УДК 681.32

Н. Я. Возна
Тернопільський національний економічний університет
кафедра спеціалізованих комп’ютерних систем

ТЕОРЕТИЧНІ ЗАСАДИ МЕТОДУ ОЦІНЮВАННЯ ЕНТРОПІЇ СТРУКТУРИЗОВАНИХ ПОЛІФУНКЦІОНАЛЬНИХ ДАНИХ

Запропоновано теоретичні положення методу оцінювання ентропії та структурної складності поліфункціональних даних. Подано приклади розрахунку ентропійно-структурної складності поліфункціональних даних на основі різних інформаційних мір ентропії та критеріїв структурної складності.

Ключові слова: ентропія, структурна складність, поліфункціональні дані.

THEORETICAL FOUNDATIONS OF ASSESSMENT METHOD OF STRUCTURED MULTIFUNCTINAL DATA ENTROPY

The theoretical position entropy method of assessment and structural complexity of binary images. An example of calculating entropy and structural complexity of binary images based on correlation entropy measures and criteria of structural complexity.

Key words: entropy, structural complexity, binary image.

Вступ

Основи теорії структуризації даних є фундаментальною теоретичною базою формалізації структуризованих даних (СД), яка охоплює широкий спектр теоретичних засад поліфункціональних (ПФД) та проблемно-орієнтованих даних (ПОД).

Поняття ПФД охоплює широкий клас типів інформаційних повідомлень у середовищі фізичних, логічних та віртуальних даних. Наприклад: аналогові та цифрові дані на виході сенсорів та аналого-цифрових перетворювачів, цифрові дані на виході кодерів стиснення, шифрування та захисту інформації від помилок, вихідні дані спецпроцесорів та контролерів цифрового опрацювання інформації, модульовані та маніпульовані сигнали систем передавання даних, фізичні та логічні дані баз даних та баз знань, алфавітно-цифрові дані, графічна інформація 1D, 2D та 3D оптичних зображень.

Поняття структуризації ПФД у широкому аспекті охоплює теорію систем та взаємодію їх компонентів, теорію інформації та архітектури комп’ютеризованих систем та пов’язується з процесами розвитку та вдосконалення інформаційних систем.

Під поняттям ПОД розуміють окремі класи ПФД, які орієнтовані на виконання певних функцій формування, трансформації та використання ПФД. Наприклад, способи кодування цифрових даних на виході АЦП у різних теоретико-числових базисах належать до класу ПОД, аналогічно, способи маніпуляції сигналів у системах передавання даних, методи представлення алгоритмів опрацювання даних та ін.

Постановка проблеми

Актуальною концептуальною проблемою є створення теоретичних основ декомпозиції системних характеристик ПФД та ПОД на основі інформаційного та ентропійного підходів. Актуальними науковими задачами також є побудова принципів та алгоритмів розрахунку рівня структуризації даних на основі критеріїв та коефіцієнтів структурної складності бінарних, напівтонових та кольорових масивів даних та зображень.

Вирішення окресленої проблеми дозволяє з єдиних позицій охопити та формалізувати характеристики СД, що відкриває шлях до успішного розв'язання прикладних задач порівняння, розпізнавання, перетворення, ефективного кодування та використання ПФД та ПОД у сучасних складних розподілених неінтерактивних та інтерактивних комп'ютерних та комп'ютеризованих системах (КС).

Аналіз останніх досліджень і публікацій

Фундаментальні дослідження у середовищі теорії структуризації даних (ТСД) та їх ентропійного аналізу представлені у роботах відомих зарубіжних [1–4] та вітчизняних вчених [6–12]. Вагомий внесок у ТСД проф. Я. М. Николайчука [13, 14] та на основі матричних моделей руху даних автора [15, 16].

Прикладом ефективного застосування теорії структуризації даних є успішний синтез структури процесора формування алфавітно-цифрових даних на основі малогабаритної клавіатури, розробленої сумісно науковцями Національного університету “Львівська політехніка” та Тернопільського національного економічного університету [8].

Слід зауважити, що теоретичні засади щодо структуризації даних у названих роботах охоплюють частковий клас прикладних задач для побудови інформаційної технології та алгоритмів формалізованих розрахунків системних характеристик багаторівневих неінтерактивних КС.

У роботах [17, 18] розроблено та реалізовано конвеєрні алгоритми побудови сімейства моделей руху даних (МРД), зокрема: матричну, граф – розгалужене дерево, часові (параметричну, структурно-часову, мережевий, суміщений часовий граф), блок-схему алгоритму, граф-алгоритмічну. При цьому формалізується розрахунок епюр руху даних типу: сигнальна, диференціальна, інтегральна та їх похідні модифікації.

Важливим позитивним досягненням цього аспекту ТСД є формалізація та оцінювання коефіцієнта структуризації графічних атрибутів МРД [5].

У роботі [19] викладено фундаментальні основи оцінювання рівня структурної організації елементарних компонентів бінарних 2D-даних, що є важливим інструментом розвитку теоретичних засад оцінювання та формалізації характеристик ПФД та ПОД.

Формулювання цілі статті

Водночас практично відсутні наукові роботи, в яких розвиток ТСД пов'язують з ентропійними підходами до розв'язання прикладних задач у галузях вимірювання та метрології, кодування, захисту від помилок та передавання даних, розпізнавання образів, побудови проблемно-орієнтованих та спеціалізованих процесорів, а також спецпроцесорів з нейрокомпонентами.

Тому розроблення теоретичних засад оцінювання ентропії ПФД та ПОД на основі цифрового опрацювання 1D-, 2D- та 3D-масивів даних є актуальною прикладною задачею, яка дасть змогу суттєво розширити та удосконалити інформаційні технології та алгоритми порівняння, розпізнавання, кодування та перетворення даних на основі розширення математики теоретичних основ ТСД.

9. Методологія оцінювання та розрахунку ентропії сигналів та даних

Систематизацію аналітики відомих оцінок ентропії з певною повнотою викладено в роботах [9–11], де класифіковано такі оцінки міри ентропії (табл. 1).

