

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ  
ХМЕЛЬНИЦЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ

Горошко Андрій Володимирович



УДК 621.515:62-251:539.3

**МЕТОДИ ОЦІНЮВАННЯ КОНСТРУКЦІЙНОЇ МІЦНОСТІ  
І ЗНИЖЕННЯ ВІБРАЦІЙ МЕХАНІЧНИХ СИСТЕМ  
НА ОСНОВІ ОБЕРНЕНИХ ЗАДАЧ**

Спеціальність 05.02.09 – динаміка та міцність машин

Автореферат дисертації на здобуття наукового ступеня  
доктора технічних наук

Хмельницький, 2017

Дисертацією є рукопис.

Роботу виконано у Хмельницькому національному університеті Міністерства освіти і науки України.

**Науковий консультант:** доктор технічних наук, професор,  
Заслужений діяч науки і техніки України  
**Ройзман Вілен Петрович,**  
Хмельницький національний університет,  
завідувач кафедри телекомунікацій та радіотехніки.

**Офіційні опоненти:** доктор технічних наук, професор,  
Заслужений діяч науки і техніки України  
**Дашенко Олександр Федорович,**  
Одеський національний політехнічний університет,  
директор Інституту машинобудування;

доктор технічних наук, професор  
**Сокіл Богдан Іванович,**  
Національна академія сухопутних військ  
імені гетьмана Петра Сагайдачного,  
завідувач кафедри інженерної механіки;

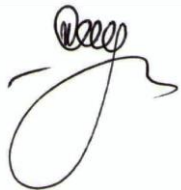
доктор технічних наук, професор,  
Заслужений діяч науки і техніки України  
**Струтинський Василь Борисович,**  
Національний технічний університет України  
«КПІ імені Ігоря Сікорського»,  
завідувач кафедри конструювання верстатів і машин.

Захист відбудеться «18» жовтня 2017 р. о 14<sup>00</sup> годині на засіданні спеціалізованої вченої ради Д 35.052.06 у Національному університеті «Львівська політехніка» (79013, Львів-13, вул. С. Бандери, 12, ауд. 226 головного корпусу).

З дисертацією можна ознайомитися у бібліотеці Національного університету «Львівська політехніка» (79013, Львів, вул. Професорська, 1) та на сайті Національного університету «Львівська політехніка» в розділі «Наука».

Автореферат розісланий «\_\_» вересня 2017 р.

Вчений секретар спеціалізованої  
вченої ради, к. т. н., доцент



Ю. П. Шоловій

## ЗАГАЛЬНА ХАРАКТЕРИСТИКА РОБОТИ

**Актуальність проблеми.** Проблеми міцності і віброактивності завжди супроводжують створення нових механічних систем (МС): машин, механізмів, споруд тощо, тому є і будуть актуальними, а отже потребують залучення сучасних досягнень науки і техніки, на базі яких можна розробити більш точні і ефективні методи розрахунків та експериментальних досліджень. Проектувальний розрахунок на міцність МС будь-якої складності належить до класу обернених задач (ОЗ) і полягає у визначенні таких значень її геометричних, силових, демпфувальних та інерційних характеристик тощо, щоб залежні від них значення максимальних або еквівалентних напружень не перевищували допустимих. Тут відомі допустимі напруження є вихідними характеристиками (параметрами) МС, а розраховані характеристики – вхідними. Аналогічно, в ОЗ теорії коливань, зокрема задачах параметричної ідентифікації роторів, шукають такі значення пружно-інерційних, силових і демпфувальних характеристик тощо, які забезпечують наперед задані або виміряні значення вібрацій, динамічних напружень, прогинів, деформацій роторів.

Під час проектування структурно-складних технічних систем, в яких розрахункові напруження описуються складними математичними залежностями, процес розв'язання ОЗ міцності пов'язаний з певними труднощами, зокрема нестійкістю розв'язків, тобто високою чутливістю до малих змін вхідних даних, викликаною поганою обумовленістю задачі, що призводить до суттєвих похибок у результатах.

Подібні проблеми характерні і для ОЗ динаміки. Слід відмітити, що задача визначення кількісних характеристик мас, пружностей і демпфування, наприклад у багатомасовій розрахунковій моделі авіадвигуна, який не має вивчених раніше прототипів, на стадії його проектування, є надзвичайно складною задачею. Це викликає необхідність розробки методів постановки і розв'язання задач ідентифікації динамічних характеристик машини за результатами відповідних експериментів, коли вони обчислюються з урахуванням усіх особливостей машини. Це дає змогу ідентифікувати дисбаланси, розподілені по довжині ротора, а отже підвищити ефективність його балансування.

На практиці розв'язання ОЗ міцності з заданою точністю ускладнено розкидом реальних значень фізико-механічних характеристик (ФМХ) матеріалів, що потребує їх ідентифікації на реальному об'єкті розв'язанням ОЗ класу інтерпретації даних вимірювань. Джерелами невизначеності також можуть бути похибки вимірювання та природний розкид значень параметрів. Ефективність методів суттєво знижують похибки статистичного оцінювання виміряних значень параметрів МС, особливо у разі ненормальних, зокрема полімодальних законів розподілу, а також похибки, викликані нестійкістю розв'язків некоректних ОЗ.

Недостатнє відпрацювання наведених проблем стримує більш широке застосування методів ОЗ для розрахунку динаміки і міцності складних МС. Отже, науково-прикладна проблема удосконалення методів розрахунку конструкційної міцності із одночасним зниженням вібрацій МС, що ґрунтуються на розв'язанні ОЗ динаміки і міцності, є актуальною.

**Зв'язок роботи з науковими програмами, планами, темами.** Дисертаційна робота виконана відповідно з Державною програмою, назва пріоритетного тематичного напрямку згідно з постановою КМУ від 07.09.2011 № 942: «Найважливіші проблеми фізико-математичних та технічних наук», відповідно до плану наукових досліджень кафедри інженерної механіки та комп'ютерних графіки ХНУ у рамках НДР 0113U002064 «Множинні обернені задачі механіки структурно складних технічних систем», де автор був відповідальним виконавцем. Деякі результати дисертаційної роботи були отримані в рамках НДР 0115U000225 «Розвиток наукових та інженерних основ надійності електронної техніки шляхом удосконалення технології її тестування на вібрації та удари» і НДР 0116U001547 «Розробка теорії та практики автоматичного зрівноваження обертових тіл рідинними і сипкими матеріалами без підведення енергії та керування рухом», де автор був виконавцем. Робота виконана відповідно з поточними та перспективними планами наукової роботи Хмельницького національного університету.

**Мета і задачі дослідження.** Мета роботи полягає у підвищенні ефективності зрівноваження та оцінювання і забезпечення конструкційної міцності складних механічних систем шляхом ідентифікації їх параметрів методами обернених задач динаміки і міцності.

Для досягнення поставленої мети необхідно розв'язати такі задачі:

1. Формалізувати ОЗ параметричної ідентифікації гнучких роторів і синтезу допусків на конструкторські параметри МС та (або) технологічні процеси їх виготовлення за умови забезпечення заданих вимог на їх міцнісні і вібраційні характеристики.

2. Розробити метод параметричної ідентифікації математичних моделей динаміки і міцності МС за результатами вимірювання їх вихідних параметрів, що враховує ступінь їх ідеалізації та умови експлуатації, шляхом доозначення ОЗ, і застосувати його для ідентифікації АЧХ двигунів та визначення ФМХ матеріалів зі значним розкидом реальних значень.

3. Дослідити динамічні процеси у машинах зі швидкісними гнучкими роторами і розробити методи ідентифікації дисбалансів і пружно-інерційних характеристик роторів, що ґрунтуються на ОЗ інтерпретації даних вимірювань.

4. Розробити методи забезпечення стійкості ОЗ і підвищення точності ідентифікації дисбалансів та пружно-інерційних характеристик швидкісних гнучких роторів, а також міцнісних параметрів машин.

5. Розвинути теорію експериментального оцінювання динамічних та міцнісних параметрів МС, розробивши метод обробки статистичних даних результатів вимірювань для їх імовірнісних розподілів з полімодальним характером.

6. Ґрунтуючись на методах ОЗ інтерпретації, розробити розрахунково-експериментальний метод визначення ФМХ конструкційних матеріалів з недостатньо вивченими або невідомими властивостями в широкому діапазоні температур.

7. Розробити метод ідентифікації нелінійних силових характеристик коливальних систем із зосередженими масами і розподіленими параметрами зведенням їх до системи лінійних алгебраїчних рівнянь (СЛАР) відносно невідомих коефіцієнтів.

8. Розробити принципи оперативної побудови математичних моделей складних МС, які містять незалежні підсистеми, з метою істотного зменшення кількості необхідних експериментів при використанні планування експерименту і застосування їх для скорочення тривалості моделювання.

9. Розробити метод параметричного синтезу конструкторських параметрів структурно-складних технічних систем і застосувати його для розрахунково-експериментального оцінювання міцності герметизованих конструкцій електронної техніки, а також забезпечення працездатності МС літакового відповідача.

*Об'єктом* дисертаційного дослідження є процес оцінювання і забезпечення зрівноваженості і конструкційної міцності складних механічних систем методами обернених задач.

*Предметом* дослідження є методи розв'язання обернених задач ідентифікації і синтезу динамічних та конструктивних параметрів, оптимальних для забезпечення конструкційної міцності та зниження вібрацій складних механічних систем.

**Методи дослідження.** В основу досліджень, формування наукових основ та практичних методів розв'язання ОЗ динаміки і міцності покладений єдиний концептуальний методологічний принцип, що полягає у формалізації і постановці ОЗ міцності, ідентифікації, діагностики тощо, і розробці комплексу методів їх розв'язання. Аналіз стійкості систем рівнянь ґрунтується на засадах лінійної алгебри і теорії матриць. Для теоретичних досліджень методів ідентифікації використано теорію згину. Дослідження методу статистично-детермінованого моделювання ґрунтується на теорії планування експерименту. Розроблений метод ідентифікації нелінійних коливальних систем базується на теорії коливань МС. У дослідженнях параметричного синтезу використано методи умовної нелінійної оптимізації. Теоретичні дослідження полімодальних сумішей імовірнісних розподілів параметрів МС ґрунтуються на засадах математичної і прикладної статистики. Експериментальні дослідження віброактивності роторів здійснювались за допомогою методів електротензометрії та вібрографування з використанням тензометрів, віброметрів, осцилографів та персональних комп'ютерів. Для розрахунково-експериментального методу ідентифікації ФМХ використано теорію міцності товстостінних циліндрів Ламе–Ґадоліна. Достовірність

теоретичних положень роботи підтверджена результатами експериментальних досліджень і практикою промислового використання розробок.

*Фундаментальною проблемою*, на вирішення якої спрямовано дисертаційне дослідження, є проблема міцності і зниження вібрацій структурно-складних технічних систем.

**Наукова новизна одержаних результатів.** У роботі вирішено науково-прикладну проблему оцінювання зрівноваженості та міцності МС методами ОЗ, що підтверджено наступними науковими результатами.

1. *Подальшого розвитку набула* теорія захисту машин від вібрацій за рахунок підвищення точності ідентифікації дисбалансів і пружно-інерційних характеристик швидкісних роторів. Нові теоретичні результати відрізняються можливістю розрахунку при полімодальному розподілі ймовірностей значень вимірних параметрів. Зокрема:

– одержано достатню оцінку величини похибки розв'язків лінійних ОЗ і розроблено метод оптимізації коефіцієнтів матриць лінійних дискретних ОЗ за критерієм мінімуму числа обумовленості, *що дає змогу* зменшити похибку ідентифікації дисбалансів і пружно-інерційних характеристик роторів при балансуванні з урахуванням їх гнучкості;

– для підвищення стійкості розв'язків застосовано лінійну фільтрацію оцінок найменших квадратів, у якій *за рахунок* використання методу головних компонент здійснюється статистична регуляризація задачі, *що дає змогу* з необхідною точністю визначати дисбаланси багатомасових роторів.

2. *Вперше* розроблено метод ідентифікації параметрів математичних моделей динаміки і міцності МС, що враховує ступінь їх ідеалізації і умови експлуатації, *який на відміну від існуючих*, полягає у залученні пробних параметрів (режимів), *що дозволяє* підвищити ефективність моделювання і точність розрахунків за рахунок доозначення ОЗ.

3. Досліджено динамічні процеси у швидкісних гнучких роторах з зосередженими масами і *науково обґрунтовано* вибір найменш і найбільш «стійких» ділянок частот обертання ротора шляхом врахування обумовленості матриці його коефіцієнтів впливу, *що дозволяє* мінімізувати похибку ідентифікації дисбалансів за вимірними динамічними прогинами і коефіцієнтами впливу.

4. *Розвинуто* методи експериментального дослідження міцності машин. *Сутність новизни* полягає у:

– апроксимації емпіричної полімодальної щільності розподілу ймовірностей сумішшю унімодальних законів, обґрунтованому виборі кроку побудови гістограм розподілів і методах призначення допустимих значень вимірних параметрів, *що дозволяє* одержувати точніші значення шуканих параметрів з гарантованою надійністю;

– розробці розрахунково-експериментального методу визначення ФМХ матеріалів, *який відрізняється* тим, що сполучну конструкцію з досліджуваного зразка матеріалу і зразка із пробного матеріалу нагрівають

(охладжують) з одночасною реєстрацією виниклих деформацій, що дає змогу визначати шукані характеристики при від'ємних температурах у пружнодеформованому стані, максимально наближеному до експлуатаційного.

5. Вперше розроблено метод побудови гібридних статистично-детермінованих моделей МС з урахуванням детермінованих залежностей параметрів окремих підсистем при плануванні експерименту, що дозволяє

в  $\prod_{i=1}^k 2^{l_i} / \sum_{i=1}^k 2^{l_i}$  разів зменшити обсяг необхідних експериментів, де  $l_i$  – кількість факторів впливу у  $i$ -й підсистемі МС.

6. Розроблено метод ідентифікації нелінійних силових характеристик коливальних систем із зосередженими масами та розподіленими параметрами, сутність новизни якого полягає у представленні силових чинників, які діють на досліджувану систему, у вигляді лінійної комбінації незалежних функцій із невідомими коефіцієнтами, аналітичному розв'язанні прямої задачі нелінійних коливань та зіставленні експериментально отриманих основних характеристик динамічного процесу коливальної системи із отриманим аналітичним розв'язком математичної моделі і розв'язанні систем лінійних рівнянь відносно невідомих коефіцієнтів.

**Достовірність і обґрунтованість** наукових результатів та висновків підтверджується коректністю використання фундаментальних положень класичної механіки деформівного твердого тіла та теорії механічних коливань, застосування методів математичного моделювання, прикладної статистики, прикладної математики, методів оптимізації; багаторазовим повторенням експериментів з подальшою статистичною обробкою результатів; високою збіжністю результатів експериментів з розрахунками; практикою експлуатації впроваджених рекомендацій; апробацією результатів роботи на наукових семінарах та міжнародних науково-технічних конференціях, а також впровадженням результатів роботи на виробничих підприємствах.

**Практичне значення одержаних результатів.** Результати складових комплексу виконаних теоретичних і експериментальних досліджень, спрямовані на забезпечення міцності і зниження вібрацій машин, реалізовані в запропонованих у роботі нових методах, алгоритмах і способах. Це дало змогу знизити вібрації і підвищити міцність низки МС.

