J., Ubar R., Defect oriented fault coverage of 100% stuck-at fault test sets, In: Proc. 7th International Conf. on Mixed Design of Integrated Circuits and Systems, MIXDES'2000, Gdynia (Poland), June 2000, pp.511-516. 17. Stapper C.H. Modeling of defects in integrated circuit photolithographic patterns, IBM J. Res. Develop. 1985; vol.29, no.1, P.461-475. 18. Blyzniuk M., Kuzmicz W., Lobur M., Panchak T., Pleskacz W. Graphical user interface of FIESTA – software for faults identification and estimation of testability of VLSI circuits, Collection of scientific papers "Contemporary Computing in Ukraine CCU'2000", Lviv Polytechnic State University (Ukraine), Association for Computing Machinery (USA), 2000, P.127-136. 19. Близнюк М., Плєскач В., Лобур М., Кузьміч В. Ідентифікація та оцінка ймовірності появи різних типів функціональних помилок, викликаних точковими дефектами у НВІС. Вісн. ДУ"ЛП".2000. № 387. – С. 355-364. 20. Blyzniuk M., Kazymyra I., Kuzmicz W., Pleskacz W., Raik J., Ubar R. Probabilistic analysis of CMOS physical defects in VLSI circuits for test coverage improvement, Journal Microelectronics Reliability, 2001. 21. Blyzniuk M., Kazymyra I., Development of the special software tools for the defect/fault analysis in the complex gates from standard cell library, in Proceedings of the IEEE International Symposium on Defect and Fault Tolerance in VLSI Systems - DFT'01, P. 374-383, San Francisco, USA, October 2001. 22. Blyzniuk M., Kazymyra I. Estimation of Parametric Sensitivity for Defects Size Distribution in VLSI Defect/Fault Analysis, accepted for 2002 IEEE 23rd International Conference on Microelectronics (MIEL 2002) and will be published in MIEL 2002 Proceedings, Nis, Yugoslavia, May, 2002.

УДК 621.317

В. Заяць

Національний університет "Львівська політехніка", кафедра ПЗ

КРИТЕРІЇ РОЗПІЗНАВАННЯ СИМЕТРИЧНИХ ТА НЕСИМЕТРИЧНИХ РЕЖИМІВ У ДИНАМІЧНИХ СИСТЕМАХ

Запропоновані критерії розпізнавання симетричних та несиметричних режимів в динамічних системах. Доцільність їх використання підтверджена результатами комп'ютерного моделювання.

Criterias of recognation symmetrical and ansymmetrical ragems in dynamical systems are proposed. These resultes were pryved by computer modeling.

Під динамічною системою будемо розуміти систему будь-якої природи (фізичної, математичної, інформаційної, стохастичної), поведінка якої змінюється з часом. При описі поведінки однієї із змінних стану системи рівнянням

$$x=f(x), \tag{1}$$

де f(x) – неперервно диференційована функція; x=x(t) – змінна стану системи.

Існує періодичний режим x* періоду T, якщо

$$f(x^*)= f(x^*+T). \tag{2}$$

Позначимо значення x* в моменти t=nT, де n=0, 1, 2 через x_n. Будемо говорити, що в системі (1) існує симетричний періодичний режим періоду T, якщо

$$x_n=x_{n+1}. \tag{3}$$

Режим, для якого

$$x_n = x_{n+2} \tag{4}$$

будемо називати несиметричним. Пошук цих режимів для високодобротних систем є громіздкою задачею навіть при описі їх рівняннями невисоких порядків [1], оскільки перехідний процес розтягується на сотні тисяч періодів. У випадку, якщо такий режим не вдається виявити шляхом комп'ютерного моделювання, то немає гарантії того, що він не існує взагалі. Тому розроблення надійних критеріїв та алгоритмів розпізнавання симетричних та несиметричних режимів є актуальною задачею. Відзначимо, що якщо x(t) є кусково-неперервною функцією, то тривалість перехідних процесів є значною навіть для систем з невисокою добротністю [2].

