів  $\pi_{42}$  і  $\pi_{43}, \pi_{51}$  і  $\pi_{53}$  або  $\pi_{61}$  і  $\pi_{62}$ , крім відповідних рівнянь для вказаних пар коефіцієнтів, отриманих відповідно для зразків № 2, 3, 4 (див. рисунок) відніманням співвідношень для прямих та симетричних умов експерименту, необхідно вивести додатково ще одне співвідношення, яке містило б ці коефіцієнти. Для спрощення обчислень коефіцієнтів  $\pi_{42}$  і  $\pi_{43}$  запропоновано проводити вимірювання на двох зразках № 5 і № 6 (див. табл. 1 і рисунок). Проведемо обчислення для зразка № 5, коли умови експерименту є такими:  $i = 4'; k = \bar{4}'; m = 4'$ , де штрихи вказують на відхилення цих напрямів від напрямів  $\bar{4}$  і 4 на кут  $\alpha$ . В такому випадку напрямні косинуси можна записати:

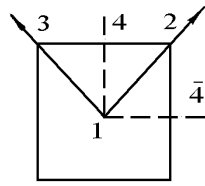
$$\alpha_{i1}=\alpha_{m1}=0; \alpha_{i2}=\alpha_{m2}=\sin\alpha; \alpha_{i3}=\alpha_{m3}=\cos\alpha; \alpha_{k1}=0; \alpha_{k2}=\cos\alpha; \alpha_{k3}=-\sin\alpha. \quad (7)$$

Підставляючи (7) в (2)–(4), знаходимо ефективні величини:

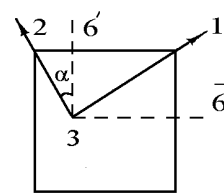
$$\begin{aligned} \pi'_{im} &= \pi_{22}\sin^4\alpha + \pi_{33}\cos^4\alpha + 0,25(\pi_{23} + \pi_{32} + 2\pi_{44})\sin^2 2\alpha + 0,5(\pi_{24}\sin^2\alpha + \pi_{34}\cos^2\alpha + 2\pi_{42}\sin^2\alpha + \\ &+ 2\pi_{43}\cos^2\alpha)\sin 2\alpha, \quad S'_{km} = 0,25(S_{22} + S_{33} - S_{44})\sin^2 2\alpha + S_{23}(1 - 0,5\sin^2 2\alpha) + 0,25(S_{24} - S_{34})\sin 4\alpha, \\ n'_i &= (n_2^{-2}\sin^2\alpha + n_3^{-2}\cos^2\alpha)^{-1/2}, \end{aligned} \quad (8)$$



