12. Теслюк В.М. Тривимірне моделювання дифузійних процесів виробництва ВІС // Вісник Держ. ун-ту "Львівська політехніка". – 1998. – № 327. 13. Тихонов А.Я., Самарский А.А. Уравнения математической физики. – М.: Наука, 1966. – 724 с. 14. Годунов С.К., Рябенький В.С. Разностные схемы. – М.: Наука, 1973. – 400 с. 15. Норри Д., Ж де Фриз. Введение в метод конечных элементов. – М.: Мир, 1981. – 303 с. 16. Теслюк В.М. Алгоритми для чисельного моделювання 3D дифузійних задач // Вісник Держ. ун-ту "Львівська політехніка". – 1998. – № 352. – С. 109–112. 17. Теслюк В.М., Гранат П.П., Корбецький О.Р. Дослідження точності та ефективності розв'язку дифузійних задач методами скінченних різниць та скінченних елементів // Вісник Держ. ун-ту "Львівська політехніка". – 2000. – № 398. – С. 42 – 49 с. 18. Комаров Ф.Ф., Новиков А.П., Соловьев В.С., Ширяев С.Ю. Дефекти структури в ионноимплантированном кремнии. – Мн.: Университетское, 1990. – 322 с. 19. Соболь И.М. Метод Монте-Карло. – М.: Наука. Главная редакция физико-математической литературы, 1985. – 80 с. 20. Теслюк В.М., Корбецький О.Р. Моделювання профілів розподілу домішкових іонів, вакансій та міжвузлових атомів у напівпровідниковому матеріалі при іонному легуванні // Радіоелектроніка. Інформатика. Управління. – Запоріжжя, 2001/ 1(5). – С. 22–27. 21. Патакар С.В. Численные методы решения задач теплообмена и динамики жидкости: Пер. с англ. – М.: Энергоатомиздат, 1984. – 150 с. 22. Белов И.А., Кудрявцев Н.А. Теплоотдача и сопротивление пакетов труб. – Л.: Энергоатомиздат, 1987. – 223 с. 23. Данилин Б.С., Киреев В.Ю. Применение низкотемпературной плазмы для травления и очистки материалов. – М.: Энергоатомиздат, 1987. – 267 с. 24. Сангвал К. Травление кристаллов: Теория, эксперимент, применение: Пер. с англ. – М.: Мир, 1990. – 492 с.

УДК 621.757:51.001.57

Франціішек Марецкі
Вища школа інформатики та управління
(м. Бєльско-Бяла, Польща)

МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ МОНТАЖНОЇ ЛІНІЇ

Запропоновано математичну модель монтажної лінії з промисловими роботами, які протягом кожного такту виконують задані їм операції. Модель дозволяє описати стан процесу монтажу та керування процесом монтажу, а також провести симуляцію цього процесу для різних керувань.

The mathematical model of the mounting line with industrial robots, which are performing the operations given to them during every cycle, has been proposed in this paper. The model allows top describe the state of the mounting process and control of this process, as well as to carry out the simulation of the mounting process for different monitoring.

1. Вступ

Технологічні процеси класифікують на неперервні та дискретні [1]. Дискретними є комплекси операцій, які виконують промислові роботи [7]. Оптимізація комплексів операцій є складною комбінаторною проблемою [2, 4]. Прикладами таких процесів є монтаж [6] та транспорт [5].

Керування дискретними технологічними процесами вимагає розроблення відповідних математичних моделей. У роботах [2, 5, 6] показано, що такі моделі мають вигляд логічночасових рівнянь стану. На підставі рекурентних рівнянь стану можна розробити комп'ютерні симулятори, які дозволяють оцінити різні алгоритми керування.

Проблематика керування дискретними технологічними процесами має важливе практичне значення – в основному у машинобудуванні [1]. На тему процесу монтажу опубліковано багато праць, проте не представлено оптимальних алгоритмів розв'язання комбінаторних проблем керування процесом монтажу. У даній статті наведено оригінальну математичну модель процесу монтажу в лінії. Дана модель з більшим ступенем деталізації описує процес монтажу ніж представлена в роботі [6]. Процес монтажу аналізується з точністю до операції, які виконуються промисловими роботами на кожному становищі монтажної лінії.