Таблиця 1

Аналітика оцінок ентропії

№ з/п	Міра ентропії	Аналітичний вираз	Пояснення складових
1	2	3	4
1.	Р. Хартлі	$H = \log_2 S^n = n \cdot \log_2 S$ $H = n \cdot \hat{E}[\log_2 S] = n \cdot]\log_2 S[$,	H – кількість інформації; S – число незалежних рівноймовірних станів джерела інформації (ДІ); n – число вибірок; $\hat{E}[\ ],]\ [$ – цілочислова функція з округленням до більшого.
2.	К. Крампа	$I_x = \log_2 \sqrt{2p e s_x^2}$, $I_x = \hat{E}[\log_2 3s_x]$	$e - const = 2,73$; s_x - середньоквадратичне відхилення
3.	Н. Колмогорова	$H_e \le \frac{T}{\Delta t} + \log \frac{C}{e}$, при $j(t) = 2^{\frac{T}{\Delta t}}$ $H_e \le \log\left(\frac{C}{e} \cdot 2^{\frac{T}{\Delta t}}\right)$	Δt – крок дискретизації, що забезпечує точність квантування e , C – діапазон квантування; T – інтервал часу спостереження ДІ
4.	К. Шеннона	$H = -k \sum_{j=0}^{S} p_j \log p_j$	k – додатній коефіцієнт, який враховує основу логарифма; p_j – ймовірність s_j -го стану дискретного ДІ; S – число незалежних станів ДІ
5.	Дж. Лонго	$I(u, p) = -k u \cdot \log p$, $H(u, p) = -k \sum_{i=1}^{n} [u_i p_i \cdot \log p_i]$	$u_i \ge 0$ – коефіцієнт корисності; k – стала величина; $p = p_i$ – імовірність s_j -го стану.
6.	Г. Шульца	$H(p, w) = -\sum_{i=1}^{n} \left[p_i w_i \Big/ \sum_{j=1}^{n} p_j w_j \cdot \log p_i w_i \Big/ \sum_{j=1}^{n} p_j w_j \right]$	p_i – імовірність s_j -го стану; w_j – нормувальна функція
7.	Б. Олівера	$H = \lim_{n \to \infty} = \frac{\log N}{n}$	$N = n! \Big/ \prod_{j}^{n} S_j$ або $\log N = \log n! - \sum_{j}^{n} S_j$
8.	Д. Мідлтона	$H(X) = -\sum_{l_1}^{L} \mathbf{K} \sum_{l_n}^{L} p(X) \log p(X)$	X – апріорна невизначеність; X_i , y_i – статистично залежні стани ДІ.
9.	В. Таллера	$H \le k 2BT\left(1 + \frac{S}{N}\right)$, $H = k \cdot n \log S_{ave}$	S_{ave} – середнє значення станів ДІ; BT – інформаційна база; N – значення рівня шуму $1/S$ – інтервал кореляції між відліками

1	2	3	4
10.	В. Боюна	$h_d = \dfrac{\lvert f'_{cep}(t)\rvert}{\lvert f'_{\max}(t)\rvert}$	$f'_{cep}(t)$, $f'_{\max}(t)$ – відповідно середнє і максимальне значення похідних зміни кількості станів джерела
11.	Я. Николайчука	$I_x = n \cdot \hat{E}\left[\begin{array}{l}\frac{1}{2}\log_2\frac{1}{m}\times \\ \times\sum\limits_{j=1}^{m}\left(D_x^2 - R_{xx}^2(j)\right)\end{array}\right]$	$\overset{0}{x}_i = x_i - M_x$ – центровані значення масиву даних; $D_x = \frac{1}{n}\sum\limits_{i=1}^{n}\left(x_i - M_x\right)^2$ – дисперсія x_i; $M_x = \frac{1}{n}\sum\limits_{i=1}^{n} x_i$ – матем. сподівання; $R_{xx}(j) = \frac{1}{n}\sum\limits_{i=1}^{n} \overset{0}{x}_i \cdot \overset{0}{x}_{i+j}$ – автокореляційна функція (АКФ); m – число точок функції $R_{xx}(j)$ на інтервалі кореляції; $j = 0,1,\ldots m$

У роботах [20, 21] наведено формули ентропії за оцінкою Р. Хартлі (табл.1, №1), яка є верхньою оцінкою і не враховує статистичні та динамічних характеристик ПФД та ПОД. Тому розрахунок критерію структурної складності згідно з оцінкою ентропії Р. Хартлі є недостатньо інформативним і не може бути використаним як критерій розрахунку структурної складності бінарних зображень.

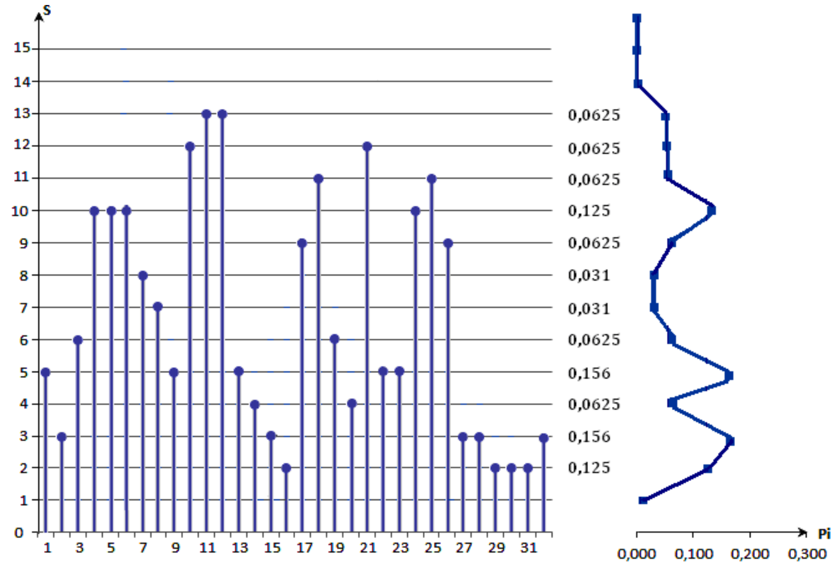
Розрахунок ентропії за найпоширенішою оцінкою К. Шеннона (табл.1, № 4) враховує лише ймовірнісні характеристики даних, і при зміні дисперсії вхідних даних може бути застосована до оцінки рівня структуризації даних. У випадку, коли всі стани рівноймовірні, інформаційна міра К. Шеннона збігається з оцінкою Р. Хартлі. Відсутність врахування ймовірностей переходу джерел інформації з одного стану в інші [13] в розрахунку ентропії, за оцінкою К. Шеннона, суттєво обмежує можливості використання її аналітики як критерію розрахунку та ідентифікації структурної складності ПФД.