Ідентифіковано дисбаланси окремих дисків ротора багатоступінчатого компресора газотурбінного двигуна (ГТД) за вимірними значеннями податливостей ротора і динамічними прогинами; ідентифіковано амплітудно-частотну характеристику (АЧХ) ротора і обґрунтовано причини появи всіх резонансних піків; знайдені усі форми коливань для цього ротора на податливих опорах. Це дало змогу балансуванню зменшити прогини валу компресора у 2,5 рази. Статистична обробка даних вимірювань дисбалансів з полімодальним розподілом дала змогу встановлювати із заданою надійністю допустимі значення залишкових дисбалансів партії компресорів. Ідентифіковано

жорсткості і маси, приведені до прийнятої динамічної моделі турбонасосного агрегата (ТНА), що дало змогу відбалансувати гнучкий ротор на робочій частоті обертання у трьох площинах корекції, знизивши вібрації у 6 разів, амплітуди вібрацій опор – у 4 рази, статичні напруження в матеріалі валу – у 3,5 рази, а динамічні – у 3 рази. Визначено ФМХ компаунда і кераміки в напруженому стані, наближеному до експлуатаційного, при температурі від  $-60\text{ }^{\circ}\text{C}$  до  $-20\text{ }^{\circ}\text{C}$ . Статистична обробка значень вимірних міцнісних характеристик кераміки з полімодальним розподілом імовірностей дала змогу підвищити ефективність математичних моделей. Знайдено оптимальні значення конструктивних параметрів конструкції «керамічний елемент–компаунд», що дало змогу підвищити міцність нових виробів.

Застосування методу гібридного моделювання з наступним синтезом допусків на конструкторські параметри дало змогу в 13 разів скоротити кількість експериментів при моделюванні потужності літакового відповідача (ЛВ), обґрунтувати необхідність зміни конструкції, модифікувати конструкцію і знайти оптимальні значення конструкторських параметрів МС ЛВ, чим забезпечено збільшення рівня його працездатності на 24 %.

Результати наукових досліджень у вигляді методик і рекомендацій впроваджено на ТДВ «Адвіс» та ТОВ «Нейл» (м. Хмельницький). Результати роботи у вигляді методів використовуються в навчальному процесі у Хмельницькому національному університеті.

**Особистий внесок здобувача.** Здобувачем самостійно сформульована наукова ідея роботи, запропоновані напрями її розробки та реалізації. Особисто сформульовані основні задачі досліджень та методи їх вирішення, окреслені фактори, що визначають особливості розв’язання ОЗ динаміки і міцності, розроблені методики забезпечення міцності структурно-складних технічних систем.

Дисертація є самостійною науковою працею, в якій висвітлені власні ідеї і розробки автора, що дозволили вирішити поставлені завдання. Робота містить теоретичні та методичні положення і висновки, сформульовані дисертантом особисто. Використані в дисертації ідеї, положення чи гіпотези інших авторів мають відповідні посилання і використані лише для підкріплення ідей здобувача. У роботах, опублікованих у співавторстві, автору належить: аналіз сучасного стану проблеми забезпечення працездатності МС, методи синтезу допусків на їх параметри [1, 2]; експериментальне визначення параметрів машин апроксимацією полімодальних імовірнісних розподілу сумішами [3, 4]; застосування методу обробки полімодальних даних для розрахунку допустимих значень дисбалансів роторів [5, 25]; підвищення точності ідентифікації параметрів МС за рахунок забезпечення стійкості розв’язків ОЗ [1, 6, 29]; декомпозиція сумішей, метод побудови гістограм імовірнісних розподілів [7, 26]; обґрунтування і формулювання задачі забезпечення працездатності МС як ОЗ синтезу допусків, оптимізація допусків [11, 16, 30]; застосування методу пробних параметрів для дослідження АЧХ і



пружно-інерційних характеристик роторів ГТД [13, 19, 42]; оптимізація геометричних допусків і ФМХ за критерієм міцності [1, 14]; розвиток теорії статистичних методів регуляризації ОЗ для параметрів з полімодальним законом розподілу, застосування методу головних компонент [17, 38]; розв'язання ОЗ міцності [18], дослідження стійкості алгоритмів ідентифікації ексцентриситетів роторів [1, 31, 32, 41], розрахунок ФМХ матеріалів [24] і забезпечення працездатності за критерієм міцності [34]; комплекс досліджень динаміки ТНА [1, 27], зниження вібрацій [39]; метод підвищення точності розв'язків у задачах динаміки, пошук ексцентриситетів ротора компресора [40]; постановка і методи розв'язання ОЗ забезпечення міцності машин [33, 53]; метод розрахунку параметрів МС шляхом гібридного моделювання [36, 37], побудова статистично-детермінованих моделей [35].

**Апробація результатів дисертації.** Матеріали роботи доповідалися і обговорювалися на понад 10 міжнародних науково-технічних конференціях та конгресах, зокрема: International Conference & Exhibition for Power Electronics Intelligent Motion Power Quality (Shanghai, China, 2009); International Conference «Vibroengineering – 2013» (Druskininkai, Lithuania, 2013); XIV Міжнародній науково-технічній конференції «Вимірювальна та обчислювальна техніка в технологічних процесах» (м. Одеса, Затока, 2015 р.); «Підвищення якості, надійності і довговічності технічних систем і технологічних процесів» (Ейлат, Ізраїль, 2012, 2013 р.); «Сучасні досягнення в науці та освіті» (м. Нетанія, Ізраїль, 2011–2014 р.) і «Наука та освіта» (м. Париж, Франція, 2013, Dubai, ОАЕ, 2015); 6 Всесвітньому конгресі «Авіація у XXI столітті» (м. Київ, 2014); XI Міжнародній науково-практичній конференції «Математичне та імітаційне моделювання систем» (м. Київ, 2016); Second Georgian-Polish Scientific & Technical Conference «Europe-Asia Transport Bridge» (Tbilisi, Georgia, 2016), щорічних наукових конференціях ХНУ (2013–2016 р.). Результати дисертаційного дослідження заслухано і схвалено на наукових семінарах спеціалізованих кафедр Хмельницького національного університету, НУ «Львівська політехніка», НТУ «Харківський політехнічний інститут», Одеського національного політехнічного університету та в Інституті проблем машинобудування ім. А.М. Подгорного НАН України (м. Харків).

**Публікації.** Основні положення дисертаційної роботи опубліковано у 53 наукових працях, серед яких 1 монографія, 22 статті у наукових фахових виданнях України, 18 – у наукових періодичних виданнях інших держав (з них 10 – у виданнях, що індексуються у Scopus), 11 – у матеріалах і тезах доповідей міжнародних конференцій, 1 патент на винахід.

**Структура та обсяг роботи.** Дисертація складається зі вступу, п'яти розділів основної частини, висновків, списку використаних джерел та додатків. Загальний обсяг дисертації складає 430 сторінок машинописного тексту, з них 333 сторінки основного тексту, 81 рисунок, 38 таблиць, 4 додатки на 32 сторінках, список використаних джерел із 314 найменувань на 32 сторінках.

## ОСНОВНИЙ ЗМІСТ РОБОТИ

У **вступі** обґрунтовано актуальність теми досліджень, її зв'язок з державними науково-технічними програмами, планами, темами, сформульовано мету роботи та визначено основні завдання досліджень, описано об'єкт, предмет і методи досліджень. Визначено наукову новизну отриманих результатів та їх практичне значення, а також особистий внесок здобувача у наведених в авторефераті публікаціях. Відображені результати апробації дисертації, а також показана загальна структура і обсяг роботи.

У **розділі 1** проаналізовані проблеми міцності сучасних МС на прикладі зниження вібрацій роторних систем та міцності герметизованих елементів електроніки, запропоновані шляхи їх вирішення з залученням методів ОЗ динаміки.

Вагомий внесок у розвиток теорії розрахунку динамічних процесів машин зробили вчені А. П. Бессонов, Я. Г. Пановко, Дж. П. Ден-Гартог, А. Г. Костюк, В. А. Марцинковський, В. Б. Струтинський, А. П. Зінковський, Б. І. Сокіл, Г. Б. Філімоніхін та ін. Аналіз даних щодо резонансів ГТД свідчить – незважаючи на те, що вони проектувались з умовою віддалення експлуатаційних частот від критичних не менше ніж на 30 %, на практиці значна кількість резонансів лежить на ділянці експлуатаційних частот. Цей факт підтверджує складність обрахунку таких машин, і його необхідно проводити з обов'язковою ідентифікацією пружно-інерційних характеристик роторних систем.

Практика показала, що зниження коливань гнучких роторів шляхом балансування з урахуванням їх деформованості за своєю ефективністю є рівнозначним конструкторським заходам. Для дослідження динаміки і зниження вібрацій роторів машин, зокрема багатоступінчатого компресора ГТД і ротора ТНА перспективними видаються методи, що базуються на розв'язанні відповідних ОЗ інтерпретації даних, оскільки розрахунок оптимальних значень конструкторських параметрів цих машин відбувається з максимальним урахуванням реальних умов експлуатації. В багатьох випадках такі задачі формалізуються лінійною дискретною ОЗ інтерпретації даних вимірювань типу:

$$\mathbf{A}\mathbf{X} = \mathbf{Y}, \quad x \in \mathbb{R}^n, \quad y \in \mathbb{R}^m, \quad (1)$$

де  $\mathbf{X}$  – вектор невідомих, які містять інформацію про жорсткісні та інерційні характеристики, а також ексцентриситети ротора;  $\mathbf{A}$  – лінійний оператор у вигляді матриці коефіцієнтів, які містять інформацію про прогини і кривизну ротора;  $\mathbf{Y}$  – вектор вимірюваних прогинів.

Аналіз АЧХ шляхом дослідження динаміки окремих вузлів і машин в цілому є не завжди успішним, якщо вони далекі від натурних умов експлуатації. Важливо знаходити «точні» значення динамічних характеристик,

приведених до математичної моделі, наприклад, розв'язанням ОЗ динаміки за експериментально отриманою АЧХ.

На сьогодні математичне моделювання і розв'язання розглянутих ОЗ динаміки і міцності ускладнюється проблемами адекватності математичних моделей і стійкості розв'язків. В умовах машинобудівного виробництва при оперативній побудові математичних моделей складних МС за допомогою планування експерименту проблеми необхідності проведення великої кількості експериментів настільки серйозні, що питання зниження кількості експериментів стає питанням перспективності самого методу активного планування експерименту (АПЕ).

Сучасні методи розрахунку на міцність розроблені у роботах М. І. Бобиря, О. Ф. Дашенка, О. О. Вагульяна, Sh. Kubo, Ю. С. Воробйова, Г. І. Львова та ін. При вирішенні проблеми забезпечення міцності герметизованих конструкцій електронних систем із застосуванням методів ОЗ міцності, в процесі проектувального розрахунку на міцність в роботі запропоновано застосовувати параметричний синтез. Поряд з задачами синтезу виникає задача ідентифікації ФМХ нових матеріалів з недостатньо вивченими властивостями у досліджуваних межах температур.

Ідентифікаційні підходи до розрахункових моделей динаміки і міцності розроблені у роботах вчених В. П. Ройзмана, А. Е. Божка, В. І. Симоновського, В. А. Костіна, О. О. Полушкиної, В. В. Туктарової, Jin Y. Song, Н. І. Ободан та ін. Ідентифікація пов'язана з вимірюванням значень параметрів та їх статистичною обробкою. Тривалий час найбільш вдалою апроксимацією було прийнято вважати нормальний розподіл або його модифікації, для яких і можуть бути застосовані більшість статистичних критеріїв і оцінок. Проте багато параметрів розглянутих МС мають не нормальні, а часто навіть не унімодальні закони розподілу ймовірностей. Це значення залишкових дисбалансів партії роторів, міцнісних характеристик конструкційних матеріалів тощо. Для такого класу задач оцінювання емпіричних даних, сформованих під дією декількох домінуючих причин, виникає ОЗ задача розділення сумішей розподілів.

Для одержання розв'язків ОЗ з гарантованою точністю необхідно застосовувати методи забезпечення їх стійкості, що базуються на їх регуляризації і приведенні до умовно-коректних різноманітними засобами. Проблеми постановки і розв'язання ОЗ присвячені роботи А. Н. Тихонова, D. L. Phillips, A. Tarantola, М. М. Лаврентєва, В. К. Іванова, Ю. М. Мацевітого, О. М. Аліфанова, Р. С. Hansen. Для розглянутих класів ОЗ ідентифікації, зокрема у випадку полімодального розподілу ймовірностей досліджуваних параметрів, запропоновано максимально використовувати статистичну інформацію, яка прихована у самих значеннях вимірювань параметрів машин.

У **розділі 2** розвинуто теоретичні основи зниження вібрацій швидкісних роторів на основі розв'язання ОЗ ідентифікації МС. На практиці розв'язання ОЗ ускладнене недостатньою точною математичних моделей

внаслідок розкиду реальних значень вимірних параметрів МС: прогинів, деформацій, швидкостей тощо. З метою збільшення адекватності моделей в роботі був розроблений метод параметричної ідентифікації МС, математичні моделі яких можуть бути подані як систему з  $n$  вхідними параметрами  $x_i, i = \overline{1, n}$  та  $m$  вихідними параметрами  $Y_i, i = \overline{1, m}$  (рис. 1).

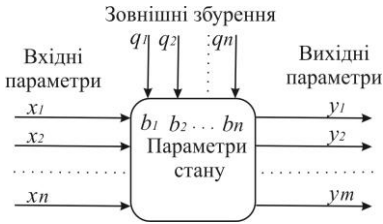


Рис. 1. Модель МС

Наприклад, вхідними параметрами математичної моделі швидкохідного гнучкого ротора є його пружно-інерційні характеристики, частота обертання; вихідними параметрами є величина прогинів, критична частота обертання, амплітуда вібрацій тощо.

Формування вектора  $\mathbf{Y}$  повністю визначається набором значень вектора  $\mathbf{X}$  за допомогою оператора:

$$\mathbf{Y} = f(\mathbf{X}, \mathbf{B}), \quad \mathbf{X} = [x_i]_{1 \times n}, \quad \mathbf{Y} = [Y_i]_{1 \times m}, \quad (2)$$

що здійснює зв'язок між цими векторами. Структура  $f$  та вектор параметрів математичної моделі  $\mathbf{B} = [B_i]_{1 \times k}$  відповідає фізичній природі і функціональному призначенню МС.

Основою оперативного моделювання є активна регульована дія на об'єкт. Розглянемо параметричну ідентифікацію моделі (2) і припустимо, що  $f_i$  – відомі лінійні функції, а внутрішні параметри  $B_i$  – невідомі. Підставивши виміряні у реальних умовах функціонування МС значення вихідних і вхідних параметрів, разом з ними системі (2) мають задовольняти також  $n$  невідомих значень вхідних параметрів і  $k$  коефіцієнтів моделі. Якщо система є недовизначеною ( $n+k > m$ ), то допускає безліч розв'язків. Практичним експериментальним способом доозначення системи є розроблений *метод пробних параметрів*, який полягає у почерговому внесенні до досліджуваного об'єкта додаткових або зміни в ньому  $n+k-m$  елементів і (або) виведення МС на пробні режими функціонування, вибрані з вказаних в ТУ, тобто активному регулюванні роботи об'єкта. Дія цих пробних елементів (або режимів) спільно з елементами, характеристики яких ідентифікуються, дозволяє виміряти відсутні значення вихідних параметрів, доповнити систему до нормальної і визначити шукані параметри, розв'язавши доозначену таким чином ОЗ.

Для ідентифікації дисбалансів та пружно-інерційних параметрів гнучких роторів, уся необхідна інформація про ротор може бути отримана вимірюванням його прогинів на деякій кількості некритичних частот обертання. Схема ротора і система відліку, що обертається разом з ним, показані на рис. 2.