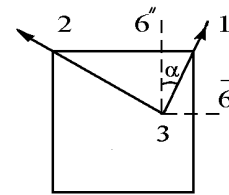
Зразок № 1



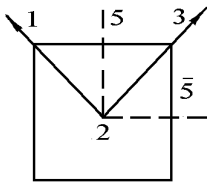
Зразок № 2



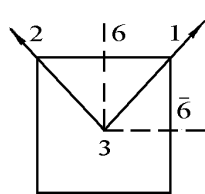
Зразок № 9



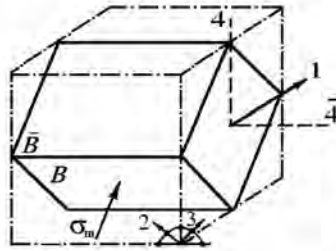
Зразок № 10



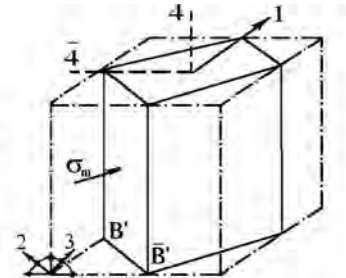
Зразок № 3



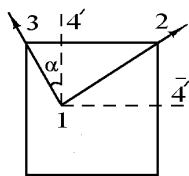
Зразок № 4



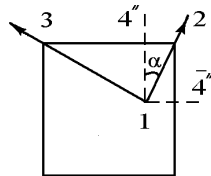
Зразок № 11



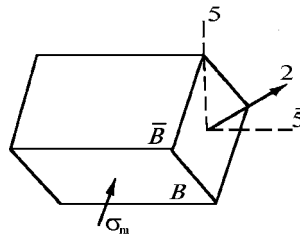
Зразок № 12



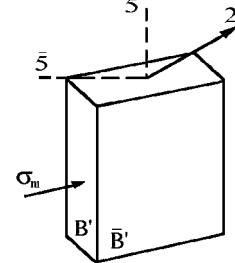
Зразок № 5



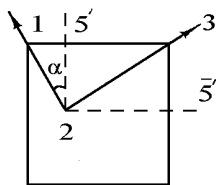
Зразок № 6



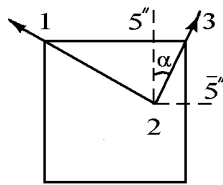
Зразок № 13



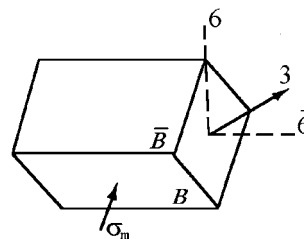
Зразок № 14



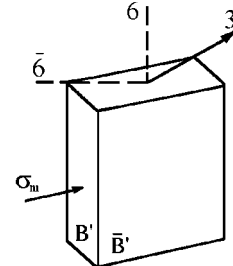
Зразок № 7



Зразок № 8



Зразок № 15



Зразок № 16

*Орієнтація зразків для заповнення матриці  
п'єзооптичних коефіцієнтів кристалів триклінної симетрії*

які після підстановки в (1) дають співвідношення для визначення суми коефіцієнтів  $\pi_{42}\sin^2\alpha + \pi_{43}\cos^2\alpha$ . Для отримання аналогічного співвідношення з протилежними знаками перед коефіцієнтами  $\pi_{42}$  і  $\pi_{43}$  необхідно ще один зразок № 6, для якого умовою експерименту є:  $i = \bar{4}''$ ;  $k = 4''$ ;  $m = \bar{4}''$ . Тоді різниця отриманих співвідношень дає спрощену формулу для визначення комбінації коефіцієнтів  $\pi_{42}\sin^2\alpha + \pi_{43}\cos^2\alpha$ . В табл. 1 кінцеві формули для розрахунку коефіцієнтів  $\pi_{42}$  і  $\pi_{43}$ ,  $\pi_{51}$  і  $\pi_{53}$  або  $\pi_{61}$  і  $\pi_{62}$  приведені для кута  $\alpha = 30^\circ$ .

4. Для незалежного вимірювання коефіцієнтів  $\pi_{64}$  і  $\pi_{65}$  необхідні зразки № 11–16 (див. рисунок). Відповідно прямими умовами експерименту на зразку № 15 є:  $i = \bar{6}$ ;  $k = \bar{6}$ ;  $m \perp B$ , а симетричними:  $i = \bar{6}$ ;  $k = \bar{6}$ ;  $m \perp \bar{B}$ . Як і в попередніх випадках, записуємо напрямні косинуси:

$$\alpha_{i1} = \sqrt{2}/2; \alpha_{i2} = \sqrt{2}/2; \alpha_{i3} = 0; \alpha_{k1} = -\sqrt{2}/2; \alpha_{k2} = \sqrt{2}/2; \alpha_{k3} = 0; \alpha_{m1} = \pm 1/2; \alpha_{m2} = \pm 1/2; \alpha_{m3} = \sqrt{2}/2. \quad (9)$$

Тоді ефективні величини коефіцієнтів будуть дорівнювати:

$$\begin{aligned} \pi'_{im} = & [\pi_{11} + \pi_{12} + \pi_{16} + \pi_{21} + \pi_{22} + \pi_{26} + 2(\pi_{13} + \pi_{23} + \pi_{61} + \pi_{62} + \pi_{66}) + 4\pi_{63} \pm \sqrt{2}(\pi_{14} + \pi_{15} + \pi_{24} + \pi_{25}) \pm \\ & \pm 2\sqrt{2}(\pi_{64} + \pi_{65})]/8; \quad n'_i = n_6 = ((n_1^{-2} + n_2^{-2})/2)^{-1/2}; \\ S'_{km} = & [S_{11} + S_{22} - S_{66} + 2(S_{13} + S_{23} + S_{12} - S_{36}) \pm \sqrt{2}(S_{14} + S_{15} + S_{24} + S_{25} - S_{46} - S_{56})]/8. \end{aligned} \quad (10)$$