Визначення ентропії за оцінкою Я. Николайчука (табл. 1, №11), яка враховує марківські, кореляційні та спектральні характеристики даних, є позитивним компонентом у синтезі та формалізації розширеного критерію структуризації даних на основі ентропії та структурних характеристик 1D-, 2D- та 3D-інформаційних масивів.

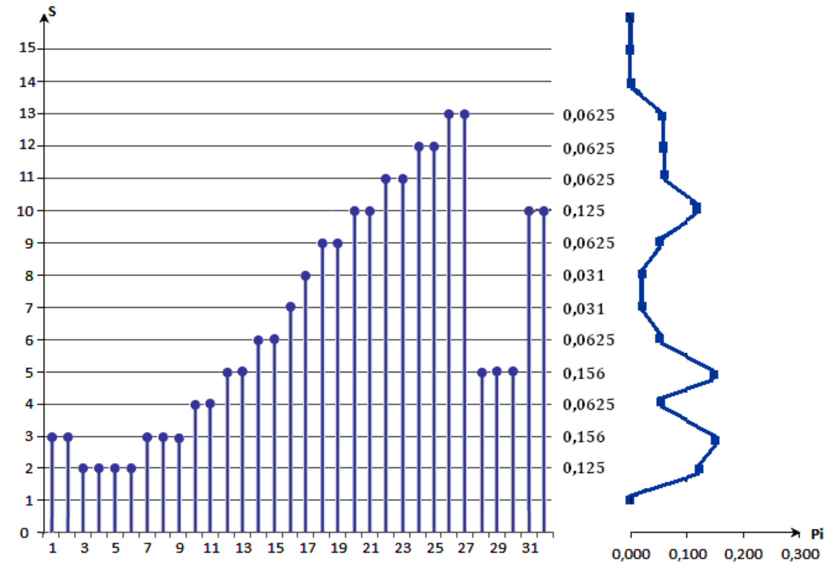
На рис. 1 показано приклади СД у вигляді решітчастих моделей послідовностей цифрових відліків з однаковими ймовірнісними характеристиками, але різними реалізаціями хешування, звідки видно, що визначення ентропії за оцінкою Р. Хартлі та К. Шеннона не реагує на зміну структурних характеристик цієї моделі ПОД.

Розрахунок ентропії інформаційних джерел, наведених на рис. 1, виконується згідно з виразами оцінки ентропії, наведеними в табл. 1: 1 – Р. Хартлі, 4 – К. Шеннона та 11 – Я. Николайчука, на основі яких побудовано діаграми (рис. 2).

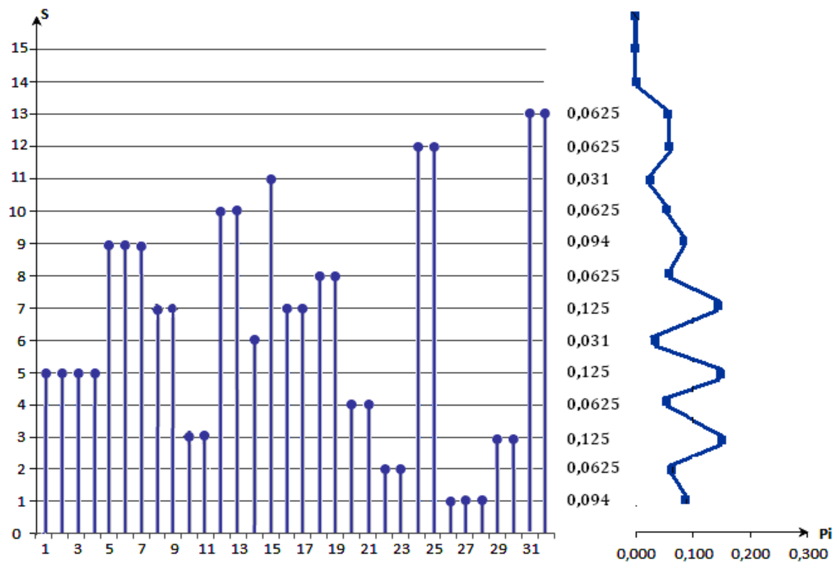
На основі аналітичного виразу розрахунку ентропії згідно з оцінкою Р. Хартлі $H = n \cdot \log_2 S$, (де згідно з рис. 1 (*а*, *б*, *в*), $n = 32$, $S = 16$), тобто $I_H = 32 \cdot \log_2 16 = 32 \cdot 4 = 128$. Отже, оцінка ентропії Р. Хартлі незалежно від статистичних характеристик джерела інформації, представлених на рис. 1 (*а*, *б*, *в*), є однаковою.