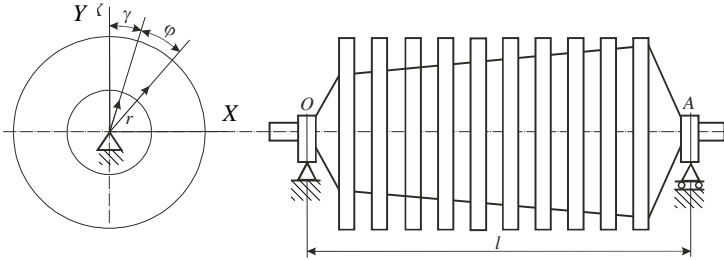


Рис. 2. Схема ротора десятиступінчатого компресора ГТД

Зокрема, в припущенні, що сила тертя пропорційна кутовій частоті, ґрунтуючись на інтегро-диференціальних залежностях теорії згину, можна записати систему рівнянь:

$$\alpha_0 K''_{zz}(z, \omega_j) + 2\alpha_1 K'(z, \omega_j) + \alpha_2 K(z, \omega_j) - e_y \omega_j^2 = \omega_j^2 y, j = 1, 2, 3, 4, \quad (3)$$

де  $\alpha_i = \alpha_i(z) = \frac{1}{m} \cdot \frac{d^{(i)}(EI)}{dz^i}, i = 0, 1, 2, k(z, \omega) = y'' [1 + (y')^2]^{-3/2}$  – проекція

вектора кривизни пружної лінії ротора на площину YOZ;  $EI(z)$  – жорсткість ротора при згині;  $m(z)$  – маса одиниці довжини, враховуючи як масу вала, так і диску на ньому;  $\omega$  – частота обертання ротора,  $y(z, \omega)$  – проекція кривої прогину з параметром, що відповідає кутовій швидкості обертання, в площині YOZ;  $e_x(z)$  – проекція вектора ексцентриситету ротора в перерізі з координатою Z на площину YOZ.

Провівши аналогічні викладки для  $e_x(z)$ , отримуємо значення векторів дисбалансів у кожній точці осі ротора як  $D(z) = M(z) \cdot \sqrt{e_x^2(z) + e_y^2(z)}$ , і кут, складений цими векторами з віссю OY як  $\text{tg} \gamma = e_x(z)/e_y(z)$ . Необхідні вимірювання здійснюються відомими методами, наприклад, на вакуумних стендах або інших розгінних пристроях, а також безпосередньо при роботі машини під навантаженням.

Для ідентифікації дисбалансів за коефіцієнтами впливу для опису руху гнучкого ротора відносно системи координат, жорстко закріпленої з ротором, одна з осей якої співпадає з його віссю, використано рівняння Фредгольма II роду. Воно може бути з довільною наперед заданою точністю апроксимовано СЛАР, що означає можливість апроксимації ротора з довільним розподілом параметрів, ротором, який складається з невагомго вала і  $n$  дисків з масами  $m_i$ , і екваторіальними моментами інерції  $J_i, i = 1, 2, \dots, n$ . Кожний з дисків внаслідок похибок виготовлення має радіальні ексцентриситети  $e_i$  і кутові  $\varepsilon_i$ , тобто відхилення осі диска від осі, яка проходить крізь центри інерції. При обертанні вала отримуємо прогини  $y_i$  і кути повороту  $y'_i$  (рис. 3).

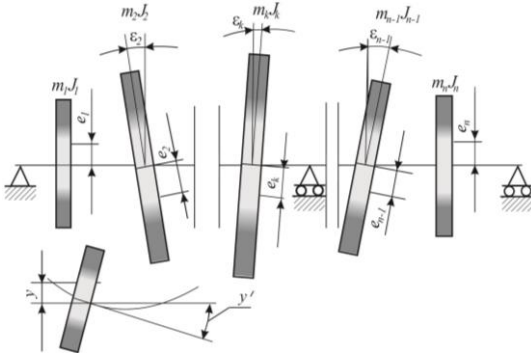


Рис. 3. Схема багатомасового ротора дисків;  $\mathbf{Y}$  – вектор прогинів вала ротора в місцях посадки дисків;  $\mathbf{e}$  – вектор ексцентриситетів;  $\omega$  – частота обертання вала.

Тут одержані експериментально статичні коефіцієнти впливу дорівнюють величині прогину у  $i$ -му перерізі від дії одиничної сили у  $j$ -му перерізі,  $i, j = 1, n$ .

Обов'язковим етапом розв'язання задач ідентифікації динамічних характеристик роторів є забезпечення стійкості отриманих результатів. Використаємо загальноприйнятий підхід, згідно якого розв'язок ОЗ є задовільним, якщо його похибки узгоджуються з похибками вхідної інформації.

Для ОЗ (1) на практиці завжди присутні похибки:  $\Delta \mathbf{A}$ ,  $\Delta \mathbf{Y}$ , і оцінкою відносної похибки розрахованих значень параметрів є співвідношення:

$$\|\Delta \mathbf{X}\|/\|\mathbf{X}\| \leq \text{cond}(\mathbf{A}) \cdot \|\Delta \mathbf{Y}\|/\|\mathbf{Y}\| + [\text{cond}(\mathbf{A})]^2 \cdot \|\Delta \mathbf{A}\|/\|\mathbf{A}\|, \quad (5)$$

де  $\text{cond}(\mathbf{A})$  – число обумовленості матриці  $\mathbf{A}$ .

Оцінка (5) дозволяє обґрунтувати погіршення обумовленості моделі зі зростанням порядку  $\mathbf{A}$ , тобто вказати на необхідність пошуку компромісного варіанту між прагненням точніше описати об'єкт за рахунок залучення більшої кількості факторів та стійкістю моделі.

Співвідношення (5) між точністю вимірювання прогинів, частот обертання і розрахунковою схемою дозволяє для вибраної моделі ротора підбирати необхідну за точністю апаратуру, або, навпаки, для наявної апаратури вибирати ефективну в сенсі стійкості модель.

Однак традиційна оцінка за числом обумовленості є недостатньою, оскільки в (5) оцінюється осереднена норма  $\|\mathbf{X}\|$ , а відносна похибка елемента  $|\Delta x_j/x_j|$ , який має конкретний фізичний зміст, може перевищувати  $\|\Delta \mathbf{X}\|/\|\mathbf{X}\|$ . В роботі доведено, що якщо  $\mathbf{X} + \Delta \mathbf{X}$  – деяка оцінка вектора  $\mathbf{X}$ ,  $x \in \mathbb{R}^n$ , то максимальна відносна похибка оцінки елемента

Рівняння Фредгольма II роду для наближеного розв'язання без урахування гіроскопічних моментів ротора замінюється матричним рівнянням:

$$\mathbf{A}(\mathbf{Y} + \mathbf{e})\omega^2 = \mathbf{Y}, \quad (4)$$

де  $\mathbf{A}$  – матриця добутоків статичних коефіцієнтів впливу на маси відповідних

$|\Delta x_j / x_j|_{\max}$ ,  $j = \overline{1, n}$  може перевищувати похибку оцінки для вектора  $(\|\Delta \mathbf{X}\|/\|\mathbf{X}\|)_{\max}$ , тобто завжди знайдуться такі вектори  $\mathbf{X}$  і  $\mathbf{X} + \Delta \mathbf{X}$ , для яких справедлива нерівність  $\|\Delta \mathbf{X}\|/\|\mathbf{X}\| \leq |\Delta x_j|/|x_j|$  для всіх  $x_j > 0$ .

Достатня оцінка дисперсій розв'язків  $x_j$  за дисперсіями вимірних величин при точних коефіцієнтах матриці має вид  $\sigma_{x_j}^2 = \left( \sum_{i=1}^n (-1)^{i+j} \sigma_{y_i}^2 M_{ij} \right) D^{-1}$ , де  $\Delta y_i \sim N(0, \sigma_{y_i}^2)$ ,  $\Delta x_j \sim N(0, \sigma_{x_j}^2)$  – некорельовані між собою випадкові величини,  $M_{ij}$  – мінори матриці  $\mathbf{A}$ ,  $D = \det(\mathbf{A})$ . Це дозволяє оцінити «зверху» максимальну похибку з більшою у  $k = \sigma_{\min} \left( \sum_{i=1}^n |\Delta y_i M_{ij}| \right) D^{-1} \|\Delta \mathbf{Y}\|^{-1}$  разів надійністю, де  $\sigma_{\min}$  – найменше сингулярне число матриці  $\mathbf{A}$ ,  $\Delta \mathbf{Y}$  – абсолютна похибка вектора вимірювань.

У реальних ОЗ розрахунку параметрів машин різниця в значеннях коефіцієнтів  $a_{ij}$ ,  $i = 1, 2, \dots, m$ ,  $j = 1, 2, \dots, n$ , може бути суттєвою, і внаслідок різниці у нормах рядків і стовпців матриця  $\mathbf{A}$  є незбалансованою, а тому погано обумовленою. Зменшити  $cond(\mathbf{A})$  можна нормуванням рядків і стовпців масштабуванням шуканих величин, щоб коефіцієнти  $a_{ij}$  у рядках і стовпцях мали один порядок. В матричному вигляді відповідну ОЗ можна подати як:

$$\left[ a_{ij} \cdot 10^{p_j} \right]_{n \times n} \cdot [x_i]_{n \times 1} = [y_i]_{n \times 1},$$

де  $a_{ij}$  – мантиси коефіцієнтів,  $p_1, p_2, \dots, p_n$ ,  $p \in \mathbf{Z}$  – їх порядок.

Якщо  $p_j$  значно відрізняються один від одного, матриця буде погано обумовленою. Перехід до нових змінних  $\mathbf{X} = [x_1 \cdot 10^{p_1}, x_2 \cdot 10^{p_2}, \dots, x_n \cdot 10^{p_n}]^T$  перетворює матрицю  $\mathbf{A}$  на нормовану, і її обумовленість покращується.

Запропоновано метод зменшення  $cond(\mathbf{A})$  масштабуванням коефіцієнтів  $a_{ij}$ , який базується на переході до еквівалентної системи з матрицею  $\mathbf{A}'$ , рядки якої одержують як  $\mathbf{A}'(j, :) = \mathbf{A}(j, :) k_j$ ,  $j = 1, n$ , з попереднім відшуканням оптимального вектора  $\mathbf{K} = [k_i]_{1 \times n}$ , при якому досягається  $\min_{\mathbf{K}} cond(\mathbf{A}')$ . Поставлена задача розв'язується як задача векторної оптимізації  $\min_{\mathbf{K}} \{f_1(\mathbf{K}), f_2(\mathbf{K}), \dots, f_k(\mathbf{K})\}$ ,  $k \geq 2$ , де  $f(\mathbf{K}) = cond(\mathbf{A}')$ . Еквівалентна система, оптимізована за критерієм мінімуму обумовленості, одержується з початкової як  $\mathbf{A}'\mathbf{X} = \mathbf{Y} \times \text{diag}\{k_1, k_2, \dots, k_n\}$ .

З причини стохастичності експериментальних даних, найбільш природною видається постановка ОЗ у рамках теорії статистичної оцінки

невідомих параметрів. Для статистичної регуляризації ОЗ запропоновано залучати додаткову інформацію про МС, збільшуючи кількість вимірювань вихідних параметрів. У припущенні, що елементи вектора  $\mathbf{Y}$  розподілені нормально, ґрунтуючись на залежності

$$(\Delta \mathbf{Y})^T \Sigma^{-1} \Delta \mathbf{Y} = \left[ n(k-1) / (k(k-n)) \right] F_{1-p}, \quad (6)$$

де  $\Sigma = \text{cov}(\mathbf{Y})$  – коваріаційна матриця результатів вимірювань, розроблено статистичний алгоритм забезпечення заданої точності розв'язку  $\|\Delta \mathbf{X}_{\text{opt}}\|$  ОЗ (1), який полягає у ітераційному пошуку мінімально необхідної кількості вимірювань  $k$  випадкової величини  $\mathbf{Y}$ .

Для випадків, коли розсіювання одержаної оцінки  $\hat{\mathbf{X}}$  не дозволяє одержати задовільну точність розв'язку, в роботі обґрунтовано застосування статистичних методів регуляризації, а саме методів лінійної фільтрації оцінки найменших квадратів (ОНК)  $\hat{\mathbf{X}}$ , зокрема методу усіченої оцінки, що базується на залученні методу головних компонент (РСА). Суть фільтрації полягає у такій дії на ОНК, яка б істотно звузила еліпсоїд розсіювання ОНК шляхом стиснення інформації, яка міститься у матриці розсіювання  $\Sigma = (\mathbf{Y} - \bar{\mathbf{Y}})^T (\mathbf{Y} - \bar{\mathbf{Y}})$ , завдяки усіченню «хвоста» спектра матриці Фішера  $\mathbf{I} = \left( (\mathbf{X} - \hat{\mathbf{X}})^T (\mathbf{X} - \hat{\mathbf{X}}) \right)^{-1}$ . Для цього інформаційна матриця Фішера спектрально розкладається як  $\mathbf{I} = \mathbf{V} \mathbf{D} \mathbf{V}^T$ ,  $\mathbf{D} = \text{diag} \{ \lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n \}$ , де  $\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \dots \lambda_n > 0$  – її власні значення,  $\mathbf{V}$  – ортогональна матриця, стовпці якої задають напрямні головних осей еліпсоїдальної області допустимих оцінок ОЗ (1). Тоді ОНК розкладається за системою власних векторів матриці Фішера як  $\hat{\mathbf{X}} = \mathbf{V} \hat{\mathbf{P}}$ , де  $\hat{p}_1, \hat{p}_2, \dots, \hat{p}_n$  – головні компоненти ОНК. Застосовуючи усічену (відфільтровану) матрицю власних векторів  $\mathbf{V}_{n_{\min}}$ , де  $n_{\min}$  – кількість залучених компонент, регулярна усічена ОНК шукається як  $\mathbf{X}_{tr} = \mathbf{V}_{n_{\min}} \mathbf{V}^T \hat{\mathbf{X}}$ .

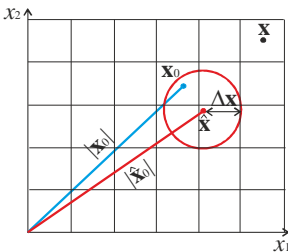


Рис. 4. Схематичне зображення розв'язків ОЗ:  
 $\mathbf{X}_0$  – точний;  
 $\mathbf{X}$  – інверсний нестійкий;  
 $\hat{\mathbf{X}}$  – стійкий регулярний

Оскільки  $x_i$  належать деяким інтервалам значень, поняття «точного» розв'язку ОЗ не має сенсу. Розв'язок  $\hat{\mathbf{X}}$  є наближеним, а  $\mathbf{X}_0$  залишається невідомим (рис. 4), тому доцільно представляти розв'язки ОЗ не фіксованими значеннями, а деякими інтервалами значень (допусками) виду  $\hat{\mathbf{X}} - \Delta \mathbf{X} \leq \hat{\mathbf{X}} \leq \hat{\mathbf{X}} + \Delta \mathbf{X}$ . При цьому максимальна похибка  $\Delta \mathbf{X}$  є оцінкою «зверху», і завжди виконується  $\|\mathbf{X}_0 - \hat{\mathbf{X}}\| \leq \|\Delta \mathbf{X}\|$ . Реальну точність розв'язків визначити неможливо, і для оцінювання похибок бажано розв'язувати відповідну пряму задачу.



Дослідження стійкості задачі (4) дозволили розкрити фізичний зміст числа обумовленості  $cond(\mathbf{A})$ . Встановлено, що виконується нерівність  $cond(\mathbf{A}) \geq \omega_n^2 / \omega_1^2$ , де  $\omega_n$  та  $\omega_1$  – максимальна і мінімальна власні частоти обертання ротора. Проаналізовано величину  $\gamma = cond(\mathbf{A}) cond(\mathbf{E} / \omega^2 - \mathbf{A})$  та обґрунтовано, що найменш стійкими ділянками частот обертання при балансуванні є області поблизу критичних частот, а найстійкішими ділянками є кутові швидкості, які визначаються виразом  $\omega = \omega_k \cdot \omega_{k+1} \sqrt{2 / (\omega_k^2 + \omega_{k+1}^2)}$  (рис. 5). Чим більша гнучкість ротора, тим стійкішим є метод ідентифікації, а отже і метод балансування. Дійсно, швидкість зростання  $\gamma$ , наприклад, у докритичній зоні кутових швидкостей обертання ротора  $\frac{d\gamma}{d\omega^2} = \frac{\omega_n^2 / \omega_1^2 - 1}{(\omega_1^2 - \omega^2)^2} \cdot \omega_1^2 > 0$ . Отже, чим більшою є гнучкість ротора, тим меншим є співвідношення  $\omega_n^2 / \omega_1^2$  і тим меншою є швидкість зростання похибки, і навпаки (рис. 6).

