де $$\Delta^1_{k,m} = \sum_{s=1}^{\infty} \gamma_s^{k,m}(x_2)\sqrt{2}\sin\pi(2s-1)x_1\,,\ \Delta^2_{k,m} = \sum_{t=1}^{\infty} \alpha_t^{k,m}(x_1)\sqrt{2}\sin\pi(2t-1)x_2\,,$$

$$\Delta^3_{k,m} = \sum_{e=1}^{\infty} \beta_e^{k,m}(x_1)\sqrt{2}\sin 2\pi e x_2\,,\ \Delta^4_{k,m} = \sum_{f=1}^{\infty} \overline{\beta}_f^{k,m}(x_2)\sqrt{2}\sin 2\pi f x_1$$

і $\gamma_s^{k,m}(x_2), \alpha_t^{k,m}(x_1), \beta_e^{k,m}(x_1), \overline{\beta}_f^{k,m}(x_2)$ визначаються рівняннями:

$$\left(\frac{d^{2k}}{dx_2^{2k}} + \lambda_{0,s} - \lambda_{k,m}\right)\gamma_s^{k,m}(x_2) = 0\,, \qquad \left(\frac{d^{2k}}{dx_1^{2k}} + \lambda_{0,t} - \lambda_{k,m}\right)\alpha_t^{k,m}(x_1) = 0\,,$$

$$\left(\frac{d^{2k}}{dx_1^{2k}} + \lambda_{0,e} - \lambda_{k,m}\right)\beta_e^{k,m}(x_1) = 0\,, \qquad \left(\frac{d^{2k}}{dx_2^{2k}} + \lambda_{0,f} - \lambda_{k,m}\right)\overline{\beta}_f^{k,m}(x_2) = 0\,.$$

1. Каленюк П.И., Баранецкий Я.Е., Нитребич З.Н. Обобщенный метод разделения переменных. К., 1993. 2. Баранецький Я.О. Нелокальна багатоточкова задача для диференціальних рівнянь в частинних похідних другого порядку // Укр. мат. журн. 1990. ***44.*** *№ 9. С.1174–1181. 3. Горбачук В.И., Горбачук М.Л. Граничные задачи для дифференциально-операторных уравнений. К., 1984.*

УДК 517.929

Бігун Я.Й.
Чернівецький державний університет

УСЕРЕДНЕННЯ ДВОЧАСТОТНИХ СИСТЕМ ІЗ ЗАПІЗНЕННЯМ ТА З ІЄРАРХІЄЮ ШВИДКОСТЕЙ ФАЗ

The averaging methods for phase's variables, which speed of rotation forms the hierarchy of powers of small parameter are grounded on the finite segment and hall-axis. It is obtained estimation of averaging methods error, which is explicitly depending on small parameter.

На скінченному відрізку й півосі обґрунтовано метод усереднення за фазовими змінними, швидкість обертання яких становить ієрархію за степенями малого параметра. Одержано оцінку похибки методу усереднення, явно залежну від малого параметра.

1. Формулювання задачі. Дослідження систем диференціальних рівнянь з $m(m \geq 2)$ частотами асимптотичними методами [1], зокрема методом усереднення [2], ускладнено резонансними явищами, характерними для таких систем. Прогрес у дослідженні багаточастотних систем став можливим завдяки побудові оцінок відповідних осциляційних інтегралів [3,2]. Для систем із запізненням аргументу оцінки таких інтегралів і, як наслідок обґрунтування методу усереднення, одержано в [4, 5].

У роботах [2-5] були розглянуті системи з однаковою $(\sim \varepsilon^{-1})$ швидкістю фазових змінних. Але як формулювання прикладних задач [6], так і специфіка дослідження резонансних систем [7] потребує розгляду систем із різною швидкістю таких змінних. Що стосується двочастотних систем, то вони є типовими для задач нелінійної механіки [1, 2, 8]. У цій роботі розглядається двочастотна система вигляду

$$\begin{aligned} &\frac{dx}{d\tau} = X(\tau, x, x_\lambda, \phi, \phi_\theta, \varepsilon), \\ &\frac{d\phi_1}{d\tau} = \varepsilon^\beta \left(\frac{\omega_1(\tau)}{\varepsilon} + Y_1(\tau, x, x_\lambda, \phi, \phi_\theta, \varepsilon) \right), \frac{d\phi_2}{d\tau} = \frac{\omega_2(\tau)}{\varepsilon} + Y_2(\tau, x, x_\lambda, \phi, \phi_\theta, \varepsilon), \end{aligned} \tag{1}$$