а

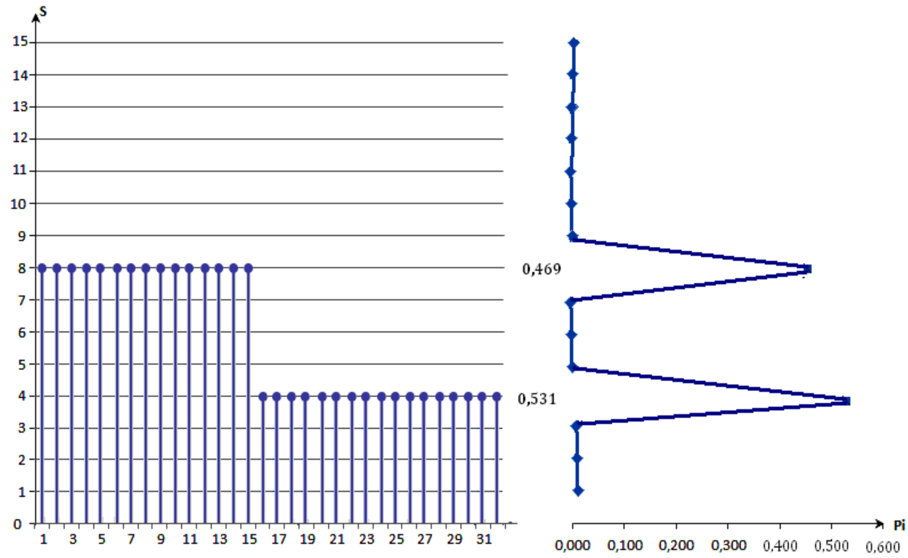


б

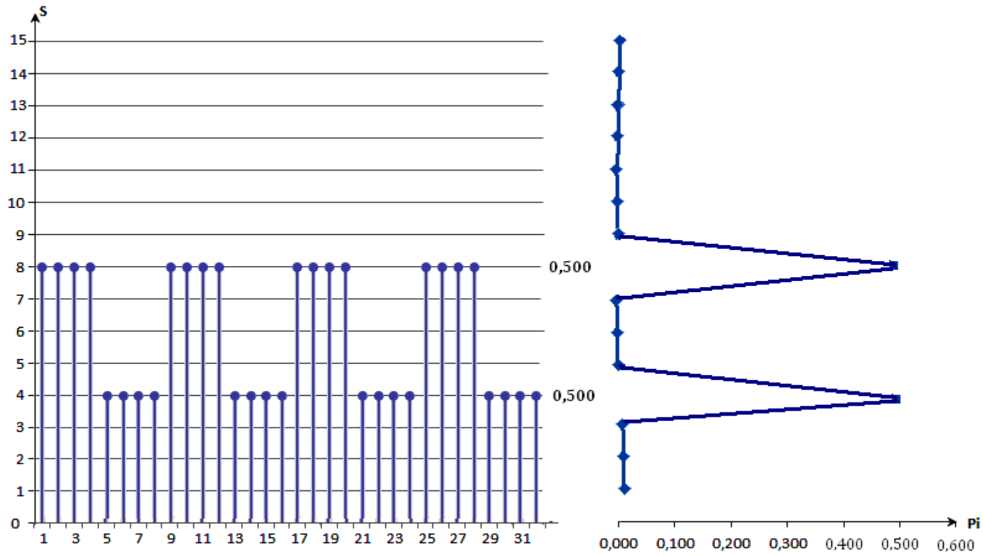


в

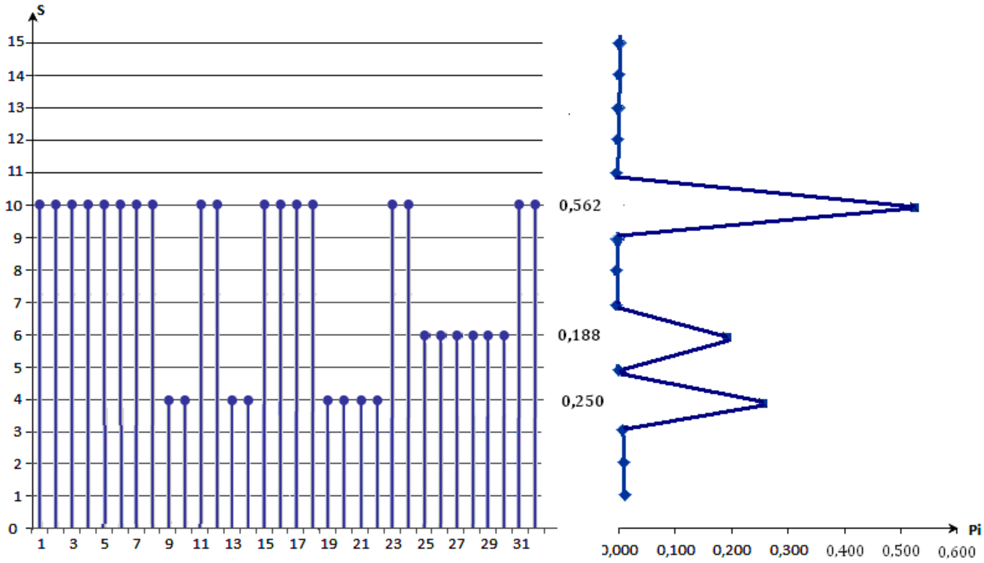
Рис. 1. Оцінка ентропії за К. Шенноном інформаційних джерел з однаковими ймовірностями



г



д



е

Продовження рис. 1. Оцінка ентропії за К. Шенноном інформаційних джерел з однаковими ймовірностями

Розрахунок ентропії одного цифрового відліку ДІ згідно з формулою К. Шеннона $H = -k\sum_{j=0}^{S-1} p_j \log p_j$ при $k = 1$ для цього прикладу виконується так: $I_{Sh} = n \cdot (-k\sum_{j=0}^{S-1} p_i \log_2 p_i)$, де $p_j = \frac{n_j}{n}$, а n_j – число j-х станів ДІ на інтервалі вибірки n.

$$I_{Sh} = n \cdot (-k\sum_{j=0}^{S-1} \frac{n_j}{S} \log_2 \frac{n_j}{S}) \text{ або}$$

$$I_{Sh} = n \cdot (-k\sum_{j=0}^{S-1} \frac{n_j}{n}(\log_2 n_j - \log_2 n)) = n \cdot k\sum_{j=0}^{S-1} \frac{n_j}{n} \cdot (\log_2 S - \log_2 n_j) = n \cdot n\sum_{j=0}^{S-1} n_j \cdot (\log_2 S - \log_2 n_j) =$$
$$= \sum_{j=0}^{S-1} n_j \cdot (\log_2 n - \log_2 n_j).$$

Тобто, в цьому прикладі (рис. 1, *а*, *б*, *в*) при об’ємі вибірки n оцінка ентропії за формулою К. Шеннона така:

$$I_{Sh} = n \cdot (-k\sum_{j=0}^{S-1} \frac{n_j}{S}(\log_2 n_j - \log_2 S)) = \sum_{j=0}^{S-1} n_j \cdot (\log_2 n - \log_2 n_j) = (10 \cdot 2 \cdot (5-1) + 2 \cdot 3 \cdot (5-1{,}7) +$$
$$+ 1 \cdot 4 \cdot (5-2)) = 111{,}8.$$

На основі наведених аналітичних виразів розрахунок ентропії за формулами Р. Хартлі, К. Шеннона, Я. Николайчука виконується на основі масивів даних прикладів ДІ (табл.2), наведених на рис. 1.