2. Формулювання задачі

Розглянуто монтажну лінію (напр., автоматичного монтажу друкованих плат), в якій монтажні операції виконують промислові роботи. Лінія складається з автоматичного транспортера і промислових роботів. Вздовж транспортера знаходяться роботи, які виконують певні монтажні операції. В лінії розрізняємо такі становища: завантажувальне, монтажні та вивантажувальне. На завантажувальному становищі встановлюється плата. На вивантажувальному становищі здійснюється контроль якості монтажу.

Процес монтажу відбувається тактами. Протягом кожного такту промислові роботи виконують задані їм операції. В кінці такту об'єкт (плата) переміщається на наступне становище, тобто після кожного такту об'єкт буде знаходитись не на тому становищі, де здійснювався монтаж, а на наступному.

Приймемо, що процес монтажу є одноверсійним. Це означає, що кожен об'єкт потребує виконання таких самих операцій. Також приймемо, що часи виконання операцій є детермінованими і заданими. Програма виконання кожної операції роботом є задана. Крім того приймемо, що захоплювач робота стартує з базового положення, відтак переходить через положення виконання технологічних операцій і після виконання усіх операцій повертається до базового положення.

Спостерігаючи вибраний об'єкт монтажу на чергових становищах після чергових тактів, бачимо стан монтування даного об'єкта. Стан цей є результатом відповідного керування роботами на попередніх становищах. Керування полягає у виборі послідовності виконання операцій промисловими роботами.

Приймемо, що в процесі монтажу кожен об'єкт повинен бути повністю змонтованим. У такому випадку критерієм оптимальності керування роботами є максимум продуктивності лінії.

Позначимо: l – номер становища (l = 0, 1, ... L, L+1); m – номер робота (m =1, ... M).

Оскільки на кожному становищі може знаходитись не більше одного робота, то $M \le L$.

Монтаж об'єкта полягає у виконанні операції із множини: $\Omega = \{\omega_n\}$, $n = 1, \dots, N$, де ω_n – n-та операція; N – число операцій.

Часи виконання операцій задані вектором $T = [t_n]$, $n = 1, \dots, N$, де t_n – час виконання операції ω_n.

Приймемо, що опис черговості виконання операцій заданий у вигляді матриці: $\Gamma = [\lambda_{i,n}]$, $i = 1, \dots, N$; $n = 1, \dots, N$.

Елементи даної матриці визначаються так:

$$\lambda_{i,n} = \begin{cases} 1, \text{якщо операція } \omega_i \text{ виконується безпосередньо перед операцією } \omega_n; \\ 0 \text{ у протилежному випадку} \end{cases}$$

Операція ω_i є безпосереднім попередником операції ω_n, якщо мусить бути виконана перед ω_n і може бути виконана безпосередньо перед ω_n.

Не втрачаючи загального характеру міркувань у подальшому аналізі, можна прийняти, що нумерація операцій задовольняє умову:

$$\underset{i}{\forall}\underset{n}{\forall}\left(\lambda_{i,n}=1\right)\Rightarrow\left(i<n\right). \tag{1}$$

Ця умова буде використана при виведенні рівнянь стану процесу монтажу.

3. Стан процесу монтажу

Розглянемо процес монтажу після кожного такту. Позначимо к-номер такту (к = 1, ..., К).

Означення 1а. Стан X_l^k об’єкта, який знаходиться після к-го такту на *l*-тому становищі є вектором

$$X_l^k=[x_{l,n}^k], \qquad n=1,\dots,N.$$

Елементи цього вектора визначаємо так:

$$x_{l,n}^k=\begin{cases}1,\ \text{якщо } n-\text{а операція була виконанана об'єкті, який} \\ \quad \text{після } к-\text{го такту знаходивсяна } l-\text{му становищі;} \\ 0-\ \text{у протилежному випадку}\end{cases}$$

Означення 1б. Стан X^k монтажної лінії після к-го такту є матрицею

$$X^k=[x_{l,n}^k] \quad \begin{matrix} l=1,\dots,L \\ n=1,\dots,N \end{matrix} \tag{2}$$

На підставі (2) можна визначити граничні умови (початковий та кінцевий стани):
початковий стан X^0 для k = 0 є матрицею

$$X^0=[x_{l,n}^0] \quad \begin{matrix} l=1,\dots,L \\ n=1,\dots,N \end{matrix} \tag{3}$$

– кінцева умова W^k для k = K (на відміну від кінцевого стану X^k для k = K) є матрицею

$$W_0^k=[W_{0,n}^k], \qquad n=1,\dots,N \tag{4}$$

Кінцева умова визначає, яким повинен бути кінцевий стан $X^к$. У зв’язку з тим матриця (4) ідентифікується аналогічно як і матриця (2).