де малий параметр $\varepsilon \in (0,\varepsilon_0]$, $\varepsilon_0 << 1$, $\tau = \varepsilon t$, $0 < \beta < 1$, $\tau \in I = [0, L], x, x_\lambda \in D$, D – обмежена область в R^n, $\phi = (\phi_1, \phi_2), \phi, \phi_\theta \in R^2$. Вектор-функція $A(\tau, x, x_\lambda, \phi_\theta, \varepsilon) = [X, Y_1, Y_2]$ 2π-періодична за компонентами ϕ_ν, $\phi_{\theta\nu}$, $x_\lambda(\tau) = x(\lambda\tau - \varepsilon\lambda_0)$, $\phi_\theta(\tau) = \phi(\theta\tau - \varepsilon\theta_0)$, $\lambda, \theta \in (0,1]$, λ_0 і θ_0 – невід'ємні сталі. Система (1) може містити як стале $(\lambda = \theta = 1, \lambda_0 + \theta_0 > 0)$, так і змінне $(\lambda\theta < 1)$ запізнення.

Відповідна системі (1) усереднена за фазовими змінними ϕ, ϕ_θ на кубі періодів система набуває вигляду

$$\begin{aligned} &\frac{d\bar{x}}{d\tau} = X_0(\tau, \bar{x}, \bar{x}_\lambda, \varepsilon), \\ &\frac{d\bar{\phi}_1}{d\tau} = \varepsilon^\beta \left(\frac{\omega_1(\tau)}{\varepsilon} + Y_{10}(\tau, \bar{x}, \bar{x}_\lambda, \varepsilon) \right), \frac{d\bar{\phi}_2}{d\tau} = \frac{\omega_2(\tau)}{\varepsilon} + Y_{20}(\tau, \bar{x}, \bar{x}_\lambda, \varepsilon). \end{aligned} \tag{2}$$

Задача полягає в одержанні для досить малих $\varepsilon > 0$ оцінок відхилення

$$\begin{aligned} &\mu(\tau,\varepsilon) \equiv \|x(\tau,\varepsilon) - \bar{x}(\tau,\varepsilon)\| + |\phi_1(\tau,\varepsilon) - \bar{\phi}_1(\tau,\varepsilon)|\varepsilon^{-\beta} + \\ &+ |\phi_2(\tau,\varepsilon) - \bar{\phi}_2(\tau,\varepsilon) \le c_1\sigma(\varepsilon)|, \end{aligned} \tag{3}$$

розв'язків систем (1) і (2) на I або R^+, початкові дані яких збігаються. Функція $\sigma(\varepsilon)$ така, що $\sigma(\varepsilon) \to 0$, коли $\varepsilon \to 0$; $c_1 > 0$ і не залежить від ε. Як доведено, в [4] для $\beta = 0, \lambda = \theta = 1$ і довільного числа частот функція $\sigma(\varepsilon) = \varepsilon^{1/m}$. Якщо $\theta_0 = \lambda_0 = 0$ і $\lambda, \theta \in (0,1)$, то $\sigma(\varepsilon) = \varepsilon^{1/2m}$.

2. Умови. Припустимо, що виконуються такі умови:

1^0. Вектор-функція $A(\tau, x, z, u, v, \varepsilon)$ визначена в області $G = I \times D \times D \times R^2 \times R^2 \times [0,\varepsilon_0]$ і $\forall \varepsilon \in [0, \varepsilon_0]$ неперервно диференційовна за τ, x, z й обмежена разом з похідними в G сталою $a_1 > 0$.