Таблиця 2

Масиви даних прикладів джерел інформації, представлених на рис.1

Об’єм вибірки	Масив даних джерела інформації (рис. 1)					
	а	б	в	г	д	е
1	2	3	4	5	6	7
1	5	3	5	8	8	10
2	3	3	5	8	8	10
3	6	2	5	8	8	10
4	10	2	5	8	8	10
5	10	2	9	8	4	10
6	10	2	9	8	4	10
7	8	3	9	8	4	10
8	7	3	7	8	4	10
9	5	3	7	8	8	4
10	12	4	3	8	8	4
11	13	4	3	8	8	10
12	13	5	10	8	8	10
13	5	5	10	8	4	4
14	4	6	6	8	4	4
15	3	6	11	8	4	10
16	2	7	7	4	4	10
17	9	8	7	4	8	10
18	11	9	8	4	8	10
19	6	9	8	4	8	4
20	4	10	4	4	8	4
21	12	10	4	4	4	4
22	5	11	2	4	4	4
23	5	11	2	4	4	10

1	2	3	4	5	6	7
24	10	12	12	4	4	10
25	11	12	12	4	8	6
26	9	13	1	4	8	6
27	3	13	1	4	8	6
28	3	5	1	4	8	6
29	2	5	3	4	4	6
30	2	5	3	4	4	6
31	2	10	13	4	4	10
32	3	10	13	4	4	10

Отже, оцінка ентропії згідно з формулою К. Шеннона для трьох різних ДІ з однаковими сумами ймовірностей станів (рис. 1, *а*, *б*, *в*) є однаковою, не враховує і не відображає динаміки, кореляційних та спектральних характеристик досліджуваних ДІ.

Розрахунок ентропії на основі оцінки К. Шеннона для ДІ, наведених на рис. 1, *г*, *д*, *е*, має вигляд:

для рис.1(г): $I_{Sh} = 15 \cdot (5-4) + 17 \cdot (5-4) = 32$;

для рис.1(д): $I_{Sh} = 16 \cdot (5-4) + 16 \cdot (5-4) = 32$;

для рис.1(е): $I_{Sh} = 18 \cdot (5-4) + 8 \cdot (5-3) + 6 \cdot (5-2{,}5) = 46{,}5$;

Викладені теоретичні засади та приклад розрахунку оцінок ентропії за формулами Р. Хартлі та К. Шеннона показують значні функціональні обмеження цих оцінок, оскільки вони не реагують на зміну динаміки, статистичних та спектральних характеристик станів ДІ.

Розрахунок ентропії згідно з аналітичним виразом Я. Николайчука (табл. 1, №11) виконується за таким алгоритмом:

– визначають математичне сподівання масиву даних $M_x = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i$;

– визначають масив центрованих значень $\overset{0}{x}_i = x_i - M_x$;

– обчислюють дисперсію $D_x = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left(x_i - M_x\right)^2$ та квадрат дисперсії D_x^2;

– обчислюють центровану автокореляційну функцію $R_{xx}(j) = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} \overset{0}{x}_i \cdot \overset{0}{x}_{i+j}$, $j = \overline{0,1,....m}$, m – число точок АКФ;

– обчислюють масив даних квадратів АКФ $R_{xx}^2(j)$;

– обчислюють різницю $I_j = D_x^2 - R_{xx}^2(j)$, $j = \overline{0,1,....m}$;

– визначають математичне сподівання $I_x = \frac{1}{m}\sum_{j=1}^{m} I_j$;

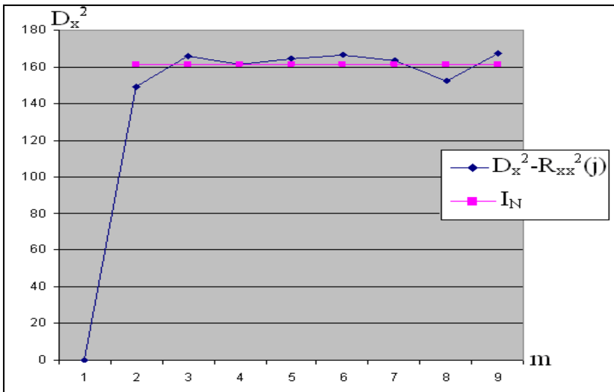
– обчислюють ентропію згідно з виразом $I_N = n \cdot \hat{\mathrm{E}}\left[\frac{1}{2}\log_2 I_x\right]$

Графіки розрахунку кореляційної міри ентропії для ДІ, поданих на рис. 1, наведено в табл. 3

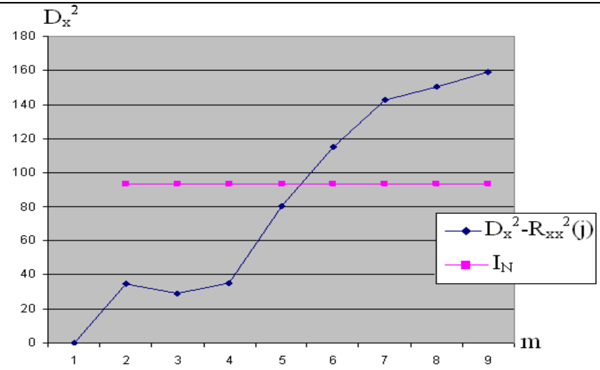
На основі наведених аналітичних виразів виконано розрахунок ентропії I_N для ДІ, представлених масивами даних (табл.2), а його результати наведено на діаграмі (рис. 2).