– лівостороння гранична умова W_0^k для $l = 0$ і довільного к = 0, 1, ..., К є вектором

$$W_0^k=[W_{0,n}^k], \qquad n=1,\dots,N. \tag{5}$$

Найчастіше вважають, що на об’єкті, який входить до лінії, не виконана жодна операція, тобто

$$\underset{1\le n\le N}{\forall} W_{0,n}^k=0; \tag{5a}$$

правостороння гранична умова W_{L+1}^k для l = L+1 є вектором

$$W_{L+1}^k=[W_{L+1,n}^k], \qquad n=1,\dots,N.. \tag{6}$$

Найчастіше як правосторонню граничну умову приймають умову повного завершення монтажу, тобто

$$\underset{1\le n\le N}{\forall} W_{L+1,n}^k=1. \tag{6a}$$

4. Керування процесом монтажу

Керування процесом монтажу полягає у визначенні послідовності операцій, які повинен виконати відповідний промисловий робот у конкретному такті. Оскільки час операцій не залежить від послідовності їх виконання, то можемо прийняти, що робот виконує визначені йому операції згідно з наростанням номерів (це означає, що визначена послідовність виконання операцій).

Означення 2а. Керування m- м роботом у к-му такті є вектором

$$R_m^k = [r_{m,n}^k], \qquad n = 1, \ldots, N.. \tag{7}$$

Елементи цього вектора визначаємо так:

$$r_{m,n}^k = \begin{cases} 1, \text{якщо } m-\text{й роботу к}-\text{му такті має виконати } n-\text{у операцію;} \\ 0 - \text{ у протилежному випадку} \end{cases}$$

Оскільки промислових роботів може бути менше ніж монтажних становищ, мусимо задати їх локалізацію. Приймемо, що задано вектор локалізації роботів на монтажній лінії:

$$A = [a_m],\ m = 1, \ldots, M, \tag{8}$$

де a_m – номер стану, на якому знаходиться m-й робот.

Означення 2б. Керування монтажною лінією U^k в к-му такті є матрицею

$$U^k = [u_{l,n}^k],\ l=1, \ldots, L;\ n=1, \ldots, N. \tag{9}$$

Елементи цієї матриці визначаємо так:

$$U_l^k{,}n = \begin{cases} r_{l,n}^k, \text{ якщо } l = a_m, \\ 0 - \text{у протилежному випадку} \end{cases}$$

5. Рівняння стану процесу монтажу

Вважаючи, що процес монтажу є детермінованим (час виконання операцій є детермінованим), визначимо рівняння стану процесу монтажу.

Приймемо, що задано:

– початковий стан X^0;

– лівосторонню граничну умову (5а);

– вектор локалізації роботів (8);

– керування U^k для к = 1, ..., K.

Необхідно визначити функцію

$$X^k = F(X^{k-1}, U^k), \tag{10}$$

яка описує рівняння стану процесу монтажу та дозволяє аналізувати вплив різних керувань U^k на хід монтажу.

Розглянемо монтаж об’єкта, який після (к-1)-го такту знаходиться на l-му становищі. Задано стан цього об’єкта:

$$X_l^{k-1},\ \ l=1, \ldots, L;\ \ k=1, \ldots, K \tag{11а}$$

Крім того, приймемо, що відоме керування роботом на l-му становищі, тобто

$$(l = a_m) \wedge (R_m^k = U_l^k). \tag{11б}$$

Необхідно визначити стан даного об’єкта після к-го такту, тобто

$$X_{l+1}^k,\ \ l=1, \ldots, L;\ \ k=1, \ldots, K. \tag{11в}$$

Щоб визначити стан (11в), треба визначити його координати $x^{k}_{l+1,n}$, (n = 1, ... , N). При виведенні рівнянь стану використовуємо умову (1), з якої випливає, що перед виконанням операції ω_n достатньо перевірити, чи попередньо були виконані безпосередні попередники ω_{ν}, для $\nu<n$. Отже, перевірки вимагає інтервал від 1 до ν замість від 1 до N.

Розглянемо усі можливі випадки визначення координат $X^{k}_{l+1,n}$.