Після підстановки (10) в (1) отримуємо два співвідношення для прямих та симетричних умов. Аналогічно на зразку № 16 для прямих  $i = \bar{6}$ ;  $k = \bar{6}$ ;  $m \perp B'$  та симетричних  $i = \bar{6}$ ;  $k = \bar{6}$ ;  $m \perp \bar{B}'$  умов експерименту можна записати ще два співвідношення, віднявши, які попарно, одержуємо співвідношення для таких різниць вимірювальних величин:

$$\frac{\delta\Delta_{66B}^-}{t_6 \cdot \sigma_B^-} - \frac{\delta\Delta_{66B}^-}{t_6 \cdot \sigma_B^-} \quad \text{та} \quad \frac{\delta\Delta_{66B'}^-}{t_6 \cdot \sigma_{B'}^-} - \frac{\delta\Delta_{66B'}^-}{t_6 \cdot \sigma_{B'}^-}. \quad (11)$$

Додавши і віднявши почленно останні співвідношення, отримуємо співвідношення (Т.27) і (Т.28) для знаходження п'єзооптичних коефіцієнтів  $\pi_{64}$  і  $\pi_{65}$  за результатами чотирьох експериментів на двох зразках. Аналогічно виводяться формули (Т.23–Т.26) для вимірювань п'єзооптичних коефіцієнтів  $\pi_{45}$  і  $\pi_{46}$  або  $\pi_{54}$  і  $\pi_{56}$ .

У табл. 1 зведені і подані в найбільш зручному вигляді співвідношення для визначення всіх п'єзооптичних коефіцієнтів триклінних кристалів методом двократних вимірювань. Умови експерименту для кожного коефіцієнта однозначно визначаються згідно з підіндексними позначеннями у величині  $\delta\Delta_{ikm}$  та згідно із наведеними позначеннями на рисунку. Похибки визначення коефіцієнтів  $\pi_{im}$ , наведені в табл. 1, розраховувались як середньоквадратичне значення від точності вимірювань величин  $\delta\Delta_{ikm}$ ,  $\sigma_m$  та  $S_{km}$ , прийнятих відповідно 3, 2 та 1 % (для інших конкретних випадків ці значення можуть бути іншими), але без врахування вагових множників при кожному вимірювальному параметрі (в дужках наведені аналогічно розраховані похибки при визначенні відповідних коефіцієнтів за методом одинарних вимірювань із [7]).

Таблиця 1

**Співвідношення для визначення п'єзооптичних коефіцієнтів кристалів триклінної симетрії за методом двократних вимірювань**

| Необхідні зразки див. рисунок | Робочі співвідношення   | Розрахована похибка, % | № формули |
|-------------------------------|---|------------------------|-----------|
| 1                             | 2   | 3                      | 4         |
| № 1                           | $\pi_{im} = -2 n_i^{-3} \frac{\delta\Delta_{ikm}}{t_k \cdot \sigma_m} + 2 n_i^{-3} (n_i - 1) S_{km}$ де $i, k, m = 1, 2, 3$           | ~4<br>(~4)             | Т.1       |
| № 2                           | $\pi_{14} = -2 n_1^{-3} \left( \frac{\delta\Delta_{144}}{t_4 \cdot \sigma_4} - \frac{\delta\Delta_{144}}{t_4 \cdot \sigma_4} \right)$ | ~5<br>(~8)             | Т.2       |
| № 3                           | $\pi_{25} = -2 n_2^{-3} \left( \frac{\delta\Delta_{255}}{t_5 \cdot \sigma_5} - \frac{\delta\Delta_{255}}{t_5 \cdot \sigma_5} \right)$ | ~5<br>(~8)             | Т.3       |