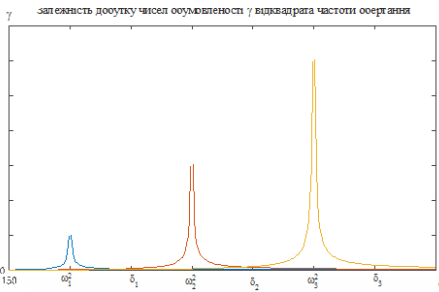


Рис. 5. Залежність  $\gamma$  від квадрата частоти обертання при балансуванні

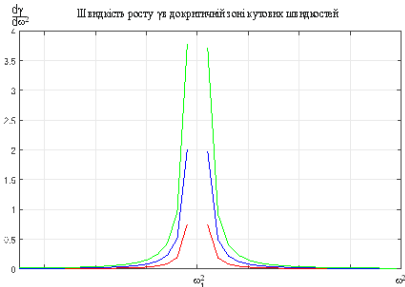


Рис. 6. Залежність швидкості зростання похибки  $\gamma$  від  $\omega_n^2 / \omega_1^2$

При врахуванні гіроскопії у (4) вектор  $\mathbf{Y}$  містить як прогини  $y$ , так і кут повороту  $y'$ , а вектор  $\mathbf{e}$  містить як радіальні  $e$ , так і кутові ексцентриситети  $\varepsilon$ , тобто  $\mathbf{Y} = [y_1, y_2, \dots, y_n, y'_1, y'_2, \dots, y'_n]^T$  і  $\mathbf{e} = [e_1, e_2, \dots, e_n, \varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_n]^T$ . Це збільшує  $cond(\mathbf{A})$  і похибку ідентифікації дисбалансів, і цю обставину необхідно мати на увазі при виборі динамічної моделі.

Встановлено, що похибка розв'язку рівняння (4) відсутня у роторів, які працюють до і навіть близько до першої критичної частоти при використанні однієї додаткової площини корекції, окрім двох крайніх.

**Розділ 3** присвячено дослідженню динаміки і зниженню вібрацій ГТД і ТНА, з залученням параметрів, одержаних розв'язанням ОЗ динаміки.

Застосування методів підвищення стійкості розв'язків ОЗ дозволило ідентифікувати ексцентриситети у моделі (4) без її спрощення до

одномасової. Коефіцієнти впливу ротора визначались експериментально. Поклавши  $\hat{\mathbf{A}} = \mathbf{A}\omega^2(1 - \mathbf{A}\omega^2)^{-1}$ , рівняння (4) набуває вигляду  $\mathbf{Y} = \hat{\mathbf{A}} \cdot \mathbf{e}$ . Встановлено, що похибка ідентифікації ексцентриситетів при застосуванні інверсного розв'язку  $\mathbf{e} = \hat{\mathbf{A}}^{-1}\mathbf{Y}$  для п'ятимасової моделі ( $\text{cond}(\hat{\mathbf{A}}) = 900$ ) є незадовільною  $\Delta_e > 2$  мм. При застосуванні ОНК при 20-кратних вимірюваннях прогинів похибка складає  $\Delta_e > 0,6$  мм, при застосуванні усиченої (фільтрованої) ОНК  $\Delta_e < 6$  мкм, що демонструє високу ефективність фільтрованих ОНК (рис. 7).

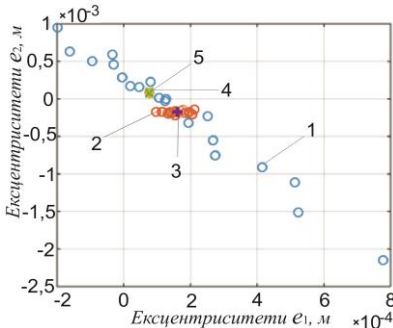


Рис. 7. Демонстрація ефективності метода фільтрації ОНК для ОЗ (4):

- 1 – звичайні інверсні розв'язки;
- 2 – розв'язки, стиснуті за методом РСА;
- 3 – ОНК;
- 4 – усичена ОНК;
- 5 – дійсні значення ексцентриситетів  $e_1, e_2$

характеристики (масу, жорсткість, моменти інерції, демпфування) багатьох вузлів і деталей двигуна.

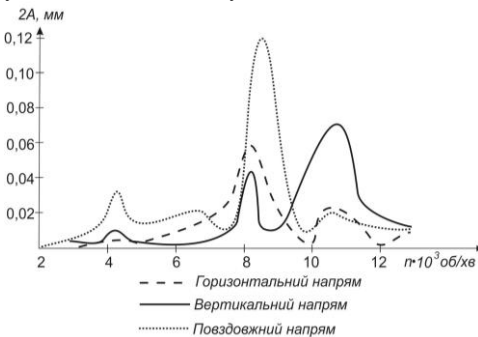


Рис. 8. Вібраційні характеристики корпусу компресора ГТД АИ-20 з ротором № 603243

Аналогічно, розраховано з задовільною точністю ексцентриситети і для десятимасової моделі з  $\mathbf{A} = [a_{jk}]^{10}$ . Дослідженню підлягали три компресори, для яких вдалось досягти точності ідентифікації ексцентриситетів 10 %. У результаті наступного балансування вібрації роторів зменшились у 2,5 рази.

АЧХ двигуна була отримана безперервним записом вібрацій у характерних точках на його корпусі від моменту запуску до набору максимальних частот обертання. АЧХ характеризує не тільки рівень вібрацій машини, але і явно чи приховано містить у собі відомості про динамічні

Для ГТД АЧХ має багатoverшинний характер (рис. 8), отже двигун проходить через кілька резонансних зон, але причини кожного із резонансів були невідомими. Розглянута ОЗ ідентифікації податливостей гнучких опор була недоозначеною, тому для доозначення було використано метод пробних параметрів з додатковим режимом роботи компресора.

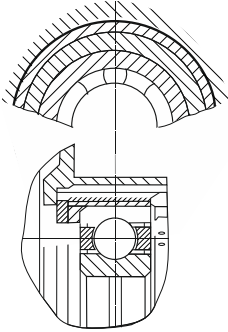


Рис. 9. Опора ротора з пружним кільцем

В якості пробного параметра було взято пружність спеціального кільця фірми «Allison Engine Company» (рис. 9), що одягалось на підшипник опори. Знаючи пружність кільця і вважаючи, що пружність передньої опори визначається лише ним, за значенням резонансу двигуна з пружним кільцем знаходили податливість задньої опори розглядаючи коливання одномасового ротора на двох податливих опорах. За знайденим значенням податливості задньої опори і значенню резонансів двигуна без пружної опори, визначено податливість передньої опори. Таким чином були ідентифіковані «реальні» пружні характеристики опор, за значеннями яких за допомогою пакета SimMechanics програми MATLAB була створена модель динаміки жорсткого ротора на податливих опорах. Знайдені значення критичних частот коливань виявилися близькими до експериментальних значень, різниця складала не більше 10 %. Співставлення результатів розрахунків з експериментом дозволило подати повну картину коливань, причини резонансів і форми коливань (рис. 10).

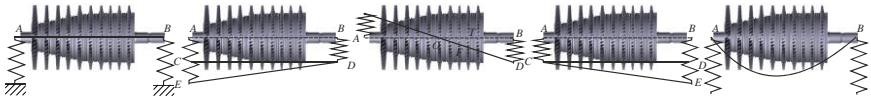


Рис. 10. Імітація форми коливань ротора компресора ГТД

Виявлено, що розподіл значень експлуатаційних дисбалансів роторів компресорів, що надійшли на плановий ремонт є полімодальним (рис. 11), отже для оцінювання збалансованості роторів необхідно мати дієві засоби статистичної обробки даних з полімодальними законами розподілу ймовірностей.

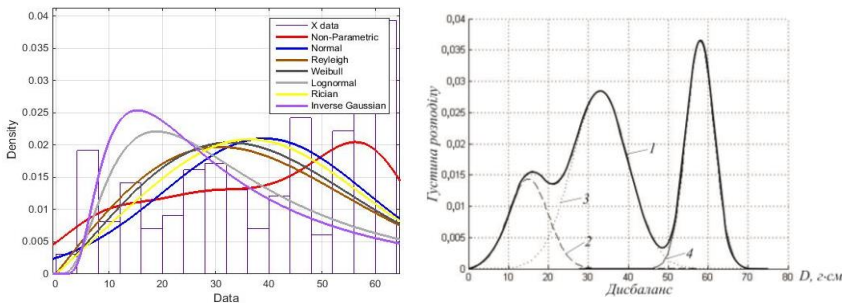


Рис. 11. Гістограма і шукана функція ЩР суміші (1) і її складових компонент з параметрами  $(\mu_1, \sigma_1)$  – 2,  $(\mu_2, \sigma_2)$  – 3 і  $(\mu_3, \sigma_3)$  – 4

Запропонований метод обробки полімодальних даних полягає у поданні емпіричної щільності розподілу (ЩР) у вигляді суперпозиції  $k$  унімодальних функцій ЩР  $f_i$  типу:

$$f(x) = \sum_{i=1}^k \rho_i f_i(x, \theta_i), \quad 2 \leq k < \infty, \rho_i \in [0,1], \sum_{i=1}^k \rho_i = 1, \quad (7)$$

де  $\theta_i$  – вектор компоненти суміші,  $\rho_i$  – її априорна імовірність. У частинному випадку емпірична ЩР може бути апроксимована лінійною комбінацією Гауссових функцій ЩР  $N_i(\mu, \sigma^2)$  виду:

$$f(x, \mu_i, \sigma_i, \rho_i) = (2\pi)^{-\frac{1}{2}} \sum_{i=1}^k \sigma_i^{-1} \rho_i \exp\left[-(x - \mu_i)^2 (2\sigma_i^2)^{-1}\right], \quad 2 \leq k < \infty, \rho_i \in [0,1]. \quad (8)$$

Здійснити декомпозицію суміші (8), тобто розв'язати ОЗ визначення невідомих параметрів  $\mu_i$ ,  $\sigma_i$  і  $\rho_i$ , можна методом моментів, інтерполяції на точковій множині або методом найменших квадратів.

Наявні рекомендації із вибору кроку розбиття інтервалів значень для побудови нормалізованої гістограми розподілу випадкових величин не дають відповіді на питання про причини полімодальності. Розроблено метод обґрунтованого вибору оптимального кроку  $h_{opt}$  послідовним збільшенням його від деякого мінімального значення, порівняного з точністю даних, доти, поки кількість вершин гістограми не стане дорівнювати кількості членів  $k$  в лінійній комбінації (7) після відкидання її малих членів. Знову застосовуючи той же метод, але вже для меншої кількості невідомих, визначається їх уточнене значення і відкидаються малі члени. Такий процес продовжується доти, поки всі  $\rho_i$  не стануть порівнювані з вибраною точністю  $\beta$ , оскільки підвибірки з малим  $\rho_i$  вносять незначний внесок у загальну вибірку і тому їх можна об'єднати з однією із підвбірок з близькими величинами. Отриманий при цьому крок  $h_{opt}$  є оптимальним.

Одержання закону розподілу ймовірностей досліджуваного параметра у вигляді (8) дозволило перейти до розв'язання важливої науково-практичної задачі – призначення його допустимого значення з певною надійністю, для чого запропоновано два шляхи.

1. *Метод екстремальних характеристик.* Розглядається  $i$ -та підвбірка з  $\min_i(\mu_i)$  або  $\max_i(\mu_i)$ . Її параметри можуть бути прийняті для всієї партії, оскільки отримані при цьому похибки підуть у запас. Подальша обробка даних може відбуватися лише для зазначеної нормально розподіленої  $i$ -ї підвбірки значень з параметрами розподілу  $\mu_i$ ,  $\sigma_i$ . Якщо є можливість розділити вихідну вибірку на підвбірки, об'єднані однією з домінуючих причин появи розкиду значень, то аналогічні операції з обробки даних слід проводити для кожної підвбірки.

2. *Метод інтегральних характеристик.* Визначені параметри дозволяють записати інтегральну функцію розподілу з «вагами»  $F(x)$ , яку, як і Гауссову випадкову величину, за допомогою комп'ютера можна задати таблицею наступним чином. Для кожного значення величини  $x$ , яке змінюється з певним числовим інтервалом, наприклад, 0,1, за таблицею нормованого нормального розподілу можна визначити імовірність

$$\gamma_i = (2\pi)^{-\frac{1}{2}} \sigma_i^{-1} \int_{-\infty}^x \exp\left[-(x-\mu_i)^2 (2\sigma_i^2)^{-1}\right] dx = (2\pi)^{-\frac{1}{2}} \int_{-\infty}^{(x-\mu_i)/\sigma_i} \exp(-x^2/2) dx, \quad i = \overline{1, k},$$

і далі значення інтегральної функції з «вагами»  $F^x(x) = \sum_{i=1}^k \rho_i \gamma_i$ . Отримана

таблиця дозволяє не лише за значеннями  $x$  визначати величину  $F^x(x)$ , але і навпаки – за заданими значеннями функції визначати величину аргументу. Для заданої довірчої імовірності можна визначити шукане допустиме значення параметра  $x$  зі співвідношення виду:

$$\gamma = P\{x < [x]\} = F^x([x]) = (2\pi)^{-\frac{1}{2}} \sum_{i=1}^k \sigma_i^{-1} \rho_i \int_{-\infty}^{[x]} \exp\left[-(x-\mu_i)^2 (2\sigma_i^2)^{-1}\right] dx,$$

складеного на основі визначення інтегральної функції розподілу випадкової величини параметра з ЩР (8).

Метод інтегральних характеристик точніший, оскільки він враховує функції розподілу всіх підвибірок, і універсальніший, адже з його допомогою можна вирішувати поставлену задачу у випадку довільного розподілу, в т.ч. як частинний випадок він поширюється і на унімодальний закон. Запропонований метод статистичної обробки виміряних параметрів машин дозволяє розкрити внутрішню структуру даних з урахуванням можливої полімодальності законів їх розподілу, і дає правила роботи з такими статистичними матеріалами.

З урахуванням можливої полімодальності елементів вектора  $\mathbf{Y}$  у моделі (1) для переходу до ОЗ з нормально розподіленими  $y_i$  запропоновано здійснювати декомпозицією суміші ЩР, перехід до дискретного розподілу  $\{y_{ji}\}_{i=1}^p$ , де  $p$  – кількість вимірювань, класифікацію  $\{y_{ji}\}_{i=1}^p$ ,  $k < p$  на  $k$  класів шляхом дискримінантного аналізу, використовуючи функцію максимальної вірогідності  $L(f_{ji} | y_{ji})$ , і розв'язання замість (1)  $k$  рівнянь  $\mathbf{AX} = \mathbf{Y}_j \quad \forall j = \overline{1, k}$ , де  $\mathbf{Y}_1 = [\rho_{11} \mu_{11}]_{1 \times n}$ ,  $\mathbf{Y}_2 = [\rho_{12} \mu_{12}]_{1 \times n}$ , ...,  $\mathbf{Y}_k = [\rho_{1k} \mu_{1k}]_{1 \times n}$ .

З урахуванням розробленого методу ЩР дисбалансів була апроксимована сумішню типу (8). Визначені параметри трьох гауссіан ( $\mu_1=1,51$  г·мм,  $\mu_2=3,38$  г·мм,  $\mu_3=5,85$  г·мм,  $\sigma_1=0,51$  г·мм,  $\sigma_2=0,69$  г·мм,  $\sigma_3=0,35$  г·мм,  $\rho_1=0,18$ ,  $\rho_2=0,51$ ,  $\rho_3=0,31$ ) дозволили перейти до статистичної

обробки емпіричних значень дисбалансів і визначити розкид їх експлуатаційних значень з заданою вірогідністю.

Досліджуваний тип ТНА, мав підвищені вібрації, викликані дисбалансом ротора, тому необхідно було вияснити їх причини, знизити вібрації, деформації і напруження ротора до безпечного рівня, а навантаження на підшипники до допустимого за ТУ рівня 300 Н.