2^0. За змінними u_1, v_1 вектор–функція $A(\tau, x, z, u_1, u_2, v_1, v_2, \varepsilon)$ – тригонометричний поліном степеня N, а для коефіцієнтів Фур'є $A_{kl}(\tau, x, r, \varepsilon)$ в області $G_1 = I \times D \times D \times [0, \varepsilon_0]$ виконується нерівність

$$\sum_{k,l}\sup_{G_1}\|A_{kl}\|+\sum_{q_2=0,q_1\neq 0}B_{kl}/\|q_1\|_\theta+\sum_{q_2\neq 0}B_{kl}/\|q_2\|_\theta\le a_2,\text{ де } q_\nu=(k_\nu,l_\nu),$$

$$\|q_\nu\|_\theta=|k_\nu|+\theta|l_\nu|,\ \nu=1,2,\qquad B_{kl}=\sup_{G_1}\left\|\frac{\partial A_{kl}}{\partial\tau}\right\|+\sup_{G_1}\left\|\frac{\partial A_{kl}}{\partial x}\right\|+\lambda\sup_{G_1}\left\|\frac{\partial A_{kl}}{\partial x_\lambda}\right\|.$$

Якщо $q_2\equiv 0$, то $N=\infty$.

3^0. Функції $\omega_\nu^{(i)}\in C^1(I),\nu=1,2;\ j=0,1$ й $\forall\varepsilon\in(0,\varepsilon_0]$ і $\tau\in I$ $\det V_\nu(\tau,\varepsilon)\neq 0$,

$$\sup_{I\times(0,\varepsilon_0]}\left\|V_\nu^{-1}(\tau,\varepsilon)\right\|\le\xi_\nu,\nu=1,2,\text{ де } V_\nu(\tau,\varepsilon)=\begin{pmatrix}\omega_\nu(\tau) & \theta\omega_\nu(\theta\tau-\varepsilon\theta_0)\\ \dfrac{d\omega_\nu(\tau)}{d\tau} & \theta\dfrac{d\omega_\nu(\theta\tau-\varepsilon\theta_0)}{d\tau}\end{pmatrix}.$$

3. Оцінка осциляційного інтеграла. Резонанси в системі (1), як показано в [4], для $\|k\|+\|l\|\neq 0$ описуються співвідношеннями

$$\gamma_{kl}(\tau,\varepsilon)\equiv(k_1\omega_1(\tau)+\theta l_1\omega_1(\theta\tau-\varepsilon\theta_0))\varepsilon^\beta+k_2\omega_2(\tau)+\theta l_2\omega_2(\theta\tau-\varepsilon\theta_0)=0.$$

Системі (1) відповідає осциляційний інтеграл вигляду

$$I_{kl}(\tau,\varepsilon)=\int_0^\tau f(s,\varepsilon)\exp\left[\frac{i}{\varepsilon}\int_y^s\gamma_{kl}(z,\varepsilon)dz\right]ds,\tag{4}$$

де $\tau\in I,y\ge\varepsilon h=\varepsilon\max(\lambda_0,\theta_0),\ \forall\varepsilon\in(0,\varepsilon_0]$ $f(\cdot,\varepsilon)\in C^1(I)$.

Теорема 1. Нехай виконуються умови 1^0, 3^0,

$$\sup_{I\times(0,\varepsilon_0]}\left\|\frac{df(\tau,\varepsilon)}{d\tau}\right\|\le a_4\text{ і }\sup_{I\times(0,\varepsilon_0]}\left\|\frac{df(\tau,\varepsilon)}{d\tau}\right\|\le a_4.$$

Тоді для досить малого $\varepsilon_0>0$ і $q_2\neq 0$ існує стала $c_2(L)>0$, незалежна від ε,k,l,y і така, що для $\tau\in I$, $\varepsilon\in(0,\varepsilon_0]$

$$\|I_{kl}(\tau,\varepsilon)\|\le c_2\left(a_3+\frac{a_4}{\|q_2\|_\theta}\right)\sqrt{\varepsilon}.\tag{5_1}$$

Якщо $q_2=0$, то

$$\|I_{kl}(\tau,\varepsilon)\|\le c_2\varepsilon\left(a_3+\frac{a_4}{\|q_1\|_\theta}\right)\varepsilon^{\frac{1-\beta}{2}}.\tag{5_2}$$