| 1          | 2  | 3            | 4    |
|------------|--|--------------|------|
| № 4        | $\pi_{36} = -2 n_3^{-3} \left( \frac{\delta\Delta_{366}}{t_6 \cdot \sigma_6} - \frac{\delta\Delta_{366}}{t_6 \cdot \sigma_6} \right)$  | ~5<br>(~8)   | T.4  |
| № 2        | $2\pi_{41} = -2 n_4^{-3} \left( \frac{\delta\Delta_{441}}{t_4 \cdot \sigma_1} - \frac{\delta\Delta_{441}}{t_4 \cdot \sigma_1} \right) - 2 n_4^{-3} (n_4 - 1) S_{14}$   | ~5<br>(~8)   | T.5  |
| № 3        | $2\pi_{52} = -2 n_5^{-3} \left( \frac{\delta\Delta_{552}}{t_5 \cdot \sigma_2} - \frac{\delta\Delta_{552}}{t_5 \cdot \sigma_2} \right) - 2 n_5^{-3} (n_5 - 1) S_{25}$   | ~5<br>(~8)   | T.6  |
| № 4        | $2\pi_{63} = -2 n_6^{-3} \left( \frac{\delta\Delta_{663}}{t_6 \cdot \sigma_3} - \frac{\delta\Delta_{663}}{t_6 \cdot \sigma_3} \right) - 2 n_6^{-3} (n_6 - 1) S_{36}$   | ~5<br>(~8)   | T.7  |
| № 2        | $\pi_{24} = -2 n_2^{-3} \left( \frac{\delta\Delta_{214}}{t_1 \cdot \sigma_4} - \frac{\delta\Delta_{214}}{t_1 \cdot \sigma_4} \right) + 2 n_2^{-3} (n_2 - 1) S_{14}$  | ~5<br>(~8)   | T.8  |
| № 2        | $\pi_{34} = -2 n_3^{-3} \left( \frac{\delta\Delta_{314}}{t_1 \cdot \sigma_4} - \frac{\delta\Delta_{314}}{t_1 \cdot \sigma_4} \right) + 2 n_3^{-3} (n_3 - 1) S_{14}$  | ~5<br>(~8)   | T.9  |
| № 3        | $\pi_{15} = -2 n_1^{-3} \left( \frac{\delta\Delta_{125}}{t_2 \cdot \sigma_5} - \frac{\delta\Delta_{125}}{t_2 \cdot \sigma_5} \right) + 2 n_1^{-3} (n_1 - 1) S_{25}$  | ~5<br>(~8)   | T.10 |
| № 3        | $\pi_{35} = -2 n_3^{-3} \left( \frac{\delta\Delta_{325}}{t_2 \cdot \sigma_5} - \frac{\delta\Delta_{325}}{t_2 \cdot \sigma_5} \right) + 2 n_3^{-3} (n_3 - 1) S_{25}$  | ~5<br>(~8)   | T.11 |
| № 4        | $\pi_{16} = -2 n_1^{-3} \left( \frac{\delta\Delta_{136}}{t_3 \cdot \sigma_6} - \frac{\delta\Delta_{136}}{t_3 \cdot \sigma_6} \right) + 2 n_1^{-3} (n_1 - 1) S_{36}$  | ~5<br>(~8)   | T.12 |
| № 4        | $\pi_{26} = -2 n_2^{-3} \left( \frac{\delta\Delta_{236}}{t_3 \cdot \sigma_6} - \frac{\delta\Delta_{236}}{t_3 \cdot \sigma_6} \right) + 2 n_2^{-3} (n_2 - 1) S_{36}$  | ~5<br>(~8)   | T.13 |
| № 2        | $\pi_{44} = -2 n_4^{-3} \left( \frac{\delta\Delta_{444}}{t_4 \cdot \sigma_4} + \frac{\delta\Delta_{444}}{t_4 \cdot \sigma_4} \right) + n_4^{-3} (n_4 - 1) (S_{22} + S_{33} + 2S_{23} - S_{44}) - (\pi_{22} + \pi_{23} + \pi_{32} + \pi_{33})/2$  | ~10<br>(~10) | T.14 |
| № 3        | $\pi_{55} = -2 n_5^{-3} \left( \frac{\delta\Delta_{555}}{t_5 \cdot \sigma_5} + \frac{\delta\Delta_{555}}{t_5 \cdot \sigma_5} \right) + n_5^{-3} (n_5 - 1) (S_{11} + S_{33} + 2S_{13} - S_{55}) - (\pi_{11} + \pi_{13} + \pi_{31} + \pi_{33})/2$  | ~10<br>(~10) | T.15 |
| № 4        | $\pi_{66} = -2 n_6^{-3} \left( \frac{\delta\Delta_{666}}{t_6 \cdot \sigma_6} + \frac{\delta\Delta_{666}}{t_6 \cdot \sigma_6} \right) + n_6^{-3} (n_6 - 1) (S_{11} + S_{22} + 2S_{12} - S_{66}) - (\pi_{11} + \pi_{12} + \pi_{21} + \pi_{22})/2$  | ~10<br>(~10) | T.16 |
| № 2, 5, 6  | $\pi_{42} = -3 n_4^{-3} \left( \frac{\delta\Delta_{444}}{t_4 \cdot \sigma_4} - \frac{\delta\Delta_{444}}{t_4 \cdot \sigma_4} \right) + \frac{4\sqrt{3}}{3} n_4^{-3} \left( \frac{\delta\Delta_{444'}}{t_4' \cdot \sigma_{4'}} - \frac{\delta\Delta_{444''}}{t_4'' \cdot \sigma_{4''}} \right) + n_4^{-3} (n_4 - 1) (S_{34} - S_{24}) - \pi_{24}/2$ | ~9<br>(~19)  | T.17 |
|            | $\pi_{43} = n_4^{-3} \left( \frac{\delta\Delta_{444}}{t_4 \cdot \sigma_4} - \frac{\delta\Delta_{444}}{t_4 \cdot \sigma_4} \right) - \frac{4\sqrt{3}}{3} n_4^{-3} \left( \frac{\delta\Delta_{444'}}{t_4' \cdot \sigma_{4'}} - \frac{\delta\Delta_{444''}}{t_4'' \cdot \sigma_{4''}} \right) - n_4^{-3} (n_4 - 1) (S_{34} - S_{24}) - \pi_{34}/2$    | ~9<br>(~19)  | T.18 |
| № 3, 7, 8  | $\pi_{53} = -3 n_5^{-3} \left( \frac{\delta\Delta_{555}}{t_5 \cdot \sigma_5} - \frac{\delta\Delta_{555}}{t_5 \cdot \sigma_5} \right) + \frac{4\sqrt{3}}{3} n_5^{-3} \left( \frac{\delta\Delta_{555'}}{t_5' \cdot \sigma_{5'}} - \frac{\delta\Delta_{555''}}{t_5'' \cdot \sigma_{5''}} \right) + n_5^{-3} (n_5 - 1) (S_{15} - S_{35}) - \pi_{35}/2$ | ~9<br>(~19)  | T.19 |
|            | $\pi_{51} = n_5^{-3} \left( \frac{\delta\Delta_{555}}{t_5 \cdot \sigma_5} - \frac{\delta\Delta_{555}}{t_5 \cdot \sigma_5} \right) - \frac{4\sqrt{3}}{3} n_5^{-3} \left( \frac{\delta\Delta_{555'}}{t_5' \cdot \sigma_{5'}} - \frac{\delta\Delta_{555''}}{t_5'' \cdot \sigma_{5''}} \right) - n_5^{-3} (n_5 - 1) (S_{15} - S_{35}) - \pi_{15}/2$    | ~9<br>(~19)  | T.20 |
| № 4, 9, 10 | $\pi_{61} = -3 n_6^{-3} \left( \frac{\delta\Delta_{666}}{t_6 \cdot \sigma_6} - \frac{\delta\Delta_{666}}{t_6 \cdot \sigma_6} \right) + \frac{4\sqrt{3}}{3} n_6^{-3} \left( \frac{\delta\Delta_{666'}}{t_6' \cdot \sigma_{6'}} - \frac{\delta\Delta_{666''}}{t_6'' \cdot \sigma_{6''}} \right) + n_6^{-3} (n_6 - 1) (S_{26} - S_{16}) - \pi_{16}/2$ | ~9<br>(~19)  | T.21 |
|            | $\pi_{62} = n_6^{-3} \left( \frac{\delta\Delta_{666}}{t_6 \cdot \sigma_6} - \frac{\delta\Delta_{666}}{t_6 \cdot \sigma_6} \right) - \frac{4\sqrt{3}}{3} n_6^{-3} \left( \frac{\delta\Delta_{666'}}{t_6' \cdot \sigma_{6'}} - \frac{\delta\Delta_{666''}}{t_6'' \cdot \sigma_{6''}} \right) - n_6^{-3} (n_6 - 1) (S_{26} - S_{16}) - \pi_{26}/2$    | ~9<br>(~19)  | T.22 |