Пошук симетричного режиму зводиться до знаходження таких початкових умов $x=x_0$, які є нерухомими точками перетворення виду

$$x_0 = f(x_0). \tag{5}$$

Очевидно, якщо (5) має нерухому точку, то вона розташована на бісектрисі, що проходить в першому квадранті площини (x,y), оскільки x_0 є розв'язком рівнянь

$$y = x,$$

$$y = f(x).$$

Отже, можна сформулювати критерії відсутності та існування симетричних режимів перетворення виду (1):

Критерій 1. Перетворення (1) не має симетричних періодичних режимів, якщо функція f(x) не перетинає бісектриси, що проходить в першому квадранті площини (x,y).

Критерій 2. Перетворення (1) має стільки симетричних режимів, скільки існує точок перетину функції f(x) з бісектрисою, що проходить в першому квадранті площини (x,y).

Пошук несиметричних режимів зводиться до знаходження нерухомих точок перетворення виду

$$x_1 = F(x_0), \tag{6, а}$$

$$x_0 = F(x_1). \tag{6, б}$$

Відзначимо, що в силу симетрії рівнянь (6), якщо існує один несиметричний режим, то обов'язково існує ще другий, який отримується шляхом циклічної перестановки x_0 і x_1. Тобто, перетворення (1) завжди має або парну кількість несиметричних режимів, або вони відсутні взагалі.

Для знаходження можливих несиметричних режимів (1) необхідно в площині (x_0,x_1) побудувати функції (6, а) і (6, б) та знайти точки їх перетину, які не лежать на бісектрисі OB першого квадранта площини (x_0,x_1).

Оскільки (6, б) є дзеркальним відображенням (6, а) відносно бісектриси першого квадранта, то якщо $f(x_0)$ не перетинає її, то (1) не має ні симетричних, ні несиметричних періодичних режимів основної гармоніки.

Необхідною умовою виникнення несиметричних режимів перетворення (6) є немонотонність функції f(x). Тут можна виділити чотири випадки:

а) наявність максимуму f(x) вище бісектриси OB першого квадранта в площині (x_0,x_1);

б) наявність мінімуму f(x) нижче бісектриси OB;

в) наявність точки зміни монотонності нижче бісектриси OB, якщо вище цієї точки f(x) спадає, нижче – зростає;

г) наявність точки зміни монотонності вище бісектриси OB, якщо вище цієї точки f(x) зростає, нижче – спадає.

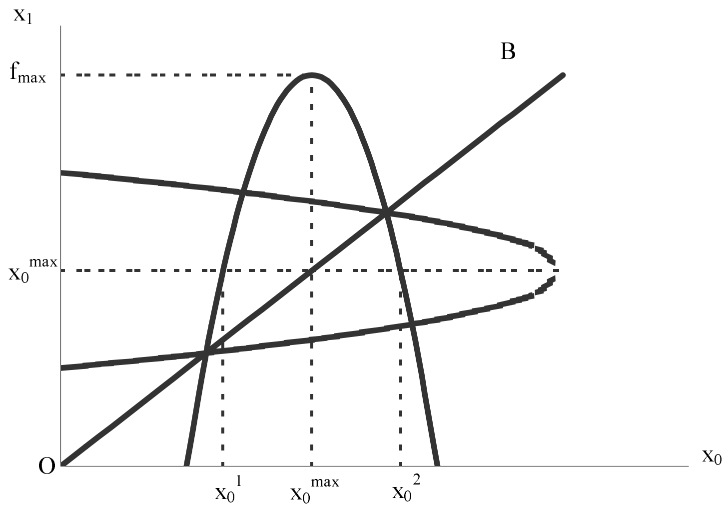

Рис. 1. Наявність максимуму функції $x_1=f(x_0)$ вище бісектриси ОВ

У всіх цих випадках f(x) мусить мати принаймні одну точку перетину з бісектрисою. Відзначимо, що випадок (в) є дзеркальним відображенням випадку а) відносно бісектриси першого квадранту ; відповідна симетрія існує для комбінацій (б) і (г). Отже, для встановлення достатніх умов появи несиметричних режимів можна обмежитися розглядом випадків (а) і (б).

