

АНТЕНИ ТА ПРИСТРОЇ НВЧ

УДК 621.372.8

Йосип Захарія

Національний університет “Львівська політехніка”,
кафедра радіоелектронних пристроїв і систем

УНІТАРНІСТЬ S- МАТРИЦІ ЯК ЕКВІВАЛЕНТ УМОВИ НА РЕБРІ В АНАЛІЗІ СТИКУ ЕЛЕКТРОДИНАМІЧНИХ СТРУКТУР

© Захарія Йосип, 2003

На прикладі аналізу безвтратного стику одномодового і двомодового прямокутних хвилеводів числовим методом стикування полів виявлено наявність оптимальної з точки зору забезпечення унітарності S-матриці стику – кількості рівнянь. Ця кількість не залежить від порядків мод, що поширюються в структурі, якщо не змінюються параметри ребра і умови його розташування.

On an example of rectangular waveguides joint analysis the optimal equations amount was found, solution of which satisfies the unitary S-matrix for that joint. This amount is independent from number of propagating modes, but depends on edge conditions.

Вступ

У конструкції електродинамічних структур часто містять металеві ребра. Радіус заокруглення такого ребра в електродинамічному аналізі вважають нульовим ($\mathbf{r} \rightarrow \mathbf{0}$). Напруженості поля, визначені аналітично безпосередньо біля ребра, є сингулярними. Ця обставина привела до уведення окремих умов на ребрах (1972 р.) [4]. Урахування цих умов приводить до скінченних напруженостей біля ребра, які задовольняють водночас рівняння поля. Аналогічні умови необхідно застосовувати також у випадку діелектричних ребер [2]. Умови на ребрах залежать від гостроти ребра, тобто від кута між площинами, що обмежують дане ребро, від матеріалу ребра, від поляризації напруженостей поля біля ребра [2]. Напруженості поля, визначені з урахуванням умов на ребрах, задовольняють закони електромагнітного поля, зокрема в задачах стикування безвтратних електродинамічних структур мають задовольняти умови унітарності S-матриці стику. В задачах стикування умови на ребрах зводять до встановлення співвідношення кількості рівнянь, якщо загальна кількість рівнянь прямує до нескінченності [1]. Однак легко переконатися, що для скінченної кількості рівнянь знайдені напруженості поля не задовольняють умов унітарності S-матриці стику, і в першу чергу балансу потужностей у площині стику [3]. Унітарність S-матриці стику – це також фазовий баланс для S-параметрів стику, це умова відсутності втрат потужності у стику електродинамічних структур. Власне тому унітарність S-матриці широко використовується для визначення окремих S-параметрів. Отже, електродинамічний аналіз стику повинен бути точним, зокрема враховувати умови на ребрах. Логічним є зворотний висновок: якщо напруженості поля задовольняють унітарність S-матриці стику, то ці напруженості визначено з урахуванням як умов на ребрі, що в даній задачі зводиться до вибору кількості рівнянь, так і усіх інших вимог електродинамічного аналізу. Отже, умови унітарності S- матриці стику є еквівалентні умовам на ребрі, застосування яких в конкретних задачах часто вимагають не простого аналізу.

Система рівнянь стику

З метою ілюстрації використання унітарності S-матриці стику розглянемо стик прямокутних хвильоводів різної ширини (A_1, A_2) з ідеально провідними стінками у площині $z = 0$ (рис. 1). У хвильоводах поширюються хвилі основного виду (TE_{10} - моди) з довжиною робочої хвилі λ_0 ($q = \frac{\lambda_0}{2A_1} = 0,54$; $a = \frac{A_2}{A_1} = 0,7$). На стику в обох

хвильоводах виникають загасаючі моди вищих порядків, які разом з полем падаючих хвиль забезпечують неперервність дотичних складових напруженостей поля у площині стику. Напруженості поля TE_{10} хвилі, що падає на стик з хвильовода 1, запишемо у вигляді

$$E_{xn} = \sin\left(\frac{\pi y}{A_1}\right); \quad H_{yn} = \frac{\gamma_{11}}{j\omega\mu_0} \sin\left(\frac{\pi y}{A_1}\right), \quad (1)$$

де γ_{11} – стала поширення хвилі; ω – колова частота поля; μ_0 – магнітна проникність вакууму. Напруженості поля відбитих від стику хвиль виражаються сумами мод:

$$E_{x1} = \sum_{m=1}^{M1} C_m \sin\left(\frac{m\pi y}{A_1}\right); \quad H_{y1} = \sum_{m=1}^{M1} \frac{\gamma_{1m}}{j\omega\mu_0} \sin\left(\frac{m\pi y}{A_1}\right). \quad (2)$$

Аналогічно запишемо напруженості у хвильоводі 2:

$$E_{x2} = \sum_{n=1}^{M2} D_n \sin\left(\frac{n\pi y}{A_2}\right); \quad H_{y2} = \sum_{n=1}^{M2} \frac{\gamma_{2n}}{j\omega\mu_0} D_n \sin\left(\frac{n\pi y}{A_2}\right), \quad (3)$$