| 1        | 2   | 3            | 4    |
|----------|---|--------------|------|
| № 11, 12 | $\pi_{46} = \sqrt{2}n_4^{-3} \left\{ \left( \frac{\delta\Delta_{44B}}{t_4 \cdot \sigma_B} - \frac{\delta\Delta_{44B'}}{t_4 \cdot \sigma_{B'}} \right) + \left( \frac{\delta\Delta_{44B'}}{t_4 \cdot \sigma_B} - \frac{\delta\Delta_{44B}}{t_4 \cdot \sigma_{B'}} \right) \right\} + n_4^{-3} (n_4 - 1)(S_{25} + S_{35} - S_{46}) - (\pi_{25} + \pi_{35})/2$ | ~14<br>(~32) | T.23 |
|          | $\pi_{45} = \sqrt{2}n_4^{-3} \left\{ \left( \frac{\delta\Delta_{44B}}{t_4 \cdot \sigma_B} - \frac{\delta\Delta_{44B'}}{t_4 \cdot \sigma_{B'}} \right) - \left( \frac{\delta\Delta_{44B'}}{t_4 \cdot \sigma_B} - \frac{\delta\Delta_{44B}}{t_4 \cdot \sigma_{B'}} \right) \right\} + n_4^{-3} (n_4 - 1)(S_{26} + S_{36} - S_{45}) - (\pi_{26} + \pi_{36})/2$ | ~14<br>(~32) | T.24 |
| № 13, 14 | $\pi_{54} = \sqrt{2}n_5^{-3} \left\{ \left( \frac{\delta\Delta_{55B}}{t_5 \cdot \sigma_B} - \frac{\delta\Delta_{55B'}}{t_5 \cdot \sigma_{B'}} \right) + \left( \frac{\delta\Delta_{55B'}}{t_5 \cdot \sigma_B} - \frac{\delta\Delta_{55B}}{t_5 \cdot \sigma_{B'}} \right) \right\} + n_5^{-3} (n_5 - 1)(S_{16} + S_{36} - S_{45}) - (\pi_{16} + \pi_{36})/2$ | ~14<br>(~32) | T.25 |
|          | $\pi_{56} = \sqrt{2}n_5^{-3} \left\{ \left( \frac{\delta\Delta_{55B}}{t_5 \cdot \sigma_B} - \frac{\delta\Delta_{55B'}}{t_5 \cdot \sigma_{B'}} \right) - \left( \frac{\delta\Delta_{55B'}}{t_5 \cdot \sigma_B} - \frac{\delta\Delta_{55B}}{t_5 \cdot \sigma_{B'}} \right) \right\} + n_5^{-3} (n_5 - 1)(S_{14} + S_{34} - S_{56}) - (\pi_{14} + \pi_{34})/2$ | ~14<br>(~32) | T.26 |
| № 15, 16 | $\pi_{65} = \sqrt{2}n_6^{-3} \left\{ \left( \frac{\delta\Delta_{66B}}{t_6 \cdot \sigma_B} - \frac{\delta\Delta_{66B'}}{t_6 \cdot \sigma_{B'}} \right) + \left( \frac{\delta\Delta_{66B'}}{t_6 \cdot \sigma_B} - \frac{\delta\Delta_{66B}}{t_6 \cdot \sigma_{B'}} \right) \right\} + n_6^{-3} (n_6 - 1)(S_{14} + S_{24} - S_{56}) - (\pi_{14} + \pi_{24})/2$ | ~14<br>(~32) | T.27 |
|          | $\pi_{64} = \sqrt{2}n_6^{-3} \left\{ \left( \frac{\delta\Delta_{66B}}{t_6 \cdot \sigma_B} - \frac{\delta\Delta_{66B'}}{t_6 \cdot \sigma_{B'}} \right) - \left( \frac{\delta\Delta_{66B'}}{t_6 \cdot \sigma_B} - \frac{\delta\Delta_{66B}}{t_6 \cdot \sigma_{B'}} \right) \right\} + n_6^{-3} (n_6 - 1)(S_{15} + S_{25} - S_{46}) - (\pi_{15} + \pi_{25})/2$ | ~14<br>(~32) | T.28 |