Після виготовлення, в припущенні, що ротор жорсткий, ТНА балансувався низькочастотним балансуванням у двох площинах корекції, що не давало позитивних результатів, збільшуючи при цьому складність і вартість технологічного процесу. Виявилось, що для забезпечення згідно ТУ значень реакцій опор  $|R_i| < 300$  Н,  $i=1,2$ , і прогинів  $y_j < 0,1$  мм, необхідно забезпечити в кожному з дисків ексцентриситети, не більші за 0,0008 мм, а допустимий дисбаланс не повинен перевищувати 0,4 г·мм.

Знайдені допустимі значення дисбалансів малі і не можуть бути реалізованим на практиці, тобто в існуючій конструкції при наявній технології балансування задача розв'язку не має. В припущенні, що ротор не жорсткий, а отже потребує динамічного балансування на робочій частоті в декількох площинах корекції з урахування гнучкості, проводились динамічні випробування ротора на спеціальній розгінній установці, під час яких фіксувались експериментальні значення прогинів. Це дозволило ідентифікувати ексцентриситети і пружно-інерційні характеристики ротора. Для цього розглядалась тримасова модель (рис. 12).

Задача полягала у знаходженні за результатами виміряних у трьох перерізах прогинів ротора величини і місця розташування дисбалансів кожної з мас для подальшої установки компенсувальних вантажів. Розв'язанню підлягала система рівнянь (3) руху ротора, складених для кожного з трьох перерізів ротора в проєкціях на дві взаємно перпендикулярні площини.

Безпосереднє розв'язання системи (5) було не ефективним через погану обумовленість ( $cond(\mathbf{A}) \cong 10^{15}$ ), якої вдалось позбутися масштабуванням коефіцієнтів  $a_{ij}$ . Для збільшення точності розрахунків застосовувався метод найменших квадратів, що дозволило отримати результати з точністю до 5 % (табл. 1).

Таблиця 1

Результати ідентифікації параметрів ротора ТНА

Ідентифіковані величини		Переріз 1	Переріз 2	Переріз 3
Жорсткість	$EJ_i$ , Н·м <sup>2</sup>	414,7	1594	23998
Приведена маса	$m_i \cdot 10^3$ , кг/м	2,2	2,0	8,3
Дисбаланс	$D_i$ , г·мм	2,37	2,48	3,06
Кут з віссю $Ox$	$\varphi_i$ , град	95°	170°	102°3'

За ідентифікованими жорсткостями і масами розраховано критичні частоти ротора, приведені до прийнятої динамічної моделі: за відомими значеннями  $EJ$  для ділянок ротора за допомогою інтеграла

Мора розраховано значення коефіцієнтів впливу, а потім з «вікового» рівняння знайдено  $n_1 = 16500$  об/хв,  $n_2 = 25080$  об/хв. Різниця між першою критичною частотою обертання, розрахованою за знайденими масами і жорсткостями, і виміряною при роботі ТНА (16100 об/хв), становить 400 об/хв, тобто 2,49 %.

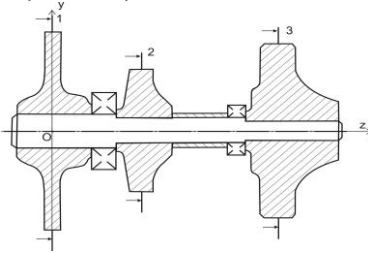


Рис. 12. Розрахункова модель ротора ТНА

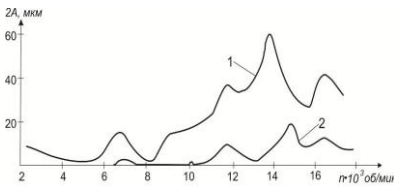


Рис. 13. Вібраційні характеристики ТНА:  
1 – до балансування;  
2 – після балансування

**Розділ 4** присвячено оцінюванню і забезпеченню міцності герметизованих конструкцій електронних систем «керамічний елемент-компаунд», ґрунтуючись на розв'язках ОЗ ідентифікації і синтезу. Попередньо встановлено, що причинами дефектів і наступного руйнування конструкцій є невдалі сполучення характеристик з'єднувальних елементів (рис. 14). Особливістю цих конструкцій є те, що при виробництві вони піддаються витримці при 100 °С, а в експлуатації у авіації – від -60 °С до +70 °С.

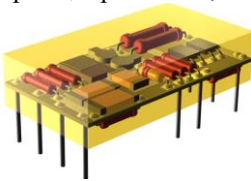


Рис. 14. Резистори і конденсатори у герметизованому мікромодулі

Для порівняння, різниця між дійсною критичною швидкістю ротора і отриманою на основі коефіцієнтів впливу становить 3400 об/хв, тобто 21 %, отже застосування розроблених методів розв'язання ОЗ дозволило підвищити точність розрахунків у 8,5 разів.

Знайдені значення і фазові кути розташування дисбалансів дозволили відбалансувати ротор на робочій частоті обертання у трьох площинах корекції, в результаті якої вібрації знизилися більш ніж у 6 разів, амплітуди вібрацій опор – у 4 рази, статичні напруження в матеріалі вала – у 3,5 рази, а динамічні – у 3 рази (рис. 13).

У процесі герметизації і випробувань при коливаннях температури внаслідок існування сил адгезії на поверхні контакту і різниці у ФМХ з'єднувальних матеріалів (кераміки і компаунда), на границі їх розділу виникає контактний тиск, що викликає появу напружень, які, при перевищенні допустимих значень і призводять до механічних пошкоджень елементів конструкції. Для забезпечення міцності необхідно забезпечити виконання умов міцності в кераміці і компаунді, знайшовши оптимальні параметри конструкції шляхом розв'язання ОЗ синтезу.

Сформулюємо узагальнену задачу: спроектувати таку МС, вихідні параметри якої задовольняли б задану область допустимих значень  $D_y = \{y \in \mathbf{R}^m\}$ , що утворюється як перетин площин виду  $Y_{0i} - \delta_i \leq Y_{0i} \leq Y_{0i} + \delta_i$  або

$$[y_i] \leq Y_i \leq [Y_i], \quad \forall i = \overline{1, m}, \quad (9)$$

де  $Y_i$  – номінальні значення вихідних параметрів;  $\delta$  – допуски на їх значення;  $m$  – їх кількість.

Умовами працездатності можуть бути умови міцності, стійкості, жорсткості МС тощо. В частинному випадку, якщо критерієм працездатності є умова міцності, маємо

$$\sigma_{екв} \leq [\sigma]. \quad (10)$$

Урахувавши виробничі, фізичні, економічні обмеження границь множини можливих значень вхідних параметрів і умов працездатності для вихідних параметрів, одержимо систему:

$$f(x_1, x_2, \dots, x_n, B_1, B_2, \dots, B_k) = \mathbf{Y}, \quad C_i \leq x_i \leq D_i, \quad \forall i = \overline{1, n}, \quad [y_j] \leq Y_j \leq [Y_j], \quad \forall j = \overline{1, m}. \quad (11)$$

Система (11) визначає у просторі вхідних параметрів  $\mathbf{R}^n$  деяку криволінійну область працездатності машини  $D_x = \{x \in \mathbf{R}^n\}$ . Задача побудови  $D_x$  шляхом вибору номінальних значень вхідних параметрів  $\mathbf{X}_0 = [x_{0i}]_{1 \times n}$  і допусків на них є задачею параметричного синтезу. Пошук множин  $D_x = \{x \in \mathbf{R}^n\}$  геометрично означає вписування в неї  $n$ -мірних паралелепіпедів. Ця задача має не єдиний розв'язок, при цьому кожен паралелепіпед може бути повністю визначений номінальною точкою  $\mathbf{X}_0 = [x_{0i}]_{1 \times n}$ , яка наперед лежить у шуканій області, і, в загальному випадку, набором значень нижніх  $\delta = [\delta_i]_{1 \times n}$  і верхніх  $\Omega = [\Omega_i]_{1 \times n}$  відхилень від номінальних значень, тобто вибраної технології. При цьому номінальна точка може лежати всередині або на границі поля допуску:

$$x_{i0} - \delta_i \leq x_{i0} \leq x_{i0} + \Omega_i, \quad \forall i = \overline{1, n}. \quad (12)$$

Далеко не кожен розв'язок сформульованої задачі може бути практично реалізований через різноманітні конструктивні, технологічні або економічні міркування, які аналітично формулюються у вигляді деяких критеріїв оптимальності економічного, виробничого або іншого змісту. Обрані цільові функції містять в якості аргументів відхилення вхідних параметрів від їх номінальних значень:

$$F_i = F_i(\delta_1, \delta_2, \dots, \delta_n, \Omega_1, \Omega_2, \dots, \Omega_n), \quad i = \overline{1, L}, \quad F \in \mathbf{R}^L, \quad \delta, \Omega \in \mathbf{R}^n. \quad (13)$$



Можливі різні критерії оптимізації допусків. Найуживанішим є мінімізована функція вартості, але оскільки залежність цієї функції від поточних значень допусків на кожен з вхідних параметрів є невідомою, пропонується змінити вимогу мінімальної вартості виготовлення машини в певному сенсі рівносильною вимогою максимізації всіх або деяких допусків. Як часткові критерії оптимальності у припущенні, що виконується умова  $\delta_i = \Omega_i$ , розглянуто максимальні допуски на вхідні параметри  $\max(\delta_i)$ . Поставлена задача є задачею умовної багатокритеріальної нелінійної оптимізації з обмеженнями, в якій вимагається визначити такі допустимі максимальні відхилення  $\{\delta_i\}_{i=1}^n$  вхідних параметрів від номінальних значень, заданих вектором  $\mathbf{X}_0$ , щоб в отриманому паралелепіпеді:

$$\mathbf{P}_n = \mathbf{X} = x_{i_{1 \times n}} \in \mathbb{R}^n : x_{i_0} - \delta_i < x_i \leq x_{i_0} + \delta_i, i = \overline{1, n} \quad (14)$$

виконувалась система обмежень (9). Ця задача може бути розв'язана, наприклад, максимізуючи цільові функції у вигляді згортки

$$\max_{\{\delta_i\}_{i=1}^n} \left( \sum_{i=1}^n w_i \delta_i \right), \min_i (w_i \delta_i) \rightarrow \max, \quad (15)$$

де  $\mathbf{W} = [w_i]_{1 \times n}$  – вектор вагових коефіцієнтів, отриманий методом парних порівнянь за допомогою експертів, або максимізуючи об'єм паралелепіпеда допусків.

$$\max_{\{\delta_i\}_{i=1}^n} \left( \prod_{i=1}^n \delta_i \right). \quad (16)$$

Конкретний метод оптимізації застосовується індивідуально до розв'язуваної задачі із достатньо великої бібліотеки розроблених алгоритмів. Оскільки результати багатокритеріальної оптимізації суттєво залежать від вибору базового варіанта  $\mathbf{X}_0$ , її необхідно здійснювати, виконуючи оптимальним чином побудову таких, що розширюються від  $\mathbf{X}_0$ , областей вхідних параметрів з перевіркою на кожному кроці справедливості обмежень (9). Базова точка  $\mathbf{X}_0$  часто може бути визначена з фізичних або практичних міркувань, але існують випадки, коли ця точка невідома і задача її визначення складна. В цьому разі рекомендується вибирати за базові такі точки  $\mathbf{X}_0$  простору  $\mathbf{R}^n$ , для яких  $x_{0i} = \langle x_i \rangle, \forall i = \overline{1, n}$ .

Розглянутий підхід є природним відбиттям низки реальних ситуацій проектувального розрахунку МС. Незважаючи на суттєві відмінності у фізичній суті параметрів, розв'язання поставленої в загальному вигляді задачі дозволяє формалізувати значну кількість важливих різнорідних задач динаміки і міцності, проектування машин. Метод був застосований для розрахунку параметрів конструкції «керамічний резистор–компаунд» (рис. 15) шляхом

оптимізації, в якій вимагалось знайти максимум цільової функції (15) за критеріями  $\max(\delta_i), \forall i = \overline{1, n}$ , нелінійними обмеженнями виду (9) та умовою міцності (10).

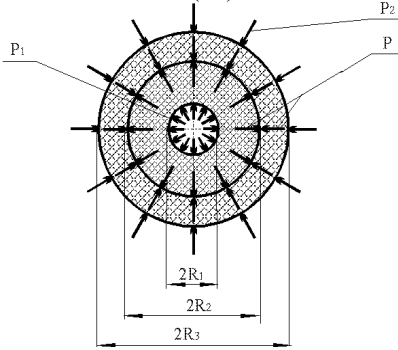


Рис. 15. Схема навантаження виробу

Параметрами конструкції, що розглядалась, були:

$R_1, R_2$  – внутрішній і зовнішній радіус резистора;

$R_3$  – радіус шару компаунду в контактній задачі;

$\alpha_1$  та  $\alpha_2$  – КЛТР кераміки і компаунда відповідно;

$E_1, E_2$  – їх модулі пружності;  $\mu_1, \mu_2$  – їх коефіцієнти Пуассона.

Контактний тиск на кераміку при зміні температури  $\Delta t$  розраховується за залежністю

$$P_1 = [(1 + \mu_1)\alpha_1 - (1 + \mu_2)\alpha_2] \Delta t \left( \frac{[(1 + \mu_1)R_1^2 + (1 - \mu_1)R_2^2]}{E_1(R_2^2 - R_1^2)} + \frac{[(1 + \mu_2)R_3^2 + (1 - \mu_2)R_2^2]}{E_2(R_3^2 - R_2^2)} \right)^{-1}. \quad (17)$$

Умови міцності (10) запишуться як

$$\sigma_{\delta\delta a1} = P_1 (R_1^2 + R_2^2) (R_2^2 - R_1^2)^{-1} \leq [\sigma_1], \quad \sigma_{\delta\delta a2} = P_1 (R_2^2 + R_3^2) (R_3^2 - R_2^2)^{-1} \leq [\sigma_2],$$

де  $P_{ik}$  – контактний тиск, розрахований зі співвідношення (17);  $\sigma_{екв1}, \sigma_{екв2}$  – еквівалентні напруження в матеріалах внутрішнього і зовнішнього циліндрів відповідно;  $[\sigma_1], [\sigma_2]$  – допустимі значення напружень для кераміки і компаунду відповідно.

Проте ФМХ кераміки і компаунда вимагали уточнення, оскільки виявилось, що розкид їх значень при виробництві сягає 100–300 %, і в температурному діапазоні від  $-60$  °C до  $-20$  °C взагалі є невідомими, хоча об'єкти експлуатуються за таких температур. За таких умов модель (17) є неефективною, тому на базі методу пробних параметрів був розроблений розрахунково-експериментальний метод і засіб визначення КЛТР, модуля пружності і коефіцієнта Пуассона компаунда ЭЗК-25 і кераміки при температурах від  $-60$  °C до  $-20$  °C.

Для реалізації методу було виготовлено двошарові циліндричні конструкції «пробний матеріал–компанд» (рис. 16). Пробним матеріалом була мідь, характеристики якої добре вивчені і відмінні від аналогічних характеристик компаунда. Розв'язанню підлягала ОЗ типу (1), де

$$A = \begin{bmatrix} P_1 B - P_1 \Delta t \\ P_2 B - P_2 \Delta t \\ P_3 B - P_3 \Delta t \end{bmatrix}, X = \begin{bmatrix} \chi_2 \\ \chi_1 \\ a_2 \end{bmatrix}, Y = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{bmatrix},$$

$$y_i = (C_i D_i - E_i) P_i + \alpha_{1i} \Delta t, B_i = R_3^2 / (R_3^2 - R_2^2), C_i = (2 - \mu_1) / E_1, \quad (18)$$

$$D_i = R_1^2 / (R_2^2 - R_1^2), E_i = (1 - 2\mu_2) / E_1, \forall i = 1, 2, 3,$$

$i$  – номер експерименту. В цих конструкціях на границі розділу матеріалів при термоударі виникає контактний тиск  $P$ . Параметрами, які входять у (18) і можуть бути «точно» виміряні експериментально, є виниклі під дією контактної тиску деформації на зовнішній поверхні пробного циліндра, значення яких пов'язані з напруженнями законом Гука.