Таблиця 3

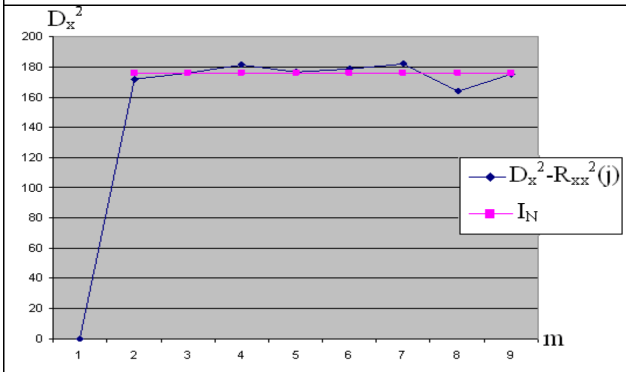
Графіки розрахунку кореляційної міри ентропії



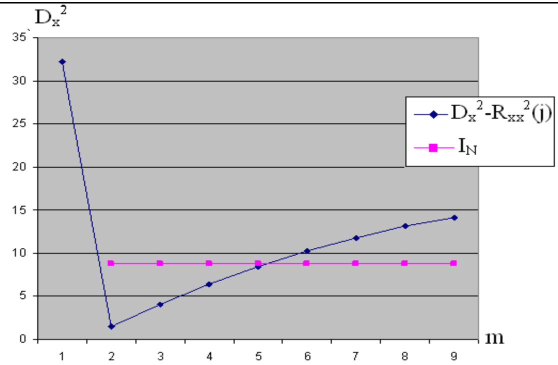
а



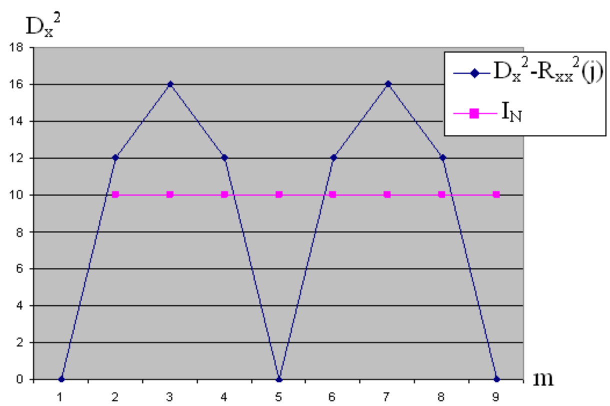
б



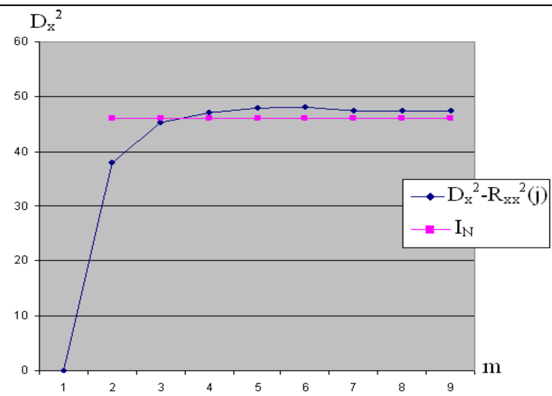
в



г



д



е

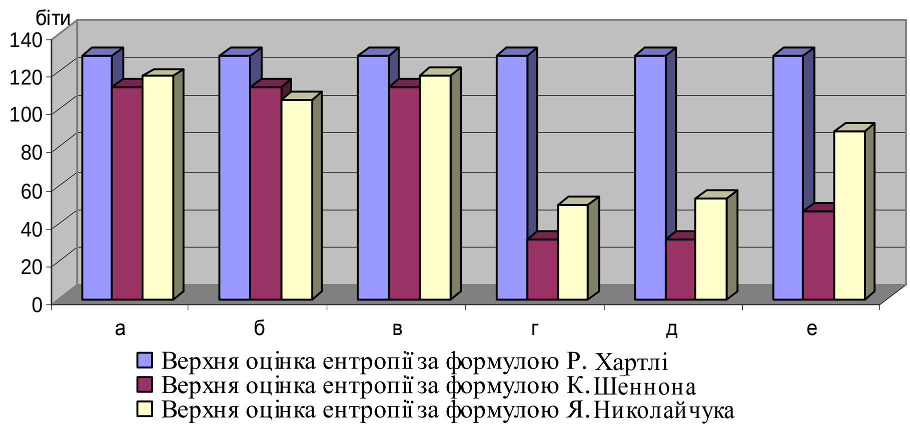


Рис. 2. Діаграма розрахунку ентропії

Оцінка кореляційної ентропії за Я. Николайчуком забезпечує чітку диференціацію структури даних.

Складну структуру решітчастих моделей послідовностей цифрових відліків також можна описати та кількісно розрахувати з погляду інформатики на основі єдиної інтегральної оцінки її інформаційної ємності згідно з розробленими нами і апробованими, теоретичними засадами коефіцієнта структурної складності [12, 19].

Оцінювання структурної складності СД на основі вагових коефіцієнтів оцінок інформативності викладено у роботах [5, 12, 19], де цю проблему вирішено визначенням параметрів моделей P_i та присвоєнням вагових коефіцієнтів оцінок інформативності СД - a_i.