*Примітка.* Напрямки 4', 4'', 4' і т.д. показані на рисунку.

Відмітимо, що структура та нижні індекси формул (Т.2–Т.13) майже повністю відповідають формулі (Т.1), за винятком протилежного знака в (Т.5–Т.7) перед пружним вкладом або відсутності такого вкладу в (Т.2–Т.4), а також різняться наявністю різниць зміни оптичного шляху для двох умов (прямої та симетричної) п'єзооптичного експерименту замість індукованої зміни оптичного шляху для однієї геометрії експерименту в (Т.1). Зауважимо, що метод двократних вимірювань дозволяє визначити п'єзооптичні коефіцієнти  $\pi_{14}$ ,  $\pi_{25}$ ,  $\pi_{36}$  без відомостей про величину пружного вкладу.

Звернемо також увагу, що формули (Т.2–Т.13), (Т.17–Т.22) для коефіцієнтів  $\pi_{im}$  триклінних кристалів, для яких  $i > 3$ ,  $m \leq 3$  та  $i \leq 3$ ,  $m > 3$ , є придатними для визначення таких коефіцієнтів і для кристалів іншої симетрії, матриці яких містять ці коефіцієнти. Робочі формули для решти коефіцієнтів у випадку кристалів вищих класів симетрії набирають лише дещо простішого вигляду (табл. 2) за рахунок простіших матриць фотопружних та пружних коефіцієнтів. Хоча це не відкидає можливості проводити вимірювання таких коефіцієнтів, згідно з умовами та безпосередньо за співвідношеннями, встановленими для кристалів триклінної симетрії. Тобто співвідношення в табл. 1 є придатними для визначення п'єзооптичних коефіцієнтів для кристалів усіх класів симетрії.