а) якщо операція ω_n була виконана перед *l*-м монтажним становищем і не має бути використана на *l*-му становищі, тоді

$$\forall_{n}[(X^{k-1}_{l,n}=1)]\Rightarrow(X^{k}_{l+1,n}=1) \tag{12}$$

б) якщо операція ω_n не була виконана перед *l*-м монтажним становищем і не має бути використана на *l*-му становищі, тоді

$$\forall_{n}[(X^{k-1}_{l,n}=0)\wedge(U^{k}_{l,n}=0)]\Rightarrow(X^{k}_{l+1,n}=0)\,. \tag{13}$$

в) якщо операція ω_n не була виконана перед *l*-м становищем, має бути виконана на *l*-му становищі і не має безпосередніх попередників, тоді

$$\forall_{n}\forall_{\nu<n}[(X^{k}_{l,n}=0)\wedge(U^{k}_{l,n}=1)\wedge(\lambda_{\nu,n}=0)]\Rightarrow(X^{k}_{l+1,n}=1). \tag{14}$$

г) якщо операція ω_n не була виконана перед *l*-м становищем, проте має бути виконана і усі безпосередні попередники виконані, тоді

$$\forall_{n}\forall_{\nu<n}\{[(X^{k}_{l,n}=0)\wedge(U^{k}_{l,n}=0)\wedge[\lambda_{\nu,n}=1)]\Rightarrow(X^{k}_{l+1,\nu}=1)])\}\Rightarrow(X^{k}_{l+1,n}=1) \tag{15}$$

Слід зауважити, що множник

$$(\lambda_{\nu,n}=1)\Rightarrow(X^{k}_{l+1,\nu}=1) \tag{15а}$$

мусить бути уведений замість

$$(\lambda_{\nu,n}=1)\Rightarrow(X^{k-1}_{l,\nu}=1)\,. \tag{15б}$$

Якщо на *l*-му становищі мають бути виконані операції ω_i та ω_j такі, що $\lambda_{ij} = 1$, то:

$$X^{k-1}_{l,,,i}=0 \tag{15в}$$

або із (15) отримаємо

$$X^{k-1}_{l+1,j}=0\,, \tag{15г}$$

проте $X^{k}_{l+1,i}=1$. Відтак із (15) справжній результат $X^{k}_{l+1,j}=1$.

Підсумовуючи, зауважимо, що перевірку виконання попередників ω_{ν} треба провести на (*l*+1)-му становищі, оскільки деякі з них могли бути виконані попередньо роботом на *l*-му становищі в к-му такті.

д) якщо операція ω_n не була виконана перед *l*-м становищем, має бути виконана на *l*-му становищі і має безпосередні попередники, проте певний безпосередній попередник не був виконаний, тоді

$$\forall_{n}\exists_{\nu<n}\{(X^{k}_{l,n}=0)\wedge(U^{k}_{l,n}=1)\wedge[\lambda_{\nu,n}=1)]\Rightarrow(X^{k}_{l+1,\nu}=0)]\}\Rightarrow(X^{k}_{l+1,n}=0)\,. \tag{16}$$

Зауваження стосовно перевірки попередників ω_ν на (l+1)-му становищі є аналогічне як у попередньому випадку. Якщо операція ω_ν не виконується після l-го становища, то вона не могла бути виконана на попередніх становищах.

У загальному випадку керування має задовольняти умову:

$$\underset{1\le k\le K}{\forall}\ \underset{1\le l\le L}{\forall}\ \underset{n}{\forall}\ \underset{\nu<n}{\forall}$$

$$\{(u^k_{l,n}=1)\Rightarrow(x^{k-1}_{l,n}=0)\wedge\{(\lambda_{\nu,n}=1)\Rightarrow[(x^{k-1}_{l,n}=1)\vee(u_{l,\nu}=1)]\}\}. \tag{16а}$$

На підставі умов (12) ... (16) приходимо до висновку, що координати X^k_l визначаємо з таких рекурентних рівнянь:

$$X^k_{l+1,1}=f(X^{k-1}_{l,1},U^k_{l,1})$$

$$X^k_{l+1,l}=f(X^{k-1}_{l,n};X^k_{l+1,1...};X^k_{l+1,\nu,...};X^k_{l+1,\,n-1,...};U^k_{l,n}) \tag{17}$$

$$X^k_{l+1,N}=f(X^{k-1}_{l,n};X^k_{l+1,1...};X^k_{l+1,\nu,...};X^k_{l+1,\,N-1,...};U^k_{l,N}),$$

де f – функція, означена через (12)...(16).