Враховуючи вказані показники, отримуємо адитивно-мультиплікативну оцінку на основі коефіцієнта структурної складності:

$$k_c = \sum_{i=1}^{n} a_i P_i .$$

Визначимо коефіцієнт структурної складності решітчастих моделей послідовностей цифрових відліків, що зображено на рис. 1 згідно з виразом:

$$k_c = k_{основи} + k_{моделі} = (\sum_{i=1}^{n} a_i P_i)_{основи} + (\sum_{i=1}^{n} a_i P_i)_{моделі} .$$

На основі проведених розрахунків побудовано діаграму структурної складності решітчастих моделей послідовностей цифрових відліків, що зображені на рис. 1 (рис. 3):

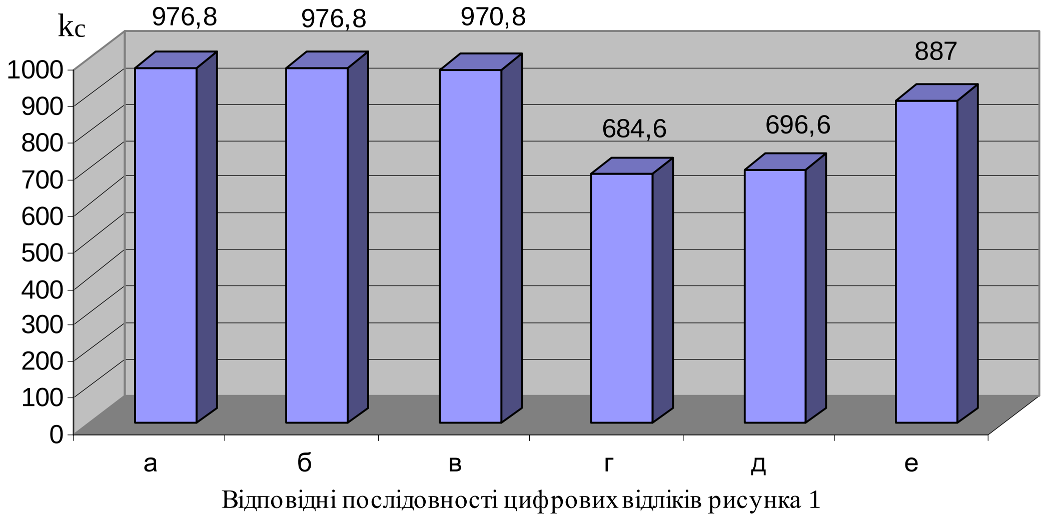


Рис. 3. Структурна складність решітчастих моделей, зображених на рис. 1

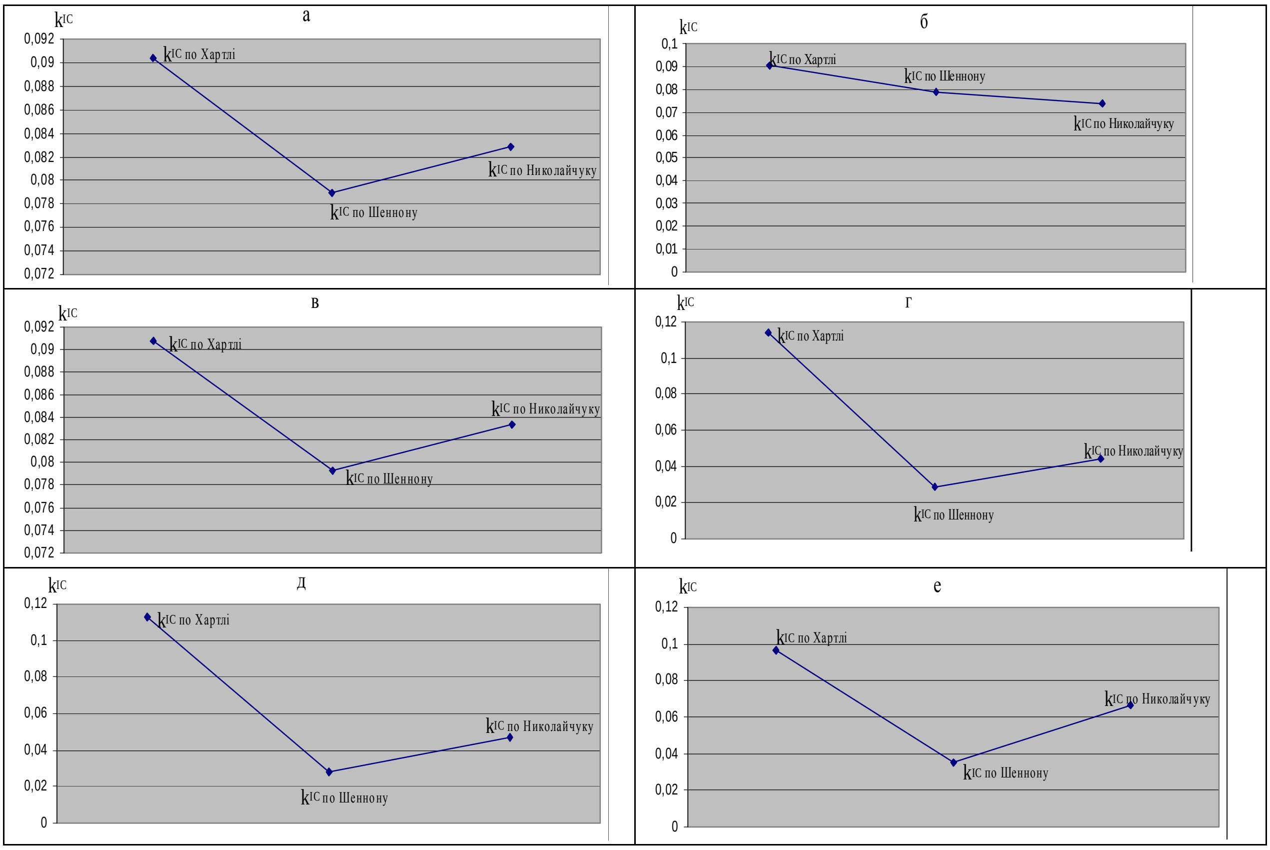
У загальному випадку оцінити ентропійно-структурну складність можна на основі різних аналітичних функцій: адитивної ($k_{IC} = I + k_c$), мультиплікативної ($k_{IC} = I \cdot k_c$), відносної ($k_{IC} = I / k_c$), експоненціальної ($k_{IC} = I \cdot e^{k_c}$ або $k_{IC} = k_c \cdot e^{I}$), логарифмічної ($k_{IC} = I \cdot \log k_c$ або $k_{IC} = k_c \cdot \log I$)та ін.