де γ_{2n} – стала поширення хвиль у хвильоводі 2. Умови неперервності напруженостей поля у площині стику мають вигляд:

$$E_{xn} + E_{x1} = E_{x2}; \quad H_{yn} - H_{y1} = H_{y2}. \quad (4)$$

Підставляючи напруженості (1)-(3) в умови (4), методом Гальоркіна отримаємо рівняння для $M1$ невідомих величин C_m :

$$\sum_{m=1}^{M1} C_m \left(1 + \frac{\gamma_{1m}}{\gamma_{2n}}\right) f(m,n) = \left(\frac{\gamma_{11}}{\gamma_{2n}} - 1\right) f(1,n), \quad (5)$$

в яких

$$f(m,n) = \frac{1}{A_1} \int_0^a \sin\left(\frac{m\pi y}{A_1}\right) \sin\left(\frac{n\pi y}{A_2}\right) dy. \quad (6)$$

Водночас має задовольнятися гранична умова на ідеально провідній стінці закорочення шириною $A_1 - A_2$ у площині $z = 0$, яка приводить до рівняння:

$$\sum_{m=1}^{M1} C_m f(m) = 0, \quad (7)$$

де

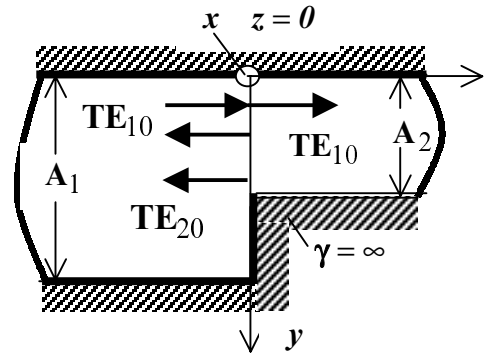


Рис. 1. Стик двомодового і одномодового хвильоводів

$$f(m) = \int_{A_2}^{A_1} \sin\left(\frac{m\pi y}{A_1}\right) dy. \quad (8)$$

При цьому електричні напруженості хвиль (3), що проходять у хвилевід 2, дані виразом:

$$D_n = \frac{2}{a} \left(\sum_{m=1}^{M1} C_m f(m,n) + f(1,n) \right). \quad (9)$$

Систему M1-1 рівнянь (5) та одне рівняння (7) можна розв'язати і отримати M1 напруженостей поля C_m . Однак у даному прикладі невизначеною є кількість рівнянь M1 (M1-1 збігається з кількістю врахованих загасаючих мод).

Можна переконатися, що для хвилі, яка падає на площу стику з хвилевода 2, у правій частині рівняння (5) справедливе відношення A_2/A_1 для $n = 1$. Для $n > 1$ права частина цих рівнянь дорівнює нулю. Рівняння (7) залишається незмінним. Напруженості поля хвиль відбитих від стику у хвилеводі 2, дані виразом (3), у якому

$$D_n = \frac{2}{a} \sum_{m=1}^{M1} C_m f(m,n) - 1 \Big|_{n=1}. \quad (10)$$

(Для $n > 1$ в останній формулі одиниця відсутня.) Для хвиль, які поширюються у хвилеводах без загасання ($m = 1, n = 1$), напруженості поля C_1, D_1 перераховують на S-параметри за відомими формулами:

$$S_{11} = C_1; \quad S_{21} = D_1 \sqrt{\frac{a^2 - q^2}{1 - q^2}}; \quad S_{22} = D_1; \quad S_{12} = C_1 \sqrt{\frac{1 - q^2}{a^2 - q^2}}. \quad (11)$$

Знайдені за наведеним алгоритмом S-параметри стику мають задовольняти відомі умови унітарності S-матриці стику:

$$|S_{11}|^2 + |S_{21}|^2 = W_1 = 1; \quad |S_{12}|^2 + |S_{22}|^2 = W_2 = 1; \quad |S_{11}S_{12}^* + S_{21}S_{22}^*| = T = 0. \quad (12)$$

Очевидно, умови (12) записані для ідеально точних значень напруженостей поля ($W_1 = 1, W_2 = 1, T = 0$), тобто також з урахуванням умов на ребрі. Особливості методу і точність розрахунку спричиняють, що унітарність S-матриці для знайдених напруженостей поля задовольняється з деяким відхиленням.