В табл. 2 містяться додаткові співвідношення для кристалів вищих класів симетрії, які спрощують визначення деяких  $\pi_{im}$ , а також вказані номери зразків і максимальна кількість вимірювань для заповнення відповідних матриць п'єзооптичних коефіцієнтів.







**Експериментальні результати.** Апробації методу проведені на кристалах бета борату барію ( $\beta$ -BaV<sub>2</sub>O<sub>4</sub> або скорочено ВВО), які належать до класу симетрії 3m, матриця яких містить такі неголовні п'єзооптичні коефіцієнти:  $\pi_{14}$ ,  $\pi_{41}$ ,  $\pi_{44}$ . Вказані кристали є перспективними матеріалами в нелінійній оптиці [8–10].

П'єзооптичний ефект досліджувався на зразках № 1 і № 2 (див. рисунок і табл. 2). Вимірювання проводилися при кімнатній температурі, джерелом випромінювання служив He–Ne лазер з довжиною хвилі  $\lambda = 632,8$  нм. Значення вимірних п'єзооптичних коефіцієнтів  $\pi_{im}$  наведені в табл. 3. При порівнянні експериментальних результатів, отриманих методами одинарних і двократних вимірювань, очевидно, що останній метод має вищу точність вимірювань п'єзооптичних коефіцієнтів  $\pi_{14}$ ,  $\pi_{41}$ ,  $\pi_{44}$ .

Таблиця 3

**П'єзооптичні коефіцієнти при постійній індукції ( $\pi_{im}^D$ ) та постійному електричному полі ( $\pi_{im}^E$ ) і розраховані пружнооптичні коефіцієнти  $p_{in}^E$  кристалів  $\beta$ -BaV<sub>2</sub>O<sub>4</sub>**

| Коефіцієнт                          | Індекси $im$ або $in$ |                 |                |                |              |                        |                           |                        |
|-------------------------------------|-----------------------|-----------------|----------------|----------------|--------------|------------------------|---------------------------|------------------------|
|                                     | 11                    | 12              | 13             | 31             | 33           | 14                     | 41                        | 44                     |
| $\pi_{im}^D$ , Бр                   | -1,7±<br>±0,15        | -1,35±<br>±0,08 | 1,75±<br>±0,23 | -1,6±<br>±0,15 | 3,7±<br>±0,4 | -2,0±0,8<br>(-2,0±1,2) | -2,03±0,07<br>(-2,0±0,13) | -26,3±0,9<br>(-26±1,4) |
| Вторинний електрооптич. додаток, Бр | -0,12                 | 0,11            | 0,02           | -0,01          | 0,02         | -0,46                  | -0,01                     | -0,05                  |
| $\pi_{im}^E$ , Бр                   | -1,6                  | -1,46           | 1,73           | -1,6           | 3,7          | -1,54                  | -2,02                     | -26,3                  |
| $p_{in}^E$                          | -0,195                | -0,197          | -0,059         | -0,112         | 0,039        | -0,005                 | -0,007                    | -0,078                 |

*Примітка.* В дужках наведені значення  $\pi_{im}$ , отримані на основі одинарних вимірювань за співвідношеннями із [7].

Пружнооптичні коефіцієнти (табл. 3) були розраховані за відомою формулою:  $p_{in}^E = \pi_{im}^E C_{mn} = \pi_{im}^E S_{mn}^{-1}$ , де  $C_{mn}$  – матриця коефіцієнтів пружної жорсткості та  $\pi_{im}^E$  – п'єзооптичні коефіцієнти при постійному електричному полі. П'єзоелектричний додаток до коефіцієнтів пружної сприйнятливості для кристалів ВВО менший 1 %, тому можна ним знехтувати і прийняти  $S_{nm}^D = S_{nm}^E$ . Значення  $\pi_{im}^E$  подані в табл. 3. Вони були розраховані за відомою формулою:

$$\pi_{im}^E \equiv \pi_{\lambda\mu\nu}^E = \pi_{\lambda\mu\nu}^D - \frac{\gamma_{\lambda\mu\tau} d_{\tau\nu}}{\epsilon_0(\epsilon_{\tau\tau} - 1)}. \quad (12)$$