Зауважимо, що визначаючи координати $X^k_{l+1,n}$ послідовно від n=1 до n=N, можемо записати:

$$X^k_{l+1,2}=f(X^{k-1}_{l,2};X_{l+1,1};U^k_{l,2})=f^*(X^{k-1}_{l,1};X^{k-1}_{l,2};U^k_{l,1};U^k_{l,2}). \tag{18а}$$

Узагальнюючи, записуємо (для n = 1, ...N):

$$X^k_{l+1,n}=f(X^{k-1}_{l,n};X^k_{l+1,1...};X^k_{l+1,\nu}...;X^k_{l+1,n-1};U^k_{l,n}), \tag{18б}$$

відтак на підставі (18) отримуємо рівняння:

$$X^k_{l+1}=F_l(X^{k-1}_l,U^k_l)\quad l=1,\dots,L,$$

де F_l –функція трансформації стану для l-го становища.

Оскільки рівняння (19) застосовується для кожного становища незалежно, то розрахунки можна проводити паралельно. Це має суттєве значення, оскільки керування U^k_l можна задавати для кожного робота під час пересування об'єктів на наступні становища, що обмежує час розрахунків. Із формули (19) отримуємо безпосередньо шукану функцію (10).

6. Симуляція процесу монтажу

На підставі отриманих рівнянь стану процесу монтажу можна провести симуляцію для різних керувань [4,5].

Приймемо, що процес монтажу аналізуємо в інтервалі часу [O, T]. Якщо керування U^k задано, то час к-го такту визначаємо так:

$$Ck=\max_{1\le l\le L}\sum_{n=1}^{N}u^k_{l,n}\cdot\nu_n. \tag{20}$$

Відтак число K об'єктів, змонтованих впродовж визначеного інтервалу часу, визначаємо з умови:

$$\sum_{k=1}^{K}C^k\le T<\sum_{k=1}^{K+1}C^k. \tag{21}$$

Використання числа об'єктів, змонтованих впродовж визначеного інтервалу часу для оцінки керування є обгрунтованим, якщо вимагаємо виконання правосторонньої граничної умови (6а). Тоді керування U_l^k має задовольняти умову:

$$u_{L,n}^k = \begin{cases} 1, \text{ якщо } X_{L,n}^{k-1} = 0 \\ 0 - \text{у протилежному випадку} \end{cases} \quad (22)$$

У випадку роботизованого монтажу виникають ситуації, коли робот мусить розпізнати відповідний елемент у подавачі [7]. у таких випадках час операцій v не є детермінованим. Приймаючи часи операцій ξ_n випадковими та враховуючи умови (20) – (22), отримуємо симуляційну модель стохастичного процесу монтажу, яка дозволяє аналізувати вплив часів розпізнавання елементів на продуктивність монтажної лінії.

7. Висновки

У статті наведено рівняння стану одноверсійного процесу монтажу, які дозволяють симулювати як детермінований, так і стохастичний процес з точки зору часів виконання операцій. У наведеному аналізі прийнято, що робот передає інформацію про виконання кожної операції, внаслідок чого ідентифікацію стану об'єктів на лінії можна проводити опосередковано (сума операцій, виконаних окремими роботами).

Наведена симуляційна модель добре відображає монтаж із розпізнаванням елементів. Спроба симуляції детермінованого монтажу просторовою локалізацією операцій чи багатоверсійного монтажу вимагає відповідних узагальнень наведених рівнянь стану.

1. Kowalowski H. Automatyzacja dyskretnych proceśow przemysłowych WNT, Warszawa 1984. 2. Marecki F. Modele matematyczne i algorytmy alokacji i zasobów na linii montażowej, Praca habilitacyjna, Politechnika Śląska, Gliwice 1986. 3. Marecki F., Ptasznik K. Symulator sterowania linii montażowej, Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej, seria: AUTOMATYKA, Gliwice, 1990, pp. 181– 192. 4. Marecki F. Modelling of Tree-Structure Production System, International Conference on "Computer Integrated Manufacturing", Silisian Technical University, Gliwice, 1996, Proceedings, pp. 49–56. 5. Marecki F. Logistyka transportu w procesie montażu, Beskidzki Festiwal Nauki, Akademia Techniczno-Humanistyczna, Bielsko-Biała, 2001, T. Badania Operacyjne, pp. 105–111. 6. Marecki F. Logistikal Model of an Assembly Line, International Conference on „Inductive Modelling", Lviv Politechnic National University, Lviv, 2002. 7. Niederliński A. Roboty przemysłowe. Wydawnictwa Szkolne i Pedagogiczne, Warszawa, 1981.