Доведення. Введемо такі позначення:

$$\bar\gamma_{kl}=\varepsilon^\beta(k_1\omega_1(\tau)+l_1\omega_1(\theta\tau-\varepsilon\theta_0)),\ \bar{\bar\gamma}_{kl}=k_2\omega_2(\tau)+l_2\omega_2(\theta\tau-\varepsilon\theta_0),$$

$$\Omega_{kl}=\left[\bar\gamma_{kl},\bar{\bar\gamma}_{kl}\right]^T.$$

Якщо $q_2\neq 0$, то із рівності $\Omega_{kl}(\tau,\varepsilon)=V_2(\tau,\varepsilon)q_2$ випливає, що $\forall(\tau,\varepsilon)\in[\varepsilon h,L]\times(0,\varepsilon_0]$ $\exists r(\tau,\varepsilon)\in\{0,1\}$ таке, що $|\bar{\bar\gamma}_{kl}(\tau,\varepsilon)|\ge\|q_2\|_\theta/(2\xi)$.

Для $\varepsilon_0 < (4c_3\xi_2 N)^{-1/\beta}$, де $c_3 = \max\limits_{\nu,j}\max\limits_{\tau\in I}\left|\omega_\nu^{(j)}(\tau)\right|$, маємо $\left|\bar{\gamma}_{kl}(\tau,\varepsilon)\right| \le c_3 N\varepsilon^\beta \le (4\xi_2)^{-1}$. Тому

$$\left|\gamma_{kl}^{(r)}(\tau,\varepsilon)\right| \ge \|q_2\|/(4\xi_2). \tag{6_1}$$

Якщо ж $q_2 = 0$, то

$$\left|\bar{\gamma}_{kl}^{(r)}(\tau,\varepsilon)\right| \ge \left(\|q_1\|_\theta / 2\xi_1\right)\varepsilon^\beta. \tag{6_2}$$

Із рівномірної неперервності функцій $\omega_\nu^{(j)}(\tau)$ випливає, що для $d = \min\left(\xi_1^{-1}, (4\xi_2)^{-2}\right)/4$ знайдеться $\delta > 0$ таке, що $\left|\omega_\nu^{(j)}(\tau_2) - \omega_\nu^{(j)}(\tau_1)\right| < d$, як тільки $\tau_1, \tau_2 \in I$ і $|\tau_2 - \tau_1| < \delta$. Подамо відрізок $[0,\tau], \tau \le L$, у вигляді об’єднання відрізків $[0,\varepsilon h]$ та $T_\alpha(\delta) = [\alpha\delta, (\alpha+1)\delta] \cap [\varepsilon h, \tau]$, $\alpha \le \tau/\delta \le L/\ \delta$.

Нехай $\varepsilon_0 > 0$, крім вказаних вище, задовольняє також умови

$$\theta_0\varepsilon \le (2-\theta)\delta,\ \varepsilon \le (\theta/N)^{1/\beta}. \tag{7}$$

Тоді для $j = 0,1$ одержимо

$$\left|\gamma^{(j)}(\tau_2,\varepsilon) - \gamma^{(j)}(\tau,\varepsilon)\right| \le d\left(\|q_1\|_\theta + \|q_2\|_\theta\right) \le 2d\|q_2\|_\theta.$$

Використавши отриману нерівність і вибравши $r = r(\bar{\tau}_\alpha, \bar{\varepsilon})$, $\bar{\tau}_\alpha = (\alpha + 0.5)\delta$, $\bar{\varepsilon} = \varepsilon_0/2$ для $\tau_1, \tau_2 \in T_\alpha(\delta)$, $\varepsilon \in (0, \varepsilon_0]$, одержимо

$$\left|\gamma_{kl}^{(r)}(\tau,\varepsilon)\right| \ge \left|\gamma_{kl}^{(r)}(\bar{\tau},\bar{\varepsilon})\right| - \left|\gamma_{kl}^{(r)}(\tau,\varepsilon) - \gamma_{kl}^{(r)}(\bar{\tau},\bar{\varepsilon})\right|,$$ звідки

$$\left|\gamma_{kl}^{(r)}(\tau,\varepsilon)\right| \ge \|q_2\|_\theta / (8\xi_2). \tag{8_1}$$

Якщо ж $q_2 = 0$, то аналогічно

$$\left|\gamma_{kl}^{(r)}(\tau,\varepsilon)\right| \ge \frac{\|q_1\|_\theta}{4\xi_1}\varepsilon^\beta. \tag{8_2}$$