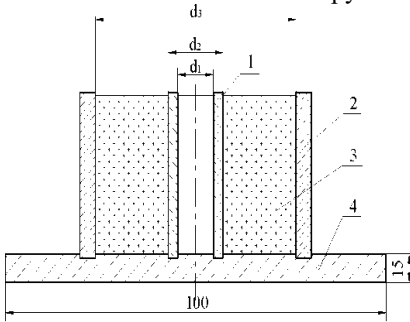


Рис. 16. Схема пристосування для визначення ФМХ компаунда:

- 1 – пустотілий мідний циліндр;
- 2 – пустотілий сталевий циліндр;
- 3 – компаунд;
- 4 – опорна пластина

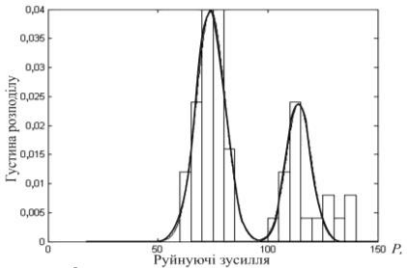


Рис. 17. Суміш ЩР руйнівальних зусиль керамічних конструкцій

керamikи увійшли до розробленої моделі як її уточнені параметри, що підвищило її адекватність. Умови міцності набули вигляду  $\sigma_{\text{деа}1} \leq 34,4 \text{ І І } \text{à}$ ,  $\sigma_{\text{деа}2} \leq 54 \text{ І І } \text{à}$ . Оптимальні допуски ФМХ матеріалів і геометричних

Розраховані напруження й встановлені співвідношення для моделі дозволяють для відомих радіальних розмірів конструкцій за значеннями деформацій знайти величину контактної тиску. Метод дозволяє з заданою точністю визначати ФМХ для конкретної партії матеріалу, температури і розрахункової схеми, яка описує пружно-деформований стан системи. Із застосуванням методу модель міцності стала дієвою.

Розрахунок допустимих напружень кераміки відбувався на основі статистичної обробки результатів випробувань на розтяг.

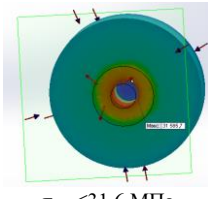
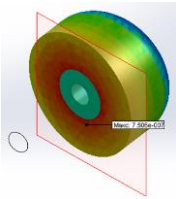
Розподіл цих значень виявився двомодальним (рис. 17), і згідно з (7) були знайдені його параметри:  $\rho_1=0,66$ ,  $\rho_2=0,34$ ,  $\mu_1=74 \text{ Н}$ ,  $\mu_2=114 \text{ Н}$ ,  $\sigma_1=6,6 \text{ Н}$ ,  $\sigma_2=5,7 \text{ Н}$ . Методом екстремальних характеристик з надійністю  $P=0,995$  визначено обґрунтовані значення допустимих напружень  $[\sigma_1]=68,7 \text{ МПа}$ .

Знайдені ФМХ компаунда і кераміки увійшли до розробленої моделі як її уточнені параметри, що

розмірів елементів конструкції, які гарантують міцність конструкції, представлені в табл. 2. Дотримання виробником оптимізованих допусків дозволило виключити руйнування конструкції внаслідок термоударів завдяки зниженню експлуатаційних напружень в кераміці з 61,6 до 34,3 МПа, і в компаунді з 80,7 до 54 МПа. Для решти партій матеріалів, які не увійшли у встановлені допуски, для яких  $X \notin P_9$ , з метою збільшення економічної ефективності запропоноване селективне складання конструкцій.

Таблиця 2

Значення параметра	Оптимальний параметр конструкції								
	$\alpha_1 \cdot 10^{-6}$ , град <sup>-1</sup>	$\alpha_2 \cdot 10^{-6}$ , град <sup>-1</sup>	$\mu_1$	$\mu_2$	$E_1 \cdot 10^5$ , МПа	$E_2 \cdot 10^5$ , МПа	$R_1 \cdot 10^{-3}$ , м	$R_2 \cdot 10^{-3}$ , м	$R_3 \cdot 10^{-3}$ , м
min	5,3	39,9	0,25	0,32	1,1	0,09	0,20	0,74	1,55
max	6,4	41,0	0,30	0,33	1,3	0,10	0,21	0,75	1,64



$$\sigma_{\max} \leq 31,6 \text{ МПа}$$

Рис. 18. Результат скінченно-елементного аналізу

деформацій і напружень конструкції

В результаті комп'ютерного моделювання деформацій і напружень у скінченно-елементній моделі з оптимальними параметрами отримано достатньо близькі результати (рис. 18). Похибка між змодельованими і розрахованими максимальними напруженнями у кераміці складала 8 %.

Для забезпечення міцності дискових конденсаторів типу СТ81 розраховували допуски на параметри і характеристики конструкції «керамічний конденсатор–компаунд» шляхом визначення таких оптимальних областей значень ФМХ матеріалів і геометричних розмірів сполучених елементів, які гарантують для кераміки конденсаторів виконання умови (10). Для цього були синтезовані допустимі значення ФМХ компаунду:

$$11 \cdot 10^{-6} \leq \alpha_2 \leq 28 \cdot 10^{-6} \text{ град}^{-1}, 0,091 \cdot 10^5 \leq E_2 \leq 0,092 \cdot 10^5 \text{ МПа}, 0,31 \leq \mu_2 \leq 0,4. \quad (19)$$

Аналіз показав, що серед компаундів, які використовувались у технології виробництва дотепер, відсутні такі, що задовольняють (19). Тому виробнику рекомендовано відмовитись від модифікацій відомих типів компаундів і використовувати компаунди з принципово іншими властивостями.

У розділі 5 запропоновані методи ідентифікації параметрів деяких класів статистично-детермінованих, детермінованих та з розподіленими параметрами МС. Отримано аналітичну апроксимацію силових чинників систем на базі детермінованої інформації про закони зміни визначальних параметрів руху. Представлено методика розв'язання задач із ідентифікації

нелінійних силових характеристик коливальних систем із одним ступенем вільності та розподіленими параметрами.

Розглянуто коливальний процес МС, що задається дискретним способом – послідовними значеннями амплітуди  $a_1, a_2, \dots, a_n$  та періоду коливань  $T_1, T_2, \dots, T_n$ , отриманими експериментальним шляхом. Одна частина силових факторів, які діють на систему є відомою і описується поліномами фазових координат  $x_1, x_2$ , а інша – невідомою і описується лінійною комбінацією поліномів із невідомими коефіцієнтами.

Математична модель коливального процесу МС із одним ступенем вільності у фазових координатах за «малої» нелінійності силових чинників подана у вигляді системи диференціальних рівнянь:

$$\begin{cases} \frac{dx_1}{dt} + \omega x_2 = \mu f(x_1, x_2), \\ \frac{dx_2}{dt} - \omega x_1 = \mu g(x_1, x_2), \end{cases} \quad (20)$$

де  $\omega$  – головна частина частоти власних коливань системи (лінійного її аналогу),  $\mu f(x_1, x_2)$ ,  $\mu g(x_1, x_2)$  – нелінійні складові сил, що діють на МС, максимальне значення яких є «малою» величиною порівняно з максимальним значенням її лінійної складової  $\omega x_2$ , на що вказує малий параметр  $\mu$ .

Методика базується на представленні силових чинників що діють на досліджувану систему у вигляді лінійної комбінації незалежних функцій із невідомими коефіцієнтами:

$$\begin{cases} \mu f(x_1, x_2) = \mu \left\{ f_1(x_1, x_2) + \sum_{i=1}^s c_i H_i(x_1, x_2) \right\}, \\ \mu g(x_1, x_2) = \mu \left\{ g_1(x_1, x_2) + \sum_{j=1}^p d_j G_j(x_1, x_2) \right\}, \end{cases} \quad (21)$$

причому  $f_1(x_1, x_2)$ ,  $g_1(x_1, x_2)$ ,  $H_i(x_1, x_2)$ ,  $G_j(x_1, x_2)$  – відомі функції. Невідомі коефіцієнти  $c_1, c_2, \dots, c_s, d_1, d_2, \dots, d_p$  необхідно визначити таким чином, щоб амплітуда та період коливань системи (20) із урахуванням (21) змінювався відповідно наперед заданих експериментальних значень.

Аналітичне розв'язання прямої задачі нелінійних коливань для диференціального рівняння, що містить деяку множину невідомих сталих, дозволяє зіставити експериментально отримані основні характеристики динамічного процесу коливальної системи із отриманим аналітичним розв'язком її математичної моделі. У сукупності наведене дало можливість отримати СЛАР відносно невідомих коефіцієнтів типу:

$$a \sum_{r=0}^p \bar{\alpha}_r a^r + \bar{f}_{1c.}(a) - \bar{g}_{1s.}(a) = \sum_{j=1}^p d_j \bar{G}_{j s.}(a) - \sum_{i=1}^s c_i \bar{H}_{i c.}(a),$$

$$\sum_{r=0}^p \bar{\beta}_r a^r - \frac{1}{a} (\bar{f}_{1s.}(a) - \bar{g}_{1c.}(a)) = \frac{1}{a} \left( \sum_{i=1}^s c_i \bar{H}_{i s.}(a) + \sum_{j=1}^p d_j \bar{G}_{j c.}(a) \right).$$

У роботі розглянуто МС, що містять такі підсистеми, що варіювання вхідних параметрів будь-якої із них змінює вихідні параметри тільки цієї підсистеми, причому конструкція і традиційна технологія виготовлення МС не передбачає проміжний контроль окремих підсистем. Вихідна характеристика всієї системи моделювалась шляхом застосування повного факторного експерименту (ПФЕ) у разі, коли взаємний вплив підсистем на неї є заздалегідь відомим. Вимірювання значень модельованої функції у можливе при довільних наборах значень вхідних факторів всіх підсистем.

Шукану модель можна подати у вигляді відомої функції

$$y = f(\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_k), \quad \varphi \in \mathbf{R}^k, \quad (22)$$

що має властивість  $\delta y / \delta \varphi_i \neq 0 \quad \forall i = \overline{1, k}$  у деякому околі точки  $(\varphi_{10}, \varphi_{20}, \dots, \varphi_{(i-1)0}, \varphi_i, \varphi_{(i+1)0}, \dots, \varphi_{k0})$ , де

$$\varphi_i = \varphi_i(x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{i l_i}), \quad \forall i = \overline{1, k}, \quad (23)$$

– невідомі функції, які моделюють  $i$ -ту підсистему, а  $x_{ij}$  – кодовані первинні фактори. Позначимо набір факторів  $(x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{i l_i})$  вектором  $\mathbf{X}_i$ , після чого співвідношення (22) набуде вигляду  $y = f(\varphi_1(\mathbf{X}_1), \varphi_2(\mathbf{X}_2), \dots, \varphi_k(\mathbf{X}_k))$ .

Для побудови методом ПФЕ поліноміального подання функції (22) отримаємо функцію  $y$ , що залежить від первинних факторів  $\mathbf{X}_1, \mathbf{X}_2, \dots, \mathbf{X}_k$  і фіксованих невідомих чисел  $\varphi_{10}, \varphi_{20}, \dots, \varphi_{k0}$ , тобто  $y = \psi(\mathbf{X}_1, \mathbf{X}_2, \dots, \mathbf{X}_k, \varphi_{10}, \varphi_{20}, \dots, \varphi_{k0})$ . Оскільки при  $\mathbf{X}_i = \mathbf{X}_{i0} \quad \forall i = \overline{1, k}$  має місце  $y = y_0$ , то справедливим є рівняння  $y_0 = \psi(\mathbf{X}_{10}, \mathbf{X}_{20}, \dots, \mathbf{X}_{k0}, \varphi_{10}, \varphi_{20}, \dots, \varphi_{k0})$ , яке дозволяє відмовитись від невідомих  $\varphi_{i0}$ , виражених через вимірне значення  $y_0$ , і отримати шуканий вигляд моделювальної функції.

Запропонований метод побудови статистично-детермінованих моделей структурно-складних технічних систем дозволяє формувати статистичні моделі з урахуванням теоретичних залежностей, що дає значний вигравш у кількості експериментів:  $2^1 + 2^2 + \dots + 2^k$  проти  $2^{1+l_2+\dots+l_k}$  при реалізації ПФЕ (рис. 19), що дозволяє знизити трудомісткість і тривалість моделювання.

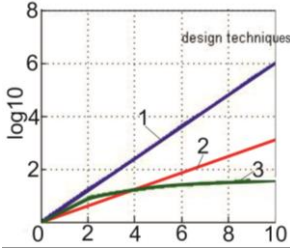


Рис. 19. Залежність кількості експериментів від кількості факторів  $l_k$  і підсистем  $k$ :

1 – для ПФЕ;

2 – при  $k = \text{const}$ ;

3 – при  $l_k = \text{const}$

створення таких моделей дозволяє визначити обґрунтовані допуски на величини вхідних параметрів із умов стабілізації вихідних параметрів у заданих межах, що досягається дослідженням отриманих функцій багатьох змінних одним із відомих математичних способів, наприклад, аналізом функцій чутливості. Метод застосовано для забезпечення працездатності літакового відповідача (ЛВ), в практиці виробництва, випробувань і експлуатації якого відбувалися випадки відмови. Аналіз відмов показав, що найбільший відсоток невиконання (23,7 %) ЛВ свого функціонального призначення відбувалося з причини недопустимого за ТУ зниження потужності вихідного ВЧ сигналу через витирання шару срібла на поверхні плунжера резонатора. Дослідження показали, що подальше доведення електричних параметрів ЛВ не приводить до стабілізації величини потужності, оскільки ці параметри на основі наявної елементної бази доведені до деяких оптимальних значень.

Умова працездатності типу (9) була взята з ТУ і мала вигляд:

$$P \geq 600 \text{ Вт.} \quad (24)$$

Оскільки потужність  $P$  формується також під дією деяких внутрішніх параметрів механічної природи, була поставлена задача їх виявлення і пошуку множини їх значень  $D_x$ , які забезпечують умову (24) протягом терміну експлуатації. Потужність ВЧ-сигналу формується в генераторі НВЧ передавача, що містить два каскади.

Створення математичної моделі формування потужності методом АПЕ викликало труднощі через необхідність проведення значної кількості експериментів, тому була побудована статистично-детермінована модель. До неї увійшли геометричні і силові параметри конструкції задавального генератора: зусилля притиснення анодного плунжера до анодної цанги  $q_1 \cdot 10^{-2}$ , Н; діаметр корпусу катодно-сіткового контуру ЗГ  $q_2 \cdot 10^{-3}$ , м; діаметр

З надійністю  $P$ , мінімальна кількість повторень кожного дослідів  $n$  може бути знайдена з виразу  $n = T^2 \sigma^2 (1-q)^2 / \delta^2$ , де  $\sigma$  – виправлене вибіркове середньоквадратичне відхилення,  $T$  – значення аргумента функції Лапласа  $\Phi(T)$ , при якому  $\Phi(T) = P/2$ ,  $q$  – число, що визначається з таблиці,  $\delta$  – задане число, що визначає допустиме відхилення середнього від істинного значення вимірювальної величини.