Здійснивши геометричні побудови, як показано на рис. 1, що відповідає випадку (а), можна дійти висновку про необхідні та достатні умови появи несиметричного режиму перетворення (6), які сформульовано у вигляді критерію:

Критерій 3. Якщо функція f(x) визначена на інтервалі $[x_0^1, f_{max}]$ і досягає максимального значення f_{max} в точці x_0^{max}, причому

$$f_{max}(x_0^{max}) > x_0^{max} \tag{7}$$

і

$$f_{max}(x_0^{max}) > x_0^2. \tag{8}$$

де x_0^1 і x_0^2 – корені рівняння $f(x_0) > x_0^{max}$, причому $x_0^2 > x_0^1$, то перетворення (6) має два несиметричні режими.

Умова (7) є необхідною умовою появи несиметричного режиму і забезпечує знаходження максимуму вище бісектриси ОВ. Умова (8) є достатньою умовою виникнення несиметричного режиму і забезпечує дві точки перетину кривих (6а) і (6б), які не лежать на бісектрисі ОВ.

Якщо здійснити аналогічні геометричні побудови (рис. 2), що відповідають випадку б), то можна сформулювати критерій появи несиметричного режиму перетворення (6), коли f(x) досягає мінімуму нижче бісектриси ОВ:

Критерій 4. Якщо функція f(x) є визначена на інтервалі $[f_{min}, x_0^2,]$ і досягає мінімального значення f_{min} в точці x_0^{min}, причому

$$f_{min}(x_0^{min}) < x_0^{min} \tag{9}$$

і

$$f_{min}(x_0^{min}) > x_0^1 \tag{10}$$

де x_0^1 і x_0^2 – корені рівняння $f(x_0) > x_0^{min}$, причому $x_0^1 < x_0^2$, то перетворення (6) має два несиметричні режими.

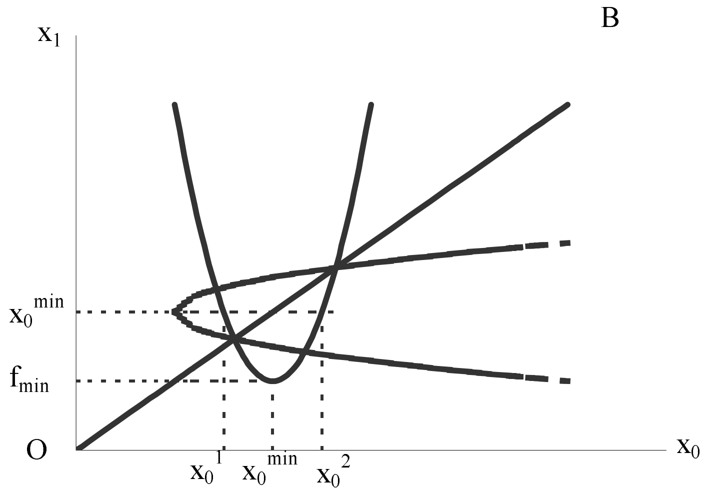

Рис. 2. Наявність мінімуму функції $x_1=f(x_0)$ нижче бісектриси ОВ

Дійсно, якщо не виконується (9), то мінімум досягається вище бісектриси ОВ і якщо f(x) більше не має точок зміни монотонності, окрім $x_0 = x_0^{min}$, то не існує точок перетину функцій (6а) і (6б), які не лежать на бісектрисі ОВ. Отже, умова (9) є необхідною для появи несиметричного режиму. Якщо виконується умова (10), а дзеркальне відображення функції $f(x_0)$ відносно бісектриси ОВ не має інших точок зміни монотонності, окрім $x_0 = x_0^{min}$, то обов'язково існує дві точки перетину (6, а) і (6, б), які не лежать на бісектрисі ОВ.

Сформулюємо аналогічні критерії для випадку (в) і (г), скориставшись відповідно рис. 1 і рис. 2, вважаючи тепер пунктирну криву функцією (6, а), а суцільну (6, б):

Критерій 5. Якщо функція f(x) має єдину точку зміни монотонності $x_н$, яка розташована нижче бісектриси ОВ, причому вище цієї точки f(x) монотонно спадає, а нижче – монотонно зростає, то існування двох несиметричних режимів забезпечується виконанням умов:

$$x_н > x_0^{max} \tag{11}$$

і

$$x_н > x_0^2 . \tag{12}$$

Критерій 6. Якщо функція f(x) має єдину точку зміни монотонності $x_в$, яка розташована вище бісектриси ОВ, причому вище цієї точки f(x) монотонно зростає, а нижче – монотонно спадає, то необхідна і достатня умови появи несиметричних режимів набувають вигляду:

$$x_в < x_0^{min} \tag{13}$$

і

$$x_в > x_0^1 . \tag{14}$$

Очевидно, якщо кількість точок зміни монотонності збільшується в k разів і вони задовольняють одну із нерівностей 8, 10, 12 або 14, то кількість несиметричних режимів зростає в 2k разів.