Врахувавши вибір ε_0 на підставі оцінок (8), отримаємо для $j = 0,1$, $\tau \in T_\alpha(\delta)$ і $\varepsilon \in (0, \varepsilon_0]$ нерівність

$$\left|\gamma_{kl}^{(j)}(\tau,\varepsilon)\right| \le 4\left|\gamma_{kl}^{(r)}(\tau,\varepsilon)\right|. \tag{9}$$

Нехай $g_{kl}(\tau,\varepsilon) = f(s,\varepsilon)\exp\left\{\frac{i}{\varepsilon}\int_y^s \gamma_{kl}(z,\varepsilon)dz\right\}, y \ge \varepsilon h$.

Якщо $r = 0$ і $q_2 \ne 0$, то, інтегруючи (4) із врахуванням (8_1), одержимо

$$\|I_{kl}(\tau,\varepsilon)\| \le \frac{8\varepsilon\xi_2}{\|q_2\|_\theta}\left[2a_3(1+\delta) + a_4\delta\right]. \tag{10_1}$$

Якщо ж $r=0$ і $q_2=0$, то

$$\left\|I_{kl}(\tau,\varepsilon)\right\| \le \frac{4\varepsilon^{1-\beta}\xi_1}{\|q_1\|_\theta}\left[2a_3(1+\delta)+a_4\delta\right]. \qquad (10_2)$$

Нехай тепер $r=1$. Тоді на відрізку $T_\alpha(\delta)$ і всіх $\varepsilon\in(0,\varepsilon_0]$ функція $\gamma_{kl}(\tau,\varepsilon)$ має не більше від одного нуля $\tau_\alpha^*(\varepsilon)$.

Для $\mu<0.5\delta$ позначимо $R_\alpha(\mu)=\left(\tau_\alpha^*-\mu,\tau_\alpha^*+\mu\right)\cap \mathrm{T}_\alpha(\delta)$. Тоді

$$\left\|\int_{\bar{R}_\alpha} g_{kl}(s,\varepsilon)ds\right\| \le a_3\mu\,. \qquad (11)$$

Для $\tau\in T_\alpha/R_\alpha(\mu)$ виконуються оцінки (8). Тому, інтегруючи $\gamma'(\tau,\varepsilon)$ на кожному із відрізків $[\alpha_p,\beta_p]$, $\alpha_p<\beta_p$, які становлять множину $T_\alpha/R_\alpha(\mu)$, одержимо $\left|\gamma_{kl}(\tau,\varepsilon)\right| \ge \frac{\|q_2\|_\theta}{16\xi_2}\mu$ для $q_2\ne 0$ і $\left|\gamma_{kl}(\tau,\varepsilon)\right| \ge \frac{\|q_1\|\theta}{8\xi_1}\mu$ для $q_2=0$.

Отже,

$$\left\|\int_{T_\alpha\setminus R_\alpha} g_{kl}(s,\varepsilon)ds\right\| \le \frac{16\xi_2}{\mu\|q_2\|_\theta}\left[4a_3(1+\delta)+a_{4\beta}\right]. \qquad (12_1)$$

Для випадку $q_2=0$ матимемо

$$\left\|\int_{T_\alpha\setminus R_\alpha} g_{kl}(s,\varepsilon)ds\right\| \le \frac{8\xi_1}{\mu\|q_1\|_\theta}\left[4a_3(1+\delta)+a_{4\beta}\right]. \qquad (12_2)$$

На підставі оцінок (10)-(12) оцінимо інтеграл (4) на відрізку $[0,\tau]$.

Покладемо $\mu=\sqrt{\varepsilon}$, де $\varepsilon\in(0,\varepsilon_0]$, $\varepsilon_0\le \delta^2/4$. Одержимо

$$\left\|I_{kl}(\tau,\varepsilon)\right\| \le \sqrt{\varepsilon}\left(a_3+\frac{a_4}{\|q_2\|_\theta}\right)\max\left(3L, h+L\left(1+\delta^{-1}\right)(1+10\xi)\right)\equiv$$

$$\sqrt{\varepsilon}\left(a_3+\frac{a_4}{\|q_2\|_\theta}\right)c_2, \xi=8\max(\xi_1,2\xi_2).$$

Аналогічно, поклавши $\mu=\varepsilon^{(1-\beta)/2}$, $\varepsilon_0\le\left(\frac{\delta^2}{4}\right)^{2(1-\beta)}$ отримаємо оцінку (5_2).