Метод найбільш актуальний тоді, коли кількість факторів і підсистем достатньо велика, а також коли якість роботи МС характеризується декількома вихідними параметрами. Оперативне

стакана катодно-сіткового контуру ЗГ  $q_3 \cdot 10^{-3}$ , м; середнє арифметичне відхиленнь профілю поверхні стакана катодно-сіткового контуру ЗГ  $q_4 \cdot 10^{-6}$ , м; зусилля притиснення великого плунжера ЗГ  $q_5 \cdot 10^2$ , Н; середнє арифметичне відхиленнь профілю поверхні корпусу анодного контуру ЗГ  $q_6 \cdot 10^{-6}$ , м, і підсиловача потужності: діаметр стакана катодно-сіткового контуру ПП  $Q_1 \cdot 10^{-3}$ , м; діаметр корпусу катодно-сіткового контуру  $Q_2 \cdot 10^{-3}$ , м; середнє арифметичне відхиленнь профілю поверхні корпусу анодного контуру  $Q_3 \cdot 10^{-6}$ , м; зусилля притиснення великого плунжера до стінки контуру  $Q_4 \cdot 10^{-2}$ , Н. Отриманий вираз потужності має вигляд:

$$P = (-622,537 + 0,0094q_2 + 1651,4286q_3 + 3643,429q_4 + 49,06q_5 + 351,484 \cdot 10^6 q_6) \times (-46,904 - 802,857Q_1 + 586,531Q_2 + 2780816,33Q_3 + 0,228Q_4 - 0,0152 \cdot 10^{-5} Q_1 Q_4). \quad (25)$$

Застосування методу гібридного моделювання дало змогу зменшити кількість необхідних експериментів в 13 разів порівняно з чистим ПФЕ.

Звужуванням допусків на параметри при виробництві не вдалось досягти виконання умов (24). Синтез допусків на вхідні параметри моделі (25) при  $n=10$  показав, що для виконання умов (24) допуски на параметри  $q_1, q_2, \dots, q_6, Q_1, Q_2, \dots, Q_4$  мають бути настільки малими ( $R_a < 1$  мкм), що не можуть бути реалізованими на практиці через постійне стирання контактного шару срібла, тобто в даній конструкції при заданій технології виробництва неможливо забезпечити працездатність і вирішено змінити конструкцію резонатора ПП. Конструкція була спрощена введенням діелектричної колби, діелектричної основи і срібних сегментів, оскільки при цьому відпадає необхідність центрування поршня, знижуються вимоги до класу точності виготовлення поверхні металевої колби і корпусу резонатора, а виключення безпосереднього контакту поршня з корпусом дозволяє знизити вимоги до чистоти їх поверхні. У новій безконтактній конструкції ПП вдалось усунути дестабілізуючі фактори, що впливають на величину потужності. Побудована модель для модифікованої конструкції ПП має вигляд:

$$P = (8,85 + 0,11q_1 + 2,8 \cdot 10^4 q_4) \cdot (22509,04 + 3,12Q_1 + 124857Q_2 - 812000Q_3).$$

Знайдено допустимі значення геометричних і силових параметрів модифікованої конструкції ЛВ, які гарантують виконання умови (24) (табл. 3). При дотриманні цих допустимих значень гарантується виконання ТУ і зниження кількості відмов ЛВ на 24 %.

Таблиця 3

Значення параметра	Оптимальний параметр конструкції				
	$q_1 \cdot 10^{-2}$ , Н	$q_4 \cdot 10^{-6}$ , м	$Q_1 \cdot 10^2$ , Н	$Q_2 \cdot 10^{-3}$ , м	$Q_3 \cdot 10^{-3}$ , м
min	211	6,25	0,5	33,0	31,91
max	289	20	4,5	33,1	32,09



У **додатках** представлено: програми, що реалізують розв'язання задач оптимізації, синтезу, розрахунку ФМХ компаунда, статистичні методи розв'язання ОЗ і деяких задач статистичного моделювання.

## ВИСНОВКИ

Основні наукові результати роботи полягають у наступному.

1. Формалізовано задачі параметричної ідентифікації гнучких роторів і синтезу допусків на конструктивні параметри МС та (або) технологічні процеси їх виготовлення, виходячи з умови забезпечення заданих вимог на їх міцнісні і вібраційні характеристики, як ОЗ інтерпретації і синтезу, окреслено основні проблеми їх розв'язання.

2. Розроблено метод параметричної ідентифікації математичних моделей динаміки і міцності МС, що враховує ступінь їх ідеалізації та умови експлуатації, який, на відміну від існуючих, полягає у залученні пробних параметрів або режимів, що дає можливість підвищити ефективність моделювання і точність розрахунків за рахунок доозначення ОЗ. За допомогою методу визначено ФМХ матеріалів зі значним розкидом реальних значень і знайдено реальні пружно-інерційні характеристики ротора багатоступінчатого компресора ГТД, що дозволило дослідити АЧХ двигуна і пояснити походження всіх резонансів.

3. Отримала подальший розвиток теорія захисту машин від вібрацій за рахунок підвищення точності ідентифікації дисбалансів і пружно-інерційних характеристик гнучких роторів. Зокрема підвищено точність розрахунків лінійних дискретних ОЗ за рахунок достатньої оцінки величини похибки значень шуканих параметрів, яка враховує значення дисперсії вимірних параметрів, і оптимізації коефіцієнтів матриці за критерієм мінімуму числа обумовленості. Для досягнення достатньої точності розв'язків запропоновано застосовувати лінійну фільтрацію ОНК з застосуванням методу головних компонент. Застосування методів дало змогу підвищити точність ідентифікації дисбалансів ротора компресора ГТД, що в результаті балансування дало змогу зменшити рівень його вібрацій у 2,5 рази. Ідентифіковано жорсткості і маси, приведені до прийнятої динамічної моделі ТНА, що дозволило відбалансувати гнучкий ротор на робочій частоті обертання у трьох площинах корекції, знизивши вібрації у 6 разів, амплітуди вібрацій опор – у 4 рази, статичні напруження в матеріалі валу – у 3,5 рази, а динамічні – у 3 рази.

4. Досліджено динамічні процеси у швидкісних гнучких роторах і науково обґрунтовано вибір найменш і найбільш «стійких» ділянок частот обертання шляхом урахування обумовленості матриці коефіцієнтів впливу ротора, що дозволяє обирати оптимальний з позицій точності метод ідентифікації його дисбалансів за коефіцієнтами впливу і динамічними прогинами.

5. Розвинуто теорію експериментального оцінювання динамічних та міцнісних параметрів МС шляхом апроксимації емпіричної полімодальної

щільності розподілу ймовірностей сумішню унімодальних законів, що дозволяє за результатами вимірювань одержувати більш точні оцінки значень параметрів. Це дозволило виявити причини полімодальності розподілу дисбалансів партії компресорів ГТД та з більшою надійністю визначити характеристики міцності керамічних конструкцій.

6. Ґрунтуючись на методах ОЗ інтерпретації, розроблено розрахунково-експериментальний метод і засіб визначення ФМХ конструкційних матеріалів, який відрізняється тим, що сполучну конструкцію з досліджуваного зразка матеріалу і зразка із пробного матеріалу нагрівають (охолоджують) з одночасною реєстрацією виниклих деформацій, що дозволяє визначати ФМХ при від'ємних температурах в експлуатаційному пружнодеформованому стані. За допомогою методу знайдено модуль пружності, коефіцієнт Пуассона і коефіцієнт лінійного температурного розширення компаунду при температурах від  $-60$  до  $-20$  °С, що дало можливість ідентифікувати параметри моделі міцності конструкцій «керамічний елемент–компаунд».

7. Розроблено метод ідентифікації нелінійних силових характеристик коливальних систем із зосередженими масами та розподіленими параметрами, що полягає у представленні силових чинників, які діють на досліджувану систему у вигляді лінійної комбінації незалежних функцій із невідомими коефіцієнтами; аналітичному розв'язанні прямої задачі нелінійних коливань та зіставленні експериментально отриманих основних характеристик динамічного процесу коливальної системи із отриманим аналітичним розв'язком математичної моделі і розв'язанні СЛАР відносно невідомих коефіцієнтів.

8. Розроблено метод побудови гібридних статистично-детермінованих моделей структурно-складних МС, який відрізняється врахуванням детермінованих залежностей параметрів окремих підсистем при плануванні експерименту, що дозволило отримати математичну модель формування потужності літакового відповідача під впливом механічних чинників, здійснивши в 13 разів менше експериментів, ніж це було необхідно при використанні ПФЕ. Обґрунтовано необхідність зміни конструкції на безконтактну і знайдено допустимі значення геометричних і силових параметрів, які забезпечують заданий рівень потужності.

9. Розроблено метод параметричного синтезу конструкторських параметрів структурно-складних технічних систем, що базується на ОЗ міцності. Розроблений метод і побудована на його основі інженерна методика були застосовані для розрахунково-експериментального оцінювання міцності герметизованих конструкцій «керамічний елемент–компаунд», а також забезпечення працездатності літакового відповідача, що в результаті розрахунку оптимальних значень фізико-механічних, геометричних і силових параметрів дало змогу забезпечити міцність виробів.

10. Таким чином, у результаті проведених теоретичних і експериментальних досліджень у дисертаційній роботі вирішено важливу науково-прикладну проблему оцінювання міцності і зниження вібрацій МС на різних етапах їх створення на основі методів ОЗ.

**ОСНОВНІ ПРАЦІ, ОПУБЛІКОВАНІ ЗА ТЕМОЮ ДИСЕРТАЦІЇ***Монографії:*

1. Горошко А. В. Обернені задачі параметричної ідентифікації механічних систем : монографія / А. В. Горошко, В. П. Ройзман. – Хмельницький : ХНУ, 2016. – 245 с.

*Статті у наукових фахових виданнях України:*

2. Горошко А. В. Стан проблеми забезпечення якісного проектування структурно-складних технічних виробів та технологічних процесів їх виготовлення / А. В. Горошко, В. П. Ройзман // Вісник Хмельницького національного університету. Технічні науки. – 2012. – № 5. – С. 59–68.

3. Горошко А. В. Методи обробки емпіричних даних, що підпорядковуються багатомодальним законам розподілу / А. В. Горошко, В. П. Ройзман // Вісник Хмельницького національного університету. Технічні науки. – 2013. – № 4. – С. 195–201.

4. Горошко А. В. Про застосування гауссової суміші для статистичної обробки емпіричних даних / А. В. Горошко, В. П. Ройзман // Вимірювальна та обчислювальна техніка в технологічних процесах. – 2013. – №3. – С. 138–142

5. Горошко А. В. Розрахунок допустимих значень параметрів об'єктів у випадку полімодальності їх імовірнісних розподілів / А. В. Горошко, В. П. Ройзман // Вібрації в техніці та технологіях. – 2013. – № 4 (72). – С. 19–27.

6. Горошко А. В. Шляхи підвищення точності розв'язків зворотних задач / А. В. Горошко, В. П. Ройзман // Вісник Хмельницького національного університету. Технічні науки. – 2013. – № 6. – С. 60–69.

7. Горошко А. В. Уточнення методу обробки статистичних даних / А. В. Горошко, В. П. Ройзман // Збірник наукових праць НАДПС України. Військові та технічні науки / гол. ред. Б. М. Олексієнко. – Хмельницький : вид-во НАДПСУ, 2014. – № 1 (61). – С. 304–313.

8. Горошко А. В. Обернена задача ідентифікації фізико-механічних характеристик матеріалів структурно-складних технічних систем / А. В. Горошко // Вісник Хмельницького національного університету. Технічні науки. – 2014. – № 4. – С. 135–139.

9. Горошко А. В. Обернена задача динаміки турбонасосного агрегату / А. В. Горошко // Вісник Хмельницького національного університету. Технічні науки. – 2014. – № 3. – С. 195–201.

10. Горошко А. В. Підвищення ефективності розв'язання обернених задач, що описуються лінійними моделями / А. В. Горошко // Вісник Хмельницького національного університету. Технічні науки. – 2014. – № 5. – С. 44–49.

11. Горошко А. В. Параметричний синтез допусків як множинна обернена задача забезпечення працездатності складних технічних систем / А. В. Горошко, В. П. Ройзман // Проблеми машиностроєння. – 2014. – Т. 17, № 4. – С. 43–50.

12. Горошко А. В. Досвід постановки і розв'язання задачі параметричного синтезу допусків в конструкції дискових конденсаторів / А. В. Горошко //

Вісник Хмельницького національного університету. Технічні науки. – 2014. – № 6. – С. 148–152.

13. Ройзман В. П. Метод ідентифікації параметрів моделей складних технічних систем / В. П. Ройзман, А. В. Горошко // Вібрації в техніці та технологіях. – 2015. – № 3 (79). – С. 44–49.

14. Горошко А. В. Синтез допусків в задачі забезпечення якості виробництва елементів герметизованої радіоелектронної апаратури / А. В. Горошко, В. П. Ройзман // Вимірювальна та обчислювальна техніка в технологічних процесах. – 2015. – № 4. – С. 167–174.

15. Горошко А. В. Застосування методу головних компонент для усученої оцінки найменших квадратів під час розв'язання оберненої задачі ідентифікації ексцентриситетів ротора / А. В. Горошко // Вісник Хмельницького національного університету. Технічні науки. – 2015. – № 6. – С. 49–53.

16. Горошко А. В. Забезпечення працездатності вузла тертя механічної системи літакового відповідача / А. В. Горошко, В. П. Ройзман // Проблеми трибології. – 2015. – № 4 (78). – С. 54–63.

17. Горошко А. В. Статистичні методи розв'язання лінійних некоректно поставлених задач у випадку полімодального розподілу імовірностей вимірних даних / А. В. Горошко, В. П. Ройзман // Збірник наукових праць Національної академії Державної прикордонної служби України. Сер.: Військові та технічні науки / гол. ред. Б. М. Олексієнко. – Хмельницький : вид-во НАДПСУ, 2015. – № 3 (65). – С. 226–241.

18. Горошко А. В. Забезпечення міцності дискових конденсаторів шляхом розв'язання обернених задач міцності / А. В. Горошко, В. П. Ройзман // Радіоелектронні і комп'ютерні системи. – 2015. – № 4 (74). – С. 5–12.

19. Горошко А. В. Метод пробних параметрів в задачі ідентифікації ротора з метою зменшення його вібрацій / А. В. Горошко, В. П. Ройзман // Нафтогазова енергетика. – Івано-Франківськ : ІФНТУНГ, 2015. – № 2 (24). – С. 53–58.

20. Горошко А. В. Стійкість алгоритмів ідентифікації гнучких роторів / А. В. Горошко // Вібрації в техніці та технологіях. – 2016. – № 1. – С. 23–29.

21. Горошко А. В. Забезпечення працездатності вузлів машин шляхом розв'язання обернених задач / А. В. Горошко // Вісник Хмельницького національного університету. Технічні науки. – 2016. – № 1. – С. 150–159.

22. Горошко А. В. Методи підвищення точності параметричної ідентифікації роторів / А. В. Горошко // Вісник Хмельницького національного університету. Технічні науки. – 2016. – № 3 (237). – С. 151–156.

23. Горошко А. В. Призначення допустимих дисбалансів для високошвидкісних роторів / А. В. Горошко // Вібрації в техніці та технологіях. – 2016. – № 2 (82). – С. 69–76.

#### *Патенти України:*

24. Пат. UA 95044 У. Україна, МПК G01N 3/08, G01N 25/00. Спосіб визначення фізико-механічних характеристик матеріалів / А. В. Горошко, Є. В. Коробко, С. А. Петрашук, В. П. Ройзман ; заяв. і патентоотримувач –

Хмельниц. нац. університет. – № 201406757 ; заявл. 16.06.2014 ; опубл. 10.12.2014, Бюл. № 23.

*Статті в іноземних науково-періодичних виданнях:*

25. Горошко А. В. Представление и обработка статистических данных, не подчиняющихся унимодальным законам распределения / А. В. Горошко, В. П. Ройзман // *Машиностроение и инженерное образование*. – 2013. – № 3. – С. 56–77.

26. Горошко А. В. Обработка экспериментальных данных, подчиняющихся многомодальным законам распределения / А. В. Горошко, В. П. Ройзман // *Перелбургский журнал электроники*. – 2013. – № 3. – С. 105–112.

27. Горошко А. В. Исследование динамики и снижение виброактивности турбонасосного агрегата путем решения обратных задач / А. В. Горошко, В. П. Ройзман // *Машиностроение и инженерное образование*. – 2014. – № 1. – С. 29–35.