У цій роботі розраховано відносну оцінку ентропійно-структурної складності ПФД, що відображено в табл. 4.

Обгрунтування ефективності застосування цих критеріїв потребує глибокого теоретичного та експериментального дослідження для різних класів ПФД.

Таблиця 4

Графіки розрахунку ентропійно-структурної складності



Висновки

Проаналізовано світовий досвід розвитку теорії структуризації даних. Показано функціональні обмеження існуючих теоретичних засад оцінювання структурної складності даних. Викладено систематизацію оцінок ентропії моделей СД та обґрунтовано концепцію синтезу оцінки ентропійно-структурної складності ПФД та ПОД. Наведено порівняльні діаграми оцінок ентропії та ССД.

Обгрунтовано оцінки та класифіковано аналітичні вирази ентропійно-структурної складності даних на основі адитивно-мультиплікативної функції. Окреслено перспективу застосування розроблених теоретичних засад під час синтезу та аналізі структурної складності інформаційни потоків та даних складних КС, а також побудови проблемно-орієнтованих та спеціалізованих процесорів.

1. J. L. Balcazar, J.Dıaz, and J.Gabarro Structural Complexity, two volumes, Springer, 1988 (Vol. I) and 1990 (Vol. II). 2. R. Shaltiel and C. Umans. Simple extractors for all min-entropies and a new pseudo-random generator. In Proceedings of the 42nd IEEE Symposium on Foundations of Computer Science, pages 648:657, 2001. 3. Don Coppersmith and Shmuel Winograd. Matrix multiplication via arithmetic progressions. Journal of Symbolic Computation, 9(3):251–280, March 1990. 4. R. Raz. The bns-chung criterion for multi-party communication complexity. Computational Complexity, 9(2):113–122, 2000. 5. Возная Н.Я. Теоретические основы структуризации полифункциональных данных в различных теоретико-числовых базисах Journal of Qafqaz University. Mathematics and Computer Science. - Baku. Azerbaijan, 2015. - Volume 3, № 1. - P.62–70. 6. Глухов В. С. Оцінка структурної складності багатосекційних помножувачів елементів полів Галуа / В. С. Глухов, Г. М. Тріщ // Вісник Національного університету “Львівська політехніка”: Комп’ютерні системи та мережі. – 2014. – № 806. – С. 27–33. 7. Кузьо М. М. Реконфігуровані обчислювальні системи на однорідній структурі // Вісник Нац. ун-ту “Львівська політехніка”: Комп’ютерні системи та мережі. – 2010. – № 688. –

С. 152–156. 8. Пат.107904 Україна МПК G06F 3/023 (2006.01) Пристрій для введення алфавітно-цифрових даних / Я. М. Николайчук, А. О. Мельник, Н. Я. Возна, В. А. Мельник №a201404203; заявл.18.04.2014; опубл.25.02.2015, Бюл. №4/2015. 9. Николайчук Я., Сегін А., Сабадаш І. Теоретичні основи формування ентропійних моделей на базі кореляційних функцій // Інформаційні технології і системи: наук.-техн. журнал. – Львів. – 2002. – Т.5. – № 1–2. – С. 13–21. 10. Боюн В. П. Динамическая теория информации. Основы и приложения. – К.: Ин-т кибернетики им. В. М. Глушкова НАН Украины, 2001. – 326 с. 11. Николайчук Я. М. Теоретичні основи мір ентропії та їх застосування в інформаційних технологіях формування та опрацювання сигналів / Я. М. Николайчук, А. Р. Воронич // Оптико–електронні інформаційно–енергетичні технології. Міжнародний науково–технічний журнал. – 2010. – № 1(19). – С. 50–64. 12. Возна Н. Я., Николайчук Я. М. Основи теорії, функції та задачі структуризації даних в інформаційних системах // Праці міжнародної наукової конференції "Питання оптимізації обчислень (ПОО-XL)" Київ: Інститут кібернетики ім. В. М. Глушкова НАН України, 2013. – С. 56–57. 13. Николайчук Я. М. Теорія джерел інформації. – 2-ге вид., випр. – Тернопіль: ТзОВ "Терно-граф", 2010. – 536 с. 14. Николайчук Я. М. Коди поля Галуа : теорія і застосування. / Монографія / –Тернопіль: ТзОВ "Терно-граф", 2012. – 576 с. 15. Николайчук Я. М. Теорія моделей руху даних розподілених комп'ютерних систем: монографія / Николайчук Я. М., Пітух І. Р., Возна Н. Я. – Тернопіль: ТзОВ "Терно-граф", 2008 – 216 с. 16. Nykolaichuk Ya. M., Vozna N. Ya, Pitukh I. R. Structuring the movement of data in computer systems. Ternopil: Terno-graf, 2013. – 284 p. 17. Natalia Vozna Theory and methods of development of data flow models in distributed CS. Advanced computer system and network: design and application: Proceedings of the 4-th international conference ACSN-2009. – Lviv, 2009, P. 304–307. 18. Возна Н. Я. Теорія та методи побудови моделей руху даних у розподілених КС // Вісник Нац. ун-ту "Львівська політехніка" "Комп'ютерні системи та мережі". – 2010. – № 688. – С. 60–64. 19. Возна Н. Я. Структуризація поліфункціональних даних в унітарному теоретико-числовому базисі. Міжнародний науково-технічний журнал "Оптико-електронні інформаційно-енергетичні технології". – 2015. – №(29). – С. 35–44. 20. Николайчук Я. М. Теоретичні основи мір ентропії та їх застосування в інформаційних технологіях формування та опрацювання сигналів / Я. М. Николайчук, А. Р. Воронич // Оптико–електронні інформаційно–енергетичні технології. Міжнародний науково–технічний журнал. – 2010. – №1(19). – С. 50–64. 21. Воронич А. Р. Ентропійні методи формування та опрацювання сигналів в розподілених спеціалізованих комп'ютерних системах // Вісник Хмельницького національного університету. – 2010. – № 4. – С. 69–71.