4. Обґрунтування методу усереднення на *I*.

Теорема 2. Нехай: 1) виконуються умови 1^0-3^0; 2) $\bar{x}(\tau,\varepsilon)=x(\tau,\varepsilon)\in D$ і $\bar{\phi}(\tau,\varepsilon)=\phi(\tau,\varepsilon)$ для $\tau\in[-\varepsilon\lambda_0,0]$ і $[-\varepsilon\theta_0,0]$ відповідно та $\varepsilon\in(0,\varepsilon_0]$, де $[x(\cdot,\varepsilon)]$,

$\phi(\cdot,\varepsilon)\in C$ для кожного $\varepsilon\in(0,\varepsilon_0]$; 3) розв'язок $\bar{x}(\tau,\varepsilon)$ визначений для τ∈ I, $\varepsilon\in(0,\varepsilon_0]$ і лежить в D разом з ρ-околом.

Тоді для досить малого $\varepsilon_0>0$ і всіх $\tau\in I$, $\varepsilon\in(0,\varepsilon_0]$ виконується нерівність (3), в якій $\sigma(\varepsilon)=\varepsilon^{(1-\beta)/2}$.

Доведення. Нехай $[0,\tau)$ – максимальний півінтервал існування розв'язку системи (1). Тоді, як випливає із умов 1^0 і 2) теореми 2,

$$\mu(\tau,\varepsilon)\le a_1\left(1+\lambda^{-1}\right)\int_0^\tau \mu(s,\varepsilon)ds+\sum_{\|k\|+\|l\|\ge 1}\left\|\int_0^\tau f_{kl}(s,\varepsilon)\exp\left\{\frac{i}{\varepsilon}\int_y^s \gamma_{kl}(z,\varepsilon)dz\right\}ds\right\|,$$

де $f_{kl}(s,\varepsilon)=A_{kl}(\tau,\bar{x},\bar{x}_\lambda,\varepsilon)\exp\left\{i(k,\phi)+i(l,\phi_\theta)-\frac{i}{\varepsilon}\int_y^s\gamma_{kl}(z,\varepsilon)dz\right\}$, $y\ge\varepsilon h$.

На підставі умов 1^0, 2^0 для $\varepsilon\in(0,\varepsilon_0]$, $s\in[0,\tau)$ і $q_2\ne 0$ одержимо

$$\|f_{kl}(s,\varepsilon)\|\le\sup_{G_1}\|A_{kl}\|,\ \left\|\frac{d}{ds}f_{kl}(s,\varepsilon)\right\|\le 2a_1\|q_2\|_\theta\sup_{G_1}\|A_{kl}\|+(1+a_1)B_{kl}.$$

Якщо $q_2=0$, то $\left\|\frac{d}{ds}f_{kl}(s,\varepsilon)\right\|\le a_1\|q_1\|_\theta\varepsilon^\beta\sup_{G_1}\|A_{kl}\|+(1+a_1)B_{kl}$.

Звідси за допомогою оцінок (5_1), (5_2) на підставі умови 2^0 і нерівності Гронуолла–Беллмана одержимо на $[0,\tau)$

$$\mu(\tau,\varepsilon)\le(1+2a_1)a_2c_2\exp\left[a_1\left(1+\lambda^{-1}\right)\right]\varepsilon^{\frac{1-\beta}{2}}\equiv c_1\varepsilon^{\frac{1-\beta}{2}}.$$

Для випадку $q_2=0$ одержана оцінка залишається без змін.

Якщо $\tau<L$, то вибравши $\varepsilon_0\le(\rho/(2c_1))^{2/(1-\beta)}$ і виконавши такі ж перетворення, як і в [1, с.435], зможемо покласти, що $\tau=L$. Теорему доведено.

Наслідок. Якщо в системі (1) $\|q_1\|_\theta\equiv 0$, то $\sigma(\varepsilon)=\sqrt{\varepsilon}$.