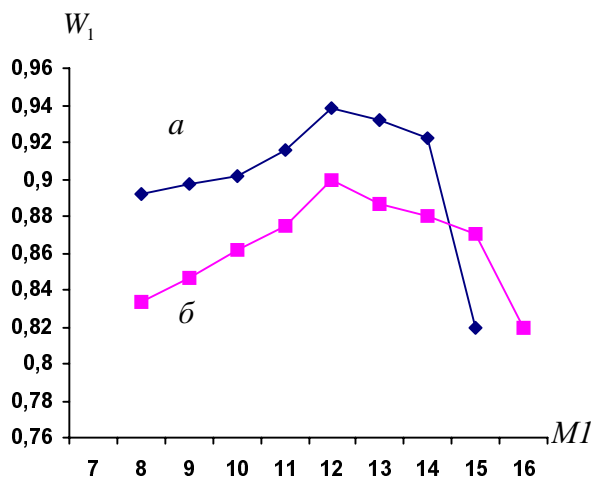


Рис. 2, а. Баланс потужностей для одно-модового (а) та двомодового (б) режимів

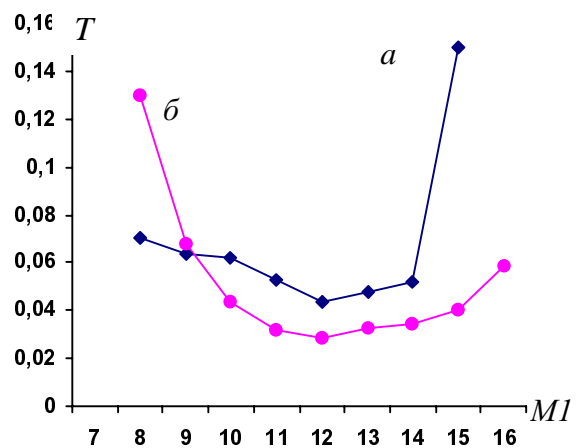


Рис. 2, б. Фазовий баланс для одно-модового (а) та двомодового (б) режимів

На рис. 2 (криві а) показано залежність величин W_1 , і T від кількості рівнянь $M1$ для структури рис. 1. Наведені числові результати вказують на наявність оптимального значення кількості рівнянь $M1$ з точки зору забезпечення унітарності S -матриці стику. Однак в оптимумі ($M1 = 12$) відхилення величин $W1$, $W2$, T від ідеальних мають порядок 2 – 5 %. Очевидно, такий висновок відноситься виключно до застосованого в аналізі методу “зшивання”.

Скорочення довжини робочої хвилі приводить до виникнення і поширення у хвилеводі 1 хвиль вищих порядків. Зокрема для $q = 0,45$, та $a = 0,7$ у хвилеводі 1 виникають незагасаючі TE_{10} і TE_{20} хвилі. Отже стик стає перетворювачем мод. Якщо з хвилевода 1 на стик падає TE_{10} хвиля, отримуємо крім відбитої TE_{10} хвилі також відбиту TE_{20} хвилю. А при живленні хвилевода 2 хвилею основного виду у хвилеводі 1 крім TE_{10} збуджується також TE_{20} хвиля. Коефіцієнт відбиття, який характеризує виникнення на стику TE_{20} хвилі, запишемо як $S_{11}^{(21)}$, а коефіцієнт передачі, що характеризує збудження TE_{20} хвилі у хвилеводі 1 при живленні хвилевода 2 – як $S_{12}^{(21)}$. Умови унітарності S -матриці стику у даному випадку доповнюються додатковими членами:

$$\begin{aligned} |S_{11}|^2 + |S_{11}^{(21)}|^2 + |S_{21}|^2 = W_1 = 1; \quad |S_{12}|^2 + |S_{12}^{(21)}|^2 + |S_{22}|^2 = W_2 = 1; \\ |S_{11}S_{12}^* + S_{11}^{(21)}S_{12}^{(21)*} + S_{21}S_{22}^*| = T = 0. \end{aligned} \quad (13)$$

На рис. 2 (криві б) подано залежність величин $W1$, і T від кількості рівнянь $M1$ для двомодового хвилевода 1.

Висновки

З рис. 2 випливає, що оптимальне значення кількості рівнянь $M1$ залишається таким самим для одномодового і двомодового режиму хвилевода 1. Це вказує на вплив умов на ребрі, які залишаються такими самими. Оптимальне $M1$ можна визначати як за мінімумом залежності $T(M1)$, так за максимумом залежності $W_1(M1)$. Залежність $W_2(M1)$ є монотонною. Екстремум є різко виражений, бо зміна кількості $M1$ лише на одне рівняння вносить помітні відхилення умов унітарності від оптимальних.

Незважаючи на те, що подані вище висновки зроблено на основі елементарного прикладу, вони мають загальний характер. Зокрема для виявлення оптимальної кількості рівнянь $M1$ треба використовувати частину структури з більшим об'ємом. Визначення оптимального $M1$ можна здійснювати лише в максимумі залежності $W_1(M1)$ або лише в мінімумі залежності $T(M1)$. На перший погляд пошук оптимального $M1$ є громіздкий. Однак такий пошук є стандартним, тоді як умови на ребрі для кожного типу ребра є іншими і залежать від електродинамічної структури.

1. Миттра Р., Лу С. Аналитические методы теории волноводов / Под ред. Г.В. Воскресенского. – М.: Мур, 1974. – С. 323. 2. Becker K.D. Theoretische Elektrotechnik. – Berlin: VDE-Verlag, 1982. Bd.1. – S. 190; Bd. – S. 323. 3. Zakharia Y. Meixner condition in the joint problems of the electrodynamic structures//Proceedings of the VII-th international conference CADSM 2003, 18 – 22 February 2003. – Lviv-Slavske. – P. 311 – 313. 4. Meixner J. The behavior of electromagnetic fields at edges // IEEE Trans. On Antennas and propagation AP-20. – № 4. – 1972. – P. 442 – 446.