У цій формулі другий член – вторинний електрооптичний додаток, в якому  $\gamma_{\lambda\mu\tau}$  і  $d_{\tau\nu}$  коефіцієнти лінійного електрооптичного ефекту та п'єзоелектричні модулі, відповідно,  $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}$  Кл<sup>2</sup>/нм<sup>2</sup> – електрична стала,  $\epsilon_{\tau\tau}$  – відносна діелектрична проникливість кристала. При розрахунках використані значення  $r_{113} = 0,27$ ;  $r_{222} = -2,41$ ;  $r_{333} = 0,29$ ;  $r_{131} = 1,7$  та  $d_{311} = -1,17$ ;  $d_{222} = 2,30$ ;  $d_{333} = 3,4$ ;  $d_{113} = -9,6$  (всі цифри в од.  $10^{-12}$  м/В) із [11], а значення діелектричної проникливості  $\epsilon_{11} = \epsilon_{22} = 6,7$  і  $\epsilon_{33} = 8,1$  із [9]. Як бачимо із табл. 3, в більшості випадків вторинним електрооптичним додатком, який є менший, ніж 1 %, можна знехтувати. Виняток становлять коефіцієнти  $\pi_{11}$  та  $\pi_{22}$ , для яких цей додаток  $\approx 10$  % (за рахунок великого значення

коефіцієнта  $r_{222}$ ). Але особливо значним є вторинний електрооптичний додатак ( $\approx 23\%$ ) до коефіцієнта  $\pi_{14}$  (внаслідок великих значень коефіцієнтів  $r_{222}$  і  $d_{113}$ ), нехтування якого може привести до значних помилок в розрахунках коефіцієнтів  $p_{in}^E$ . Як видно з табл. 3, кристали ВВО мають великі значення пружнооптичних коефіцієнтів, особливо  $p_{11}$  і  $p_{12}$ , які навіть переважають відповідні коефіцієнти відомих акустооптичних матеріалів  $\text{LiNbO}_3$  та  $\text{TeO}_2$  і є співвимірними із відповідними коефіцієнтами плавленого кварцу.

**Висновки.** Запропоновано метод двократних вимірювань, який дає змоги визначати більш точно всі п'єзооптичні коефіцієнти триклінних кристалів на основі експериментальних вимірювань п'єзоіндукованої зміни оптичного шляху. Для триклінних кристалів виведені прості співвідношення, які є загальними і можуть бути безпосередньо використані для вимірювання всіх існуючих компонент тензора п'єзооптичного ефекту і для кристалів інших класів симетрії. Для визначення компонент тензора п'єзооптичного ефекту триклінних кристалів вказаним методом необхідно провести 57 вимірювань індукованої зміни оптичного шляху на 16 зразках. На основі заповненої матриці п'єзооптичних коефіцієнтів вказаним методом можна знайти абсолютні величини та знаки всіх пружнооптичних коефіцієнтів.

Методом двократних вимірювань визначено всі п'єзооптичні коефіцієнти для кристалів  $\beta\text{-BaV}_2\text{O}_4$  та розраховано матрицю пружнооптичних коефіцієнтів. Показано перспективність застосування цих кристалів як доброго акустооптичного матеріалу.

1. Brewster D. // *Trans. Roy. Soc Edinb.* – 1818. – 8. – P. 281–292.
2. Влох О.Г., Мыцък Б.Г., Андрущак А.С., Прыриз Я.В. // *Кристаллография.* – 2000. – 45. – С. 138–142.
3. Andrushchak A.S., Adamiv V.T., Krupych O.M., Martynyuk-Lototska I., Burak Ya.V. and Vlokh R.O. // *Ferroelectrics.* – 2000. – 238. – P. 299–305.
4. Narasimhamurty T.S. // *Photoelastic and Electrooptical Properties of Crystals, Osmania University, Hyderabad India, Plenum Press.* – New-York and London, 1981.
5. Mytsyk B.G., Pryriz Ya.V. and Andrushchak A.S. // *Cryst. Res. Technol.* – 1991. – 26. – P. 931–940.
6. Мицък Б.Г., Андрущак А.С. // *Укр. фіз. журн.* – 1993. – 38. – С. 1015–1021.
7. Мыцък Б.Г., Остапюк В.В. / *АН УССР. Ин-т теорет. Физики; ИТФ-90-15Р.* – Препр. – К., 1992.
8. Chen C., Wu Yi and Li Rukang J. // *Cryst. Growth.* – 1990. – 99. – P. 790–793.
9. Eimeri D., Davis L., Velsko S., Graham E.K. and Zalkin A. // *J. Appl. Phys.* – 1987. – 62. – P. 1968–1983.
10. Liebertz J. Z. // *Krist.* – 1988. – 182. – P. 307–311.
11. Балакиш В.И., Парыгин В.Н., Чирков Л.Е. // *Физические основы акустооптики.* – М., 1985.