Зауваження 1. Якщо $\lambda=1$, то в системі (2) можна покласти, що $\lambda_0=0$ [5].

Зауваження 2. У разі виконання умов теореми 2 для $\tau\ge 0$ і експоненціальної стійкості розв'язку $\bar{x}(\tau,\varepsilon)$ системи (2), аналогічно як в [4], одержується оцінка для $\|x(\tau,\varepsilon)-\bar{x}(\tau,\varepsilon)\|\le c_1\varepsilon^{(1-\beta)/2}$ для всіх $\tau\ge 0$ і $\varepsilon\in(0,\varepsilon_0]$.

1. Боголюбов Н.Н., Митропольский Ю.А. Асимптотические методы в теории нелинейных колебаний. М., 1974. 2. Самойленко А.М., Петришин Р.І. Багаточастотні коливання нелінійних систем. К., 1998. 3. Самойленко А.М. К вопросу обоснования метода усреднения для многочастотных колебательных систем // Дифференц. уравнения. 1987. 23. № 2. С.267–278. 4. Бигун Я.И., Самойленко А.М. Обоснование принципа усреднения для многочас-

тотных систем дифференциальных уравнений с запаздыванием // Дифференц. уравнения. 1999. 35. № 1. С.8–14. 5. Бігун Я.Й. Метод усереднення в багаточастотних системах з запізненням // Укр. мат. журн. 1998. 50. № 2. С.299–303. 6. Белецкий В.В. Движение спутника относительно центра масс в гравитационном поле. М., 1975. 7. Печенев А.В. Об осреднении систем с иерархией скоростей вращения фаз // ПММ. 1992. 56. Вып.1. С.24–28. 8. Нейштадт А.И. О прохождении через резонансы в двухчастотной задаче // Докл. АН СССР. 1975. 221. № 2. С.301–304.

УДК 517.946

Білусяк Н.І.
ІППММ НАН України

КРАЙОВА ЗАДАЧА ДЛЯ БЕЗТИПНИХ ДИФЕРЕНЦІАЛЬНИХ РІВНЯНЬ ІЗ ЧАСТИННИМИ ПОХІДНИМИ ЗІ ЗМІННИМИ КОЕФІЦІЄНТАМИ

For almost all (with respect to Lebesgue measure) parameters of the domain are established conditions for the existence of a unique classical solution of the boundary value problem with datas on all limit of the domain for typeless partial differential equations with variable coefficients.

Для майже всіх (стосовно міри Лебега) параметрів області встановлено умови існування єдиного класичного розв'язку крайової задачі з даними на всій границі області для безтипних диференціальних рівнянь із частинними похідними зі змінними коефіцієнтами.

Крайові задачі з умовами типу умов Діріхле для гіперболічних та безтипних рівнянь, взагалі, є умовно коректні,а їх розв'язність пов'язана з проблемою малих знаменників.Такі задачі для безтипних та гіперболічних рівнянь у різних аспектах вивчали в роботах [1-5].

У цій роботі досліджено однозначну розв'язність задачі з даними на всій границі області для одного класу безтипних рівнянь зі змінними коефіцієнтами.

Надалі використовуватимемо такі умовні позначення:

Z_+^p – множина точок R^p з цілими невід'ємними координатами;

$q=(q_1,\ldots,q_p)\in Z_+^p$; $|q|=q_1+\ldots+q_p$;

$q^*=(q_0,q_1,\ldots,q_p)\in Z_+^{p+1}$; $\left|q^*\right|=q_0+q_1+\ldots+q_p$;

G – обмежена область із R^p; ∂G – межа області G;

$D=\{(t,x): t\in[0,T], x\in G\}$; $K_T=\{(t,\tau)\in \mathrm{R}^2 \ : 0\le t\le T, 0\le\tau\le T\}$;

$$B_q^\omega=\left\{\varphi(x)\in L_2(G): \varphi(x)=\sum_{k=1}^{\infty}\varphi_k X_k(x),\ \|\varphi(x)\|_{q,\omega}=\sum_{k=1}^{\infty}|\varphi_k|\exp\left(qk^\omega\right)\right\}, q,\omega>0;$$