Відзначимо, що сформульовані критерії дозволяють алгоритмізувати процедуру пошуку симетричних та несиметричних періодичних режимів. При аналізі систем невисоких порядків цю процедуру можна реалізувати аналітично. Але при розгляді дискретних систем навіть другого порядку перехідні процеси стають настільки тривалими, що результати комп'ютерного моделювання не завжди є задовільними. Область пошуку несиметричних режимів можна звузити, якщо мати надійні критерії відсутності несиметричного режиму.

Критерій 7. Перетворення (6) не має несиметричного режиму ($x_1 \neq x_0$), якщо

$$F'(\xi) \neq -1, \text{ якщо } x_1 > x_0 \tag{15}$$

$$F'(\xi) \neq +1, \text{ якщо } x_1 < x_0 \tag{16}$$

де $x_0 < \xi < x_1$.

Дійсно, якщо $x_1 > x_0$, то в силу (6) та використовуючи формулу Лагранжа [3]

$$x_1 - x_0 = F(x_0) - F(x_1) = -F'(\xi) \cdot (x_1 - x_0),$$

де $x_0 < \xi < x_1$.

З останньої рівності випливає, що $f'(\xi) = -1$ при $x_1 > x_0$. Розглянувши випадок $x_1 < x_0$ отримаємо, що

$$x_1 - x_0 = F(x_0) - F(x_1) = F'(\xi) \cdot (x_1 - x_0) \ ,$$

у випадку, якщо $f'(\xi) = +1$. Отже, справедливість критерію 7 доведена. Умова (15) означає, що вище бісектриси ОВ не існує точки з кутом нахилу до осі абсцис -45^o , а умова (16) – що нижче бісектриси не існує точки з кутом нахилу до осі абсцис $+45^o$. Можна переконатися, що невиконання умов (15) і (16) забезпечує виконання необхідних і достатніх умов існування несиметричних режимів в одному із випадків вищерозглянутих точок немонотонності. Тобто, можна сформулювати наступний критерій:

Критерій 8. Існують два несиметричні режими $[x_0^0, x_1^1]$ та $[x_0^1, x_1^0]$ перетворення (6), якщо неперервна на інтервалі $[x_0^0, x_0^1]$ функція f(x) має одну точку зміни монотонності типу (а), (б), (в) або (г) та виконуються умови

$$f'(\xi) > +1, \text{ при } x_1 < x_0$$

$$f'(\xi) \leq -1, \text{ при } x_1 > x_0. \tag{16}$$

де $x_0^0 \leq \xi \leq x_0^1$.

Пошук несиметричних режимів в послідовному нелінійному контурі з введенням феромагнітного осердя в індуктивність при ідеальній кривій намагнічування осердя та прямокутній апроксимації характеристики вхідного сигналу при величині коефіцієнта затухання a > 0.5 не привів до успіху ні при розрахунку з одинарною точністю (single), ні подвійною (double, extent), оскільки через кілька тисяч періодів перехідного процесу відбувається занулення змінних стану і подальший розрахунок вже не має ніякого змісту.

Застосування критерію 7 до аналізу цього контура після порівняно нескладних аналітичних перетворень показало справедливість умови (15), що є свідченням відсутності несиметричних режимів основної частоти розглянутої моделі.

1. Эйприл Т., Трик Т. Анализ стационарного режима нелинейных цепей с периодическими входными сигналами. В кн. Автоматизация в проектировании. М., 1972. 2. Шарковский А.Н., Майстренко Ю.А., Романенко Е.Ю. Разностные уравнения и их приложения. К.: 1986. 3. Корн Г. Справочник по математике. М., 1978.