28. Goroshko A. Experience Formulating and Solving Inverse Problems for Strength Design of Electronic Equipment [Electronic resource] / A. Goroshko // *American Association for Science and Technology AASCIT Communications*. Vol. 1, Issue 2. – August 2014. – online <http://www.aascit.org/communications/paperInfo?journalId=940&paperId=575>

29. Горошко А. В. Статистические методы обеспечения устойчивости решений обратных задач и их применение для снижения виброактивности роторов / А. В. Горошко, В. П. Ройзман // *Проблемы машиностроения и надежности машин*. – 2015. – № 3. – С. 50–57.

30. Горошко А. В. Обратные задачи обеспечения заданного уровня качества сложных технических систем / А. В. Горошко, В. П. Ройзман // *Машиностроение и инженерное образование*. – 2015. – № 3. – С. 31–44.

31. Горошко А. В. Повышение устойчивости решения плохо обусловленных обратных задач динамики / А. В. Горошко, В. П. Ройзман // *Проблемы машиностроения и надежности машин*. – 2016. – № 6. – С. 24–28.

32. Горошко А. В. Исследование устойчивости и точности алгоритма идентификации эксцентриситетов в задачах балансировки быстровращающихся роторов / А. В. Горошко, В. П. Ройзман, О. В. Бармина // *Проблемы машиностроения и надежности машин*. – 2016. – № 3. – С. 42–48.

33. Royzman V. Multiple inverse problem / V. Royzman, A. Goroshko // *Journal of Vibroengineering*. September. – 2012. – Vol. 14. ISSUE 3. – С. 1417–1424.

34. Goroshko A. V. Methods for testing and optimizing composite ceramics-compound joints by solving inverse problems of mechanics / A. V. Goroshko, V. P. Royzman, A. Bubulis, K. Juzėnas // *Journal of Vibroengineering*. – 2014. – Vol. 16, Issue 5. – P. 2178–2187.

35. Goroshko A. Construction and practical application of hybrid statistically-determined models of multistage mechanical systems / A. Goroshko, V. Royzman, J. Pietraszek // *Mechanics*. – 2014. – Т. 20. – № 5. – С. 489–493.

36. Pietrashek J. The Heuristic Approach to the Selection of Experimental Design, Model and Valid Pre-Processing Transformation of DoE Outcome / J. Pietrashek, A. Goroshko // Trans Tech Publications, Switzerland, Advanced Materials Research. – 2014. – Vol. 874. – P. 145–149.

37. Bootstrap Identification of Confidence Intervals for the Non-Linear DoE Model / J. Pietraszek, N. Radek, M. Stojek, A. Goroshko, M. Kołomycki // Applied Mechanics and Materials, Trans Tech Publications, Switzerland. – 2015. – Vol. 712. – P. 11–16.

38. Pietraszek J. The Principal Component Analysis of Tribological Tests of Surface Layers Modified with IF-WS2 Nanoparticles / J. Pietraszek, J. Korzekwa, A. Goroshko // Applied Mechanics and Materials, Trans Tech Publications, Switzerland. – 2015. – Vol. 235. – P. 9–15.

39. Goroshko A. V. Statistical Methods for Providing the Stability of the Solutions of Inverse Problems and Their Application to Decrease Rotor Vibroactivity / A. V. Goroshko, V. P. Roizman // Journal of Machinery Manufacture and Reliability. – 2015. – Vol. 44, № 3. – P. 232–238.

40. Goroshko A. V. Increase in Solution Stability of Ill Conditioned Dynamics Problems / A. V. Goroshko, V. P. Roizman // Journal of Machinery Manufacture and Reliability. – 2016. – Vol. 45, Issue 1. – P. 21–24.

41. Goroshko A. V. Study of the Stability and Accuracy of the Eccentricity Identification Algorithm in Fast-Revolving Rotor Balancing Problems / A. V. Goroshko, V. P. Roizman, O. V. Barmina // Journal of Machinery Manufacture and Reliability. – 2016. – Vol. 45, Issue 3. – P. 227–232.

42. Goroshko A. Balancing of turbomachine rotors by increasing the eccentricity identification accuracy / A Goroshko, V. Roizman, V. Ostaševičius // Mechanika. – 2016. – Vol. 22 (3). – Pp. 206–211.

*Публікації у матеріалах міжнародних наукових конференцій:*

43. Roizman V. Mechanical strength and hermiticity of moisture protection units of thinfilm and electrolytic capacitors / V. Roizman, A. Goroshko, A. Bubulis // International Conference & Exhibition for Power Electronics Intelligent Motion Power Quality, 2–4 June, 2009, Shanghai, [China] : official conference proceedings of the 8th International PCIM China Conference Stuttgart : Mesago PCIM GmbH, 2009. – P. 101–105.

44. Goroshko A. V. Identification of physical and mechanical properties of compound by solving inverse problems / A. V. Goroshko, V. P. Roizman, A. Bubulis // Vibroengineering Procedia of International Conference «Vibroengineering–2013», 17–19 September 2013, Druskininkai, Lithuania. – P. 81–86.

45. Горошко А. В. Труднощі одержання ефективних математичних моделей технічних виробів та технологічних процесів їх виготовлення / А. В. Горошко, В. П. Ройзман // Сб. тр. X междунар. науч.-техн. конф. (г. Эйлат, Израиль, 20–27 нояб. 2012 г.). – Хмельницький : ХНУ, 2012. – С. 95–102.

46. Горошко А. В. Об одном параметрическом методе обработки экспериментальных данных / А. В. Горошко, В. П. Ройзман // Современные

достижения в науке и образовании : сб. тр. VIII междунар. науч.-метод. конф., 28 апр.–5 мая 2013 г., г. Париж (Франция). – Хмельницький : ХНУ, 2013. – С. 42–45.

47. Горошко А. В. Алгоритми статистичної ідентифікації технічних об'єктів і технологічних процесів / А. В. Горошко, В. П. Ройзман // Повышение качества, надежности и долговечности технических систем и технологических процессов : сб. тр. XI междунар. науч.-техн. конф. (г. Эйлат, Израиль, 12–20 нояб. 2013 г.). – Хмельницький : ХНУ, 2013. – С. 57–60.

48. Goroshko A. V. Solution of inverse problems of dynamics of an aircraft engine turbopump to reduce its vibration / A. V. Goroshko, V. P. Royzman // Aviation in the XXI-st Century Proceedings the Sixth World Congress : Safety in Aviation and Space Technologies, September 23–25, 2014. – Kyiv, 2014. – Vol. 1. – P. 1.5.31–1.5.34.

49. Горошко А. В. Параметрическая идентификация эксцентриситетов и упруго-инерционных характеристик турбонасосного агрегата / А. В. Горошко, В. П. Ройзман // Наука и образование : сб. тр. V междунар. науч. конф. (г. Хайдусобосло, Венгрия, 3–11 янв. 2014 г.). – Хмельницький : ХНУ, 2013. – С. 5–10.

50. Горошко А. В. Синтез допусків як множинна обернена задача міцності дискових конденсаторів / А. В. Горошко, В. П. Ройзман // Современные достижения в науке и образовании : сб. тр. IX междунар. науч. конф. (г. Нетания, Израиль, 22–29 сент. 2014 г.). – Хмельницький : ХНУ, – 2014. – С. 28–34.

51. Горошко А. В. Обеспечение заданного уровня мощности самолетного ответчика путем решения обратных задач / А. В. Горошко, А. К. Яновицкий, В. П. Ройзман // Вимірювальна та обчислювальна техніка в технологічних процесах : матеріали XIV міжнар. наук.-техн. конф. (м. Одеса, 5–10 черв. 2015 р.). – С. 195–197.

52. Горошко А. В. Статистично-детерміноване моделювання багатовузлових технічних об'єктів / А. В. Горошко // Математичне та імітаційне моделювання систем «МОДС 2016» : зб. пр. 11-ї міжнар. наук.-практ. конф. (м. Київ, 27 черв.–1 лип. 2016 р.) – С. 196–200.

53. Горошко А. Обеспечение работоспособности механических систем путем решения обратных задач / А. Горошко, В. Ройзман, Я. Петрашек // Second Georgian-Polish Scientific & Technical Conference «Europe-Asia Transport Bridge» (Tbilisi, Georgia, October 11–14, 2016). – P. 71–81.

## АНОТАЦІЯ

**Горошко А. В.** Методи оцінювання конструкційної міцності і зниження вібрацій механічних систем на основі обернених задач. – На правах рукопису.

Дисертація на здобуття наукового ступеня доктора технічних наук за спеціальністю 05.02.09 – динаміка та міцність машин. – Хмельницький національний університет, Міністерство науки і освіти України, Хмельницький, 2017.

Дисертація присвячена вирішенню наукової проблеми оцінювання міцності і зниження вібрацій складних механічних систем на основі ідентифікації їх динамічних та конструктивних параметрів методами обернених задач інтерпретації даних вимірювань і синтезу.

Розроблено методи ідентифікації дисбалансів і пружно-інерційних параметрів гнучких роторів, що ґрунтуються на вимірних значеннях динамічних прогинів і коефіцієнтів впливу, а також методи підвищення точності розв'язків обернених задач, базуючись на зниженні числа обумовленості і застосуванні статистичних методів підвищення стійкості, зокрема фільтрації оцінок за методом найменших квадратів. Для підвищення точності ідентифікації запропоновано метод експериментального дослідження динамічних та міцнісних параметрів механічних систем, що полягає у апроксимації емпіричної полімодальної густини розподілу ймовірностей сумішшю унімодальних законів. Застосування методів ідентифікації дозволило наступним балансуванню на робочих частотах суттєво знизити вібрації компресора газотурбінного двигуна і турбонасосного агрегата. Для розв'язання недовизначених обернених задач запропоновано метод пробних параметрів (режимів), за допомогою якого ідентифіковано АЧХ компресора і фізико-механічні характеристики компаунду при температурах від  $-60^{\circ}\text{C}$  до  $-20^{\circ}\text{C}$ . Запропоновано метод ідентифікації нелінійних силових характеристик коливальних систем із зосередженими масами та розподіленими параметрами. Розроблено метод розрахунку допустимих значень конструкційних параметрів механічних систем та (або) технологічних процесів їх виготовлення за умови забезпечення заданих вимог на їх міцнісні і вібраційні характеристики та метод побудови статистично-детермінованих моделей, що дає змогу суттєво зменшити кількість необхідних експериментів. Їх застосування дозволило забезпечити міцність і працездатність герметизованих конструкцій електронних систем у широких межах температури.

**Ключові слова:** динаміка, вібрації, міцність, механічна система, обернена задача, ідентифікація, синтез, математична модель.

## АННОТАЦИЯ

**Горошко А. В.** Методы оценки конструкционной прочности и снижения вибраций механических систем на основе обратных задач. – На правах рукописи.

Диссертация на соискание научной степени доктора технических наук по специальности 05.02.09 – динамика и прочность машин. – Хмельницкий национальный университет, Министерство науки и образования Украины, Хмельницкий, 2017

Диссертация посвящена решению научной проблемы оценки прочности и снижения вибраций сложных механических систем на основе идентификации их динамических и конструктивных параметров методами обратных задач (ОЗ) интерпретации данных измерений и синтеза.



Разработаны методы идентификации дисбалансов и упруго-инерционных параметров гибких роторов, основываясь на измеренных значениях динамических прогибов и коэффициентов влияния, а также методы повышения точности решений обратных задач, основываясь на снижении числа обусловленности и применении статистических методов повышения устойчивости, в частности фильтрации оценок по методу наименьших квадратов. Для повышения точности идентификации предложен метод экспериментального исследования динамических и прочностных параметров механических систем, который заключается в аппроксимации эмпирической полимодальной плотности распределения вероятностей смесью унимодальных законов. Применение методов идентификации позволило последующей балансировкой на рабочих частотах существенно снизить вибрации компрессора газотурбинного двигателя и турбонасосного агрегата. Для решения недоопределенных ОЗ предложен метод пробных параметров (режимов), с помощью которого идентифицирована АЧХ компрессора и физико-механические характеристики компаунда при температурах от  $-60^{\circ}\text{C}$  до  $-20^{\circ}\text{C}$ . Предложен метод идентификации нелинейных силовых характеристик колебательных систем с сосредоточенными массами и распределенными параметрами. Разработан метод расчета допустимых значений конструкционных параметров механических систем и (или) технологических процессов их изготовления при условии обеспечения заданных требований на их прочность и вибрационные характеристики и метод построения статистически детерминированных моделей, позволяющий существенно снизить количество необходимых экспериментов. Их применение позволило обеспечить прочность герметизированных конструкций электронных систем в широких пределах температуры.

**Ключевые слова:** динамика, вибрации, прочность, механическая система, обратная задача, идентификация, синтез, математическая модель

## ABSTRACTS

**Goroshko A. V.** Methods for evaluating structural strength and reducing vibrations of mechanical systems on the basis of inverse problems solution. – Manuscript.

Dissertation submitted for the degree of Doctor of Science in Engineering; field of research: 05.02.09 – dynamics and strength of machines. – Khmelnytskyi National University, the Ministry of Education and Science of Ukraine, Khmelnytskyi, 2017.

The thesis is devoted to the solution of the theoretical and practical problem of assessing strength and reducing vibrations in complex mechanical systems through identification of their dynamic and constructive parameters using the methods of inverse problems of measurement data interpretation and synthesis.

The study suggests methods developed for identification of imbalances and elastic-inertial parameters of flexible rotors, which are based on measured

values of dynamic deflections and influence coefficients. The research provides their stability assessment and reveals the connection between measured parameters and their identification accuracy, substantiating the selection of the least stable and most stable regions of rotational frequencies. To improve the accuracy of the solutions, methods for increasing the inverse problem solution stability are developed, based on the conditionality number reduction and the application of statistical methods, in particular using the principal component analysis for filtering the estimates by the least squares method.

In order to increase the identification accuracy, a method for experimental assessment of dynamic and strength parameters of mechanical systems is suggested, which implies the approximation of the empirical polymodal probability distribution density by a mixture of unimodal laws. The application of these methods allows to identify the imbalances and actual elastic-inertial characteristics of the gas turbine compressor rotor reduced to the model, and enables the reduction of its vibrations by 2.5 times by means of the subsequent balancing at operating frequencies.

The rigidities and masses are reduced to the dynamical model of the turbine pump, which makes it possible to balance the flexible rotor on the operating rotation frequency in three correction planes, reducing the vibration by 6 times, amplitudes of the vibration of the supports – by 4 times, static stresses in the material of the shaft – by 3, 5 times, and dynamic stresses – by 3 times.

To solve inadequate inverse problems, a method of test parameters (modes) is proposed, which allows to identify the compressor's amplitude-frequency characteristics, as well as physical and mechanical characteristics of the compound in the temperature range from  $-60^{\circ}\text{C}$  to  $-20^{\circ}\text{C}$ . A method for identifying the nonlinear power characteristics of oscillatory systems with lumped masses and distributed parameters by reducing the problem to a linear discrete inverse problem is suggested.

The study introduces a method for calculating permissible values of the structural parameters of mechanical systems and (or) technological processes of their production with specified requirements for their strength and vibration characteristics and a method of constructing statistically determined models. The development of these methods contributes to a significant reduction of the experiments needed. Their application makes it possible to synthesize the permissible values of physical, mechanical and geometric characteristics of the structure and to increase the strength of pressurized structures of electronic systems in wide temperature ranges.

**Keywords:** dynamics, vibration, strength, mechanical system, inverse problem, identification, synthesis, mathematical model.

Підписано до друку 26.08.2017. Формат 30 × 42/4.  
Ум. друк. арк. – 1,9. Обл.-вид. арк. – 2,0.  
Наклад 100 прим. Зам. № 171/17, 2017

---

Редакційно-видавничий центр ХНУ  
29016, м. Хмельницький, вул. Інститутська, 7/1  
Свідоцтво про внесення в Державний реєстр,  
серія ДК № 4489 від 18.02.2013 р.